



Федеральное агентство по образованию
Уральский государственный экономический университет



Ю. Б. Мельников, В. Б. Соловьянов

Высшая математика: теория вероятностей

Интерактивный учебник

e-mail:
UriiMelnikov58gmail.com
сайт:
<http://melnikov.k66.ru>

Екатеринбург
2018

Рецензенты:

кафедра «Естественно-научные дисциплины» Уральского государственного университета путей сообщения;

Г. М. Ермакова — кандидат физико-математических наук, доцент

Электронный учебник «Теория вероятностей» предназначено для студентов, обучающихся по экономическим и техническим направлениям подготовки, и преподавателей. Оно может быть использовано для проведения учебных занятий и самоподготовки.

© Ю. Б. Мельников, В. Б. Соловьянов, 2018

© Уральский государственный
экономический университет, 2018

I. Инструкция к пособию	28
II. Пространство событий	37
II.1. Понятие события	41
II.1.1. События: массовое, случайное	43
II.1.2. События: достоверное, невозможное	74
II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»	78
II.2. Операции над событиями. Алгебра событий	102
II.2.1. Равенство событий на языке теории множеств событий	103
II.2.2. Равенство событий на языке теории множеств событий	111

II.2.3. Операции алгебры событий на языке теории множеств	117
II.2.4. Операции алгебры событий на специализированном языке	121
II.2.5. Несовместные и попарно несовместные события .	128
II.2.6. Алгебра событий как булева алгебра	129
II.3. Переход от специализированного языка к языку теории множеств	130
III. Элементы комбинаторики	137
III.1. Основная модель	138
III.2. Число перестановок	146
III.2.1. Постановка задачи о числе перестановок	147
III.2.2. Теорема о числе перестановок	154
III.3. Число размещений	167
III.3.1. Постановка задачи о числе размещений	168

III.3.2. Теорема о числе размещений	173
III.4. Число сочетаний	190
III.4.1. Постановка задачи о числе сочетаний	191
III.4.2. Теорема о числе сочетаний	195
IV. Различные подходы к вероятности	203
IV.1. Статистический подход к вероятности	208
IV.2. Классическая вероятность	228
IV.2.1. Свойства классической вероятности	231
IV.2.2. Достоинства и недостатки классического подхода	249
IV.3. Геометрическая вероятность	255
IV.4. Аксиоматический подход к вероятности	269
V. Алгебраический подход к вероятности: основные теоремы теории вероятности	292
V.1. Условная вероятность	295

V.2. Теорема о вероятности произведения событий	330
V.3. Независимые события	332
V.4. Теорема о вероятности произведения независимых событий	335
V.5. Задача Бернштейна	339
V.6. Обсуждение термина «независимые события»	341
V.7. Теорема о вероятности суммы событий	353
V.8. Формула полной вероятности	373
V.9. Формула Байеса	396
VI. Последовательности испытаний	408
VI.1. Схема Бернулли	416
VI.2. Теорема Бернулли	418
VI.3. Полиномиальная схема	428
VI.4. Асимптотические приближения формулы Бернулли . .	430
VI.4.1. Локальная теорема Муавра-Лапласа	434

VI.4.2. Интегральная теорема Лапласа	437
VI.4.3. Формула Пуассона	441

VII. Случайные величины: основные определения 446

VII.1. Многомерные случайные величины	458
VII.2. О проблематике теории случайных величин	480
VII.3. Случайные величины и случайные события	487
VII.4. Функция распределения	506
VII.5. Функция распределения многомерной случайной ве- личины	509
VII.6. Закон распределения случайной величины	511
VII.7. Дискретная случайная величина	517
VII.8. Непрерывная случайная величина	520
VII.9. Стандартные способы задания закона распределения дискретных и непрерывных случайных величин	522
VII.10. Плотность распределения	527

VII.11. Ряд распределения	530
VIII. Свойства функций, определяющих закон распределения	533
VIII.1. Свойства функции распределения	534
VIII.2. Свойства плотности распределения	590
VIII.3. Зависимые и независимые случайные величины . . .	604
VIII.4. Виды зависимостей случайных величин	605
VIII.5. Независимые случайные величины	611
VIII.6. Условные и безусловные законы распределения компонент многомерной случайной величины	612
VIII.7. Критерий независимости случайных величин	616
IX. Числовые характеристики случайных величин	618
IX.1. Математическое ожидание: прелюдия	619
IX.2. Математическое ожидание	631

IX.3. Дисперсия	635
IX.4. Свойства $\mathbf{M}[X]$	642
IX.5. Свойства $\mathbf{D}[X]$	643
X. Некоторые законы распределения: дискретные СВ	655
X.1. Закон Бернулли или биномиальный закон	656
X.2. Теорема о характеристиках биномиального закона . . .	658
X.3. Полиномиальный закон	681
X.4. Полиномиальное распределение	687
X.5. Закон Пуассона или закон редких явлений	688
X.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона	692
X.7. Геометрическое распределение	712
X.8. Теорема о характеристиках геометрического распре- ления	713
XI. Некоторые законы распределения: непрерывные СВ	737

XI.1. Равномерный закон	738
XI.2. Теорема о характеристиках равномерного закона	742
XI.3. Экспоненциальный (показательный) закон или закон надежности	743
XI.4. Теорема о характеристиках закона надежности	748
XI.5. Теорема о характеризации закона надежности	763
XI.6. Нормальный закон или закон Гаусса	772
XI.7. Теорема о характеристиках закона Гаусса	774
XI.8. Теорема о нормальном законе и функции φ	775
XI.9. Правило «трех сигм»	776
XI.10. Комментарии к приведенным законам распределения .	788
XII. Регрессионный анализ в теории вероятностей	802
XII.1. Переход к дискретным случайным величинам	807
XII.2. Условный закон распределения СВ	813
XII.3. Регрессия и ломаная регрессии	820

XII.4. Линейная регрессия	821
XII.5. Постановка задачи о линейной регрессии	823
XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии . . .	827
XII.7. Коэффициенты линейной регрессии	852
XII.8. Уравнение линейной регрессии	861
XII.9. Корреляционный момент и коэффициент корреляции .	863
XIII. Функции случайных величин	868
XIII.1. Неслучайные функции случайных величин	869
XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента	877
XIII.3. Закон распределения функции случайного вектора . .	910
XIV. Некоторые законы распределения функций от слу- чайных величин	938
XIV.1. Распределение «хи-квадрат»	939
XIV.2. Распределение Стьюдента	944

XV. Сходимость по вероятности **952**

XV.1. Законы больших чисел	959
XV.2. Неравенство Чебышева	960
XV.3. Теорема Чебышева	961
XV.4. Закон больших чисел	962
XV.5. Теорема Бернулли	966
XV.6. Понятие о теореме Ляпунова	974

XVI. Основные понятия математической статистики **976**

XVI.1. Проблематика математической статистики	987
XVI.2. Вариационный ряд и вариационная матрица	991
XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи	994
XVI.4. Точечные оценки	1013
XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал . . .	1039

XVI.5.1. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при известном σ	1054

XVI.5.2. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при неизвестном σ	1066

XVI.6. Критерии согласия	1074

XVI.7. Критерий Пирсона (критерий «хи-квадрат»)	1100

XVI.8. Критерий Колмогорова	1111

XVI.9. Регрессионный анализ в статистике	1114

Пример 1 построения наборов элементарных исходов	1124

Пример 2 построения ПЭС	1147

Пример 3 события, не являющегося элементарным	1179

Пример 4 построения совокупности всех событий	1192

Пример 5 сравнения пространств элементарных событий (ПЭС)	1209
Пример 6 сравнения пространств элементарных событий (ПЭС)	1220
Пример 7 задача о встрече двоих	1233
Пример 8 представления случайных событий в алгебре событий	1246
Пример 9 доказательства соотношений для алгебры со- бытий	1276
Пример 10 доказательства соотношений для алгебры со- бытий	1286

Пример 11 перехода между алгеброй событий и алгеброй подмножеств	1305
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	1345
<i>Пространство элементарных исходов</i>	1346
Задача XVIII.1	1346
Задача XVIII.2	1347
Задача XVIII.3	1348
Задача XVIII.4	1349
<i>Алгебра событий</i>	1350
Задача XIX.5	1350

Задача XIX.6	1351
Задача XIX.7	1352
Пример 12 комбинаторной задачи	1353
Пример 13 вычисления числа перестановок для малых n	1355
Пример 14 вычисления числа размещений при малых n	1386
Пример 15 вычисления числа сочетаний для малых n, m	1411
Пример 16 о разноцветных кубиках	1418
Пример 17 о значках	1472
Задачи для самостоятельного решения	1530

<i>Простейшие задачи</i>	1530
Задача XXI.8	1531
Задача XXI.9	1532
Пример 18 «ловушка» к определению классической вероятности	1533
Пример 19 применения формулы классической вероятности	1541
Пример 20 теоретико-вероятностного описания падения иглы, Бюффон	1550
Пример 21 парадокс Бертрана	1590

Пример 22 вероятности произведения событий	1630
Пример 23 вычисления вероятности суммы событий	1704
Пример 24 применения формулы полной вероятности	1736
Пример 25 формула Байеса	1743
Пример 26 применения формулы Байеса (для использования в лабораторной работе)	1759
Пример 27 применения схемы Бернулли	1822
Задачи для самостоятельного решения	1840
<i>Простейшие задачи</i>	1840
Задача XXIII.10	1841

Задача XXIII.11	1842
Задача XXIII.12	1843
Задача XXIII.13	1844
<i>Задачи с использованием алгебры событий</i>	1844
Задача XXIV.14	1845
Задача XXIV.15	1846
Задача XXIV.16	1847
Задача XXIV.17	1848
Задача XXIV.18	1849

Задача XXIV.19	1850
Задача XXIV.20	1851
Задача XXIV.21	1852
Задача XXIV.22	1853
Задача XXIV.23	1854
Задача XXIV.24	1855
Задача XXIV.25	1856
Пример 28 для введения понятия «ряд распределения»	1857
Пример 29 невозможности задания произвольной случай- ной величины событиями вида $X(\omega) = a$	1899

Пример 30 нахождения закона распределения	1904
Пример 31 вычисления ряда распределения в лабораторной работе	1995
Пример 32 простейшего анализа функции распределения	2181
Пример 33 установления зависимости или независимости случайных величин	2256
Пример 34 сравнения законов распределения	2389
Пример 35 вычисления математического ожидания и дисперсии для дискретной СВ	2418
Пример 36 вычисления математического ожидания и дисперсии для непрерывной СВ	2440

Пример 37 поиска распределения СВ	2488
Пример 38 использования нормального закона распределения	2523
Пример 39 аппроксимации законов распределения	2551
Пример 40 аппроксимации равномерным законом распределения	2671
Пример 41 построения условного закона распределения	2788
Пример 42 построения регрессии и ломаной регрессии	2851
Пример 43 нахождения коэффициента корреляции и корреляционного момента	2886

Пример 44 вычисления линейной регрессии	2915
Задачи для самостоятельного решения	3109
<i>Примеры случайных величин</i>	3109
Задача XXV.26	3110
<i>Закон распределения случайных величин</i>	3110
Задача XXV.27	3111
Задача XXV.28	3112
Задача XXV.29	3113
Задача XXV.30	3114
<i>Регрессия</i>	3114

Задача XXV.31	3115
Задача XXV.32	3116
Задача XXV.33	3117
Задача XXV.34	3118
Задача Ужасов!	3118
Задача XXV.35	3119
Сказочная задача: первый фрагмент	3119
Задача XXV.36	3120
Сказочная задача: второй фрагмент	3120
Задача XXV.37	3121
Задача об установлении единомыслия	3121

Пример 45 расчета доверительного интервала	3122
Пример 46 применения критерия Пирсона	3133
Пример 47 построение прямой регрессии	3181
Задачи для самостоятельного решения	3198
Задача XXVI.38	3199
Задача XXVI.39	3200
XXVII. Табличное задание некоторых функций	3201
Таблица значений функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$	3202

Таблица значений функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$	3204
XXVII.3. Критические точки критерия Пирсона	3207

XXVIII. Лабораторные работы по математической статистике 3210

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»	3211
XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»	3241
XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»	3274
XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»	3315
XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»	3345
XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»	3377

XXVIII.7. Лабораторная работа «Многомерные случайные величины. Регрессия»	3418
XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»	3422
XXIX. Ссылки на электронные тесты для обучения и самоконтроля	3452
XXX. Задания по статистике	3453
Ответы и решения	3454

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

Электронный учебник представляет собой систему из основного файла 00Probabil.pdf и файлы с тестами для обучения и самоконтроля, которые следует просматривать с помощью программы Adobe Reader.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

Электронный учебник представляет собой систему из основного файла 00Probabil.pdf и файлы с тестами для обучения и самоконтроля, которые следует просматривать с помощью программы Adobe Reader.

Кроме того, имеются гиперссылки на пособия **«Алгебра и теория чисел»** и **«Элементарная математика»**.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

В презентациях, предназначенных для проведения практических занятий, имеется два вида учебных заданий: примеры, предназначенные для иллюстрации теоретического материала, демонстрации методов решения задач и т. п., и задачи, предназначенные для самостоятельного решения. Имеются гиперссылки на тесты для самообучения и самоконтроля.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

В программе Adobe Reader и Acrobat Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»). Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для того, чтобы **вызвать панель навигации** в Acrobat Reader надо, во-первых, выйти из полноэкранного режима (например, нажатием **Esc**), и, во-вторых, нажать клавишу **F4** и выбрать на левой вертикальной панели вертикальный флажок «Закладки» .

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и ← (в Adobe Reader X может не работать).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и ← (в Adobe Reader X может не работать).

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

II. Пространство событий

Мы должны, во-первых,

II. Пространство событий

Мы должны, во-первых, понять, что такое событие,
во-вторых,

II. Пространство событий

Мы должны, во-первых, понять, что такое событие, во-вторых, определить операции на множестве событий, в-третьих,

II. Пространство событий

Мы должны, во-первых, понять, что такое событие, во-вторых, определить операции на множестве событий, в-третьих, определить отношения на алгебре событий.

II.1. Понятие события

Одно из основных понятий ТВ — *случайное событие*.

II.1. Понятие события

Одно из основных понятий ТВ — *случайное событие*.

Во избежание недоразумений будем в дальнейшем различать два разных значения этого словосочетания.

II.1.1. События: массовое, случайное

Одно из основных понятий ТВ — *случайное событие*.

II.1.1. События: массовое, случайное

Одно из основных понятий ТВ — *случайное событие*.

Во избежание недоразумений будем в дальнейшем различать два разных значения этого словосочетания.

II.1.1. События: массовое, случайное

Одно из основных понятий ТВ — *случайное событие*.

Во избежание недоразумений будем в дальнейшем различать два разных значения этого словосочетания.

Во-первых, под *случайным событием* можно понимать событие, происходящее в реальном мире, которое можно наблюдать, которое происходят с реальными объектами окружающего нас мира.

II.1.1. События: массовое, случайное

Одно из основных понятий ТВ — *случайное событие*.

Во избежание недоразумений будем в дальнейшем различать два разных значения этого словосочетания.

Во-первых, под *случайным событием* можно понимать событие, происходящее в реальном мире, которое можно наблюдать, которое происходят с реальными объектами окружающего нас мира.

Во-вторых, *случайное событие* мы можем трактовать как абстрактное понятие математической теории.

II.1.1. События: массовое, случайное

Одно из основных понятий ТВ — *случайное событие*.

Во избежание недоразумений будем в дальнейшем различать два разных значения этого словосочетания.

Во-первых, под *случайным событием* можно понимать событие, происходящее в реальном мире, которое можно наблюдать, которое происходят с реальными объектами окружающего нас мира.

Во-вторых, *случайное событие* мы можем трактовать как абстрактное понятие математической теории.

Случайность реального события подразумевает некоторую неопределенность результата наблюдения при одних и тех же начальных условиях. Как иногда говорят, случайное событие может произойти или не произойти.

II.1.1. События: массовое, случайное

Одно из основных понятий ТВ — *случайное событие*.

Во избежание недоразумений будем в дальнейшем различать два разных значения этого словосочетания.

Во-первых, под *случайным событием* можно понимать событие, происходящее в реальном мире, которое можно наблюдать, которое происходят с реальными объектами окружающего нас мира.

Во-вторых, *случайное событие* мы можем трактовать как абстрактное понятие математической теории.

Тот факт, что событие наступило или не наступило, в последнем случае можно воспринимать как получение значения некоторой двужанной функции α .

II.1.1. События: массовое, случайное

Одно из основных понятий ТВ — *случайное событие*.

Во избежание недоразумений будем в дальнейшем различать два разных значения этого словосочетания.

Во-первых, под *случайным событием* можно понимать событие, происходящее в реальном мире, которое можно наблюдать, которое происходят с реальными объектами окружающего нас мира.

Во-вторых, *случайное событие* мы можем трактовать как абстрактное понятие математической теории.

Например, если $E(\alpha) = \{0; 1\}$, то

II.1.1. События: массовое, случайное

Одно из основных понятий ТВ — *случайное событие*.

Во избежание недоразумений будем в дальнейшем различать два разных значения этого словосочетания.

Во-первых, под *случайным событием* можно понимать событие, происходящее в реальном мире, которое можно наблюдать, которое происходят с реальными объектами окружающего нас мира.

Во-вторых, *случайное событие* мы можем трактовать как абстрактное понятие математической теории.

Например, если $E(\alpha) = \{0; 1\}$, то при $\alpha(\omega) = 0$ будем считать, что событие ω не наступило;

II.1.1. События: массовое, случайное

Одно из основных понятий ТВ — *случайное событие*.

Во избежание недоразумений будем в дальнейшем различать два разных значения этого словосочетания.

Во-первых, под *случайным событием* можно понимать событие, происходящее в реальном мире, которое можно наблюдать, которое происходят с реальными объектами окружающего нас мира.

Во-вторых, *случайное событие* мы можем трактовать как абстрактное понятие математической теории.

Например, если $E(\alpha) = \{0; 1\}$, то при $\alpha(\omega) = 0$ будем считать, что событие ω не наступило; при $\alpha(\omega) = 1$ — что событие ω наступило.

II.1.1. События: массовое, случайное

Пусть некоторый реальный объект многократно помещается в совершенно идентичные условия и подвергается некоторому воздействию, после чего фиксируется результат – один из вариантов конечного состояния объекта. Важно, что какой из вариантов конечного состояния получится в результате воздействия, мы достоверно предсказать не можем.

II.1.1. События: массовое, случайное

Пусть некоторый реальный объект многократно помещается в совершенно идентичные условия и подвергается некоторому воздействию, после чего фиксируется результат – один из вариантов конечного состояния объекта. Важно, что какой из вариантов конечного состояния получится в результате воздействия, мы достоверно предсказать не можем.

Назовем это *экспериментом со случайным исходом*.

II.1.1. События: массовое, случайное

Пусть некоторый реальный объект многократно помещается в совершенно идентичные условия и подвергается некоторому воздействию, после чего фиксируется результат – один из вариантов конечного состояния объекта. Важно, что какой из вариантов конечного состояния получится в результате воздействия, мы достоверно предсказать не можем.

Назовем это *экспериментом со случайным исходом*.

Эксперимент может проводить сам наблюдатель, выбрасывая, например, игральный кубик.

II.1.1. События: массовое, случайное

Пусть некоторый реальный объект многократно помещается в совершенно идентичные условия и подвергается некоторому воздействию, после чего фиксируется результат – один из вариантов конечного состояния объекта. Важно, что какой из вариантов конечного состояния получится в результате воздействия, мы достоверно предсказать не можем.

Назовем это *экспериментом со случайным исходом*.

Эксперимент может проводить сам наблюдатель, выбрасывая, например, игральный кубик.

Может быть и гораздо более сложный механизм организации эксперимента, такой как «Спортлото» или другая лотерея.

II.1.1. События: массовое, случайное

Пусть некоторый реальный объект многократно помещается в совершенно идентичные условия и подвергается некоторому воздействию, после чего фиксируется результат – один из вариантов конечного состояния объекта. Важно, что какой из вариантов конечного состояния получится в результате воздействия, мы достоверно предсказать не можем.

Назовем это *экспериментом со случайным исходом*.

Эксперимент может проводить сам наблюдатель, выбрасывая, например, игральный кубик.

Может быть и гораздо более сложный механизм организации эксперимента, такой как «Спортлото» или другая лотерея.

Наконец, это может быть и некий естественный процесс, происходящий безо всякого вмешательства человека.

II.1.1. События: массовое, случайное

Пусть некоторый реальный объект многократно помещается в совершенно идентичные условия и подвергается некоторому воздействию, после чего фиксируется результат – один из вариантов конечного состояния объекта. Важно, что какой из вариантов конечного состояния получится в результате воздействия, мы достоверно предсказать не можем.

Назовем это *экспериментом со случайным исходом*.

Отметим сразу элемент идеализации, имеющий место уже на начальном этапе изучения реального случайного явления.

II.1.1. События: массовое, случайное

Пусть некоторый реальный объект многократно помещается в совершенно идентичные условия и подвергается некоторому воздействию, после чего фиксируется результат – один из вариантов конечного состояния объекта. Важно, что какой из вариантов конечного состояния получится в результате воздействия, мы достоверно предсказать не можем.

Назовем это *экспериментом со случайным исходом*.

Отметим сразу элемент идеализации, имеющий место уже на начальном этапе изучения реального случайного явления.

Мы не пытаемся отслеживать временную эволюцию объекта, т.е. изменение его состояния со временем, считаем, что это изменение происходит мгновенно.

II.1.1. События: массовое, случайное

Пусть некоторый реальный объект многократно помещается в совершенно идентичные условия и подвергается некоторому воздействию, после чего фиксируется результат – один из вариантов конечного состояния объекта. Важно, что какой из вариантов конечного состояния получится в результате воздействия, мы достоверно предсказать не можем.

Назовем это *экспериментом со случайным исходом*.

Отметим сразу элемент идеализации, имеющий место уже на начальном этапе изучения реального случайного явления.

Мы не пытаемся отслеживать временную эволюцию объекта, т.е. изменение его состояния со временем, считаем, что это изменение происходит мгновенно.

Время выделяет лишь два этапа эксперимента:

II.1.1. События: массовое, случайное

Пусть некоторый реальный объект многократно помещается в совершенно идентичные условия и подвергается некоторому воздействию, после чего фиксируется результат – один из вариантов конечного состояния объекта. Важно, что какой из вариантов конечного состояния получится в результате воздействия, мы достоверно предсказать не можем.

Назовем это *экспериментом со случайным исходом*.

Отметим сразу элемент идеализации, имеющий место уже на начальном этапе изучения реального случайного явления.

Мы не пытаемся отслеживать временную эволюцию объекта, т.е. изменение его состояния со временем, считаем, что это изменение происходит мгновенно.

Время выделяет лишь два этапа эксперимента:
начальное состояние и

II.1.1. События: массовое, случайное

Пусть некоторый реальный объект многократно помещается в совершенно идентичные условия и подвергается некоторому воздействию, после чего фиксируется результат – один из вариантов конечного состояния объекта. Важно, что какой из вариантов конечного состояния получится в результате воздействия, мы достоверно предсказать не можем.

Назовем это *экспериментом со случайным исходом*.

Отметим сразу элемент идеализации, имеющий место уже на начальном этапе изучения реального случайного явления.

Мы не пытаемся отслеживать временную эволюцию объекта, т.е. изменение его состояния со временем, считаем, что это изменение происходит мгновенно.

Время выделяет лишь два этапа эксперимента: начальное состояние и результат эксперимента.

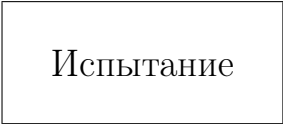
II.1.1. События: массовое, случайное

Эксперимент мы понимаем как *испытание*, включающее в себя:

- 1) исходное состояние объекта и воздействие;
- б) результат, называемый *исходом*.

II.1.1. События: массовое, случайное

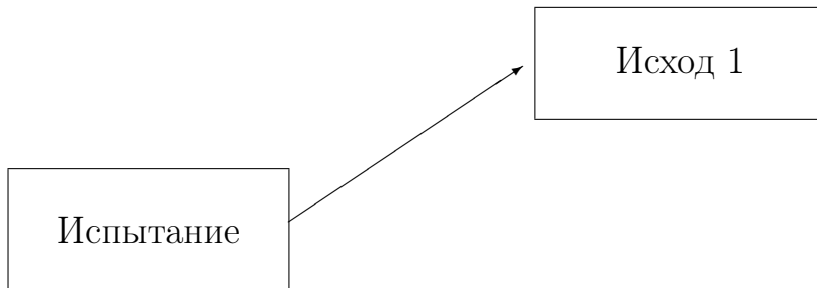
Эксперимент мы понимаем как *испытание*, включающее в себя:
1) исходное состояние объекта и воздействие; б) результат, называемый *исходом*.



Испытание

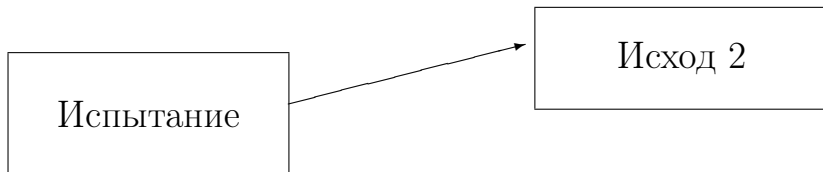
II.1.1. События: массовое, случайное

Эксперимент мы понимаем как *испытание*, включающее в себя:
1) исходное состояние объекта и воздействие; б) результат, называемый *исходом*.



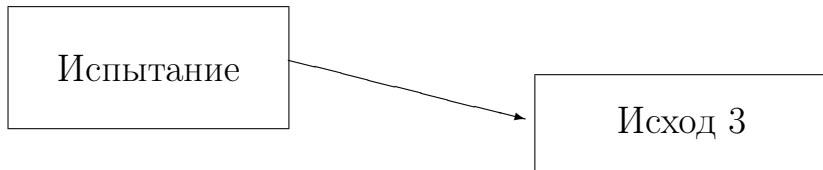
II.1.1. События: массовое, случайное

Эксперимент мы понимаем как *испытание*, включающее в себя:
1) исходное состояние объекта и воздействие; б) результат, называемый *исходом*.



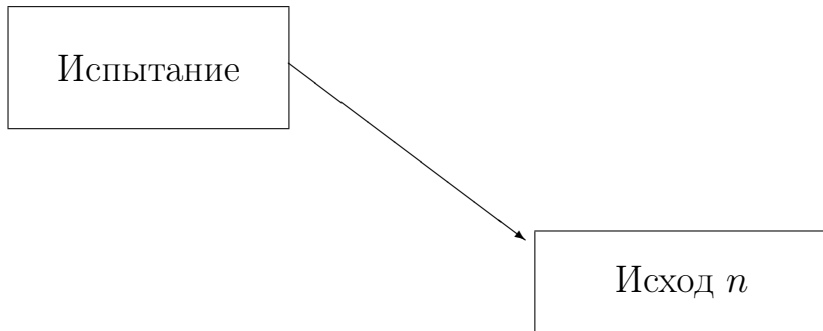
II.1.1. События: массовое, случайное

Эксперимент мы понимаем как *испытание*, включающее в себя:
1) исходное состояние объекта и воздействие; б) результат, называемый *исходом*.



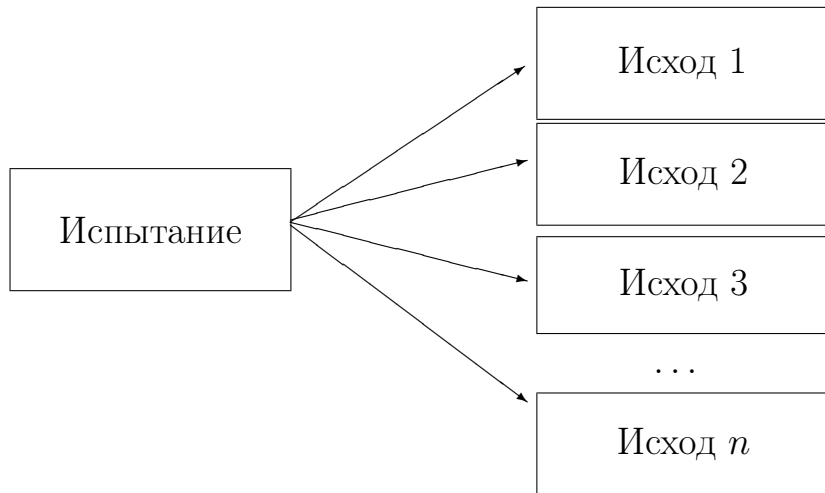
II.1.1. События: массовое, случайное

Эксперимент мы понимаем как *испытание*, включающее в себя:
1) исходное состояние объекта и воздействие; б) результат, называемый *исходом*.



II.1.1. События: массовое, случайное

Эксперимент мы понимаем как *испытание*, включающее в себя:
1) исходное состояние объекта и воздействие; б) результат, называемый *исходом*.



II.1.1. События: массовое, случайное

Возможность *многократного*, хотя бы в принципе, повторения условий нашего эксперимента очень существенна. Такое реальное событие называют **массовым**.

II.1.1. События: массовое, случайное

Возможность *многократного*, хотя бы в принципе, повторения условий нашего эксперимента очень существенна. Такое реальное событие называют **массовым**.

Наконец, события, которые могут произойти, а могут и не произойти, называют **случайными**.

II.1.1. События: массовое, случайное

Возможность *многократного*, хотя бы в принципе, повторения условий нашего эксперимента очень существенна. Такое реальное событие называют **массовым**.

Наконец, события, которые могут произойти, а могут и не произойти, называют **случайными**.

Случайным является результат выбрасывания монетки, игрального кубика, розыгрыша лотереи.

II.1.1. События: массовое, случайное

Возможность *многократного*, хотя бы в принципе, повторения условий нашего эксперимента очень существенна. Такое реальное событие называют **массовым**.

Наконец, события, которые могут произойти, а могут и не произойти, называют **случайными**.

Случайным является результат выбрасывания монетки, игрального кубика, розыгрыша лотереи.

Хотя результат футбольного матча также нельзя предсказать заранее, но для конкретных команд данное событие никак нельзя считать массовым и применять к нему все последующие результаты нельзя.

II.1.1. События: массовое, случайное

Возможность *многократного*, хотя бы в принципе, повторения условий нашего эксперимента очень существенна. Такое реальное событие называют **массовым**.

Наконец, события, которые могут произойти, а могут и не произойти, называют **случайными**.

Если не произойдет ожидаемое случайное событие, то результатом нашего эксперимента будет какое-то другое событие, которое также надо считать случайным. Мы же не ожидали, что оно произойдет! Итак, с таким экспериментом связано более одного события.

II.1.2. События: достоверное, невозможное

Возможность *многократного*, хотя бы в принципе, повторения условий нашего эксперимента очень существенна. Такое реальное событие называют **массовым**.

Наконец, события, которые могут произойти, а могут и не произойти, называют **случайными**.

Если в результате проведения эксперимента обязательно происходит некоторое событие, то его называют **достоверным**, неслучайным, детерминированным.

II.1.2. События: достоверное, невозможное

Возможность *многократного*, хотя бы в принципе, повторения условий нашего эксперимента очень существенна. Такое реальное событие называют **массовым**.

Наконец, события, которые могут произойти, а могут и не произойти, называют **случайными**.

Если в результате проведения эксперимента обязательно происходит некоторое событие, то его называют **достоверным**, неслучайным, детерминированным.

Так, будучи подброшенным со скоростью, меньшей 8 м/с, кирпич обязательно упадет обратно на землю.

II.1.2. События: достоверное, невозможное

Возможность *многократного*, хотя бы в принципе, повторения условий нашего эксперимента очень существенна. Такое реальное событие называют **массовым**.

Наконец, события, которые могут произойти, а могут и не произойти, называют **случайными**.

Если в результате проведения эксперимента обязательно происходит некоторое событие, то его называют **достоверным**, неслучайным, детерминированным.

Если же событие не произойдет ни разу, то его называют **невозможным**.

II.1.2. События: достоверное, невозможное

Возможность *многократного*, хотя бы в принципе, повторения условий нашего эксперимента очень существенна. Такое реальное событие называют **массовым**.

Наконец, события, которые могут произойти, а могут и не произойти, называют **случайными**.

Если в результате проведения эксперимента обязательно происходит некоторое событие, то его называют **достоверным**, неслучайным, детерминированным.

Если же событие не произойдет ни разу, то его называют **невозможным**.

Например, кирпич не останется висеть в воздухе без опоры.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Предполагаем, что можно заранее перечислить, описать все возможные результаты опыта или *исходы*.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Предполагаем, что можно заранее перечислить, описать все возможные результаты опыта или *исходы*.

Что именно подразумевать под *исходом* из описания нашего эксперимента не следует и должно быть специально оговорено, чтобы избежать недоразумений.

Особенно надо помнить об этом при решении задач.

Рассмотрим пример?

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Предполагаем, что можно заранее перечислить, описать все возможные результаты опыта или *исходы*.

Вместо «исход» часто говорят *элементарное событие*, имея в виду, что детальная фиксация результата эксперимента не производится.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Предполагаем, что можно заранее перечислить, описать все возможные результаты опыта или *исходы*.

Вместо «исход» часто говорят *элементарное событие*, имея в виду, что детальная фиксация результата эксперимента не производится.

В результате эксперимента произойти может только одно событие из «списка исходов» (говорят, что такие события несовместны).

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Предполагаем, что можно заранее перечислить, описать все возможные результаты опыта или *исходы*.

Вместо «исход» часто говорят *элементарное событие*, имея в виду, что детальная фиксация результата эксперимента не производится.

В результате эксперимента произойти может только одно событие из «списка исходов» (говорят, что такие события несовместны).

Монетка может упасть гербом, Г, или цифрой, Ц, вверх. Имеем два исхода.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Предполагаем, что можно заранее перечислить, описать все возможные результаты опыта или *исходы*.

Вместо «исход» часто говорят *элементарное событие*, имея в виду, что детальная фиксация результата эксперимента не производится.

В результате эксперимента произойти может только одно событие из «списка исходов» (говорят, что такие события несовместны).

Игральный кубик может выпасть любой из своих шести граней вверх, значит имеем шесть исходов.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Предполагаем, что можно заранее перечислить, описать все возможные результаты опыта или *исходы*.

Вместо «исход» часто говорят *элементарное событие*, имея в виду, что детальная фиксация результата эксперимента не производится.

В результате эксперимента произойти может только одно событие из «списка исходов» (говорят, что такие события несовместны).

В других примерах число возможных исходов будет иным. Бывают эксперименты, в которых затруднительно ограничить количество исходов, и его удобно считать бесконечным.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Предполагаем, что можно заранее перечислить, описать все возможные результаты опыта или *исходы*.

Вместо «исход» часто говорят *элементарное событие*, имея в виду, что детальная фиксация результата эксперимента не производится.

В результате эксперимента произойти может только одно событие из «списка исходов» (говорят, что такие события несовместны).

В других примерах число возможных исходов будет иным. Бывают эксперименты, в которых затруднительно ограничить количество исходов, и его удобно считать бесконечным.

Скажем, если монетка выбрасывается до первого появления герба, то число исходов можно считать бесконечным.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Предполагаем, что можно заранее перечислить, описать все возможные результаты опыта или *исходы*.

Вместо «исход» часто говорят *элементарное событие*, имея в виду, что детальная фиксация результата эксперимента не производится.

В результате эксперимента произойти может только одно событие из «списка исходов» (говорят, что такие события несовместны).

Рассмотрим пример?

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Итак, наличие более одного возможного исхода — вот в чем заключается «случайность» реального явления. Множество возможных исходов полностью содержит всю «индивидуальность» случайного явления и может рассматриваться как основа для его изучения.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Итак, наличие более одного возможного исхода — вот в чем заключается «случайность» реального явления. Множество возможных исходов полностью содержит всю «индивидуальность» случайного явления и может рассматриваться как основа для его изучения.

Результатом испытания будет наступление одного и только одного из исходов. Никаких разумных ограничений на свойства этого множества предложить нельзя, оно может быть совершенно произвольным.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Итак, наличие более одного возможного исхода — вот в чем заключается «случайность» реального явления. Множество возможных исходов полностью содержит всю «индивидуальность» случайного явления и может рассматриваться как основа для его изучения.

Результатом испытания будет наступление одного и только одного из исходов. Никаких разумных ограничений на свойства этого множества предложить нельзя, оно может быть совершенно произвольным.

Конкретная природа составляющих его элементов для математики несущественна, они первичны и элементарны, подобно точкам в геометрии. Приведем теперь формальные определения.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Произвольное множество Ω назовем **пространством элементарных событий**, ПЭС.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Произвольное множество Ω назовем **пространством элементарных событий**, ПЭС.

Элементы ω этого множества будем называть *элементарными событиями* или *исходами*.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Произвольное множество Ω назовем **пространством элементарных событий**, ПЭС.

Элементы ω этого множества будем называть *элементарными событиями* или *исходами*.

Можно говорить и о случайном событии, не являющемся элементарным.

Рассмотрим пример?

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Произвольное множество Ω назовем **пространством элементарных событий**, ПЭС.

Элементы ω этого множества будем называть *элементарными событиями* или *исходами*.

Случайные события, не являющиеся элементарными, называют *сложными*, или просто событиями, без прилагательного, а математической моделью для них будет любое подмножество $A \subseteq \Omega$ элементов из Ω . Такое понимание события (ниже будет предложена **существенно другая модель**) назовем **теоретико-множественной интерпретацией**.

Рассмотрим пример?

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Поскольку Ω содержит все исходы, то его можно считать достоверным событием. Это математическая «тень», модель реального события, которое обязательно произойдет, обычно мы будем его обозначать через U или D .

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Поскольку Ω содержит все исходы, то его можно считать достоверным событием. Это математическая «тень», модель реального события, которое обязательно произойдет, обычно мы будем его обозначать через **U** или **Д**.

Невозможное событие с точки зрения математики — это событие, обозначаемое **V** или **Н**, не содержащее ни одного исхода.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Поскольку Ω содержит все исходы, то его можно считать достоверным событием. Это математическая «тень», модель реального события, которое обязательно произойдет, обычно мы будем его обозначать через **U** или **Д**.

Невозможное событие с точки зрения математики — это событие, обозначаемое **V** или **Н**, не содержащее ни одного исхода.

Таким образом, при теоретико-множественной интерпретации алгебры событий невозможное событие понимается как пустое множество.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Задачи по теории вероятностей содержат, как правило, описание некоторых житейских ситуаций. Решение этих задач начинается с моделирования, формализации этих ситуаций.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Задачи по теории вероятностей содержат, как правило, описание некоторых житейских ситуаций. Решение этих задач начинается с моделирования, формализации этих ситуаций.

Иначе говоря, необходимо выполнить построение пространства элементарных событий, ПЭС.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Задачи по теории вероятностей содержат, как правило, описание некоторых житейских ситуаций. Решение этих задач начинается с моделирования, формализации этих ситуаций.

Иначе говоря, необходимо выполнить построение пространства элементарных событий, ПЭС.

Для этого, во-первых, мы уславливаемся, что именно будем считать элементарным событием, исходом данного опыта, а во-вторых, описываем множество этих исходов.

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Задачи по теории вероятностей содержат, как правило, описание некоторых житейских ситуаций. Решение этих задач начинается с моделирования, формализации этих ситуаций.

Иначе говоря, необходимо выполнить построение пространства элементарных событий, ПЭС.

Для этого, во-первых, мы улавливаемся, что именно будем считать элементарным событием, исходом данного опыта, а во-вторых, описываем множество этих исходов.

В рассмотренных ранее примерах с монеткой и кубиком все очевидно. В других задачах построение ПЭС может быть сделано несколькими способами и заслуживает специального обсуждения.

Рассмотрим пример?

II.1.3. Математическое понимание термина «случайное событие»

Задачи по теории вероятностей содержат, как правило, описание некоторых житейских ситуаций. Решение этих задач начинается с моделирования, формализации этих ситуаций.

Иначе говоря, необходимо выполнить построение пространства элементарных событий, ПЭС.

Для этого, во-первых, мы улавливаемся, что именно будем считать элементарным событием, исходом данного опыта, а во-вторых, описываем множество этих исходов.

Отметим, что ПЭС может быть бесконечной.

Рассмотрим задачу о встрече двоих?

II.2. Операции над событиями. Алгебра событий

Термин «алгебра» подразумевает наличие алгебраических операций.

II.2.1. Равенство событий на языке теории множеств событий

В предыдущем разделе мы определили понятия *пространство элементарных событий* и сложное или просто *событие*, как подмножеств ПЭС, назвав эту конструкцию *теоретико-множественной интерпретацией* алгебры событий.

II.2.1. Равенство событий на языке теории множеств событий

Понимая события в широком смысле, естественно определить отношение равенства следующим образом.

В предыдущем разделе мы определили понятия *пространство элементарных событий* и сложное или просто *событие*, как подмножеств ПЭС, назвав эту конструкцию *теоретико-множественной интерпретацией* алгебры событий.

II.2.1. Равенство событий на языке теории множеств событий

События A_1 и A_2 называются *равными*, если осуществление события A_1 влечет за собой осуществление события A_2 и, наоборот, осуществление A_1 влечет A_2 .

В предыдущем разделе мы определили понятия *пространство элементарных событий* и сложное или просто *событие*, как подмножеств ПЭС, назвав эту конструкцию *теоретико-множественной интерпретацией* алгебры событий.

II.2.1. Равенство событий на языке теории множеств событий

События A_1 и A_2 называются *равными*, если осуществление события A_1 влечет за собой осуществление события A_2 и, наоборот, осуществление A_1 влечет A_2 .

Для абстрактных событий это просто означает, что они состоят из одних и тех же исходов, то есть при теоретико-множественной интерпретации равенство событий — это равенство множеств:

$$A = B \quad \Leftrightarrow \quad (\quad \quad \quad) \quad \Leftrightarrow$$

II.2.1. Равенство событий на языке теории множеств событий

События A_1 и A_2 называются *равными*, если осуществление события A_1 влечет за собой осуществление события A_2 и, наоборот, осуществление A_2 влечет A_1 .

Для абстрактных событий это просто означает, что они состоят из одних и тех же исходов, то есть при теоретико-множественной интерпретации равенство событий — это равенство множеств:

$$A = B \quad \Leftrightarrow \quad (\quad \Leftrightarrow \quad) \quad \Leftrightarrow$$

II.2.1. Равенство событий на языке теории множеств событий

События A_1 и A_2 называются *равными*, если осуществление события A_1 влечет за собой осуществление события A_2 и, наоборот, осуществление A_1 влечет A_2 .

Для абстрактных событий это просто означает, что они состоят из одних и тех же исходов, то есть при теоретико-множественной интерпретации равенство событий — это равенство множеств:

$$A = B \quad \Leftrightarrow \quad (\omega \in A^\circ \Leftrightarrow \quad) \quad \Leftrightarrow$$

II.2.1. Равенство событий на языке теории множеств событий

События A_1 и A_2 называются *равными*, если осуществление события A_1 влечет за собой осуществление события A_2 и, наоборот, осуществление A_1 влечет A_2 .

Для абстрактных событий это просто означает, что они состоят из одних и тех же исходов, то есть при теоретико-множественной интерпретации равенство событий — это равенство множеств:

$$A = B \quad \Leftrightarrow \quad (\omega \in A^\circ \quad \Leftrightarrow \quad \omega \in B^\circ) \quad \Leftrightarrow$$

II.2.1. Равенство событий на языке теории множеств событий

События A_1 и A_2 называются *равными*, если осуществление события A_1 влечет за собой осуществление события A_2 и, наоборот, осуществление A_1 влечет A_2 .

Для абстрактных событий это просто означает, что они состоят из одних и тех же исходов, то есть при теоретико-множественной интерпретации равенство событий — это равенство множеств:

$$A = B \quad \Leftrightarrow \quad (\omega \in A^\circ \Leftrightarrow \omega \in B^\circ) \quad \Leftrightarrow \quad A^\circ = B^\circ.$$

II.2.2. Равенство событий на языке теории множеств событий

Обычно определение событий и соответствующих операций и отношений дается на одном из двух математических языков. Выше мы привели определение, использующее теоретико-множественные отношения равенства и принадлежности.

II.2.2. Равенство событий на языке теории множеств событий

Обычно определение событий и соответствующих операций и отношений дается на одном из двух математических языков. Выше мы привели определение, использующее теоретико-множественные отношения равенства и принадлежности.

Другой язык (мы его будем называть **специализированным языком алгебры событий**) использует более интуитивный, но удобный при решении практических задач термин «наступление» события.

II.2.2. Равенство событий на языке теории множеств событий

Для того, чтобы определить любое событие достаточно определить *критерий* того, что данное событие *произошло или наступило*.

II.2.2. Равенство событий на языке теории множеств событий

Для того, чтобы определить любое событие достаточно определить *критерий* того, что данное событие *произошло или наступило*.

Поэтому определение события часто имеет форму «событие . . ., которое произошло тогда и только тогда, когда выполнены такие-то условия».

II.2.2. Равенство событий на языке теории множеств событий

Для того, чтобы определить любое событие достаточно определить *критерий* того, что данное событие *произошло или наступило*.

Поэтому определение события часто имеет форму «событие . . . , которое произошло тогда и только тогда, когда выполнены такие-то условия».

Перевод с языка теории множеств на специализированный язык алгебры событий осуществляется с помощью правила: если A° — событие в смысле $A^\circ \subseteq \Omega$, то событие A произошло тогда и только тогда, когда наблюдаемый элементарный исход ω принадлежит A° . Обратный перевод **рассматривается ниже**.

II.2.2. Равенство событий на языке теории множеств событий

Для того, чтобы определить любое событие достаточно определить *критерий* того, что данное событие *произошло или наступило*.

Поэтому определение события часто имеет форму «событие . . . , которое произошло тогда и только тогда, когда выполнены такие-то условия».

Перевод с языка теории множеств на специализированный язык алгебры событий осуществляется с помощью правила: если A° — событие в смысле $A^\circ \subseteq \Omega$, то событие A произошло тогда и только тогда, когда наблюдаемый элементарный исход ω принадлежит A° . Обратный перевод **рассматривается ниже**.

Приведем обе системы определений.

II.2.3. Операции алгебры событий на языке теории множеств

Определение 1. Суммой событий A и B называется событие $A + B$, где $\omega \in (A + B)^\circ$ тогда и только тогда, когда верно хотя бы одно из утверждений $\omega \in A^\circ$ или $\omega \in B^\circ$.

II.2.3. Операции алгебры событий на языке теории множеств

Определение 1. Суммой событий A и B называется событие $A + B$, где $\omega \in (A + B)^\circ$ тогда и только тогда, когда верно хотя бы одно из утверждений $\omega \in A^\circ$ или $\omega \in B^\circ$.

В стандартных обозначениях теории множеств имеем $(A + B)^\circ = A^\circ \cup B^\circ$.

II.2.3. Операции алгебры событий на языке теории множеств

Определение 1. Суммой событий A и B называется событие $A + B$, где $\omega \in (A + B)^\circ$ тогда и только тогда, когда верно хотя бы одно из утверждений $\omega \in A^\circ$ или $\omega \in B^\circ$. $(A + B)^\circ = A^\circ \cup B^\circ$

Определение 2. Произведением события A на событие B называется событие $C = AB = A \cdot B = A * B$, где $\omega \in C^\circ$ тогда и только тогда, когда верно и $\omega \in A^\circ$, и $\omega \in B^\circ$. В стандартных обозначениях теории множеств имеем $(AB)^\circ = A^\circ \cap B^\circ$.

II.2.3. Операции алгебры событий на языке теории множеств

Определение 1. Суммой событий A и B называется событие $A + B$, где $\omega \in (A + B)^\circ$ тогда и только тогда, когда верно хотя бы одно из утверждений $\omega \in A^\circ$ или $\omega \in B^\circ$. $(A + B)^\circ = A^\circ \cup B^\circ$

Определение 2. Произведением события A на событие B называется событие $C = AB = A \cdot B = A * B$, где $\omega \in C^\circ$ тогда и только тогда, когда верно и $\omega \in A^\circ$, и $\omega \in B^\circ$. В стандартных обозначениях теории множеств имеем $(AB)^\circ = A^\circ \cap B^\circ$.

Определение 3. Событием, противоположным к событию A называется событие $\overline{A}$, состоящее из всех таких исходов $\omega \in \Omega$, что $\omega \notin A^\circ$ (так называемое дополнение множества A° до множества Ω всех элементарных исходов).

II.2.4. Операции алгебры событий на специализированном языке

Определение 4. Суммой событий A и B называется событие $A + B$, которое наступает тогда и только тогда, когда наступает хотя бы одно из событий A и B .

Как мы уже отмечали, определяя критерий наступления события, мы полностью определяем тем самым это событие.

II.2.4. Операции алгебры событий на специализированном языке

Определение 4. Суммой событий A и B называется событие $A + B$, которое наступает тогда и только тогда, когда наступает хотя бы одно из событий A и B .

Можно сказать иначе: суммой событий A и B называется событие $A + B$, заключающееся в том, что произошло хотя бы одно из событий A или B .

II.2.4. Операции алгебры событий на специализированном языке

Определение 4. $A + B = C$ тогда и только тогда, когда

$$C \text{ наступило} \Leftrightarrow \begin{cases} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило.} \end{cases}$$

II.2.4. Операции алгебры событий на специализированном языке

Определение 4. $A + B = C$ тогда и только тогда, когда C наступило $\Leftrightarrow \begin{cases} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило.} \end{cases}$

Определение 5. Произведением события A на событие B называется событие $AB = A * B$, наступающее тогда и только тогда, когда наступает и событие A , и событие B .

II.2.4. Операции алгебры событий на специализированном языке

Определение 4. $A + B = C$ тогда и только тогда, когда C наступило $\Leftrightarrow \begin{cases} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило.} \end{cases}$

Определение 5. Произведением события A на событие B называется событие $AB = A * B$, наступающее тогда и только тогда, когда наступает и событие A , и событие B .

Можно сказать иначе: $A * B$ — событие, заключающееся в том, что произошло и событие A , и событие B .

II.2.4. Операции алгебры событий на специализированном языке

Определение 4. $A + B = C$ тогда и только тогда, когда
 C наступило $\Leftrightarrow \begin{cases} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило.} \end{cases}$

Определение 5. $A * B = C$ тогда и только тогда, когда
 C наступило $\Leftrightarrow \begin{cases} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило.} \end{cases}$

Определение 6. Событием, противоположным к событию A называется событие $\bar{A}$, наступающее тогда и только тогда, когда событие A не наступает.

II.2.4. Операции алгебры событий на специализированном языке

Множество событий $\mathbf{A}$ называют *алгеброй событий*, если выполняются три условия: а) $\Omega \subset \mathbf{A}$; б) если $A \in \mathbf{A}$, то $\overline{A} \in \mathbf{A}$; в) если $A, B \in \mathbf{A}$, то и $A+B \in \mathbf{A}$. Эта более сложная конструкция, чем ПЭС понадобится в дальнейшем для строгого определения вероятности.

Рассмотрим пример?

II.2.5. Несовместные и попарно несовместные события

Определение 7. События A и B называются **несовместными**, если $AB = \mathbf{H}$, то есть произведение событий A и B есть невозможное событие. События $A, B, \dots$ (список может быть бесконечным) называются **попарно несовместными**, если любые два различных события из этого списка несовместны.

II.2.6. Алгебра событий как булева алгебра

Алгебра событий является **булевой алгеброй**.

Рассмотрим пример?

II.3. Переход от специализированного языка к языку теории множеств

Выше мы сформулировали правило для перевода утверждений с языка алгебры подмножеств на специализированный язык алгебры событий: если A° — событие в смысле $A^\circ \subseteq \Omega$, то событие A произошло тогда и только тогда, когда наблюдаемый элементарный исход ω принадлежит A° .

II.3. Переход от специализированного языка к языку теории множеств

Для осуществления обратного перевода достаточно определить множество элементарных исходов. Итак, пусть мы имеем некоторую конкретную алгебру событий, определенную с помощью специализированного языка.

II.3. Переход от специализированного языка к языку теории множеств

Определение 8. Пусть оговорены условия эксперимента. Назовем множество событий M **множеством элементарных исходов**, если выполняются следующие утверждения:

- e1** M — полная система событий, то есть их сумма — достоверное событие;
- e2** события из M попарно несовместны;
- e3** любое событие из рассматриваемых в рамках данного эксперимента, представимо в виде суммы элементарных исходов, то есть событий из M (см. пример ??).

II.3. Переход от специализированного языка к языку теории множеств

Теорема 1. *Каждое событие разлагается в сумму элементарных исходов однозначно с точностью до порядка следования слагаемых и до дублирования слагаемых.*

Докажите самостоятельно.

II.3. Переход от специализированного языка к языку теории множеств

Теорема 1. *Каждое событие разлагается в сумму элементарных исходов однозначно с точностью до порядка следования слагаемых и до дублирования слагаемых.*

Из этой теоремы следует, что каждому событию A соответствует однозначно определенное множество A° тех элементарных исходов, суммой которых оно является.

II.3. Переход от специализированного языка к языку теории множеств

Теорема 1. *Каждое событие разлагается в сумму элементарных исходов однозначно с точностью до порядка следования слагаемых и до дублирования слагаемых.*

Из этой теоремы следует, что каждому событию A соответствует однозначно определенное множество A° тех элементарных исходов, суммой которых оно является.

Поэтому вместо события A можно рассматривать множество A° .

II.3. Переход от специализированного языка к языку теории множеств

Теорема 1. *Каждое событие разлагается в сумму элементарных исходов однозначно с точностью до порядка следования слагаемых и до дублирования слагаемых.*

Из этой теоремы следует, что каждому событию A соответствует однозначно определенное множество A° тех элементарных исходов, суммой которых оно является.

Поэтому вместо события A можно рассматривать множество A° .

Как нетрудно увидеть, при этом сумме событий A и B соответствует объединение множеств A° и B° , произведению событий A и B — пересечение множеств A° и B° , обратному событию $\bar{A}$ — дополнение $\overline{A^\circ}$.

Рассмотрим пример?

III. Элементы комбинаторики

III.1. Основная модель

Важнейшей характеристикой конечного множества является

III.1. Основная модель

Важнейшей характеристикой конечного множества является *число его элементов*.

III.1. Основная модель

Важнейшей характеристикой конечного множества является *число его элементов*.

Забегая немножко вперед, заметим, что для решения многих задач по теории вероятностей требуется знать количество элементов во множествах, соответствующих тем или иным событиям.

III.1. Основная модель

Важнейшей характеристикой конечного множества является *число его элементов*.

Забегая немножко вперед, заметим, что для решения многих задач по теории вероятностей требуется знать количество элементов во множествах, соответствующих тем или иным событиям.

Если мы отождествляем событие со **множеством элементарных исходов**, то комментируемую фразу можно записать так «требуется знать количество элементов в тех или иных событиях». Иными словами, нас интересует *количество* всех тех элементарных исходов, при наступлении которых наступает данное событие.

III.1. Основная модель

Важнейшей характеристикой конечного множества является *число его элементов*.

Область математики, изучающая вопросы о том, сколько различных *комбинаций*, подчиняющихся определенным условиям можно составить из элементов конечного множества, называется **комбинаторикой**.

Рассмотрим пример?

III.1. Основная модель

В соответствии с ситуациями, рассмотренными в **данном примере**, мы рассмотрим три разных случая, приводящих к трем классическим конструкциям:

числу перестановок,

числу размещений;

числу сочетаний.

Особую ценность представляет собой методика, появляющаяся при выводе формул для вычисления **величины, рассмотренных в примере**. Эту методику ниже, в рамках этой и последующих глав, мы применим к ряду других задач.

III.1. Основная модель

В соответствии с ситуациями, рассмотренными в **данном примере**, мы рассмотрим три разных случая, приводящих к трем классическим конструкциям:

числу перестановок,

числу размещений;

числу сочетаний.

Понятно, что на самом деле **«лунки» и «шарики»** — это некоторая условность, при решении задач по теории вероятностей мы будем их заменять на другие объекты.

III.1. Основная модель

В соответствии с ситуациями, рассмотренными в **данном примере**, мы рассмотрим три разных случая, приводящих к трем классическим конструкциям:

числу перестановок,

числу размещений;

числу сочетаний.

Понятно, что на самом деле **«лунки» и «шарики»** — это некоторая условность, при решении задач по теории вероятностей мы будем их заменять на другие объекты.

Например, мы можем поменять местами роли лунок и шариков.

III.2. Число перестановок

Мы будем ориентироваться на модель в виде «шариков и лунок».

III.2.1. Постановка задачи о числе перестановок

Пусть количество шариков и количество лунок совпадает и равно n . Сколько существует различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации?

III.2.1. Постановка задачи о числе перестановок

Пусть количество шариков и количество лунок совпадает и равно n . Сколько существует различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации?

Искомое число называется **числом перестановок**, и обозначается через P_n .

Такое название обусловлено тем обстоятельством, что в качестве основной модели рассматривается ситуация, когда шарик находится в ячейке с тем же номером (то есть шарик с номером k находится в ячейке с номером k), и P_n — это число различных перестановок шариков по ячейкам.

III.2.1. Постановка задачи о числе перестановок

Пусть количество шариков и количество лунок совпадает и равно n . Сколько существует различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации?

Искомое число называется **числом перестановок**, и обозначается через P_n . Здесь перестановка — это преобразование типа

номер лунки	1 2 3
первоначальный номер шарика	1 2 3
номер шарика после перестановки	3 1 2

III.2.1. Постановка задачи о числе перестановок

Пусть количество шариков и количество лунок совпадает и равно n . Сколько существует различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации?

Искомое число называется **числом перестановок**, и обозначается через P_n . Здесь перестановка — это преобразование типа

номер лунки	1 2 3
первоначальный номер шарика	1 2 3
номер шарика после перестановки	3 1 2

В соответствии с «принципом равноправия лунок и шариков» эту перестановку можно было представить и в виде таблицы

номер шарика	1 2 3
номер лунки, в которой лежал до перестановки	1 2 3
номер лунки, в которую попал после перестановки	2 3 1

III.2.1. Постановка задачи о числе перестановок

Пусть количество шариков и количество лунок совпадает и равно n . Сколько существует различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации?

Искомое число называется **числом перестановок**, и обозначается через P_n . Здесь перестановка — это преобразование типа

номер лунки	1 2 3
первоначальный номер шарика	1 2 3
номер шарика после перестановки	3 1 2

номер шарика	1 2 3
номер лунки, в которой лежал до перестановки	1 2 3
номер лунки, в которую попал после перестановки	2 3 1

Договоримся, что в качестве основного представления мы будем использовать таблицы второго типа. Однако мы их несколько изменим, удалив вторую строку (она все равно не несет информации).

III.2.1. Постановка задачи о числе перестановок

Пусть количество шариков и количество лунок совпадает и равно n . Сколько существует различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации?

Искомое число называется **числом перестановок**, и обозначается через P_n . Здесь перестановка — это преобразование типа

номер шарика	1 2 3
номер лунки, в которую попал после перестановки	2 3 1

Рассмотрим пример вычисления P_1, P_2, P_3, P_4 ?

III.2.1. Постановка задачи о числе перестановок

Теперь рассмотрим случай произвольного натурального числа n .

III.2.2. Теорема о числе перестановок

Теорема **2**. *Число перестановок n элементов равно $P_n = n!$*

Доказательство.

III.2.2. Теорема о числе перестановок

Теорема **2**. *Число перестановок n элементов равно $P_n = n!$*

Доказательство. Будем вести индукцию по n .

III.2.2. Теорема о числе перестановок

Теорема **2**. Число перестановок n элементов равно $P_n = n!$

Доказательство. База индукции $n = 1$ доказана при решении примера.

III.2.2. Теорема о числе перестановок

Теорема 2. *Число перестановок n элементов равно $P_n = n!$*

Доказательство. *Шаг индукции.* Пусть $n > 1$ и для любого номера m такого, что $1 \leq m < n$ мы уже знаем, что $P_m = m!$ (то есть n — наименьший такой номер, для которого мы еще не доказали, что $P_n = n!$).

III.2.2. Теорема о числе перестановок

Теорема 2. *Число перестановок n элементов равно $P_n = n!$*

Доказательство. *Шаг индукции.* Пусть $n > 1$ и для любого номера m такого, что $1 \leq m < n$ мы уже знаем, что $P_m = m!$ (то есть n — наименьший такой номер, для которого мы еще не доказали, что $P_n = n!$).

Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок.

III.2.2. Теорема о числе перестановок

Теорема 2. *Число перестановок n элементов равно $P_n = n!$*

Доказательство. *Шаг индукции.* Пусть $n > 1$ и для любого номера m такого, что $1 \leq m < n$ мы уже знаем, что $P_m = m!$ (то есть n — наименьший такой номер, для которого мы еще не доказали, что $P_n = n!$).

Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок. Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $n - 1$ шарик в $n - 1$ лунке.

III.2.2. Теорема о числе перестановок

Теорема 2. *Число перестановок n элементов равно $P_n = n!$*

Доказательство. *Шаг индукции.* Пусть $n > 1$ и для любого номера m такого, что $1 \leq m < n$ мы уже знаем, что $P_m = m!$ (то есть n — наименьший такой номер, для которого мы еще не доказали, что $P_n = n!$).

Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок. Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $n - 1$ шарик в $n - 1$ лунке.

Таких способов P_{n-1} .

III.2.2. Теорема о числе перестановок

Теорема 2. *Число перестановок n элементов равно $P_n = n!$*

Доказательство. *Шаг индукции.* Пусть $n > 1$ и для любого номера m такого, что $1 \leq m < n$ мы уже знаем, что $P_m = m!$ (то есть n — наименьший такой номер, для которого мы еще не доказали, что $P_n = n!$).

Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок. Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $n - 1$ шарик в $n - 1$ лунке.

Таких способов P_{n-1} .

Согласно выбору n имеем $P_{n-1} = (n - 1)!$ Следовательно

III.2.2. Теорема о числе перестановок

Теорема 2. Число перестановок n элементов равно $P_n = n!$

Доказательство. Шаг индукции. Пусть $n > 1$ и для любого номера m такого, что $1 \leq m < n$ мы уже знаем, что $P_m = m!$ (то есть n — наименьший такой номер, для которого мы еще не доказали, что $P_n = n!$).

Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок. Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $n - 1$ шарик в $n - 1$ лунке.

Таких способов P_{n-1} .

Согласно выбору n имеем $P_{n-1} = (n - 1)!$ Следовательно

$$P_n =$$

III.2.2. Теорема о числе перестановок

Теорема 2. Число перестановок n элементов равно $P_n = n!$

Доказательство. Шаг индукции. Пусть $n > 1$ и для любого номера m такого, что $1 \leq m < n$ мы уже знаем, что $P_m = m!$ (то есть n — наименьший такой номер, для которого мы еще не доказали, что $P_n = n!$).

Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок. Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $n - 1$ шарик в $n - 1$ лунке.

Таких способов P_{n-1} .

Согласно выбору n имеем $P_{n-1} = (n - 1)!$ Следовательно

$$P_n = \underbrace{(n - 1)! + (n - 1)! + \dots + (n - 1)!}_{n \text{ слагаемых}} =$$

III.2.2. Теорема о числе перестановок

Теорема 2. Число перестановок n элементов равно $P_n = n!$

Доказательство. Шаг индукции. Пусть $n > 1$ и для любого номера m такого, что $1 \leq m < n$ мы уже знаем, что $P_m = m!$ (то есть n — наименьший такой номер, для которого мы еще не доказали, что $P_n = n!$).

Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок. Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $n - 1$ шарик в $n - 1$ лунке.

Таких способов P_{n-1} .

Согласно выбору n имеем $P_{n-1} = (n - 1)!$ Следовательно

$$P_n = \underbrace{(n - 1)! + (n - 1)! + \dots + (n - 1)!}_{n \text{ слагаемых}} = (n - 1)! \cdot n =$$

III.2.2. Теорема о числе перестановок

Теорема 2. Число перестановок n элементов равно $P_n = n!$

Доказательство. Шаг индукции. Пусть $n > 1$ и для любого номера m такого, что $1 \leq m < n$ мы уже знаем, что $P_m = m!$ (то есть n — наименьший такой номер, для которого мы еще не доказали, что $P_n = n!$).

Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок. Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $n - 1$ шарик в $n - 1$ лунке.

Таких способов P_{n-1} .

Согласно выбору n имеем $P_{n-1} = (n - 1)!$ Следовательно

$$P_n = \underbrace{(n - 1)! + (n - 1)! + \dots + (n - 1)!}_{n \text{ слагаемых}} = (n - 1)! \cdot n = n!$$

III.2.2. Теорема о числе перестановок

Теорема 2. Число перестановок n элементов равно $P_n = n!$

Доказательство. Шаг индукции. Пусть $n > 1$ и для любого номера m такого, что $1 \leq m < n$ мы уже знаем, что $P_m = m!$ (то есть n — наименьший такой номер, для которого мы еще не доказали, что $P_n = n!$).

Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок. Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $n - 1$ шарик в $n - 1$ лунке.

Таких способов P_{n-1} .

Согласно выбору n имеем $P_{n-1} = (n - 1)!$ Следовательно

$$P_n = \underbrace{(n - 1)! + (n - 1)! + \dots + (n - 1)!}_{n \text{ слагаемых}} = (n - 1)! \cdot n = n!$$

Согласно принципу математической индукции формула $P_n = n!$ справедлива для любого натурального числа n .

III.3. Число размещений

Вновь возьмём за основу модель «шариков и лунок».

III.3.1. Постановка задачи о числе размещений

Пусть количество шариков равно m , а количество лунок равно n . Сейчас мы будем считать, что $m \leq n$, и задача состоит в том, чтобы найти количество различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации.

III.3.1. Постановка задачи о числе размещений

Пусть количество шариков равно m , а количество лунок равно n . Сейчас мы будем считать, что $m \leq n$, и задача состоит в том, чтобы найти количество различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации.

Искомое число называется **числом размещений**, и обозначается через A_n^m .

III.3.1. Постановка задачи о числе размещений

Пусть количество шариков равно m , а количество лунок равно n . Сейчас мы будем считать, что $m \leq n$, и задача состоит в том, чтобы найти количество различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации.

Искомое число называется **числом размещений**, и обозначается через A_n^m .

При этом $n - m$ лунок останутся пустыми. В обозначении A_i^j значение верхнего индекса i не превосходит значения нижнего индекса j .

III.3.1. Постановка задачи о числе размещений

Пусть количество шариков равно m , а количество лунок равно n . Сейчас мы будем считать, что $m \leq n$, и задача состоит в том, чтобы найти количество различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации.

Искомое число называется **числом размещений**, и обозначается через A_n^m .

При этом $n - m$ лунок останутся пустыми. В обозначении A_i^j значение верхнего индекса i не превосходит значения нижнего индекса j .

В соответствии с «принципом равноправия лунок и шариков» можно было бы считать, что $m \geq n$, при этом все лунки будут заняты, и $m - n$ шариков в лунки не попадут. Это не сказывается принципиально на ходе рассуждений, и мы рассмотрим только ситуацию $m \leq n$.

III.3.1. Постановка задачи о числе размещений

Пусть количество шариков равно m , а количество лунок равно n . Сейчас мы будем считать, что $m \leq n$, и задача состоит в том, чтобы найти количество различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации.

Искомое число называется **числом размещений**, и обозначается через A_n^m .

При этом $n - m$ лунок останутся пустыми. В обозначении A_i^j значение верхнего индекса i не превосходит значения нижнего индекса j .

При $m = n$ имеем $A_n^n = P_n = n!$. Поэтому мы рассмотрим только случай $m < n$.

Рассмотрим пример?

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема **3**. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство.

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. При $n = m = 1$ утверждение очевидно.

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. *Число размещений m элементов по n ячейкам равно*

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. Будем вести индукцию по m .

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема **3**. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. База индукции $m = 1$ доказана при решении примера.

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. Пусть $n > m > 1$ и для любого номера k такого, что $1 \leq k < m$ мы уже знаем, что $A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-m+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. Пусть $n > m > 1$ и для любого номера k такого, что $1 \leq k < m$ мы уже знаем, что $A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-m+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Иными словами, m — наименьший такой номер, для которого мы еще не доказали, что $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$.

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок.

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок.

Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $m-1$ шарик в $n-1$ лунке.

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок.

Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $m-1$ шарик в $n-1$ лунке. Таких способов A_{n-1}^{m-1} .

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок.

Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $m-1$ шарик в $n-1$ лунке. Таких способов A_{n-1}^{m-1} .

Согласно выбору m имеем $A_{n-1}^{m-1} =$

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок.

Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $m-1$ шарик в $n-1$ лунке. Таких способов A_{n-1}^{m-1} .

Согласно выбору m имеем $A_{n-1}^{m-1} = \frac{(n-1)!}{((n-1)-(m-1))} =$

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок.

Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $m-1$ шарик в $n-1$ лунке. Таких способов A_{n-1}^{m-1} .

Согласно выбору m имеем $A_{n-1}^{m-1} = \frac{(n-1)!}{((n-1)-(m-1))!} = \frac{(n-1)!}{(n-m)!}$.

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок.

Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $m-1$ шарик в $n-1$ лунке. Таких способов A_{n-1}^{m-1} .

Согласно выбору m имеем $A_{n-1}^{m-1} = \frac{(n-1)!}{((n-1)-(m-1))} = \frac{(n-1)!}{(n-m)}$.

Следовательно

$$A_n^m =$$

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{\mathbf{n!}}{(\mathbf{n - m})!} = n(n-1) \dots (n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок.

Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $m-1$ шарик в $n-1$ лунке. Таких способов A_{n-1}^{m-1} .

Согласно выбору m имеем $A_{n-1}^{m-1} = \frac{(n-1)!}{((n-1)-(m-1))!} = \frac{(n-1)!}{(n-m)!}$.

Следовательно

$$A_n^m = \underbrace{\frac{(n-1)!}{(n-m)!} + \frac{(n-1)!}{(n-m)!} + \dots + \frac{(n-1)!}{(n-m)!}}_{n \text{ слагаемых}} =$$

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок.

Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $m-1$ шарик в $n-1$ лунке. Таких способов A_{n-1}^{m-1} .

Согласно выбору m имеем $A_{n-1}^{m-1} = \frac{(n-1)!}{((n-1)-(m-1))!} = \frac{(n-1)!}{(n-m)!}$.

Следовательно

$$A_n^m = \underbrace{\frac{(n-1)!}{(n-m)!} + \frac{(n-1)!}{(n-m)!} + \dots + \frac{(n-1)!}{(n-m)!}}_{n \text{ слагаемых}} = \frac{(n-1)!}{(n-m)!} \cdot n =$$

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство. Мы можем поместить первый шарик в одну из n лунок.

Для каждой из этих n ситуаций нам остается разместить $m-1$ шарик в $n-1$ лунке. Таких способов A_{n-1}^{m-1} .

Согласно выбору m имеем $A_{n-1}^{m-1} = \frac{(n-1)!}{((n-1)-(m-1))!} = \frac{(n-1)!}{(n-m)!}$.

Следовательно

$$A_n^m = \underbrace{\frac{(n-1)!}{(n-m)!} + \frac{(n-1)!}{(n-m)!} + \dots + \frac{(n-1)!}{(n-m)!}}_{n \text{ слагаемых}} = \frac{(n-1)!}{(n-m)!} \cdot n = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

III.3.2. Теорема о числе размещений

Теорема 3. Число размещений m элементов по n ячейкам равно

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\dots(n-m+1). \quad (1)$$

Доказательство.

$$A_n^m = \underbrace{\frac{(n-1)!}{(n-m)!} + \frac{(n-1)!}{(n-m)!} + \dots + \frac{(n-1)!}{(n-m)!}}_{n \text{ слагаемых}} = \frac{(n-1)!}{(n-m)!} \cdot n = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

Согласно принципу математической индукции формула $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-m+1)$ справедлива для любых натуральных чисел $m < n$.

III.4. Число сочетаний

Главное отличие числа сочетаний от числа размещений состоит в том, что шарики считаются одинаковыми.

III.4.1. Постановка задачи о числе сочетаний

Пусть количество шариков равно m , а количество лунок равно n . Сейчас мы будем считать, что $m \leq n$, и задача состоит в том, чтобы найти количество различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации.

III.4.1. Постановка задачи о числе сочетаний

Пусть количество шариков равно m , а количество лунок равно n . Сейчас мы будем считать, что $m \leq n$, и задача состоит в том, чтобы найти количество различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации.

Отличие от ситуации, когда мы рассматривали число размещений, состоит в том, что теперь шарики перестали быть уникальными, то есть они *не имеют номеров*. Иными словами, нас сейчас интересует только вопрос *какие лунки заняты шариками*. Искомое число называется **числом сочетаний**, и обозначается через C_n^m .

III.4.1. Постановка задачи о числе сочетаний

Пусть количество шариков равно m , а количество лунок равно n . Сейчас мы будем считать, что $m \leq n$, и задача состоит в том, чтобы найти количество различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации.

Отличие от ситуации, когда мы рассматривали число размещений, состоит в том, что теперь шарики перестали быть уникальными, то есть они *не имеют номеров*. Иными словами, нас сейчас интересует только вопрос *какие лунки заняты шариками*. Искомое число называется **числом сочетаний**, и обозначается через C_n^m .

Как и в случае с числом размещений, в обозначении C_i^j значение верхнего индекса i не превосходит значения нижнего индекса j .

III.4.1. Постановка задачи о числе сочетаний

Пусть количество шариков равно m , а количество лунок равно n . Сейчас мы будем считать, что $m \leq n$, и задача состоит в том, чтобы найти количество различных способов разложить шарики по лункам в этой ситуации.

Отличие от ситуации, когда мы рассматривали число размещений, состоит в том, что теперь шарики перестали быть уникальными, то есть они *не имеют номеров*. Иными словами, нас сейчас интересует только вопрос *какие лунки заняты шариками*. Искомое число называется **числом сочетаний**, и обозначается через C_n^m .

Как и в случае с числом размещений, в обозначении C_i^j значение верхнего индекса i не превосходит значения нижнего индекса j .

Формулу для вычисления числа сочетаний нетрудно получить с помощью числа размещений и числа перестановок.

Рассмотрим пример?

III.4.2. Теорема о числе сочетаний

Теорема 4. Число сочетаний из n по m равно

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}. \quad (2)$$

Доказательство.

III.4.2. Теорема о числе сочетаний

Теорема 4. Число сочетаний из n по m равно

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}. \quad (2)$$

Доказательство. В общем случае рассуждения аналогичны решению **примера**. Теперь в каждом классе $m!$ элементов. Поэтому

$$C_n^m =$$

III.4.2. Теорема о числе сочетаний

Теорема 4. Число сочетаний из n по m равно

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}. \quad (2)$$

Доказательство. В общем случае рассуждения аналогичны решению **примера**. Теперь в каждом классе $m!$ элементов. Поэтому

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} =$$

III.4.2. Теорема о числе сочетаний

Теорема 4. Число сочетаний из n по m равно

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}. \quad (2)$$

Доказательство. В общем случае рассуждения аналогичны решению **примера**. Теперь в каждом классе $m!$ элементов. Поэтому

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{(n-m)!m!} =$$

III.4.2. Теорема о числе сочетаний

Теорема 4. Число сочетаний из n по m равно

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}. \quad (2)$$

Доказательство. В общем случае рассуждения аналогичны решению **примера**. Теперь в каждом классе $m!$ элементов. Поэтому

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{(n-m)!m!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-m+1)}{m!}.$$

Теорема доказана.

III.4.2. Теорема о числе сочетаний

Теорема 4. *Число сочетаний из n по m равно*

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{(n - m)! \cdot m!}. \quad (2)$$

В соответствии с «принципом равноправия лунок и шариков» можно было бы считать, что $m \geq n$ и все шарики уникальны (например, пронумерованы), а лунки — «безымянные».

III.4.2. Теорема о числе сочетаний

Теорема 4. Число сочетаний из n по m равно

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{(n - m)! \cdot m!}. \quad (2)$$

В соответствии с «принципом равноправия лунок и шариков» можно было бы считать, что $m \geq n$ и все шарики уникальны (например, пронумерованы), а лунки — «безымянные».

При этом число сочетаний интерпретируется, как количество C_m^n всех возможных различных выборов n шариков из m штук.

III.4.2. Теорема о числе сочетаний

Теорема 4. Число сочетаний из n по m равно

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{(n - m)! \cdot m!}. \quad (2)$$

В соответствии с «принципом равноправия лунок и шариков» можно было бы считать, что $m \geq n$ и все шарики уникальны (например, пронумерованы), а лунки — «безымянные».

При этом число сочетаний интерпретируется, как количество C_m^n всех возможных различных выборов n шариков из m штук.

Напомним, что в обозначении C_i^j значение верхнего индекса i не превосходит значения нижнего индекса j .

Рассмотрим пример?

IV. Различные подходы к вероятности

Вероятность — одно из базовых понятий ТВ.

IV. Различные подходы к вероятности

Вероятность — одно из базовых понятий ТВ.

Заметим, что используется это слово в самых различных контекстах и в разном смысле.

IV. Различные подходы к вероятности

Вероятность — одно из базовых понятий ТВ.

В толковом словаре русского языка Ожегова читаем: «Вероятность... Возможность исполнимости, осуществимости чего-либо».

IV. Различные подходы к вероятности

Вероятность — одно из базовых понятий ТВ.

В толковом словаре русского языка Ожегова читаем: «Вероятность... Возможность исполнимости, осуществимости чего-либо».

В обыденной речи о степени вероятности говорят на основании личного опыта, интуиции.

IV. Различные подходы к вероятности

Вероятность — одно из базовых понятий ТВ.

В толковом словаре русского языка Ожегова читаем: «Вероятность... Возможность исполнимости, осуществимости чего-либо».

В обыденной речи о степени вероятности говорят на основании личного опыта, интуиции.

В естественных науках и в технике *вероятность* используется в более точно сформулированном смысле и означает *объективно существующую количественную меру возможности наступления случайного события*. Обоснованием того, что случайному событию действительно можно сопоставить некоторое число, является опыт, наблюдения за реальными явлениями.

IV.1. Статистический подход к вероятности

Как уже отмечалось понятие вероятность возникло из человеческого опыта как отражение объективно присущей случайным явлениям закономерности, называемой **устойчивостью относительной частоты**.

IV.1. Статистический подход к вероятности

Как уже отмечалось понятие вероятность возникло из человеческого опыта как отражение объективно присущей случайным явлениям закономерности, называемой **устойчивостью относительной частоты**.

Рассмотрим некоторое массовое случайное явление.

IV.1. Статистический подход к вероятности

Как уже отмечалось понятие вероятность возникло из человеческого опыта как отражение объективно присущей случайным явлениям закономерности, называемой **устойчивостью относительной частоты**.

Рассмотрим некоторое массовое случайное явление.

Массовость подразумевает принципиальную возможность наблюдать это явление многократно в идентичных условиях.

IV.1. Статистический подход к вероятности

Как уже отмечалось понятие вероятность возникло из человеческого опыта как отражение объективно присущей случайным явлениям закономерности, называемой **устойчивостью относительной частоты**.

Рассмотрим некоторое массовое случайное явление.

Массовость подразумевает принципиальную возможность наблюдать это явление многократно в идентичных условиях.

Случайность же состоит в том, что результатом может быть элементарное событие из некоторого множества.

IV.1. Статистический подход к вероятности

Как уже отмечалось понятие вероятность возникло из человеческого опыта как отражение объективно присущей случайным явлениям закономерности, называемой **устойчивостью относительной частоты**.

Рассмотрим некоторое массовое случайное явление.

Массовость подразумевает принципиальную возможность наблюдать это явление многократно в идентичных условиях.

Случайность же состоит в том, что результатом может быть элементарное событие из некоторого множества.

Будем проводить серию из n испытаний и фиксировать некоторое, вообще говоря, сложное событие A . Пусть оно наступило в m_A опытах.

IV.1. Статистический подход к вероятности

Как уже отмечалось понятие вероятность возникло из человеческого опыта как отражение объективно присущей случайным явлениям закономерности, называемой **устойчивостью относительной частоты**.

Рассмотрим некоторое массовое случайное явление.

Массовость подразумевает принципиальную возможность наблюдать это явление многократно в идентичных условиях.

Случайность же состоит в том, что результатом может быть элементарное событие из некоторого множества.

Определение 9. Величину m_A называют частотой события A , а отношение

$$N_A(n) = \frac{m_A}{n}$$

— **относительной частотой** события A , где n — количество испытаний.

IV.1. Статистический подход к вероятности

Многочисленные наблюдения показали, что относительная частота при больших n демонстрирует *устойчивость*. Иначе говоря, ее значения мало отличаются от некоторой величины N_A , одной и той же в различных сериях испытаний. Характер приближения относительной частоты к своему устойчивому значению будет более подробно рассмотрен позже, при рассмотрении закона больших чисел. Здесь же мы приведем лишь в качестве иллюстративного примера график зависимости относительной частоты выпадания герба от числа бросков монетки. Такое исследование действительно проводилось, и не раз, на рис.2 приведен результат одного из них.

IV.1. Статистический подход к вероятности

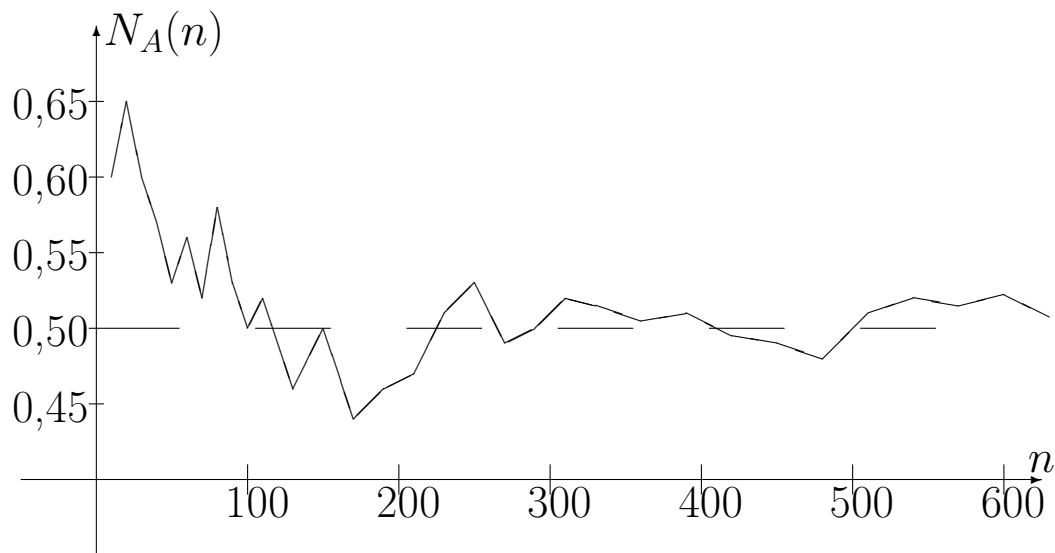


Рис. 2

IV.1. Статистический подход к вероятности

Полученное устойчивое значение можно принять за **вероятность** (статистическую) события A .

$$p(A) = N_A$$

IV.1. Статистический подход к вероятности

Полученное устойчивое значение можно принять за **вероятность** (статистическую) события A .

$$p(A) = N_A$$

В учебниках здесь обычно ставится знак приближенного равенства, поскольку при повторении опыта значение N_A слегка изменяется от серии к серии.

IV.1. Статистический подход к вероятности

Полученное устойчивое значение можно принять за **вероятность** (статистическую) события A .

$$p(A) = N_A$$

В учебниках здесь обычно ставится знак приближенного равенства, поскольку при повторении опыта значение N_A слегка изменяется от серии к серии.

Но это совершенно обычная ситуация при проведении измерений!

IV.1. Статистический подход к вероятности

Полученное устойчивое значение можно принять за **вероятность** (статистическую) события A .

$$p(A) = N_A$$

В учебниках здесь обычно ставится знак приближенного равенства, поскольку при повторении опыта значение N_A слегка изменяется от серии к серии.

В любой лабораторной работе Вам приходилось сталкиваться с подобной ситуацией. И при измерении массы, и при измерении длины, и при измерении силы тока и напряжения цифры, стоящие в младших разрядах результата не повторяются. Говорят, что результат любого измерения имеет определенную погрешность, причем, часто она является принципиально неустранимой. Вот в этом смысле и надо понимать записанное равенство. Иначе говоря, полученная величина имеет некоторую погрешность.

IV.1. Статистический подход к вероятности

Рассмотрим основные свойства полученной статистической вероятности.

IV.1. Статистический подход к вероятности

Рассмотрим основные свойства полученной статистической вероятности.

Во-первых, ее возможные значения $0 \leq p(A) \leq 1$. Равенства соответствуют невозможному событию, $p(A) = 0$, и достоверному событию $p(A) = 1$. Чем ближе вероятность к нулю, тем реже наблюдается данное событие. Если же вероятность близка к единице, то такое событие будет наблюдаться часто.

IV.1. Статистический подход к вероятности

Рассмотрим основные свойства полученной статистической вероятности.

Во-первых, ее возможные значения $0 \leq p(A) \leq 1$. Равенства соответствуют невозможному событию, $p(A) = 0$, и достоверному событию $p(A) = 1$.

Рассмотрим теперь вероятности двух *несовместных* событий A и B . Событие $A + B$ произойдет $m_A + m_B$ раз. Значит

$$N_{A+B} = \frac{m_A + m_B}{n} = \frac{m_A}{n} + \frac{m_B}{n} = N_A + N_B.$$

IV.1. Статистический подход к вероятности

Рассмотрим основные свойства полученной статистической вероятности.

Во-первых, ее возможные значения $0 \leq p(A) \leq 1$. Равенства соответствуют невозможному событию, $p(A) = 0$, и достоверному событию $p(A) = 1$.

Рассмотрим теперь вероятности двух *несовместных* событий A и B . Событие $A + B$ произойдет $m_A + m_B$ раз. Значит

$$N_{A+B} = \frac{m_A + m_B}{n} = \frac{m_A}{n} + \frac{m_B}{n} = N_A + N_B.$$

Для события $\bar{A}$, противоположного событию A имеем

$$N_{\bar{A}} = \frac{n - m_A}{n} = 1 - \frac{m_A}{n} = 1 - N_A.$$

IV.1. Статистический подход к вероятности

Рассмотрим основные свойства полученной статистической вероятности.

Во-первых, ее возможные значения $0 \leq p(A) \leq 1$. Равенства соответствуют невозможному событию, $p(A) = 0$, и достоверному событию $p(A) = 1$.

Рассмотрим теперь вероятности двух *несовместных* событий A и B . Событие $A + B$ произойдет $m_A + m_B$ раз. Значит

$$N_{A+B} = \frac{m_A + m_B}{n} = \frac{m_A}{n} + \frac{m_B}{n} = N_A + N_B.$$

Для события $\bar{A}$, противоположного событию A имеем

$$N_{\bar{A}} = \frac{n - m_A}{n} = 1 - \frac{m_A}{n} = 1 - N_A.$$

Другие полезные свойства статистической вероятности будут рассмотрены ниже при знакомстве с основными формулами ТВ.

IV.1. Статистический подход к вероятности

Статистический подход к вероятности дает эмпирическую основу для построения математической теории. Свойства вероятности нашли отражение, как мы увидим далее, в аксиомах абстрактной вероятности. Статистические методы являются в некоторых случаях источником получения исходных вероятностей некоторых событий, и входят как начальные данные в расчет вероятностей других событий. Кроме того интерпретация результатов вероятностных расчетов также возможна лишь в рамках статистического подхода.

IV.1. Статистический подход к вероятности

Статистический подход к вероятности дает эмпирическую основу для построения математической теории. Свойства вероятности нашли отражение, как мы увидим далее, в аксиомах абстрактной вероятности. Статистические методы являются в некоторых случаях источником получения исходных вероятностей некоторых событий, и входят как начальные данные в расчет вероятностей других событий. Кроме того интерпретация результатов вероятностных расчетов также возможна лишь в рамках статистического подхода.

Конечно данный подход сам по себе ограничен, поскольку статистическая вероятность не может быть получена иначе, чем в многочисленных экспериментах. Нередко их проведение практически невозможно, а в некоторых случаях хотя и возможно, но необоснованно дорого и сложно.

IV.1. Статистический подход к вероятности

Следующий в нашем рассмотрении подход позволяет вычислять вероятность 'а priori', без опытов, на основе некоторых предположений о свойствах изучаемого явления. Это *классическая формула вероятности*.

IV.2. Классическая вероятность

Пусть все события из множества $\{E_1, E_2, \dots, E_n\}$ элементарных исходов **равновозможны**, то есть у нас нет никаких оснований предполагать, что какой-то исход будет встречаться чаще остальных. Это свойство исходов *не является математическим понятием*, оно предполагается интуитивно понятным и отражает свойства реального эксперимента, модель которого мы изучаем. По существу, предположение о равновозможности лишь ограничивает применимость полученных с его помощью результатов.

IV.2. Классическая вероятность

По определению множества элементарных исходов, любое событие из рассматриваемой алгебры событий представимо в виде суммы элементарных исходов.

IV.2. Классическая вероятность

По определению множества элементарных исходов, любое событие из рассматриваемой алгебры событий представимо в виде суммы элементарных исходов.

Рассмотрим пример?

IV.2.1. Свойства классической вероятности

Следствием определения классической вероятности являются несколько простых свойств

IV.2.1. Свойства классической вероятности

1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .

IV.2.1. Свойства классической вероятности

1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .

2) Для достоверного события $P(\Omega) =$

IV.2.1. Свойства классической вероятности

- 1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .
- 2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.

IV.2.1. Свойства классической вероятности

- 1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .
- 2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.
- 3) Пусть события A и B несовместны, причем A состоит из m_1 исходов, а B — m_2 исходов. Тогда

$$P(A + B) =$$

Каким будет результат?

IV.2.1. Свойства классической вероятности

- 1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .
- 2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.
- 3) Пусть события A и B **несовместны**, причем A состоит из m_1 исходов, а B — m_2 исходов. Тогда

$$P(A + B) =$$

Каким будет результат?

IV.2.1. Свойства классической вероятности

- 1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .
- 2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.
- 3) Пусть события A и B **несовместны**, причем A состоит из m_1 исходов, а B — m_2 исходов. Тогда

$$P(A + B) = \qquad \qquad \qquad = P(A) + P(B).$$

Каким будет результат?

IV.2.1. Свойства классической вероятности

1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .

2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.

3) Пусть события A и B **несовместны**, причем A состоит из m_1 исходов, а B — m_2 исходов. Тогда

$$P(A + B) = \frac{m_1 + m_2}{n} = P(A) + P(B).$$

IV.2.1. Свойства классической вероятности

- 1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .
- 2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.
- 3) Пусть события A и B **несовместны**, причем A состоит из m_1 исходов, а B — m_2 исходов. Тогда

$$P(A + B) = \frac{m_1 + m_2}{n} = \frac{m_1}{n} + \frac{m_2}{n} = P(A) + P(B).$$

IV.2.1. Свойства классической вероятности

- 1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .
- 2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.
- 3) Пусть события A и B **несовместны**, причем A состоит из m_1 исходов, а B — m_2 исходов. Тогда $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

IV.2.1. Свойства классической вероятности

- 1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .
- 2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.
- 3) Пусть события A и B **несовместны**, причем A состоит из m_1 исходов, а B — m_2 исходов. Тогда $P(A + B) = P(A) + P(B)$.
- 4) Вероятность противоположного события равна

$$P(\overline{A}) =$$

IV.2.1. Свойства классической вероятности

- 1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .
- 2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.
- 3) Пусть события A и B **несовместны**, причем A состоит из m_1 исходов, а B — m_2 исходов. Тогда $P(A + B) = P(A) + P(B)$.
- 4) Вероятность противоположного события равна

$$P(\overline{A}) =$$

Каков будет результат?

IV.2.1. Свойства классической вероятности

- 1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .
- 2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.
- 3) Пусть события A и B **несовместны**, причем A состоит из m_1 исходов, а B — m_2 исходов. Тогда $P(A + B) = P(A) + P(B)$.
- 4) Вероятность противоположного события равна

$$P(\overline{A}) = \qquad \qquad \qquad = 1 - P(A).$$

Каков будет результат?

IV.2.1. Свойства классической вероятности

- 1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .
- 2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.
- 3) Пусть события A и B **несовместны**, причем A состоит из m_1 исходов, а B — m_2 исходов. Тогда $P(A + B) = P(A) + P(B)$.
- 4) Вероятность противоположного события равна

$$P(\overline{A}) = \frac{n - m_A}{n} = \quad \quad = 1 - P(A).$$

IV.2.1. Свойства классической вероятности

- 1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .
- 2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.
- 3) Пусть события A и B **несовместны**, причем A состоит из m_1 исходов, а B — m_2 исходов. Тогда $P(A + B) = P(A) + P(B)$.
- 4) Вероятность противоположного события равна

$$P(\overline{A}) = \frac{n - m_A}{n} = 1 - \frac{m_A}{n} = 1 - P(A).$$

IV.2.1. Свойства классической вероятности

- 1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .
- 2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.
- 3) Пусть события A и B **несовместны**, причем A состоит из m_1 исходов, а B — m_2 исходов. Тогда $P(A + B) = P(A) + P(B)$.
- 4) Вероятность противоположного события равна $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

IV.2.1. Свойства классической вероятности

- 1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .
- 2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.
- 3) Пусть события A и B **несовместны**, причем A состоит из m_1 исходов, а B — m_2 исходов. Тогда $P(A + B) = P(A) + P(B)$.
- 4) Вероятность противоположного события равна $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
- 5) **Свойство монотонности.** Если событие влечет событие B (при теоретико-множественной интерпретации событий $A \subset B$), то $P(A) \leq P(B)$.

IV.2.1. Свойства классической вероятности

- 1) $P(A) = \frac{m}{n} \geq 0$ для каждого события .
- 2) Для достоверного события $P(\Omega) = 1$.
- 3) Пусть события A и B **несовместны**, причем A состоит из m_1 исходов, а B — m_2 исходов. Тогда $P(A + B) = P(A) + P(B)$.
- 4) Вероятность противоположного события равна $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
- 5) **Свойство монотонности.** Если событие влечет событие B (при теоретико-множественной интерпретации событий $A \subset B$), то $P(A) \leq P(B)$.

Последнее свойство легко доказать, если учесть $A = A * B + \bar{A} * B$ и применить предыдущее свойство.

IV.2.2. Достоинства и недостатки классического подхода

Очевидно, что рассмотренные свойства классической вероятности совпадают со свойствами статистической. Это неудивительно, достаточно сравнить определяющие соотношения. Однако, внимание! Расчет по классической формуле содержит только характеристики математической модели: n — число элементов ПЭС и m — число элементов данного события A (при теоретико-множественной интерпретации события, на специализированном языке алгебры событий m называют числом элементарных исходов **благоприятствующих** событию A).

IV.2.2. Достоинства и недостатки классического подхода

Очевидно, что рассмотренные свойства классической вероятности совпадают со свойствами статистической. Это неудивительно, достаточно сравнить определяющие соотношения. Однако, внимание! Расчет по классической формуле содержит только характеристики математической модели: n — число элементов ПЭС и m — число элементов данного события A (при теоретико-множественной интерпретации события, на специализированном языке алгебры событий m называют числом элементарных исходов **благоприятствующих** событию A).

Статистическая же вероятность вычисляется после проведения серии испытаний, причем ее значения слегка варьируются от серии к серии.

IV.2.2. Достоинства и недостатки классического подхода

Классический подход представляется предпочтительным, если у нас есть основания считать, что исследуемое явление обладает необходимыми свойствами симметрии (равновозможность!).

IV.2.2. Достоинства и недостатки классического подхода

Классический подход представляется предпочтительным, если у нас есть основания считать, что исследуемое явление обладает необходимыми свойствами симметрии (равновозможность!).

Этому требованию удовлетворяет большое количество интересных и практически важных задач. В случае, когда классический результат примерно совпадает с наблюдаемой частотой, мы правильно понимаем суть изучаемого явления. Если же он не соответствует реально наблюдаемому, это просто означает, что необходимых свойств симметрии нет (гнутая монетка, кубик со смещенным центром масс, крапленые карты и пр.).

IV.2.2. Достоинства и недостатки классического подхода

Более детальное рассмотрение модели может быть в этом случае выполнено и теоретически, и статистически. Первый подход более характерен для теоретической физики, и примером является сравнительное рассмотрение свойств классических частиц, бозонов и фермионов. Второй подход применяют в технике, экономике и социологии, где изучаемые системы слишком сложны и законы их функционирования неизвестны.

IV.2.2. Достоинства и недостатки классического подхода

Более детальное рассмотрение модели может быть в этом случае выполнено и теоретически, и статистически. Первый подход более характерен для теоретической физики, и примером является сравнительное рассмотрение свойств классических частиц, бозонов и фермионов. Второй подход применяют в технике, экономике и социологии, где изучаемые системы слишком сложны и законы их функционирования неизвестны.

С принципиальной точки зрения недостатком классического подхода является то, что он применим лишь к конечным ПЭС.

IV.3. Геометрическая вероятность

Можно предложить некоторое обобщение классического подхода на бесконечные ПЭС.

IV.3. Геометрическая вероятность

Можно предложить некоторое обобщение классического подхода на бесконечные ПЭС.

Пусть M — некая «область», обычно это

IV.3. Геометрическая вероятность

Можно предложить некоторое обобщение классического подхода на бесконечные ПЭС.

Пусть M — некая «область», обычно это

1) отрезок прямой $[a; b]$;

IV.3. Геометрическая вероятность

Можно предложить некоторое обобщение классического подхода на бесконечные ПЭС.

Пусть M — некая «область», обычно это

- 1) отрезок прямой $[a; b]$;
- 2) G — ограниченная часть плоскости;

IV.3. Геометрическая вероятность

Можно предложить некоторое обобщение классического подхода на бесконечные ПЭС.

Пусть M — некая «область», обычно это

- 1) отрезок прямой $[a; b]$;
- 2) G — ограниченная часть плоскости;
- 3) V — ограниченное тело.

IV.3. Геометрическая вероятность

Можно предложить некоторое обобщение классического подхода на бесконечные ПЭС.

Пусть M — некая «область», обычно это

- 1) отрезок прямой $[a; b]$;
- 2) G — ограниченная часть плоскости;
- 3) V — ограниченное тело.

Назовем мерой этой области функцию μ , ставящую в соответствие подмножеству множества M , соответственно,

IV.3. Геометрическая вероятность

Можно предложить некоторое обобщение классического подхода на бесконечные ПЭС.

Пусть M — некая «область», обычно это

- 1) отрезок прямой $[a; b]$;
- 2) G — ограниченная часть плоскости;
- 3) V — ограниченное тело.

Назовем мерой этой области функцию μ , ставящую в соответствие подмножеству множества M , соответственно,

- 1) отрезку — длину отрезка;

IV.3. Геометрическая вероятность

Можно предложить некоторое обобщение классического подхода на бесконечные ПЭС.

Пусть M — некая «область», обычно это

- 1) отрезок прямой $[a; b]$;
- 2) G — ограниченная часть плоскости;
- 3) V — ограниченное тело.

Назовем мерой этой области функцию μ , ставящую в соответствие подмножеству множества M , соответственно,

- 1) отрезку — длину отрезка;
- 2) площадь ограниченной части плоскости;

IV.3. Геометрическая вероятность

Можно предложить некоторое обобщение классического подхода на бесконечные ПЭС.

Пусть M — некая «область», обычно это

- 1) отрезок прямой $[a; b]$;
- 2) G — ограниченная часть плоскости;
- 3) V — ограниченное тело.

Назовем мерой этой области функцию μ , ставящую в соответствие подмножеству множества M , соответственно,

- 1) отрезку — длину отрезка;
- 2) площадь ограниченной части плоскости;
- 3) объем ограниченного тела.

IV.3. Геометрическая вероятность

Если ПЭС и интересующему нас событию можно сопоставить такую меру, то такие события принято называть измеримыми.

В **задаче о встрече двоих** достоверному событию, ПЭС можно сопоставить **площадь квадрата**, а событию {двое встретились} — **площадь шестиугольника**.

IV.3. Геометрическая вероятность

Если ПЭС и интересующему нас событию можно сопоставить такую меру, то такие события принято называть измеримыми.

В **задаче о встрече двоих** достоверному событию, ПЭС можно сопоставить **площадь квадрата**, а событию {двое встретились} — **площадь шестиугольника**.

Определение 10.

Если все точки, исходы ПЭС «равноправны», то за вероятность события A можно принять

$$p(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}. \quad (3)$$

$p(A)$ называют **геометрической вероятностью**. Таким образом, геометрическая вероятность представляет собой **долю** площади фигуры A в фигуре Ω .

Рассмотрим пример?

IV.3. Геометрическая вероятность

С геометрическим определением вероятности связана одна известная задача — парадокс Бертрانا.

Рассмотрим парадокс Бертрана?

IV.3. Геометрическая вероятность

Парадоксы заставляют нас внимательнее разобраться с условиями задачи, используемыми понятиями, «очевидными» выводами. Не составляет исключения и парадокс Бертрана. Спорить о том, какой из способов построения хорды «более правильный» бесполезно. В условии задачи оказался произвол, так как слова «наудачу», «случайным образом» фактически ничего конкретного не значат (смысл этих слов такой-же, как и у слова «равновозможность» в классическом подходе). Иначе говоря, все три рассуждения относятся к различным способам организации нашего мысленного эксперимента. В следующих главах Вы узнаете, что все дело в «распределении вероятности». Надеемся, что в дальнейшем Вы будете более внимательно читать условия задач, особенно выбирая математическую модель для ее решения.

IV.3. Геометрическая вероятность

Историю математики можно рассматривать как постоянное обнаружение пытливыми умами парадоксов и разрешение их посредством более аккуратного формулирования основных понятий, повышения требовательности к строгости доказательств. Так и понятие *вероятность* стало однозначным и четким математическим понятием в рамках аксиоматического подхода.

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

Современное определение вероятности было предложено в 30-е годы советским математиком А.Н.Колмогоровым. Это определение отталкивается от основных свойств вероятности, обнаружившихся при статистическом и классическом подходе. Из них выделен минимум свойств, из которых логически следуют остальные.

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

Современное определение вероятности было предложено в 30-е годы советским математиком А.Н.Колмогоровым. Это определение отталкивается от основных свойств вероятности, обнаружившихся при статистическом и классическом подходе. Из них выделен минимум свойств, из которых логически следуют остальные.

Ведь с точки зрения математики вероятность — это числовая функция. Областью ее определения является множество всех мыслимых событий данного эксперимента, а множеством значений — отрезок $[0, 1]$. Возможность определить вероятности для конкретного эксперимента, какие именно значения из этого отрезка принимает вероятность некоего события — вопрос не к математике.

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

Понятно, что вероятность должна иметь определенное значение для любого события, наблюдение которого в эксперименте возможно. Поскольку множество событий должно быть замкнуто относительно операций сложения и умножения, то основной математической конструкцией будет алгебра событий.

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

Понятно, что вероятность должна иметь определенное значение для любого события, наблюдение которого в эксперименте возможно. Поскольку множество событий должно быть замкнуто относительно операций сложения и умножения, то основной математической конструкцией будет алгебра событий.

Для конечного ПЭС никаких проблем нет — любое подмножество (а их будет конечное число) входит в алгебру. Таким образом, алгеброй в этом случае будет множество всех подмножеств.

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

Понятно, что вероятность должна иметь определенное значение для любого события, наблюдение которого в эксперименте возможно. Поскольку множество событий должно быть замкнуто относительно операций сложения и умножения, то основной математической конструкцией будет алгебра событий.

Для конечного ПЭС никаких проблем нет — любое подмножество (а их будет конечное число) входит в алгебру. Таким образом, алгеброй в этом случае будет множество всех подмножеств.

Для бесконечных же ПЭС возникают определенные логические проблемы, суть которых в данном пособии обсуждаться не будет. Преодоление этих проблем и требует использования такой системы подмножеств, которая называется в математике алгеброй (σ -алгеброй).

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

Определение 11. Пусть проводится некоторый эксперимент, которому соответствует ПЭС Ω . Рассмотрим возникающую алгебру событий. Предположим, что на множестве событий $\mathcal{A}$ определена функция P , обладающая следующими свойствами:

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

Определение 11. Пусть проводится некоторый эксперимент, которому соответствует ПЭС Ω . Рассмотрим возникающую алгебру событий. Предположим, что на множестве событий $\mathcal{A}$ определена функция P , обладающая следующими свойствами:

1) $P(A) \geq 0$;

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

Определение 11. Пусть проводится некоторый эксперимент, которому соответствует ПЭС Ω . Рассмотрим возникающую алгебру событий. Предположим, что на множестве событий $\mathcal{A}$ определена функция p , обладающая следующими свойствами:

1) $p(A) \geq 0$;

2) $p(\Omega) = 1$;

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

Определение 11. Пусть проводится некоторый эксперимент, которому соответствует ПЭС Ω . Рассмотрим возникающую алгебру событий. Предположим, что на множестве событий $\mathcal{A}$ определена функция p , обладающая следующими свойствами:

1) $p(A) \geq 0$;

2) $p(\Omega) = 1$;

3) если события A и B несовместны, то $p(A + B) = p(A) + p(B)$.

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

Определение 11. Пусть проводится некоторый эксперимент, которому соответствует ПЭС Ω . Рассмотрим возникающую алгебру событий. Предположим, что на множестве событий $\mathcal{A}$ определена функция p , обладающая следующими свойствами:

1) $p(A) \geq 0$;

2) $p(\Omega) = 1$;

3) если события A и B несовместны, то $p(A + B) = p(A) + p(B)$.

Тогда такая функция p называется **вероятностью**. Для события A величина $p(A)$ называется **вероятностью события A** .

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

Последняя аксиома позволяет вычислять вероятность для суммы любого конечного числа попарно несовместных событий. Для бесконечных ПЭС данная аксиома обычно формулируется иначе.

IV. Аксиоматический подход к вероятности

Последняя аксиома позволяет вычислять вероятность для суммы любого конечного числа попарно несовместных событий. Для бесконечных ПЭС данная аксиома обычно формулируется иначе.

За если события $A, B, \dots$ попарно несовместны, то

$$p(A + B + \dots) = p(A) + p(B) + \dots$$

IV. Аксиоматический подход к вероятности

Последняя аксиома позволяет вычислять вероятность для суммы любого конечного числа попарно несовместных событий. Для бесконечных ПЭС данная аксиома обычно формулируется иначе.

За если события $A, B, \dots$ попарно несовместны, то

$$p(A + B + \dots) = p(A) + p(B) + \dots$$

Многоточие означает, что в правой части стоит сходящийся числовой ряд, в левой части также стоит своеобразный «событийный ряд».

IV. Аксиоматический подход к вероятности

Аксиома **3а** эквивалентна утверждению, что, во-первых, $A * B = \mathbf{V} \Rightarrow p(A + B) = p(A) + p(B)$ и, во-вторых справедлива аксиома непрерывности:

IV. Аксиоматический подход к вероятности

Аксиома **3а** эквивалентна утверждению, что, во-первых, $A * B = \mathbf{V} \Rightarrow p(A + B) = p(A) + p(B)$ и, во-вторых справедлива **аксиома непрерывности**:

3') если последовательность событий $B_1, B_2, \dots$ такова, что наступление B_i влечет наступление события B_{i+1} , то

$$p\left(\sum_{n=1}^{\infty} B_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} p(B_n).$$

IV. Аксиоматический подход к вероятности

Аксиома **3а** эквивалентна утверждению, что, во-первых, $A * B = \mathbf{V} \Rightarrow p(A + B) = p(A) + p(B)$ и, во-вторых справедлива **аксиома непрерывности**:

3') если последовательность событий $B_1, B_2, \dots$ такова, что наступление B_i влечет наступление события B_{i+1} , то

$$p\left(\sum_{n=1}^{\infty} B_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} p(B_n).$$

В случае, если событие A мы отождествляем со множеством A° , то формулировка аксиомы непрерывности имеет вид:

$$B_1^\circ \subset B_2^\circ \subset B_3^\circ \subset \dots \Rightarrow p\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} B_n^\circ\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} p(B_n^\circ).$$

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

Пусть под p понимается геометрическая вероятность, то есть $p(N^\circ)$ интерпретируется, как доля площади фигуры N° в фигуре M° , и последовательность квадратов B_n° сходится к квадрату B° :

Фигура — это *множество* точек, поэтому мы пишем N° , а не N .

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

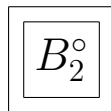
Пусть под p понимается геометрическая вероятность, то есть $p(N^\circ)$ интерпретируется, как доля площади фигуры N° в фигуре M° , и последовательность квадратов B_n° сходится к квадрату B° :

$$\boxed{B_1^\circ}$$

Фигура — это *множество* точек, поэтому мы пишем N° , а не N .

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

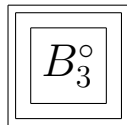
Пусть под p понимается геометрическая вероятность, то есть $p(N^\circ)$ интерпретируется, как доля площади фигуры N° в фигуре M° , и последовательность квадратов B_n° сходится к квадрату B° :



Фигура — это *множество* точек, поэтому мы пишем N° , а не N .

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

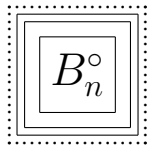
Пусть под p понимается геометрическая вероятность, то есть $p(N^\circ)$ интерпретируется, как доля площади фигуры N° в фигуре M° , и последовательность квадратов B_n° сходится к квадрату B° :



Фигура — это *множество* точек, поэтому мы пишем N° , а не N .

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

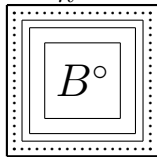
Пусть под p понимается геометрическая вероятность, то есть $p(N^\circ)$ интерпретируется, как доля площади фигуры N° в фигуре M° , и последовательность квадратов B_n° сходится к квадрату B° :



Фигура — это *множество* точек, поэтому мы пишем N° , а не N .

IV.4. Аксиоматический подход к вероятности

Пусть под p понимается геометрическая вероятность, то есть $p(N^\circ)$ интерпретируется, как доля площади фигуры N° в фигуре M° , и последовательность квадратов B_n° сходится к квадрату B° :



Фигура — это *множество* точек, поэтому мы пишем N° , а не N .

V. Алгебраический подход к вероятности: основные теоремы теории вероятности

Аксиоматически заданы, естественно, не все свойства вероятности. Прочие свойства непосредственно следуют из определения. До этого момента мы могли вычислить вероятность либо по классической формуле, либо по формуле геометрической вероятности.

V. Алгебраический подход к вероятности: основные теоремы теории вероятности

Аксиоматически заданы, естественно, не все свойства вероятности. Прочие свойства непосредственно следуют из определения. До этого момента мы могли вычислить вероятность либо по классической формуле, либо по формуле геометрической вероятности.

Сейчас мы получим несколько важных формул для вероятности, позволяющих решать более сложные задачи, находить вероятности одних событий через известные вероятности других.

V. Алгебраический подход к вероятности: основные теоремы теории вероятности

Аксиоматически заданы, естественно, не все свойства вероятности. Прочие свойства непосредственно следуют из определения. До этого момента мы могли вычислить вероятность либо по классической формуле, либо по формуле геометрической вероятности.

Сейчас мы получим несколько важных формул для вероятности, позволяющих решать более сложные задачи, находить вероятности одних событий через известные вероятности других.

Рассмотрим несколько довольно широко применимых моделей, или как их называют схем: схему гипотез, схему Бернулли, полиномиальную схему.

V.1. Условная вероятность

Проиллюстрируем рассматриваемое понятие с помощью геометрической вероятности.

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .

Ω

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .

Ω

B

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .

Ω	
B	

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .

Ω	
B	

На рис. $p(B) =$

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .

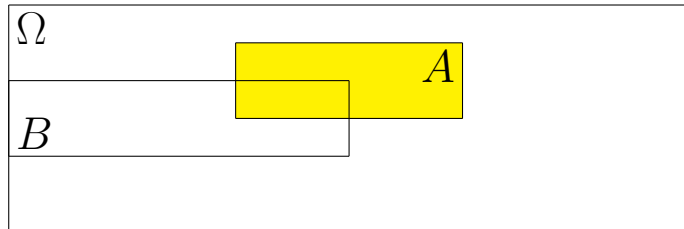
Ω	
B	

На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$,

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .

На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) =$



V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .

Ω		
	A	

На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) =$

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .

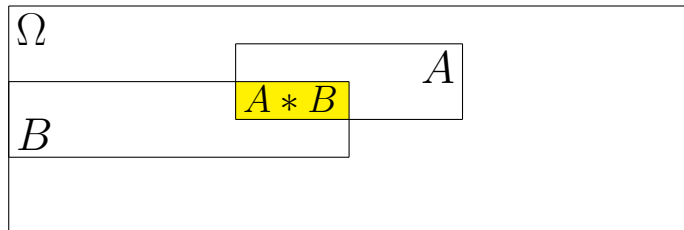
Ω		
	A	

На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$,

V.1. Условная вероятность

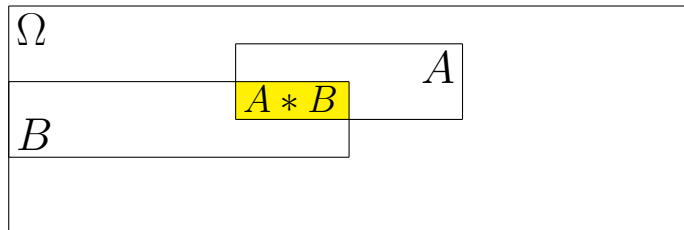
Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .

На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$,



V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .



На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) =$

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .

Ω					
		$A * B$			

На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) =$

V.1. Условная вероятность

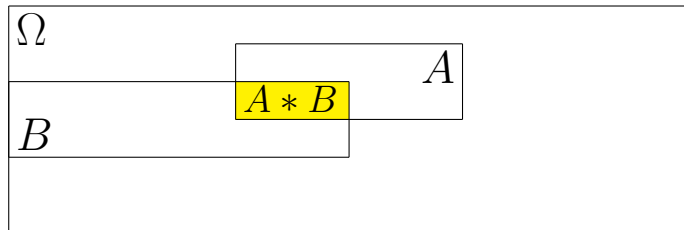
Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .

Ω					
		$A * B$			

На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) = \frac{1}{36}$.

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .

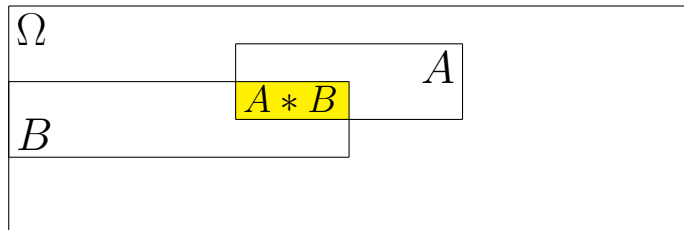


На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) = \frac{1}{36}$.

Допустим, что точка попала в B .

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .



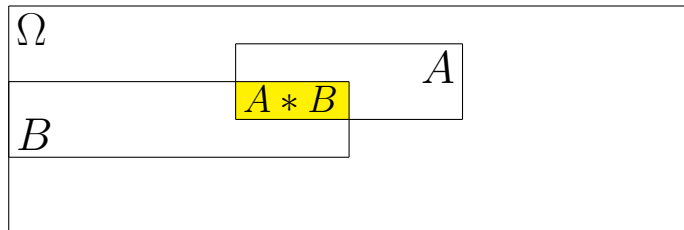
На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) = \frac{1}{36}$.

Допустим, что точка попала в B .

Тогда вероятность попадания точки еще и в A равна

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .



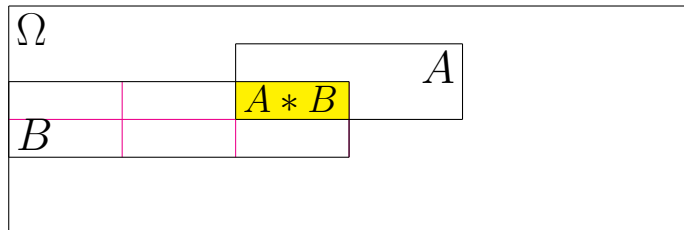
На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) = \frac{1}{36}$.

Допустим, что точка попала в B .

Тогда вероятность попадания точки еще и в A равна доле площади области $A * B$ в площади области B :

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .



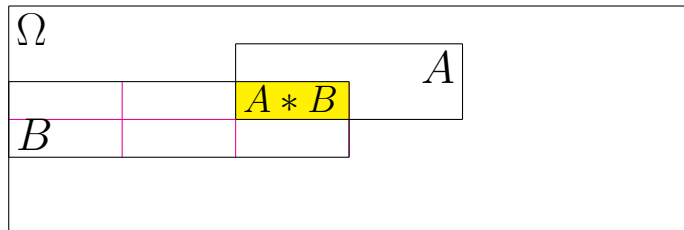
На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) = \frac{1}{36}$.

Допустим, что точка попала в B .

Тогда вероятность попадания точки еще и в A равна доле площади области $A * B$ в площади области B :

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .



На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) = \frac{1}{36}$.

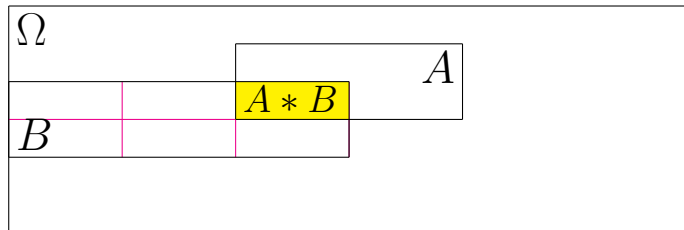
Допустим, что точка попала в B .

Тогда вероятность попадания точки еще и в A равна доле площади области $A * B$ в площади области B :

$$p(A|B) =$$

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .



На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) = \frac{1}{36}$.

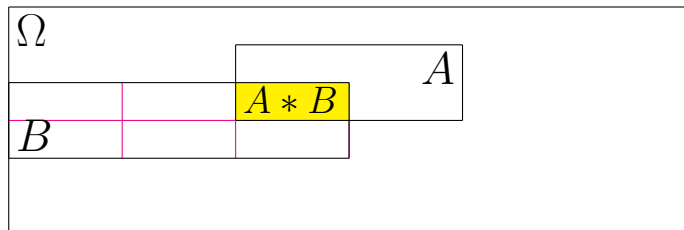
Допустим, что точка попала в B .

Тогда вероятность попадания точки еще и в A равна доле площади области $A * B$ в площади области B :

$$p(A|B) = \frac{1}{6} =$$

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .



На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) = \frac{1}{36}$.

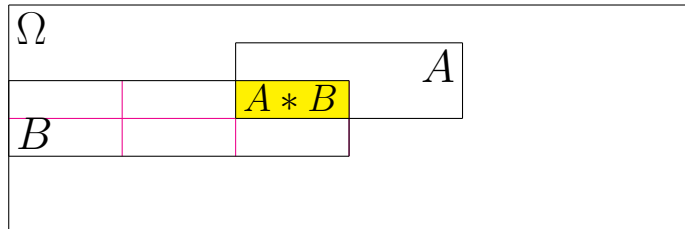
Допустим, что точка попала в B .

Тогда вероятность попадания точки еще и в A равна доле площади области $A * B$ в площади области B :

$$p(A|B) = \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \cdot 6 = \frac{1}{9}$$

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .



На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) = \frac{1}{36}$.

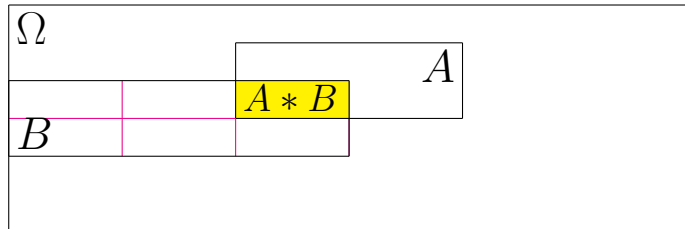
Допустим, что точка попала в B .

Тогда вероятность попадания точки еще и в A равна доле площади области $A * B$ в площади области B :

$$p(A|B) = \frac{1}{6} = \frac{1/36}{1/6} =$$

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .



На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) = \frac{1}{36}$.

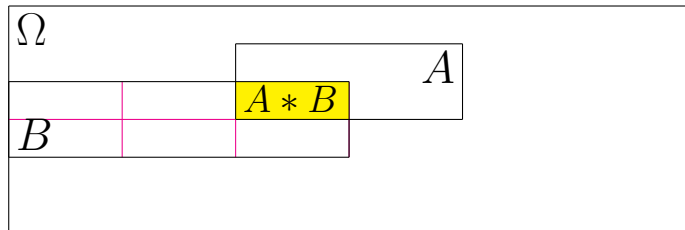
Допустим, что точка попала в B .

Тогда вероятность попадания точки еще и в A равна доле площади области $A * B$ в площади области B :

$$p(A|B) = \frac{1}{6} = \frac{1/36}{1/6} =$$

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .



На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) = \frac{1}{36}$.

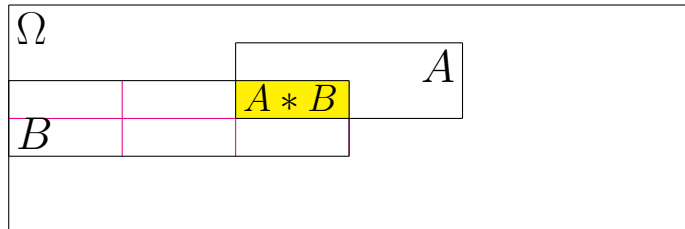
Допустим, что точка попала в B .

Тогда вероятность попадания точки еще и в A равна доле площади области $A * B$ в площади области B :

$$p(A|B) = \frac{1}{6} = \frac{1/36}{1/6} = \frac{p(A * B)}{p(B)}.$$

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .



На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) = \frac{1}{36}$.

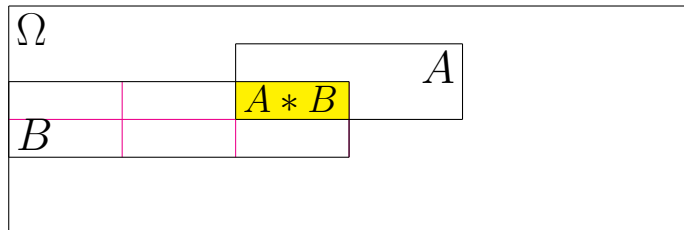
Допустим, что точка попала в B .

Тогда вероятность попадания точки еще и в A равна доле площади области $A * B$ в площади области B :

$$p(A|B) = \frac{1}{6} = \frac{1/36}{1/6} = \frac{p(A * B)}{p(B)}.$$

V.1. Условная вероятность

Будем считать, что вероятность попадания точки в подмножество B множества Ω равна доле площади множества B в Ω .



На рис. $p(B) = \frac{1}{6}$, $p(A) = \frac{1}{9}$, $p(A * B) = \frac{1}{36}$.

Допустим, что точка попала в B .

Тогда вероятность попадания точки еще и в A равна доле площади области $A * B$ в площади области B :

$$p(A|B) = \frac{1}{6} = \frac{1/36}{1/6} = \frac{p(A * B)}{p(B)}.$$

Последняя величина называется **условной вероятностью**.

V.1. Условная вероятность

Определение 12. Вероятностью события A при условии наступления события B называется величина $p(A|B) = \frac{p(A * B)}{p(B)}$.

V.1. Условная вероятность

Определение 12. Вероятностью события A при условии наступления события B называется величина $p(A|B) = \frac{p(A * B)}{p(B)}$.

Она позволяет вычислить вероятность наступления события A в ситуации, когда известно, что событие B произошло. С формальной точки зрения мы определили новую функцию, причем это функция двух переменных — событий.

V.1. Условная вероятность

Определение 12. Вероятностью события A при условии наступления события B называется величина $p(A|B) = \frac{p(A * B)}{p(B)}$.

Зафиксируем событие B и покажем, что определенная формулой функция от A удовлетворяет аксиомам вероятности.

V.1. Условная вероятность

Определение 12. Вероятностью события A при условии наступления события B называется величина $p(A|B) = \frac{p(A * B)}{p(B)}$.

Зафиксируем событие B и покажем, что определенная формулой функция от A удовлетворяет аксиомам вероятности.

$$p(\Omega|B) = \frac{p(\Omega \cdot B)}{p(B)} = \frac{p(B)}{p(B)} = 1, \quad p(\bar{A}|B) = 1 - p(A|B)$$

V.1. Условная вероятность

Определение 12. Вероятностью события A при условии наступления события B называется величина $p(A|B) = \frac{p(A * B)}{p(B)}$.

Зафиксируем событие B и покажем, что определенная формулой функция от A удовлетворяет аксиомам вероятности.

$$p(\Omega|B) = \frac{p(\Omega \cdot B)}{p(B)} = \frac{p(B)}{p(B)} = 1, \quad p(\bar{A}|B) = 1 - p(A|B)$$

$$p(A_1 + A_2|B) = p(A_1|B) + p(A_2|B), \text{ так как}$$

V.1. Условная вероятность

Определение 12. Вероятностью события A при условии наступления события B называется величина $p(A|B) = \frac{p(A * B)}{p(B)}$.

Зафиксируем событие B и покажем, что определенная формулой функция от A удовлетворяет аксиомам вероятности.

$$p(\Omega|B) = \frac{p(\Omega \cdot B)}{p(B)} = \frac{p(B)}{p(B)} = 1, \quad p(\bar{A}|B) = 1 - p(A|B)$$

$$p(A_1 + A_2|B) = p(A_1|B) + p(A_2|B), \text{ так как}$$

$$(A_1 + A_2) * B = A_1 * B + A_2 * B.$$

V.1. Условная вероятность

Определение 12. Вероятностью события A при условии наступления события B называется величина $p(A|B) = \frac{p(A * B)}{p(B)}$.

Можно получить и аналог формулы сложения.

$$p(A * B + C * B) = p(A * B) + p(C * B) - p(A * B * C) \Rightarrow$$

V.1. Условная вероятность

Определение 12. Вероятностью события A при условии наступления события B называется величина $p(A|B) = \frac{p(A * B)}{p(B)}$.

Можно получить и аналог формулы сложения.

$$p(A * B + C * B) = p(A * B) + p(C * B) - p(A * B * C) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p(A + C | B) = \frac{p((A + C) * B)}{p(B)} =$$

V.1. Условная вероятность

Определение 12. Вероятностью события A при условии наступления события B называется величина $p(A|B) = \frac{p(A * B)}{p(B)}$.

Можно получить и аналог формулы сложения.

$$p(A * B + C * B) = p(A * B) + p(C * B) - p(A * B * C) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow p(A + C | B) &= \frac{p((A + C) * B)}{p(B)} = \\ &= \frac{p(A * B) + p(C * B) - p(A * B * C)}{p(B)} = \end{aligned}$$

V.1. Условная вероятность

Определение 12. Вероятностью события A при условии наступления события B называется величина $p(A|B) = \frac{p(A * B)}{p(B)}$.

Можно получить и аналог формулы сложения.

$$p(A * B + C * B) = p(A * B) + p(C * B) - p(A * B * C) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow p(A + C | B) &= \frac{p((A + C) * B)}{p(B)} = \\ &= \frac{p(A * B) + p(C * B) - p(A * B * C)}{p(B)} = \\ &= p(A | B) + p(C | B) - p(A * C | B). \end{aligned}$$

V.2. Теорема о вероятности произведения событий

Теорема 5. *Справедливы следующие утверждения:*

$$p(A * B) = p(A) \cdot p(B | A),$$

$$p(A * B * C) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A * B) \text{ и т.п.}$$

Доказательство.

V.2. Теорема о вероятности произведения событий

Теорема 5. *Справедливы следующие утверждения:*

$$p(A * B) = p(A) \cdot p(B | A),$$

$$p(A * B * C) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A * B) \text{ и т.п.}$$

Доказательство. Это очевидное следствие определения условной вероятности.

V.3. Независимые события

Определение 13. События A и B называются **независимыми**, если $p(A) = p(A \mid B)$.

V.3. Независимые события

Определение 13. События A и B называются **независимыми**, если $p(A) = p(A | B)$.

Тогда $p(B) = p(B | A)$. Поскольку

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{p(A | B) p(B)}{p(A)} = p(B).$$

V.3. Независимые события

Определение 13. События A и B называются **независимыми**, если $p(A) = p(A | B)$.

Тогда $p(B) = p(B | A)$. Поскольку

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{p(A | B) p(B)}{p(A)} = p(B).$$

Иначе говоря, бинарное отношение независимости обладает симметричностью: если событие A независимо от B , то и событие B независимо от A . Можно показать, что в этом случае независимы и пары $(\bar{A}, B); (\bar{A}, \bar{B}); (A, \bar{B})$.

V.4. Теорема о вероятности произведения независимых событий

Теорема **6**. Если события A и B независимы, то

$$p(A * B) = p(A) \cdot p(B).$$

Доказательство.

V.4. Теорема о вероятности произведения независимых событий

Теорема 6. Если события A и B независимы, то
$$p(A * B) = p(A) \cdot p(B).$$

Доказательство. предоставляется читателям в качестве простого упражнения.

V.4. Теорема о вероятности произведения независимых событий

Теорема 6. Если события A и B независимы, то
 $p(A * B) = p(A) \cdot p(B)$.

Доказательство. предоставляется читателям в качестве простого упражнения.

Определение 14. События $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ называются независимыми в совокупности, если

$$p(A_1 * A_2 \dots A_n) = p(A_1) p(A_2) \dots p(A_n).$$

V.4. Теорема о вероятности произведения независимых событий

Теорема 6. Если события A и B независимы, то
 $p(A * B) = p(A) \cdot p(B)$.

Доказательство. предоставляется читателям в качестве простого упражнения.

Определение 14. События $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ называются независимыми в совокупности, если

$$p(A_1 * A_2 \dots A_n) = p(A_1) p(A_2) \dots p(A_n).$$

Для событий $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ надо различать попарную независимость и независимость в совокупности.

Рассмотрим пример?

V.5. Задача Бернштейна

Задача 1. *Три грани тетраэдра окрашены соответственно в красный (K), зеленый ($З$) и синий ($С$) цвета, а четвертая частично в каждый из этих трех цветов ($KЗС$). Изучить вопрос о независимости событий K , $З$ и $С$. Здесь буква обозначает выпадение вниз грани, имеющей соответствующий цвет.*

V.5. Задача Бернштейна

Задача 1. *Три грани тетраэдра окрашены соответственно в красный (K), зеленый ($З$) и синий ($С$) цвета, а четвертая частично в каждый из этих трех цветов ($KЗС$). Изучить вопрос о независимости событий K , $З$ и $С$. Здесь буква обозначает выпадение вниз грани, имеющей соответствующий цвет.*

Исходы можно считать равновероятными, поэтому вероятность упасть, скажем, красным вниз будет $1/2$ (это сложное событие!). Условные вероятности типа $p(K|З)$ также будут по $1/2$. Значит попарная независимость имеет место, а вот произведение K , $З$ и $С$ будет исходом с вероятностью $1/4$. Отсюда следует, что независимости в совокупности нет.

V.6. Обсуждение термина «независимые события»

Независимость событий — это еще один термин ТВ который используется как в узком (см. выше), так и в широком смысле.

V.6. Обсуждение термина «независимые события»

Независимость событий — это еще один термин ТВ который используется как в узком (см. выше), так и в широком смысле.

В естественных науках независимость соответствует отсутствию какой-либо зависимости. Вы хорошо знакомы с функциональной зависимостью между двумя и более физическими величинами и моделирующим ее математическим объектом — функцией.

V.6. Обсуждение термина «независимые события»

Независимость событий — это еще один термин ТВ который используется как в узком (см. выше), так и в широком смысле.

В естественных науках независимость соответствует отсутствию какой-либо зависимости. Вы хорошо знакомы с функциональной зависимостью между двумя и более физическими величинами и моделирующим ее математическим объектом — функцией.

Именно в виде функциональных зависимостей сформулированы основные физические законы: Ньютона, Ома, газовые законы и др.

V.6. Обсуждение термина «независимые события»

Независимость событий — это еще один термин ТВ который используется как в узком (см. выше), так и в широком смысле.

В естественных науках независимость соответствует отсутствию какой-либо зависимости. Вы хорошо знакомы с функциональной зависимостью между двумя и более физическими величинами и моделирующим ее математическим объектом — функцией.

Именно в виде функциональных зависимостей сформулированы основные физические законы: Ньютона, Ома, газовые законы и др.

Зависимость может иметь и другой, нефункциональный характер. В частности, в медицине влияние различных жизненных факторов и особенностей конкретных людей на их предрасположенность к некоторому заболеванию изучают статистическими методами.

V.6. Обсуждение термина «независимые события»

Пусть в серии из n опытов наблюдается события A , B и $A * B$.

$$N_A = \frac{m_A}{n}, N_B = \frac{m_B}{n}, N_{A*B} = \frac{m_{A*B}}{n}$$

V.6. Обсуждение термина «независимые события»

Пусть в серии из n опытов наблюдается события A , B и $A * B$.

$$N_A = \frac{m_A}{n}, N_B = \frac{m_B}{n}, N_{A*B} = \frac{m_{A*B}}{n}$$

Сравним две величины: $\frac{m_{A*B}}{m_B}$ и $\frac{m_A}{n}$.

V.6. Обсуждение термина «независимые события»

Пусть в серии из n опытов наблюдается события A , B и $A * B$.

$$N_A = \frac{m_A}{n}, N_B = \frac{m_B}{n}, N_{A*B} = \frac{m_{A*B}}{n}$$

Сравним две величины: $\frac{m_{A*B}}{m_B}$ и $\frac{m_A}{n}$.

Первая есть доля исходов, связанных с одновременным появлением события A и B среди исходов с B .

V.6. Обсуждение термина «независимые события»

Пусть в серии из n опытов наблюдается события A , B и $A * B$.

$$N_A = \frac{m_A}{n}, N_B = \frac{m_B}{n}, N_{A*B} = \frac{m_{A*B}}{n}$$

Сравним две величины: $\frac{m_{A*B}}{m_B}$ и $\frac{m_A}{n}$.

Первая есть доля исходов, связанных с одновременным появлением события A и B среди исходов с B .

Вторая — доля исходов с наблюдением A среди всех опытов. Скажем, A — {смерть больного от рака легких}, B — {больной курил}. Многочисленные наблюдения показывают, что $\frac{m_{A*B}}{m_B} \gg \frac{m_A}{n}$.

V.6. Обсуждение термина «независимые события»

Пусть в серии из n опытов наблюдается события A , B и $A * B$.

$$N_A = \frac{m_A}{n}, N_B = \frac{m_B}{n}, N_{A*B} = \frac{m_{A*B}}{n}$$

Сравним две величины: $\frac{m_{A*B}}{m_B}$ и $\frac{m_A}{n}$.

Первая есть доля исходов, связанных с одновременным появлением события A и B среди исходов с B .

Вторая — доля исходов с наблюдением A среди всех опытов. Скажем, A — {смерть больного от рака легких}, B — {больной курил}. Многочисленные наблюдения показывают, что $\frac{m_{A*B}}{m_B} \gg \frac{m_A}{n}$.

Это дает основание медикам утверждать, что курение способствует данному заболеванию (наш Минздрав предупреждает, а американский — бьет долларом!).

V.6. Обсуждение термина «независимые события»

Если для каких-то других событий A и B обнаруживается

$$\frac{m_{A*B}}{m_B} = \frac{m_A}{n}$$

то делается вывод о их статистической независимости.

V.6. Обсуждение термина «независимые события»

Если для каких-то других событий A и B обнаруживается

$$\frac{m_{A*B}}{m_B} = \frac{m_A}{n}$$

то делается вывод о их статистической независимости.

Заметим, что

$$\frac{m_{A*B}}{m_B} = \frac{m_{A*B}}{n} \frac{n}{m_B} = \frac{N_{A*B}}{N_B}$$

V.6. Обсуждение термина «независимые события»

Если для каких-то других событий A и B обнаруживается

$$\frac{m_{A*B}}{m_B} = \frac{m_A}{n}$$

то делается вывод о их статистической независимости.

Заметим, что

$$\frac{m_{A*B}}{m_B} = \frac{m_{A*B}}{n} \frac{n}{m_B} = \frac{N_{A*B}}{N_B}$$

Это отношение было бы естественно принять за статистическую условную вероятность, т.е. вероятность наступления события A при условии, что B произошло. Таким образом, теоретическая "независимость" абстрактных случайных событий есть отражение статистической независимости соответствующих реальных событий — прообразов.

Выполним лабораторную работу?

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема **7**. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство.

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема **7**. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

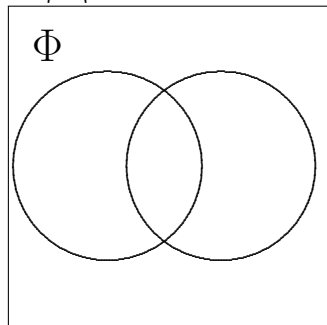
Доказательство. Утверждение теоремы очевидно из рисунка.

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Утверждение теоремы очевидно из рисунка.



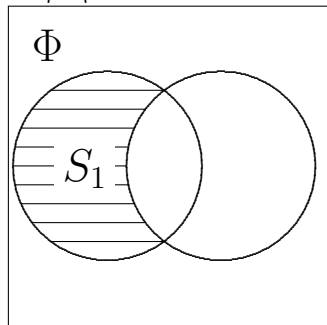
Предполагается, что изображенные на этом рисунке фигуры включаются в некоторую конечную фигуру Φ , и площадь любой фигуры измеряется *долей* от площади фигуры Φ (см. *геометрическую вероятность*).

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Утверждение теоремы очевидно из рисунка.



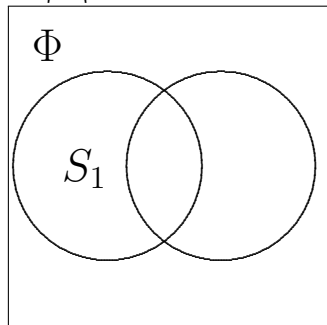
Предполагается, что изображенные на этом рисунке фигуры включаются в некоторую конечную фигуру Φ , и площадь любой фигуры измеряется *долей* от площади фигуры Φ (см. *геометрическую вероятность*).

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Утверждение теоремы очевидно из рисунка.



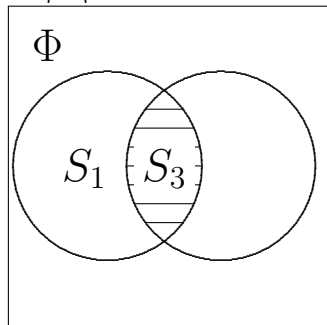
Предполагается, что изображенные на этом рисунке фигуры включаются в некоторую конечную фигуру Φ , и площадь любой фигуры измеряется *долей* от площади фигуры Φ (см. *геометрическую вероятность*).

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Утверждение теоремы очевидно из рисунка.



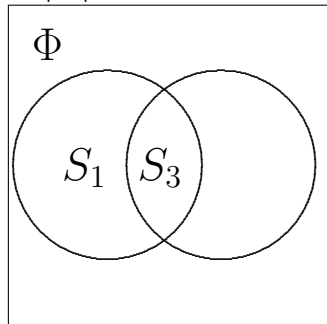
Предполагается, что изображенные на этом рисунке фигуры включаются в некоторую конечную фигуру Φ , и площадь любой фигуры измеряется *долей* от площади фигуры Φ (см. *геометрическую вероятность*).

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Утверждение теоремы очевидно из рисунка.



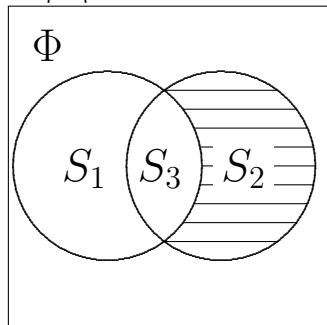
Предполагается, что изображенные на этом рисунке фигуры включаются в некоторую конечную фигуру Φ , и площадь любой фигуры измеряется *долей* от площади фигуры Φ (см. *геометрическую вероятность*).

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Утверждение теоремы очевидно из рисунка.



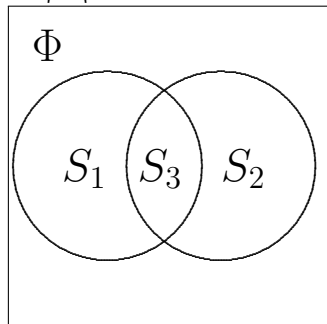
Предполагается, что изображенные на этом рисунке фигуры включаются в некоторую конечную фигуру Φ , и площадь любой фигуры измеряется *долей* от площади фигуры Φ (см. *геометрическую вероятность*).

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Утверждение теоремы очевидно из рисунка.



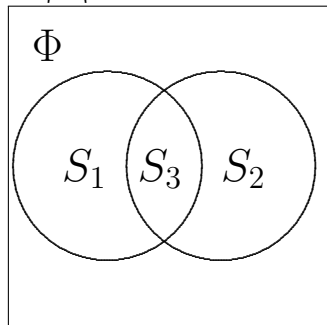
Предполагается, что изображенные на этом рисунке фигуры включаются в некоторую конечную фигуру Φ , и площадь любой фигуры измеряется *долей* от площади фигуры Φ (см. *геометрическую вероятность*).

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Утверждение теоремы очевидно из рисунка.



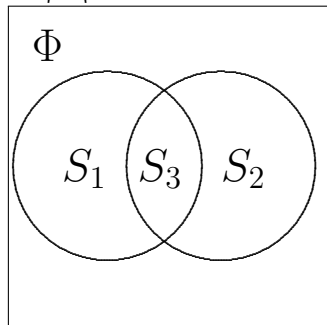
Предполагается, что изображенные на этом рисунке фигуры включаются в некоторую конечную фигуру Φ , и площадь любой фигуры измеряется *долей* от площади фигуры Φ (см. *геометрическую вероятность*). Тогда

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Утверждение теоремы очевидно из рисунка.



Предполагается, что изображенные на этом рисунке фигуры включаются в некоторую конечную фигуру Φ , и площадь любой фигуры измеряется *долей* от площади фигуры Φ (см. *геометрическую вероятность*). Тогда

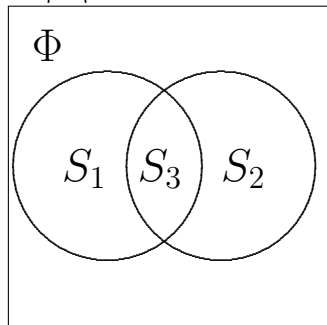
$$\underbrace{S_1 + S_2 + S_3}_{p(A+B)} =$$

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Утверждение теоремы очевидно из рисунка.



Предполагается, что изображенные на этом рисунке фигуры включаются в некоторую конечную фигуру Φ , и площадь любой фигуры измеряется *долей* от площади фигуры Φ (см. *геометрическую вероятность*). Тогда

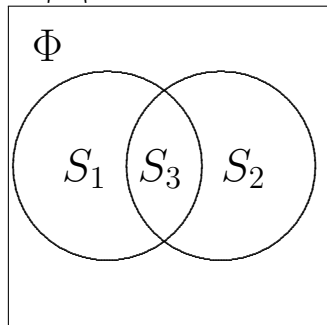
$$\underbrace{S_1 + S_2 + S_3}_{p(A+B)} = \underbrace{(S_1 + S_3)}_{p(A)} + \underbrace{(S_2 + S_3)}_{p(B)} -$$

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Утверждение теоремы очевидно из рисунка.



Предполагается, что изображенные на этом рисунке фигуры включаются в некоторую конечную фигуру Φ , и площадь любой фигуры измеряется *долей* от площади фигуры Φ (см. *геометрическую вероятность*). Тогда

$$\underbrace{S_1 + S_2 + S_3}_{p(A+B)} = \underbrace{(S_1 + S_3)}_{p(A)} + \underbrace{(S_2 + S_3)}_{p(B)} - \underbrace{S_3}_{p(A*B)}.$$

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема **7**. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Приведем строгое доказательство.

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. Для любых событий A и B имеет место равенство

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Приведем строгое доказательство.

По теореме о сведении к дизъюнктивным слагаемым, имеем $A + B = A + B * \bar{A}$, причем A и $B * \bar{A}$ несовместны.

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Приведем строгое доказательство.

По **теореме о сведении к дизъюнктым слагаемым**, имеем $A + B = A + B * \bar{A}$, причем A и $B * \bar{A}$ несовместны.

Поэтому, согласно **аксиоме Ap1**,

$$p(A + B) = p(A + B * \bar{A}) = p(A) + p(B * \bar{A}). \quad (4)$$

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Приведем строгое доказательство.

По **теореме о сведении к дизъюнктивным слагаемым**, имеем $A + B = A + B * \bar{A}$, причем A и $B * \bar{A}$ несовместны.

Поэтому, согласно **аксиоме Ap1**,

$$p(A + B) = p(A + B * \bar{A}) = p(A) + p(B * \bar{A}). \quad (4)$$

С другой стороны, $B = AB + B * \bar{A}$, поэтому

$$p(B) = p(A * B) + p(B * \bar{A}). \quad (5)$$

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Приведем строгое доказательство.

По **теореме о сведении к дизъюнктивным слагаемым**, имеем $A + B = A + B * \bar{A}$, причем A и $B * \bar{A}$ несовместны.

Поэтому, согласно **аксиоме Ap1**,

$$p(A + B) = p(A + B * \bar{A}) = p(A) + p(B * \bar{A}). \quad (4)$$

С другой стороны, $B = AB + B * \bar{A}$, поэтому

$$p(B) = p(A * B) + p(B * \bar{A}). \quad (5)$$

Из полученных равенств (4) и (5) получаем требуемое равенство.

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Данную формулу можно применять последовательно и при числе слагаемых событий более двух.

V.7. Теорема о вероятности суммы событий

Теорема 7. *Для любых событий A и B имеет место равенство*

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A * B).$$

Доказательство. Данную формулу можно применять последовательно и при числе слагаемых событий более двух.

Например, для трех событий можно получить.

$$p(A + B + C) = p(A) + p(B) + p(C) - p(AB) - p(AC) - p(BC) + p(ABC)$$

Рассмотрим пример?

Выполним лабораторную работу?

V.8. Формула полной вероятности

Многие задачи ТВ решаются в рамках одной теоретической модели — схемы гипотез.

V.8. Формула полной вероятности

Многие задачи ТВ решаются в рамках одной теоретической модели — схемы гипотез. Пусть $H_1, H_2, \dots, H_n$ — множество попарно несовместных событий, причем $A * (H_1 + \dots + H_n) = A$ (события $H_1, \dots, H_n$ при этом обычно называют **гипотезами**, используется еще термин **полная группа событий**).

V.8. Формула полной вероятности

Многие задачи ТВ решаются в рамках одной теоретической модели — схемы гипотез. Пусть $H_1, H_2, \dots, H_n$ — множество попарно несовместных событий, причем $A * (H_1 + \dots + H_n) = A$ (события $H_1, \dots, H_n$ при этом обычно называют **гипотезами**, используется еще термин **полная группа событий**). В этом случае любое событие A может произойти совместно со всеми или частью событий из полной группы.

V.8. Формула полной вероятности

Многие задачи ТВ решаются в рамках одной теоретической модели — схемы гипотез. Пусть $H_1, H_2, \dots, H_n$ — множество попарно несовместных событий, причем $A * (H_1 + \dots + H_n) = A$ (события $H_1, \dots, H_n$ при этом обычно называют **гипотезами**, используется еще термин **полная группа событий**). В этом случае любое событие A может произойти совместно со всеми или частью событий из полной группы. Можно предложить следующую трактовку схемы гипотез, поясняющую и происхождение названия.

V.8. Формула полной вероятности

Многие задачи ТВ решаются в рамках одной теоретической модели — схемы гипотез. Пусть $H_1, H_2, \dots, H_n$ — множество попарно несовместных событий, причем $A * (H_1 + \dots + H_n) = A$ (события $H_1, \dots, H_n$ при этом обычно называют **гипотезами**, используется еще термин **полная группа событий**). В этом случае любое событие A может произойти совместно со всеми или частью событий из полной группы. Можно предложить следующую трактовку схемы гипотез, поясняющую и происхождение названия.

Допустим, что предлагается провести опыт, условия которого заранее полностью неизвестны, о них можно сделать лишь n взаимоисключающих предположений (гипотез).

V.8. Формула полной вероятности

Многие задачи ТВ решаются в рамках одной теоретической модели — схемы гипотез. Пусть $H_1, H_2, \dots, H_n$ — множество попарно несовместных событий, причем $A * (H_1 + \dots + H_n) = A$ (события $H_1, \dots, H_n$ при этом обычно называют **гипотезами**, используется еще термин **полная группа событий**). В этом случае любое событие A может произойти совместно со всеми или частью событий из полной группы. Можно предложить следующую трактовку схемы гипотез, поясняющую и происхождение названия.

Допустим, что предлагается провести опыт, условия которого заранее полностью неизвестны, о них можно сделать лишь n взаимоисключающих предположений (гипотез). Вероятности гипотез известны, известны и условные вероятности интересующего нас события A . Оказывается, что по этим данным можно вычислить вероятность $p(A)$.

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p\left(A \mid H_1\right) + \dots + p(H_n) \cdot p\left(A \mid H_n\right). \quad (6)$$

События H_i часто называют **гипотезами**.

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p\left(A \mid H_1\right) + \dots + p(H_n) \cdot p\left(A \mid H_n\right). \quad (6)$$

Доказательство.

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

$$A =$$

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

$$A = H_1 * A +$$

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

$$A = H_1 * A + H_2 * A +$$

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

$$A = H_1 * A + H_2 * A + \dots +$$

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

$$A = H_1 * A + H_2 * A + \dots + H_n * A$$

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

$$A = H_1 * A + H_2 * A + \dots + H_n * A$$

Значит $p(A) =$

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

$$A = H_1 * A + H_2 * A + \dots + H_n * A$$

Значит $p(A) = p(H_1 * A) +$

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

$$A = H_1 * A + H_2 * A + \dots + H_n * A$$

Значит $p(A) = p(H_1 * A) + p(H_2 * A) +$

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

$$A = H_1 * A + H_2 * A + \dots + H_n * A$$

Значит $p(A) = p(H_1 * A) + p(H_2 * A) + \dots +$

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

$$A = H_1 * A + H_2 * A + \dots + H_n * A$$

Значит $p(A) = p(H_1 * A) + p(H_2 * A) + \dots + p(H_n * A)$.

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

$$A = H_1 * A + H_2 * A + \dots + H_n * A$$

Значит $p(A) = p(H_1 * A) + p(H_2 * A) + \dots + p(H_n * A)$.

Применим теорему умножения и получим искомую формулу

$$p(A) =$$

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

$$A = H_1 * A + H_2 * A + \dots + H_n * A$$

Значит $p(A) = p(H_1 * A) + p(H_2 * A) + \dots + p(H_n * A)$.

Применим теорему умножения и получим искомую формулу

$$p(A) = p(H_1) p(A | H_1) +$$

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

$$A = H_1 * A + H_2 * A + \dots + H_n * A$$

Значит $p(A) = p(H_1 * A) + p(H_2 * A) + \dots + p(H_n * A)$.

Применим теорему умножения и получим искомую формулу

$$p(A) = p(H_1) p(A | H_1) + \dots +$$

V.8. Формула полной вероятности

Теорема 8. Пусть события A и $H_1, H_2, \dots, H_n$ таковы, что, во-первых, событие A наступает только при наступлении одного из H_i , во-вторых, для различных номеров i, j события AH_i и AH_j несовместны. Тогда

$$p(A) = p(H_1) \cdot p(A | H_1) + \dots + p(H_n) \cdot p(A | H_n). \quad (6)$$

Доказательство. В схеме гипотез событие A представляется в виде суммы несовместных событий

$$A = H_1 * A + H_2 * A + \dots + H_n * A$$

Значит $p(A) = p(H_1 * A) + p(H_2 * A) + \dots + p(H_n * A)$.

Применим теорему умножения и получим искомую формулу

$$p(A) = p(H_1) p(A | H_1) + \dots + p(H_n) p(A | H_n).$$

Рассмотрим пример?

V.9. Формула Байеса

Теорема 9. В условиях *теоремы о полной вероятности* имеет место равенство

$$p\left(H_i \mid A\right) = \frac{p\left(H_i\right) p\left(A \mid H_i\right)}{p(A)} = \frac{p\left(H_i\right) p\left(A \mid H_i\right)}{p\left(H_1\right) p\left(A \mid H_1\right) + \dots + p\left(H_n\right) p\left(A \mid H_n\right)}.$$

V.9. Формула Байеса

Теорема 9. В условиях *теоремы о полной вероятности* имеет место равенство

$$p(H_i | A) = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(A)} = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(H_1) p(A | H_1) + \dots + p(H_n) p(A | H_n)}.$$

Доказательство.

V.9. Формула Байеса

Теорема 9. В условиях *теоремы о полной вероятности* имеет место равенство

$$p(H_i | A) = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(A)} = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(H_1) p(A | H_1) + \dots + p(H_n) p(A | H_n)}.$$

Доказательство. Для того, чтобы получить равенство, надо одну и ту же величину вычислить разными способами. В данном случае в качестве такой величины следует взять $p(A * H_i)$.

V.9. Формула Байеса

Теорема 9. В условиях *теоремы о полной вероятности* имеет место равенство

$$p(H_i | A) = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(A)} = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(H_1) p(A | H_1) + \dots + p(H_n) p(A | H_n)}.$$

Доказательство. Для того, чтобы получить равенство, надо одну и ту же величину вычислить разными способами. В данном случае в качестве такой величины следует взять $p(A * H_i)$. В самом деле, с одной стороны,

V.9. Формула Байеса

Теорема 9. В условиях *теоремы о полной вероятности* имеет место равенство

$$p(H_i | A) = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(A)} = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(H_1) p(A | H_1) + \dots + p(H_n) p(A | H_n)}.$$

Доказательство. Для того, чтобы получить равенство, надо одну и ту же величину вычислить разными способами. В данном случае в качестве такой величины следует взять $p(A * H_i)$. В самом деле, с одной стороны,

$$p(A * H_i) =$$

V.9. Формула Байеса

Теорема 9. В условиях *теоремы о полной вероятности* имеет место равенство

$$p(H_i | A) = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(A)} = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(H_1) p(A | H_1) + \dots + p(H_n) p(A | H_n)}.$$

Доказательство. Для того, чтобы получить равенство, надо одну и ту же величину вычислить разными способами. В данном случае в качестве такой величины следует взять $p(A * H_i)$. В самом деле, с одной стороны,

$$p(A * H_i) = p(A) p(H_i | A).$$

V.9. Формула Байеса

Теорема 9. В условиях *теоремы о полной вероятности* имеет место равенство

$$p\left(H_i \mid A\right) = \frac{p\left(H_i\right) p\left(A \mid H_i\right)}{p(A)} = \frac{p\left(H_i\right) p\left(A \mid H_i\right)}{p\left(H_1\right) p\left(A \mid H_1\right) + \dots + p\left(H_n\right) p\left(A \mid H_n\right)}.$$

Доказательство. Для того, чтобы получить равенство, надо одну и ту же величину вычислить разными способами. В данном случае в качестве такой величины следует взять $p(A * H_i)$. В самом деле, с одной стороны,

$$p\left(A * H_i\right) = p(A) p\left(H_i \mid A\right).$$

с другой стороны,

V.9. Формула Байеса

Теорема 9. В условиях *теоремы о полной вероятности* имеет место равенство

$$p(H_i | A) = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(A)} = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(H_1) p(A | H_1) + \dots + p(H_n) p(A | H_n)}.$$

Доказательство. Для того, чтобы получить равенство, надо одну и ту же величину вычислить разными способами. В данном случае в качестве такой величины следует взять $p(A * H_i)$. В самом деле, с одной стороны,

$$p(A * H_i) = p(A) p(H_i | A).$$

с другой стороны,

$$p(A * H_i) =$$

V.9. Формула Байеса

Теорема 9. В условиях *теоремы о полной вероятности* имеет место равенство

$$p(H_i | A) = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(A)} = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(H_1) p(A | H_1) + \dots + p(H_n) p(A | H_n)}.$$

Доказательство. Для того, чтобы получить равенство, надо одну и ту же величину вычислить разными способами. В данном случае в качестве такой величины следует взять $p(A * H_i)$. В самом деле, с одной стороны,

$$p(A * H_i) = p(A) p(H_i | A).$$

с другой стороны,

$$p(A * H_i) = p(H_i) p(A | H_i).$$

V.9. Формула Байеса

Теорема 9. В условиях *теоремы о полной вероятности* имеет место равенство

$$p(H_i | A) = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(A)} = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(H_1) p(A | H_1) + \dots + p(H_n) p(A | H_n)}.$$

Доказательство. Для того, чтобы получить равенство, надо одну и ту же величину вычислить разными способами. В данном случае в качестве такой величины следует взять $p(A * H_i)$. В самом деле, с одной стороны,

$$p(A * H_i) = p(A) p(H_i | A).$$

с другой стороны,

$$p(A * H_i) = p(H_i) p(A | H_i).$$

V.9. Формула Байеса

Теорема 9. В условиях *теоремы о полной вероятности* имеет место равенство

$$p(H_i | A) = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(A)} = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(H_1) p(A | H_1) + \dots + p(H_n) p(A | H_n)}.$$

Доказательство.

$$p(A * H_i) = p(A) p(H_i | A).$$

$$p(A * H_i) = p(H_i) p(A | H_i).$$

Сравнивая правые части полученных равенств, получаем, с помощью формулы полной вероятности, требуемое заключение.

V.9. Формула Байеса

Теорема 9. В условиях *теоремы о полной вероятности* имеет место равенство

$$p(H_i | A) = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(A)} = \frac{p(H_i) p(A | H_i)}{p(H_1) p(A | H_1) + \dots + p(H_n) p(A | H_n)}.$$

Эта формула позволяет «переоценить» вероятности гипотез по результатам эксперимента. Вероятности $p(A | H_i)$ называют **апостериорными**, поскольку они учитывают результаты опыта, в отличие от **априорных** вероятностей гипотез.

Рассмотрим пример?

Выполним лабораторную работу?

VI. Последовательности испытаний

В этом разделе мы обсудим еще несколько теоретических моделей — схем, применяющихся при изучении случайных явлений. Ранее уже было предложено представлять некое испытание как композицию или «серию» более простых или уже изученных испытаний.

VI. Последовательности испытаний

В этом разделе мы обсудим еще несколько теоретических моделей — схем, применяющихся при изучении случайных явлений. Ранее уже было предложено представлять некое испытание как композицию или «серию» более простых или уже изученных испытаний. Исходами нового испытания, «суперисходами», являются упорядоченные наборы исходов $(\omega_i^1, \omega_j^2, \dots, \omega_k^n)$, $\omega_i^l \in \Omega_l$.

VI. Последовательности испытаний

В этом разделе мы обсудим еще несколько теоретических моделей — схем, применяющихся при изучении случайных явлений. Ранее уже было предложено представлять некое испытание как композицию или «серию» более простых или уже изученных испытаний. Исходами нового испытания, «суперисходами», являются упорядоченные наборы исходов $(\omega_i^1, \omega_j^2, \dots, \omega_k^n)$, $\omega_i^l \in \Omega_l$. В литературе по ТВ «суперисходы» принято называть *последовательностями испытаний*, причем никакого «временного» (ударение на «о») упорядочения не подразумевается.

VI. Последовательности испытаний

В этом разделе мы обсудим еще несколько теоретических моделей — схем, применяющихся при изучении случайных явлений. Ранее уже было предложено представлять некое испытание как композицию или «серию» более простых или уже изученных испытаний. Исходами нового испытания, «суперисходами», являются упорядоченные наборы исходов $(\omega_i^1, \omega_j^2, \dots, \omega_k^n)$, $\omega_i^l \in \Omega_l$. В литературе по ТВ «суперисходы» принято называть *последовательностями испытаний*, причем никакого «временного» (ударение на «о») упорядочения не подразумевается.

Не имеет смысла говорить, что одно испытание «предшествует» другому или «произошло раньше», чем другое.

VI. Последовательности испытаний

В этом разделе мы обсудим еще несколько теоретических моделей — схем, применяющихся при изучении случайных явлений. Ранее уже было предложено представлять некое испытание как композицию или «серию» более простых или уже изученных испытаний. Исходами нового испытания, «суперисходами», являются упорядоченные наборы исходов $(\omega_i^1, \omega_j^2, \dots, \omega_k^n)$, $\omega_i^l \in \Omega_l$. В литературе по ТВ «суперисходы» принято называть *последовательностями испытаний*, причем никакого «временного» (ударение на «о») упорядочения не подразумевается.

Данная модель применяется и при одновременном осуществлении всей серии, важна лишь формальная упорядоченность, т.е. у каждого испытания есть номер или другой идентификационный признак.

VI. Последовательности испытаний

В этом разделе мы обсудим еще несколько теоретических моделей — схем, применяющихся при изучении случайных явлений. Ранее уже было предложено представлять некое испытание как композицию или «серию» более простых или уже изученных испытаний. Исходами нового испытания, «суперисходами», являются упорядоченные наборы исходов $(\omega_i^1, \omega_j^2, \dots, \omega_k^n)$, $\omega_i^l \in \Omega_l$. В литературе по ТВ «суперисходы» принято называть *последовательностями испытаний*, причем никакого «временного» (ударение на «о») упорядочения не подразумевается.

Отсутствие какой-либо связи между испытаниями, входящими в серию — их независимость — моделируется знакомым нам способом:

VI. Последовательности испытаний

В этом разделе мы обсудим еще несколько теоретических моделей — схем, применяющихся при изучении случайных явлений. Ранее уже было предложено представлять некое испытание как композицию или «серию» более простых или уже изученных испытаний. Исходами нового испытания, «суперисходами», являются упорядоченные наборы исходов $(\omega_i^1, \omega_j^2, \dots, \omega_k^n)$, $\omega_i^l \in \Omega_l$. В литературе по ТВ «суперисходы» принято называть *последовательностями испытаний*, причем никакого «временного» (ударение на «о») упорядочения не подразумевается.

Отсутствие какой-либо связи между испытаниями, входящими в серию — их независимость — моделируется знакомым нам способом:

$$p((\omega_i^1, \omega_j^2, \dots, \omega_k^n)) = p_1(\omega_i^1) \cdot p_2(\omega_j^2) \dots p_n(\omega_k^n).$$

VI. Последовательности испытаний

В этом разделе мы обсудим еще несколько теоретических моделей — схем, применяющихся при изучении случайных явлений. Ранее уже было предложено представлять некое испытание как композицию или «серию» более простых или уже изученных испытаний. Исходами нового испытания, «суперисходами», являются упорядоченные наборы исходов $(\omega_i^1, \omega_j^2, \dots, \omega_k^n)$, $\omega_i^l \in \Omega_l$. В литературе по ТВ «суперисходы» принято называть *последовательностями испытаний*, причем никакого «временного» (ударение на «о») упорядочения не подразумевается.

Отсутствие какой-либо связи между испытаниями, входящими в серию — их независимость — моделируется знакомым нам способом:

$$p((\omega_i^1, \omega_j^2, \dots, \omega_k^n)) = p_1(\omega_i^1) \cdot p_2(\omega_j^2) \dots p_n(\omega_k^n).$$

Простейшая из таких моделей — схема Бернулли.

VI.1. Схема Бернулли

Определение 15. *Схемой Бернулли называют последовательность независимых (в вышеуказанном смысле) испытаний, в каждом из которых событие A происходит с вероятностью p или не происходит с вероятностью $q = 1 - p$.*

VI.1. Схема Бернулли

Определение 15. *Схемой Бернулли называют последовательность независимых (в вышеуказанном смысле) испытаний, в каждом из которых событие A происходит с вероятностью p или не происходит с вероятностью $q = 1 - p$.*

Интерес представляет «число успехов» события A , т.е. сколько раз событие произошло.

VI.2. Теорема Бернулли

Теорема 10. Пусть вероятность наступления события A в каждом из n испытаний, проходящих по схеме Бернулли, равна p . Тогда вероятность того, что в серии из n испытаний событие A наступит ровно m раз равна

$$p_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad \text{где } q = 1 - p. \quad (7)$$

VI.2. Теорема Бернулли

Теорема 10. Пусть вероятность наступления события A в каждом из n испытаний, проходящих по схеме Бернулли, равна p . Тогда вероятность того, что в серии из n испытаний событие A наступит ровно m раз равна

$$p_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad \text{где } q = 1 - p. \quad (7)$$

Доказательство.

VI.2. Теорема Бернулли

Теорема 10. Пусть вероятность наступления события A в каждом из n испытаний, проходящих по схеме Бернулли, равна p . Тогда вероятность того, что в серии из n испытаний событие A наступит ровно m раз равна

$$p_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad \text{где } q = 1 - p. \quad (7)$$

Доказательство. Заметим, что «суперсобытие» {событие A произошло k раз} есть сумма всех таких серий $\underbrace{(A, A \dots A, \bar{A}, \bar{A} \dots \bar{A})}_{k\text{-компонент}}$, в которых A произошло в k каких-то испытаний из n .

VI.2. Теорема Бернулли

Теорема 10. Пусть вероятность наступления события A в каждом из n испытаний, проходящих по схеме Бернулли, равна p . Тогда вероятность того, что в серии из n испытаний событие A наступит ровно m раз равна

$$p_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad \text{где } q = 1 - p. \quad (7)$$

Доказательство. Заметим, что «суперсобытие» {событие A произошло k раз} есть сумма всех таких серий $\underbrace{(A, A \dots A, \bar{A}, \bar{A} \dots \bar{A})}_{k\text{-компонент}}$, в которых A произошло в k каких-то испытаний из n .

Вероятность каждой такой серии в силу независимости испытаний одна и та же: $p^m q^{n-m}$.

VI.2. Теорема Бернулли

Теорема 10. Пусть вероятность наступления события A в каждом из n испытаний, проходящих по схеме Бернулли, равна p . Тогда вероятность того, что в серии из n испытаний событие A наступит ровно m раз равна

$$p_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad \text{где } q = 1 - p. \quad (7)$$

Доказательство. Вероятность «суперсобытия», т.е. серии $\underbrace{(A, A \dots A)}_{k\text{-компонент}} \bar{A}, \bar{A} \dots \bar{A}$, равна $p^m q^{n-m}$.

Таких серий C_n^m штук.

VI.2. Теорема Бернулли

Теорема 10. Пусть вероятность наступления события A в каждом из n испытаний, проходящих по схеме Бернулли, равна p . Тогда вероятность того, что в серии из n испытаний событие A наступит ровно m раз равна

$$p_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad \text{где } q = 1 - p. \quad (7)$$

Доказательство. Вероятность «суперсобытия», т.е. серии $\underbrace{(A, A \dots A)}_{k \text{ — компонент}}, \bar{A}, \bar{A} \dots \bar{A}$, равна $p^m q^{n-m}$.

k — компонент

Таких серий C_n^m штук.

Итак, искомая вероятность равна $p_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$.

Теорема доказана.

VI.2. Теорема Бернулли

Теорема 10. Пусть вероятность наступления события A в каждом из n испытаний, проходящих по схеме Бернулли, равна p . Тогда вероятность того, что в серии из n испытаний событие A наступит ровно m раз равна

$$p_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad \text{где } q = 1 - p. \quad (7)$$

Заметим, что правая часть есть k -ый член разложения бинома $(p + q)^n$, так что полученное соотношение называют еще биномиальным законом распределения.

VI.2. Теорема Бернулли

Теорема 10. Пусть вероятность наступления события A в каждом из n испытаний, проходящих по схеме Бернулли, равна p . Тогда вероятность того, что в серии из n испытаний событие A наступит ровно m раз равна

$$p_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad \text{где } q = 1 - p. \quad (7)$$

Рассмотрим пример?

VI.2. Теорема Бернулли

Теорема 10. Пусть вероятность наступления события A в каждом из n испытаний, проходящих по схеме Бернулли, равна p . Тогда вероятность того, что в серии из n испытаний событие A наступит ровно m раз равна

$$p_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \text{ где } q = 1 - p. \quad (7)$$

Выполним лабораторную работу?

VI.2. Теорема Бернулли

Теорема 10. Пусть вероятность наступления события A в каждом из n испытаний, проходящих по схеме Бернулли, равна p . Тогда вероятность того, что в серии из n испытаний событие A наступит ровно m раз равна

$$p_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}, \text{ где } q = 1 - p. \quad (7)$$

Формула Бернулли является основой для **закона Бернулли**.

Обобщение на случай более двух исходов в каждом испытании приводит нас к *полиномиальной схеме*.

VI.3. Полиномиальная схема

Обобщением схемы Бернулли (биномиальной схемы) является схема проведения эксперимента, которая отличается от схемы Бернулли тем, что при каждом испытании происходит не одно из событий A или $\bar{A}$, а одно из m событий. Иначе говоря, ПЭС содержит более двух исходов.

VI.3. Полиномиальная схема

Теорема 11. Пусть в каждом из n независимых испытаний может произойти m исходов с вероятностями $p_1, p_2, \dots, p_m$. Тогда вероятность того, что каждое из несовместных событий A_i произойдет k_i раз, $i = 1, \dots, m$, будет выражаться соответствующим членом полиномиального разложения $(p_1 + p_2 + \dots + p_m)^n$

$$P_n(k_1, k_2, \dots, k_m) = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_m!} p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_m^{k_m}$$

Доказательство этой теоремы мы приводить не будем.

VI.4. Асимптотические приближения формулы Бернулли

Вычисления по **формуле (7)** вызывают определенные сложности при больших значениях n . Правда, с появлением современных калькуляторов и компьютерных программ «большие значения» становятся все больше и больше: если при использовании арифмометров $n = 30$ уже было слишком большим числом с точки зрения вычислений по **формуле (7)**, то современные калькуляторы справляются с таким значением n без труда.

VI.4. Асимптотические приближения формулы Бернулли

Вычисления по **формуле (7)** вызывают определенные сложности при больших значениях n . Правда, с появлением современных калькуляторов и компьютерных программ «большие значения» становятся все больше и больше: если при использовании арифмометров $n = 30$ уже было слишком большим числом с точки зрения вычислений по **формуле (7)**, то современные калькуляторы справляются с таким значением n без труда.

Однако на практике приходится иметь дело с такими значениями n , для которых вычислительных возможностей доступной техники уже не хватает.

VI.4. Асимптотические приближения формулы Бернулли

Вычисления по **формуле (7)** вызывают определенные сложности при больших значениях n . Правда, с появлением современных калькуляторов и компьютерных программ «большие значения» становятся все больше и больше: если при использовании арифмометров $n = 30$ уже было слишком большим числом с точки зрения вычислений по **формуле (7)**, то современные калькуляторы справляются с таким значением n без труда.

Особенно остро влияние погрешностей округления проявляется в ситуации, когда приходится вычислять вероятность того, что число успехов окажется в диапазоне от m_1 до m_2 , поскольку в этом случае приходится суммировать слагаемые такого вида, как в правой части **формулы (7)**.

VI.4. Асимптотические приближения формулы Бернулли

Вычисления по **формуле (7)** вызывают определенные сложности при больших значениях n . Правда, с появлением современных калькуляторов и компьютерных программ «большие значения» становятся все больше и больше: если при использовании арифмометров $n = 30$ уже было слишком большим числом с точки зрения вычислений по **формуле (7)**, то современные калькуляторы справляются с таким значением n без труда.

Ошибки округления могут привести к бессмысленным результатам. В таких случаях обычно применяются так называемые асимптотические формулы. В этом разделе мы приведем формулировки (без доказательства) **локальной** и **интегральной** теорем Лапласа и формулу **Пуассона**.

VI.4.1. Локальная теорема Муавра-Лапласа

Теорема 12. В условиях **теоремы 10 (Бернулли)** при больших n вероятность $p_n(m)$ того, что в серии из n испытаний событие A наступит ровно m раз примерно равна $\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi\left(\frac{m - pn}{\sqrt{npq}}\right)$, где $q = 1 - p$, $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$, причем с ростом n (при постоянном p) эта оценка становится все более точной.

VI.4.1. Локальная теорема Муавра-Лапласа

Теорема 12. В условиях **теоремы 10 (Бернулли)** при больших n вероятность $p_n(m)$ того, что в серии из n испытаний событие A наступит ровно m раз примерно равна $\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi\left(\frac{m - pn}{\sqrt{npq}}\right)$, где $q = 1 - p$, $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$, причем с ростом n (при постоянном p) эта оценка становится все более точной.

«Большие» n для нас с Вами будет означать, что $n \geq 100$, а суть данной теоремы в том, что точки с координатами $\left(\sqrt{npq} \cdot p_n(m), \frac{m - pn}{\sqrt{npq}}\right)$ практически ложатся на график функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$ (см. **таблицу**).

VI.4.1. Локальная теорема Муавра-Лапласа

Теорема 12. В условиях **теоремы 10 (Бернулли)** при больших n вероятность $p_n(m)$ того, что в серии из n испытаний событие A наступит ровно m раз примерно равна $\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi\left(\frac{m - pn}{\sqrt{npq}}\right)$, где $q = 1 - p$, $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$, причем с ростом n (при постоянном p) эта оценка становится все более точной.

Данный результат является основой для закона распределения непрерывной случайной величины, называемый **законом Гаусса** или **нормальным законом**.

VI.4.2. Интегральная теорема Лапласа

Теорема 25. В условиях **теоремы 10** при больших n вероятность того, что в серии из n испытаний событие A наступит не менее k_1 раз, но не более k_2 раз примерно равна

$$\Phi\left(\frac{k_2 - pn}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - pn}{\sqrt{npq}}\right),$$

где $q = 1 - p$, $\Phi(x) = \int_0^x \varphi(t) dt$, причем с ростом n (при постоянном p) эта оценка становится все более точной.

VI.4.2. Интегральная теорема Лапласа

Теорема 25. В условиях **теоремы 10** при больших n вероятность того, что в серии из n испытаний событие A наступит не менее k_1 раз, но не более k_2 раз примерно равна

$$\Phi\left(\frac{k_2 - pn}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - pn}{\sqrt{npq}}\right),$$

где $q = 1 - p$, $\Phi(x) = \int_0^x \varphi(t) dt$, причем с ростом n (при постоянном p) эта оценка становится все более точной.

Функция φ и **функция Φ** табулированы, соответствующие таблицы, как правило, находятся на последних страницах учебников и задачников.

VI.4.2. Интегральная теорема Лапласа

Теорема 25. В условиях **теоремы 10** при больших n вероятность того, что в серии из n испытаний событие A наступит не менее k_1 раз, но не более k_2 раз примерно равна

$$\Phi\left(\frac{k_2 - pn}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - pn}{\sqrt{npq}}\right),$$

где $q = 1 - p$, $\Phi(x) = \int_0^x \varphi(t) dt$, причем с ростом n (при постоянном p) эта оценка становится все более точной.

Для того, чтобы получить достаточно точный ответ с помощью локальной теоремы Муавра-Лапласа необходимо не только, чтобы n было велико, но и чтобы число p было сравнительно близко к $\frac{1}{2}$. При значениях p , близких к 0 или к 1 расхождение между $p_n(m)$ и $\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi\left(\frac{m - pn}{\sqrt{npq}}\right)$ увеличивается.

VI.4.2. Интегральная теорема Лапласа

Теорема 25. В условиях **теоремы 10** при больших n вероятность того, что в серии из n испытаний событие A наступит не менее k_1 раз, но не более k_2 раз примерно равна

$$\Phi\left(\frac{k_2 - pn}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - pn}{\sqrt{npq}}\right),$$

где $q = 1 - p$, $\Phi(x) = \int_0^x \varphi(t) dt$, причем с ростом n (при постоянном p) эта оценка становится все более точной.

Рассматривая, при необходимости как «успех» событие $\bar{A}$, можно случай $p \approx 1$ свести к случаю $p \approx 0$. В этой ситуации более точными обычно являются расчеты по приведенной в следующей теореме формуле Пуассона.

VI.4.3. Формула Пуассона

Теорема 25. Обозначим через $P_{n,a}(m)$ вероятность того, что успех наступит ровно m раз в серии из n испытаний, проводимых по схеме Бернулли, причем в каждом из испытаний вероятность успеха равна $\frac{a}{n}$. Тогда для любого положительного числа a справедлива **формула Пуассона**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{n,a}(m) = \frac{a^m}{m!} \cdot e^{-a}. \quad (8)$$

VI.4.3. Формула Пуассона

Теорема 25. Обозначим через $P_{n,a}(m)$ вероятность того, что успех наступит ровно m раз в серии из n испытаний, проводимых по схеме Бернулли, причем в каждом из испытаний вероятность успеха равна $\frac{a}{n}$. Тогда для любого положительного числа a справедлива **формула Пуассона**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{n,a}(m) = \frac{a^m}{m!} \cdot e^{-a}. \quad (8)$$

В условиях **теоремы Пуассона** a — это

VI.4.3. Формула Пуассона

Теорема 25. Обозначим через $P_{n,a}(m)$ вероятность того, что успех наступит ровно m раз в серии из n испытаний, проводимых по схеме Бернулли, причем в каждом из испытаний вероятность успеха равна $\frac{a}{n}$. Тогда для любого положительного числа a справедлива **формула Пуассона**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{n,a}(m) = \frac{a^m}{m!} \cdot e^{-a}. \quad (8)$$

В условиях **теоремы Пуассона** a — это математическое ожидание числа успехов в серии из n испытаний.

VI.4.3. Формула Пуассона

Теорема 25. Обозначим через $P_{n,a}(m)$ вероятность того, что успех наступит ровно m раз в серии из n испытаний, проводимых по схеме Бернулли, причем в каждом из испытаний вероятность успеха равна $\frac{a}{n}$. Тогда для любого положительного числа a справедлива **формула Пуассона**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{n,a}(m) = \frac{a^m}{m!} \cdot e^{-a}. \quad (8)$$

Смысл формулы Пуассона состоит в том, что если вероятность успеха p мала, а число n испытаний велико (таким образом математическое ожидание $a = np$ числа успехов в серии из n испытаний достаточно велико), вероятность того, что мы будем иметь ровно m успехов приблизительно равна $\frac{a^m}{m!} \cdot e^{-a}$.

VI.4.3. Формула Пуассона

Теорема 25. Обозначим через $P_{n,a}(m)$ вероятность того, что успех наступит ровно m раз в серии из n испытаний, проводимых по схеме Бернулли, причем в каждом из испытаний вероятность успеха равна $\frac{a}{n}$. Тогда для любого положительного числа a справедлива **формула Пуассона**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{n,a}(m) = \frac{a^m}{m!} \cdot e^{-a}. \quad (8)$$

Формула Пуассона положена в основу **закона Пуассона** и **экспоненциального закона**.

VII. Случайные величины: основные определения

В инженерных науках и физике исход случайного эксперимента чаще всего описывается количественно, т.е. набором значений некоторых числовых характеристик. Это могут быть

VII. Случайные величины: основные определения

В инженерных науках и физике исход случайного эксперимента чаще всего описывается количественно, т.е. набором значений некоторых числовых характеристик. Это могут быть масса образца или изделия;

VII. Случайные величины: основные определения

В инженерных науках и физике исход случайного эксперимента чаще всего описывается количественно, т.е. набором значений некоторых числовых характеристик. Это могут быть
масса образца или изделия;
срок безотказной работы устройства;

VII. Случайные величины: основные определения

В инженерных науках и физике исход случайного эксперимента чаще всего описывается количественно, т.е. набором значений некоторых числовых характеристик. Это могут быть

- масса образца или изделия;
- срок безотказной работы устройства;
- количество покупателей за определенный промежуток времени и т.п.

VII. Случайные величины: основные определения

В инженерных науках и физике исход случайного эксперимента чаще всего описывается количественно, т.е. набором значений некоторых числовых характеристик. Это могут быть масса образца или изделия; срок безотказной работы устройства; количество покупателей за определенный промежуток времени и т.п.

В силу стохастической, вероятностной природы исследуемого объекта значения этих характеристик заранее не известны. В этом случае говорят о *случайных величинах*.

VII. Случайные величины: основные определения

Тот факт, что в результате некоторого «измерения» у нас появилось значение величины, представляет собой событие. Этому событию мы ставим в соответствие полученное значение. Таким образом, **случайная величина** фактически представляет собой

VII. Случайные величины: основные определения

Тот факт, что в результате некоторого «измерения» у нас появилось значение величины, представляет собой событие. Этому событию мы ставим в соответствие полученное значение. Таким образом, **случайная величина** фактически представляет собой

функцию из множества

VII. Случайные величины: основные определения

Тот факт, что в результате некоторого «измерения» у нас появилось значение величины, представляет собой событие. Этому событию мы ставим в соответствие полученное значение. Таким образом,

случайная величина фактически представляет собой

функцию из множества элементарных событий

в некоторое множество.

VII. Случайные величины: основные определения

Таким образом, **случайная величина** — это *функция* из множества элементарных событий в некоторое множество.

Часто область допустимых значений случайной величины — это числовое множество.

VII. Случайные величины: основные определения

Таким образом, **случайная величина** — это *функция* из множества элементарных событий в некоторое множество.

Часто область допустимых значений случайной величины — это числовое множество.

Но нередко элементарному событию соответствует не одно число, а набор чисел.

VII. Случайные величины: основные определения

Таким образом, **случайная величина** — это *функция* из множества элементарных событий в некоторое множество.

Часто область допустимых значений случайной величины — это числовое множество.

Но нередко элементарному событию соответствует не одно число, а набор чисел.

Например, состояние электронной схемы телевизора характеризуется набором напряжений в определенных точках.

VII. Случайные величины: основные определения

Таким образом, **случайная величина** — это *функция* из множества элементарных событий в некоторое множество.

Часто область допустимых значений случайной величины — это числовое множество.

Но нередко элементарному событию соответствует не одно число, а набор чисел.

Итак, значением соответствующей случайной величины является матрица из $\mathbb{R}^n$.

VII.1. Многомерные случайные величины

Определение **16**. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.

VII.1. Многомерные случайные величины

Определение 16. *n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.*

Обычно элементарное событие состоит в «измерении» некоторого «объекта».

Множество таких объектов — «носителей» случайной величины — называется **генеральной совокупностью**.

VII.1. Многомерные случайные величины

Определение 16. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.

Обычно элементарное событие состоит в «измерении» некоторого «объекта».

Множество таких объектов — «носителей» случайной величины — называется **генеральной совокупностью**.

Случайную величину можно рассматривать (именно так и поступают в статистике), как функцию, определенную на *элементах генеральной совокупности* (а не на множестве элементарных событий).

VII.1. Многомерные случайные величины

Определение 16. *n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.*

Обычно элементарное событие состоит в «измерении» некоторого «объекта».

Множество таких объектов — «носителей» случайной величины — называется **генеральной совокупностью**.

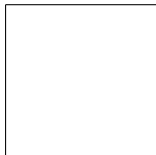
Случайную величину можно рассматривать (именно так и поступают в статистике), как функцию, определенную на *элементах генеральной совокупности* (а не на множестве элементарных событий).

Элементы области допустимых значений этой функции (то есть случайной величины) называются **вариантами** этой случайной величины (здесь «варианта» — существительное женского рода).

VII.1. Многомерные случайные величины

Определение **16**. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.

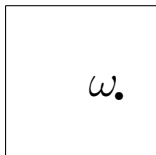
Генеральная
совокупность



VII.1. Многомерные случайные величины

Определение **16**. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.

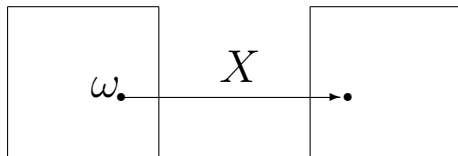
Генеральная
совокупность



VII.1. Многомерные случайные величины

Определение **16**. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.

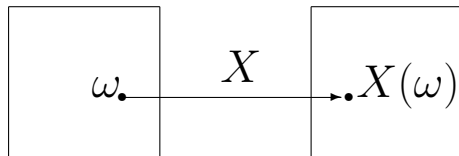
Генеральная
совокупность



VII.1. Многомерные случайные величины

Определение **16**. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.

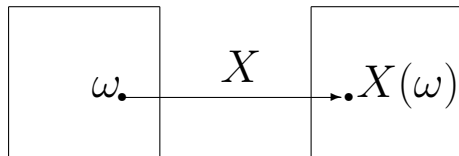
Генеральная
совокупность



VII.1. Многомерные случайные величины

Определение 16. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.

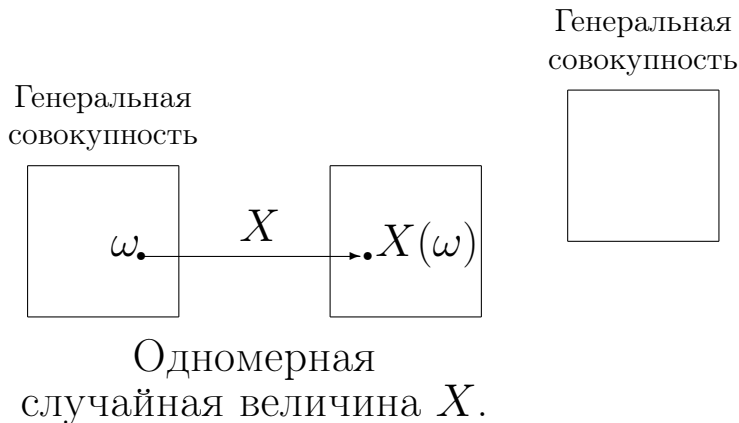
Генеральная
совокупность



Одномерная
случайная величина X .

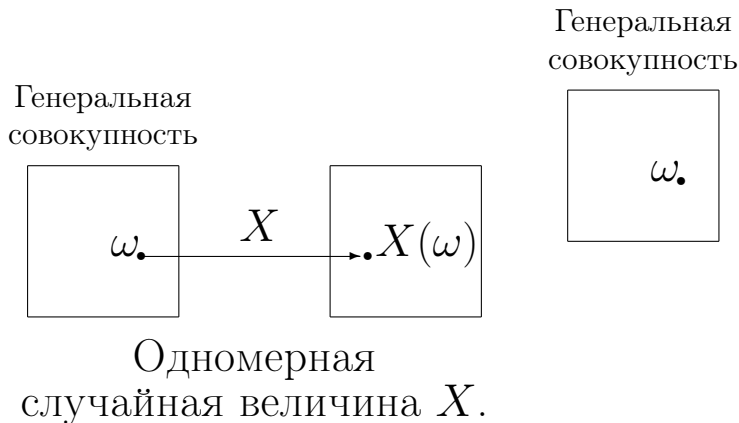
VII.1. Многомерные случайные величины

Определение 16. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.



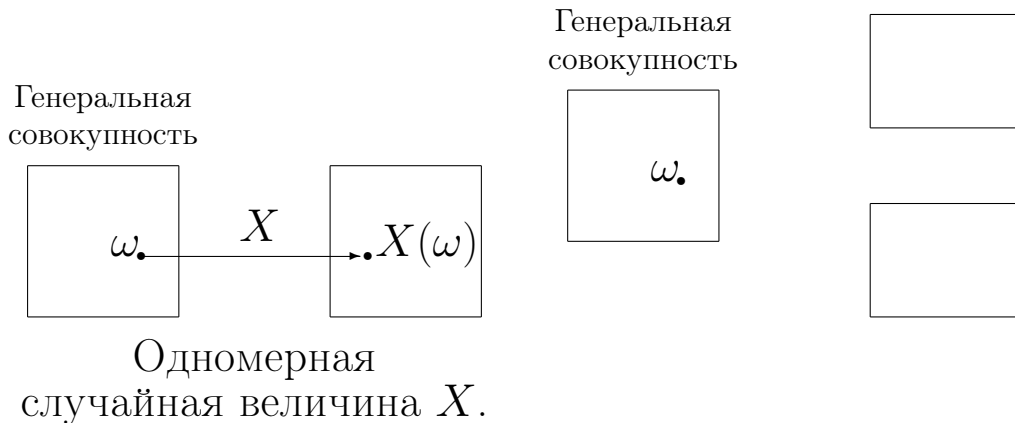
VII.1. Многомерные случайные величины

Определение 16. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.



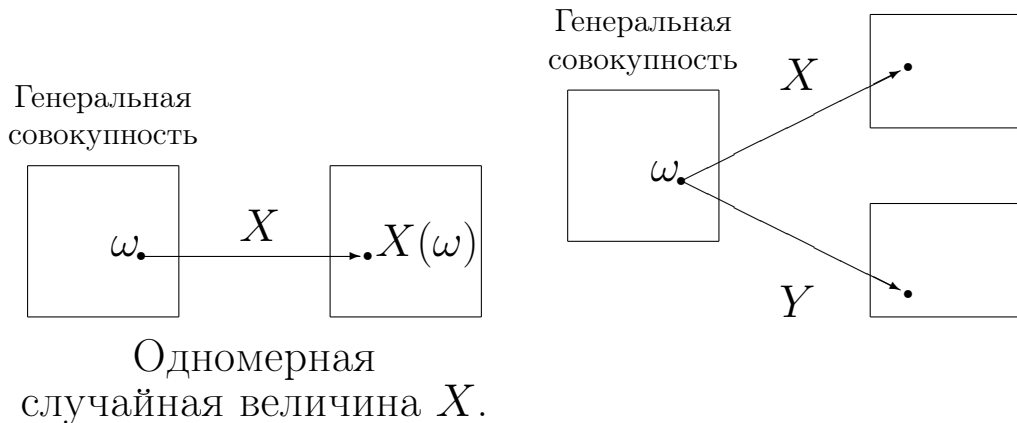
VII.1. Многомерные случайные величины

Определение 16. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.



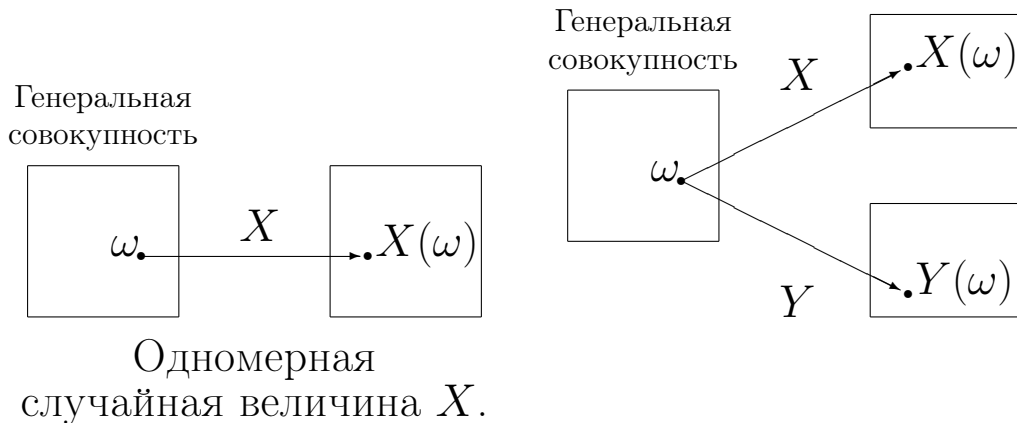
VII.1. Многомерные случайные величины

Определение 16. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.



VII.1. Многомерные случайные величины

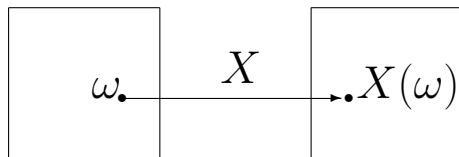
Определение 16. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.



VII.1. Многомерные случайные величины

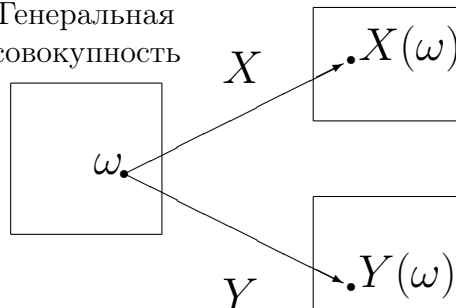
Определение 16. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.

Генеральная
совокупность



Одномерная
случайная величина X .

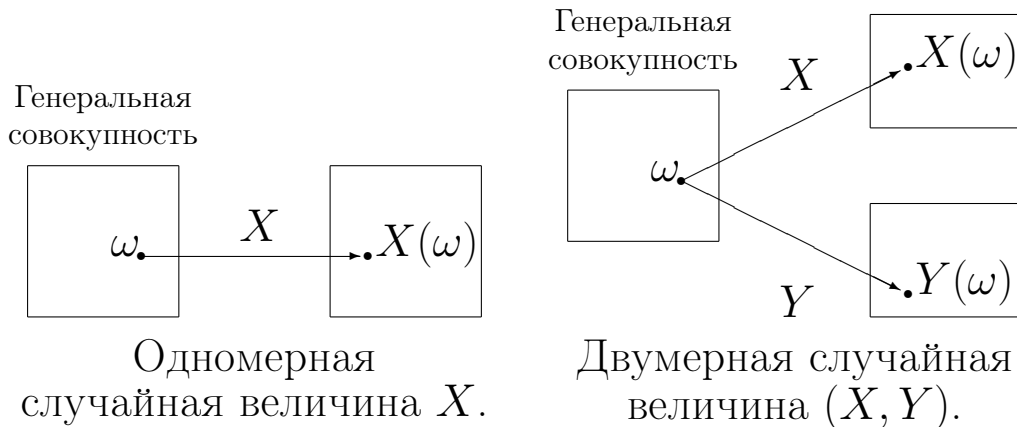
Генеральная
совокупность



Двумерная случайная
величина (X, Y) .

VII.1. Многомерные случайные величины

Определение 16. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.

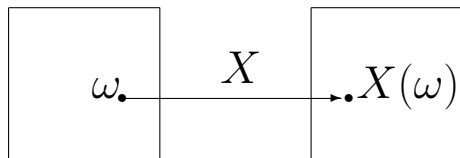


Таким образом, иногда вместо двумерной случайной величины $\mathbf{X}$ можно рассматривать две отдельные случайные величины X и Y .

VII.1. Многомерные случайные величины

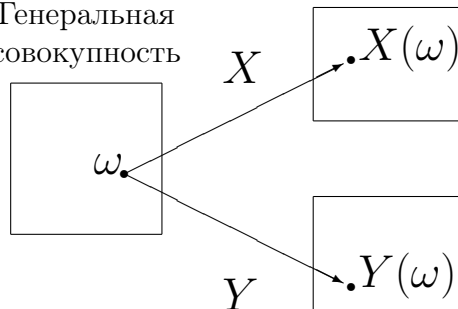
Определение 16. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.

Генеральная
совокупность



Одномерная
случайная величина X .

Генеральная
совокупность



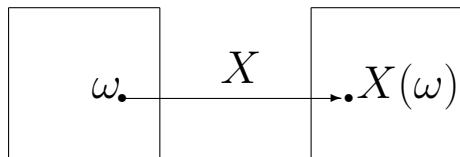
Двумерная случайная
величина (X, Y) .

Если случайная величина — это функция, то ее значение на элементарном событии определяется *однозначно*. При чем же тут термин «случайная»?

VII.1. Многомерные случайные величины

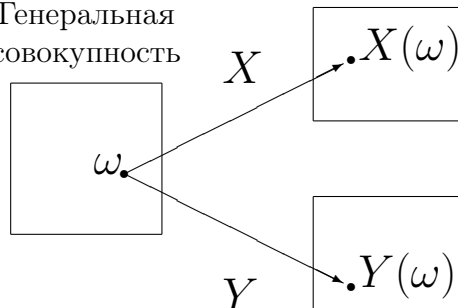
Определение 16. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.

Генеральная
совокупность



Одномерная
случайная величина X .

Генеральная
совокупность

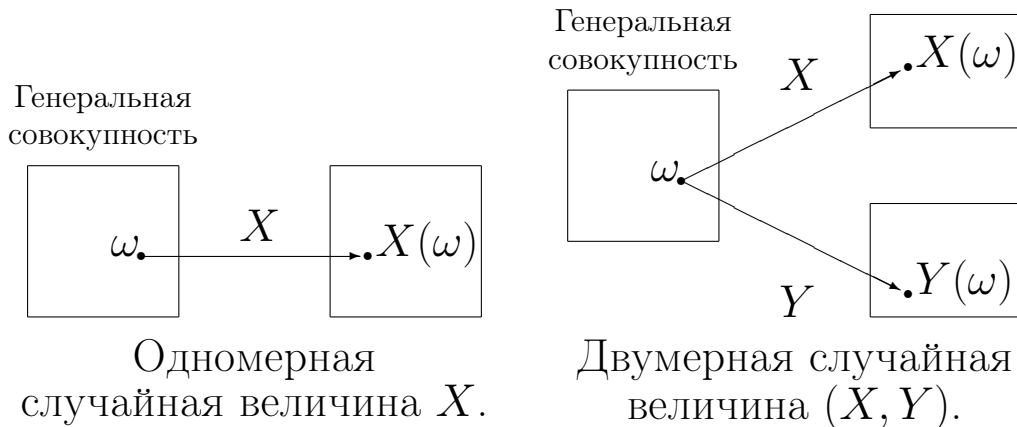


Двумерная случайная
величина (X, Y) .

Термин «случайная» означает, что мы не можем заранее предсказать, *произойдет* ли это элементарное событие ω .

VII.1. Многомерные случайные величины

Определение 16. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.



То есть случайным является факт наступления события ω , а не факт того, что на событии ω эта функция приняла значение $X(\omega)$.

VII.1. Многомерные случайные величины

Определение 16. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.

Если же мы рассматриваем случайную величину, как функцию из генеральной совокупности в $\mathbb{R}^n$, то прилагательное «случайная» в термине *случайная величина* относится не к значению этой величины на данном элементе генеральной совокупности

— это значение определяется более-менее однозначно...

Если не учитывать погрешность измерения.

VII.1. Многомерные случайные величины

Определение 16. n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.

Если же мы рассматриваем случайную величину, как функцию из генеральной совокупности в $\mathbb{R}^n$, то прилагательное «случайная» в термине *случайная величина* относится не к значению этой величины на данном элементе генеральной совокупности, а к *процедуре выбора* этого элемента генеральной совокупности.

VII.1. Многомерные случайные величины

Определение 16. *n -мерной случайной величиной на множестве элементарных событий Ω называется функция $\Omega \mapsto \mathbb{R}^n$.*

Если же мы рассматриваем случайную величину, как функцию из генеральной совокупности в $\mathbb{R}^n$, то прилагательное «случайная» в термине *случайная величина* относится не к значению этой величины на данном элементе генеральной совокупности, а к *процедуре выбора* этого элемента генеральной совокупности.

Количество покупок, которое сделал покупатель в магазине, является величиной четко определенной, случайным является тот факт, что мы анализируем ситуацию именно с этим покупателем и именно в этот момент (или промежуток) времени.

VII.2. О проблематике теории случайных величин

Вы изучали разнообразные функции в курсе математического анализа, алгебры и других математических дисциплин. В каждом из этих разделов математики имеется специфическая проблематика, связанная с функциями.

VII.2. О проблематике теории случайных величин

Вы изучали разнообразные функции в курсе математического анализа, алгебры и других математических дисциплин. В каждом из этих разделов математики имеется специфическая проблематика, связанная с функциями.

Например, в математическом анализе рассматриваются вопросы непрерывности, дифференцирования и интегрирования функций и т.п.

VII.2. О проблематике теории случайных величин

Вы изучали разнообразные функции в курсе математического анализа, алгебры и других математических дисциплин. В каждом из этих разделов математики имеется специфическая проблематика, связанная с функциями.

Например, в математическом анализе рассматриваются вопросы непрерывности, дифференцирования и интегрирования функций и т.п.

В курсе линейной алгебры и «смежных» курсах (матричной алгебры, тензорного исчисления и т.п.) рассматриваются разнообразные «проявления» линейности функций, например, свойства линейных функций, отображающих одно линейное пространство в другое, изучение существенно не линейных функций с помощью соответствующих линейных, как в теории квадратичных и билинейных форм, и т.п.

VII.2. О проблематике теории случайных величин

Проблематика теории случайных величин является весьма специфической. Круг наших интересов при изучении таких функций, как случайные величины, будет связан не столько с привычным для студента набором понятий: непрерывная функция, дифференцируемая функция и т.п., ...

VII.2. О проблематике теории случайных величин

Проблематика теории случайных величин является весьма специфической. Круг наших интересов при изучении таких функций, как случайные величины, будет связан не столько с привычным для студента набором понятий: непрерывная функция, дифференцируемая функция и т.п., ...

(хотя эти понятия мы будем активно использовать и даже «модернизировать» в соответствии с потребностями изучаемой теории).

VII.2. О проблематике теории случайных величин

Проблематика теории случайных величин является весьма специфической. Круг наших интересов при изучении таких функций, как случайные величины, будет связан не столько с привычным для студента набором понятий: непрерывная функция, дифференцируемая функция и т.п.,

сколько с понятиями «вероятность» и «случайное событие».

VII.2. О проблематике теории случайных величин

Проблематика теории случайных величин является весьма специфической. Круг наших интересов при изучении таких функций, как случайные величины, будет связан не столько с привычным для студента набором понятий: непрерывная функция, дифференцируемая функция и т.п.,

сколько с понятиями «вероятность» и «случайное событие».

Поэтому начнем мы с изучения простейших связей между случайными величинами и случайными событиями.

VII.3. Случайные величины и случайные события

Понятно, что для изучения случайных величин следует использовать математический аппарат теории вероятностей. Использование теории вероятностей предполагает, что мы имеем дело с некоторыми случайными событиями и их вероятностями. Поэтому нам следует рассмотреть случайные события, связанные со случайными величинами.

VII.3. Случайные величины и случайные события

Поставим задачу следующим образом. Конкретное множество элементарных событий определяется из соображений, выходящих за рамки математики. Для создания «математически замкнутой» теории нам надо построить математический аппарат, который бы в минимальной степени зависел от специфики конкретного множества элементарных событий.

VII.3. Случайные величины и случайные события

Поставим задачу следующим образом. Конкретное множество элементарных событий определяется из соображений, выходящих за рамки математики. Для создания «математически замкнутой» теории нам надо построить математический аппарат, который бы в минимальной степени зависел от специфики конкретного множества элементарных событий.

Математика раньше других наук столкнулась с необходимостью организации «интерфейса» для «стандартизованного общения» с прикладными (по отношению к математике) науками.

VII.3. Случайные величины и случайные события

Поставим задачу следующим образом. Конкретное множество элементарных событий определяется из соображений, выходящих за рамки математики. Для создания «математически замкнутой» теории нам надо построить математический аппарат, который бы в минимальной степени зависел от специфики конкретного множества элементарных событий.

Традиционный прием, в идеализированном варианте, состоит в том, что мы строим некоторую процедуру, позволяющую «перевести» исходную задачу полностью на математический язык, не зависящий от конкретной области применения, после чего задача решается математическими методами и полученные результаты с помощью процедуры «обратного перевода» интерпретируются в исходной прикладной области.

VII.3. Случайные величины и случайные события

Поставим задачу следующим образом. Конкретное множество элементарных событий определяется из соображений, выходящих за рамки математики. Для создания «математически замкнутой» теории нам надо построить математический аппарат, который бы в минимальной степени зависел от специфики конкретного множества элементарных событий.

Типовыми способами задания функции являются:

VII.3. Случайные величины и случайные события

Поставим задачу следующим образом. Конкретное множество элементарных событий определяется из соображений, выходящих за рамки математики. Для создания «математически замкнутой» теории нам надо построить математический аппарат, который бы в минимальной степени зависел от специфики конкретного множества элементарных событий.

Типовыми способами задания функции являются:

- 1) **график**;
- 2) таблица значений;
- 3) формула.

VII.3. Случайные величины и случайные события

Поставим задачу следующим образом. Конкретное множество элементарных событий определяется из соображений, выходящих за рамки математики. Для создания «математически замкнутой» теории нам надо построить математический аппарат, который бы в минимальной степени зависел от специфики конкретного множества элементарных событий.

Типовыми способами задания функции являются:

- 1) **график**;
- 2) таблица значений;
- 3) формула.

Задание графиком мы в данном случае рассматривать не будем.

VII.3. Случайные величины и случайные события

Поставим задачу следующим образом. Конкретное множество элементарных событий определяется из соображений, выходящих за рамки математики. Для создания «математически замкнутой» теории нам надо построить математический аппарат, который бы в минимальной степени зависел от специфики конкретного множества элементарных событий.

Типовыми способами задания функции являются:

- 1) **график**;
- 2) таблица значений;
- 3) формула.

Задание случайной величины (СВ) таблицей значений обычно применяется для функций с конечной областью определения. Мы применим его с определенными изменениями, поскольку не всегда очевидно, как заполнять первую строку таблицы значений.

VII.3. Случайные величины и случайные события

Поставим задачу следующим образом. Конкретное множество элементарных событий определяется из соображений, выходящих за рамки математики. Для создания «математически замкнутой» теории нам надо построить математический аппарат, который бы в минимальной степени зависел от специфики конкретного множества элементарных событий.

Типовыми способами задания функции являются:

- 1) **график**;
- 2) таблица значений;
- 3) формула.

Задание СВ таблицей значений применим с изменениями.

VII.3. Случайные величины и случайные события

Поставим задачу следующим образом. Конкретное множество элементарных событий определяется из соображений, выходящих за рамки математики. Для создания «математически замкнутой» теории нам надо построить математический аппарат, который бы в минимальной степени зависел от специфики конкретного множества элементарных событий.

Типовыми способами задания функции являются:

- 1) **график**; 2) таблица значений; 3) формула.

Задание СВ таблицей значений применим с изменениями.

Задание СВ формулой потребует создания элементарных функций.

Например, задание $f(x) = x^2 - \sin x$ требует определения степенной функции и $\sin$. Генеральная совокупность, вообще говоря, не является числовым множеством, поэтому создание универсальных элементарных функций затруднительно.

VII.3. Случайные величины и случайные события

Поставим задачу следующим образом. Конкретное множество элементарных событий определяется из соображений, выходящих за рамки математики. Для создания «математически замкнутой» теории нам надо построить математический аппарат, который бы в минимальной степени зависел от специфики конкретного множества элементарных событий.

Поэтому поставим задачу следующим образом.

VII.3. Случайные величины и случайные события

Поставим задачу следующим образом. Конкретное множество элементарных событий определяется из соображений, выходящих за рамки математики. Для создания «математически замкнутой» теории нам надо построить математический аппарат, который бы в минимальной степени зависел от специфики конкретного множества элементарных событий.

Цель 1. *Найти способ по n -мерной случайной величине X строить стандартным образом функцию, отображающую генеральную совокупность в $\mathbb{R}$.*

VII.3. Случайные величины и случайные события

Поставим задачу следующим образом. Конкретное множество элементарных событий определяется из соображений, выходящих за рамки математики. Для создания «математически замкнутой» теории нам надо построить математический аппарат, который бы в минимальной степени зависел от специфики конкретного множества элементарных событий.

Цель 1. *Найти способ по n -мерной случайной величине X строить стандартным образом функцию, отображающую генеральную совокупность в $\mathbb{R}$.*

При этом для того, чтобы можно было использовать аппарат теории вероятностей, желательно, чтобы значениями этой функции была вероятность какого-то события.

VII.3. Случайные величины и случайные события

Поставим задачу следующим образом. Конкретное множество элементарных событий определяется из соображений, выходящих за рамки математики. Для создания «математически замкнутой» теории нам надо построить математический аппарат, который бы в минимальной степени зависел от специфики конкретного множества элементарных событий.

Цель 1. *Найти способ по n -мерной случайной величине X строить стандартным образом функцию, отображающую генеральную совокупность в $\mathbb{R}$.*

Цель 2. *Представить случайную величину с помощью функций, значениями которых являются вероятности.*

VII.3. Случайные величины и случайные события

Цель 2. *Представить случайную величину с помощью функций, значениями которых являются вероятности.*

Определим события, связанные со случайной величиной.

VII.3. Случайные величины и случайные события

Цель 2. *Представить случайную величину с помощью функций, значениями которых являются вероятности.*

Определим события, связанные со случайной величиной.

Наиболее естественно выглядит случайное событие « $X(\omega) = a$ ».

Рассмотрим пример?

VII.3. Случайные величины и случайные события

Цель 2. *Представить случайную величину с помощью функций, значениями которых являются вероятности.*

Определим события, связанные со случайной величиной.

Наиболее естественно выглядит случайное событие « $X(\omega) = a$ ».

Это применяется только для случайных событий с конечным числом **вариант**.

Почему? Рассмотрим пример?

VII.3. Случайные величины и случайные события

Цель 2. *Представить случайную величину с помощью функций, значениями которых являются вероятности.*

Определим события, связанные со случайной величиной.

Наиболее естественно выглядит случайное событие « $X(\omega) = a$ ».

Это применяется только для случайных событий с конечным числом **вариант**.

В общем случае применяется задание случайной величины с помощью событий вида $X(\omega) < a$.

VII.3. Случайные величины и случайные события

Цель 2. *Представить случайную величину с помощью функций, значениями которых являются вероятности.*

Определим события, связанные со случайной величиной.

Наиболее естественно выглядит случайное событие « $X(\omega) = a$ ».

Это применяется только для случайных событий с конечным числом **вариант**.

В общем случае применяется задание случайной величины с помощью событий вида $X(\omega) < a$.

Каждой случайной величине X можно поставить в соответствие различные случайные события. Важнейшими из них являются $X(\omega) = a$ и $X(\omega) < a$, где ω — элемент генеральной совокупности.

VII.4. Функция распределения

Определение 17. Для любой одномерной случайной величины X функция, задаваемая формулой $F_X(x) = P(X < x)$, называется функцией распределения случайной величины X .

VII.4. Функция распределения

Определение **17**. Для любой одномерной случайной величины X функция, задаваемая формулой $F_X(x) = P(X < x)$, называется функцией распределения случайной величины X .

Рассмотрим пример?

VII.4. Функция распределения

Определение 17. Для любой одномерной случайной величины X функция, задаваемая формулой $F_X(x) = P(X < x)$, называется **функцией распределения** случайной величины X .

Аналогично определяется и функция распределения многомерной случайной величины.

VII.5. Функция распределения многомерной случайной величины

Определение 18. Для любой n -мерной случайной величины $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ функция, задаваемая формулой

$$F_X(x_1, x_2, \dots, x_n) = p \left(\begin{cases} X_1 < x_1 \\ \dots \\ X_n < x_n \end{cases} \right) =$$

$$= p(\langle X_1 < x_1 \rangle * \dots * \langle X_n < x_n \rangle),$$

называется функцией распределения случайной величины X .

VII.5. Функция распределения многомерной случайной величины

Определение 18. Для любой n -мерной случайной величины $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ функция, задаваемая формулой

$$F_X(x_1, x_2, \dots, x_n) = p \left(\begin{cases} X_1 < x_1 \\ \dots \\ X_n < x_n \end{cases} \right) = \\ = p(\langle X_1 < x_1 \rangle * \dots * \langle X_n < x_n \rangle),$$

называется **функцией распределения** случайной величины X .

В этой формуле, как обычно, система неравенств представляет собой высказывание об **одновременной** истинности всех неравенств системы.

VII.6. Закон распределения случайной величины

Заметим, что функция распределения исчерпывающе, с точки зрения зрения математики, описывает случайную величину. Иными словами, если две случайные величины имеют одну и ту же функцию распределения, то эти случайные величины отличаются только множеством элементарных событий, то есть тем множеством, которое на самом деле выходит за рамки математики. По этому поводу приведем два комментария.

VII.6. Закон распределения случайной величины

Во-первых, множество элементарных событий действительно множеством в строго математическом смысле не является. Мы не будем объяснять, что такое множество с точки зрения математики, ограничимся указанием на тот очевидный факт, что, например, *событие, заключающееся в том, что дядя Вася поскользнулся и сказал нехорошее слово* вполне может являться элементом множества элементарных событий, но явно не относится к математике.

VII.6. Закон распределения случайной величины

Во-вторых, говоря о том, что описание случайной величины функцией распределения математически исчерпывающее, мы имеем в виду, что для случайных величин с равными функциями распределения математический результат вычислений будет один и тот же, в частности, этот результат *не зависит* от того, какое именно множество элементарных событий рассматривалось.

VII.6. Закон распределения случайной величины

Во-вторых, говоря о том, что описание случайной величины функцией распределения математически исчерпывающее, мы имеем в виду, что для случайных величин с равными функциями распределения математический результат вычислений будет один и тот же, в частности, этот результат *не зависит* от того, какое именно множество элементарных событий рассматривалось.

То есть многомудрый физик, обнаруживший, что функция распределения массы изотопа, образовавшегося в результате страшно секретной ядерной реакции, совпадает с функцией распределения объема выпиваемого за день пива, смело может применять полученные математиком для пивных профессионалов результаты.

VII.6. Закон распределения случайной величины

Во-вторых, говоря о том, что описание случайной величины функцией распределения математически исчерпывающее, мы имеем в виду, что для случайных величин с равными функциями распределения математический результат вычислений будет один и тот же, в частности, этот результат *не зависит* от того, какое именно множество элементарных событий рассматривалось.

То есть многомудрый физик, обнаруживший, что функция распределения массы изотопа, образовавшегося в результате страшно секретной ядерной реакции, совпадает с функцией распределения объема выпиваемого за день пива, смело может применять полученные математиком для пивных профессионалов результаты.

Надо лишь проверить, не вкралась ли *математическая* ошибка в расчеты пивных дел математика.

VII.6. Закон распределения случайной величины

Мы остановимся на двух важнейших типах случайных величин: дискретных и непрерывных случайных величинах.

VII.7. Дискретная случайная величина

Определение 19. Случайная величина (быть может, многомерная) $\mathbf{X}$ называется **дискретной случайной величиной** тогда и только тогда, когда существует не имеющее предельных точек не более чем счетное множество $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots\}$ таких значений случайной величины $\mathbf{X}$ (каждый из $\mathbf{x}_i$ может быть матрицей-строчкой), что справедливы два утверждения:

VII.7. Дискретная случайная величина

Определение 19. Случайная величина (быть может, многомерная) $\mathbf{X}$ называется **дискретной случайной величиной** тогда и только тогда, когда существует не имеющее предельных точек не более чем счетное множество $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots\}$ таких значений случайной величины $\mathbf{X}$ (каждый из $\mathbf{x}_i$ может быть матрицей-строчкой), что справедливы два утверждения:

1) для любого натурального числа n имеет место неравенство $p(\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{x}_n) \neq 0$;

Если вы не знаете, что такое «**счетное множество**», эту фразу в определении можете воспринимать следующим образом: все значения индекса i в обозначениях $\mathbf{x}_i$ принадлежат множеству $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ натуральных чисел.

VII.7. Дискретная случайная величина

Определение 19. Случайная величина (быть может, многомерная) $\mathbf{X}$ называется **дискретной случайной величиной** тогда и только тогда, когда существует не имеющее предельных точек не более чем счетное множество $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots\}$ таких значений случайной величины $\mathbf{X}$ (каждый из $\mathbf{x}_i$ может быть матрицей-строчкой), что справедливы два утверждения:

- 1) для любого натурального числа n имеет место неравенство $p(\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{x}_n) \neq 0$;
- 2) $\sum_{n=1}^{\infty} p(\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{x}_n) = 1$.

VII.8. Непрерывная случайная величина

Определение 20. Случайная величина $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ называется непрерывной, если $F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = F_{(X_1, X_2, \dots, X_s)}(x_1, x_2, \dots, x_s)$ — непрерывная функция (как функция s переменных).

VII.8. Непрерывная случайная величина

Определение 20. Случайная величина $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ называется непрерывной, если $F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = F_{(X_1, X_2, \dots, X_s)}(x_1, x_2, \dots, x_s)$ — непрерывная функция (как функция s переменных).

Разумеется, множество всех случайных величин не исчерпывается этими двумя типами: дискретные и непрерывные случайные величины; но на практике обычно решение проблем, требующих применения теории вероятностей, можно свести к вопросам об дискретных и непрерывных случайных величинах.

VII.9. Стандартные способы задания закона распределения дискретных и непрерывных случайных величин

На практике задание закона распределения случайной величины с помощью функции распределения встречается редко.

VII.9. Стандартные способы задания закона распределения дискретных и непрерывных случайных величин

Для непрерывной и дискретной случайных величин обычно используются рассмотренные ниже специализированные способы задания:

VII.9. Стандартные способы задания закона распределения дискретных и непрерывных случайных величин

Для непрерывной и дискретной случайных величин обычно используются рассмотренные ниже специализированные способы задания:

- для непрерывной случайной величины — *плотность вероятности* или *плотность распределения*;

VII.9. Стандартные способы задания закона распределения дискретных и непрерывных случайных величин

Для непрерывной и дискретной случайных величин обычно используются рассмотренные ниже специализированные способы задания:

- для непрерывной случайной величины — *плотность вероятности* или *плотность распределения*;
- для дискретной случайной величины — *ряд распределения* или *таблица распределения*.

VII.9. Стандартные способы задания закона распределения дискретных и непрерывных случайных величин

Для непрерывной и дискретной случайных величин обычно используются рассмотренные ниже специализированные способы задания:

- для непрерывной случайной величины — *плотность вероятности* или *плотность распределения*;
- для дискретной случайной величины — *ряд распределения* или *таблица распределения*.

В математическом отношении термин «ряд» в этом контексте не выдерживает никакой критики, но он является стандартным в теории случайных величин.

VII.10. Плотность распределения

Для непрерывной случайной величины $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ обычно бывает удобнее использовать не интегральную функцию распределения $F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$, а **плотность распределения**, называемую еще **плотностью вероятности**, $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$, определяемую равенством

$$f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = \frac{\partial^s}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_s} F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s). \quad (9)$$

VII.10. Плотность распределения

Для непрерывной случайной величины $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ обычно бывает удобнее использовать не интегральную функцию распределения $F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$, а **плотность распределения**, называемую еще **плотностью вероятности**, $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$, определяемую равенством

$$f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = \frac{\partial^s}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_s} F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s). \quad (9)$$

В частности, для одномерной случайной величины плотность вероятности определяется равенством

$$f_X(x) = \frac{d}{dx} F_X(x) = F'_X(x). \quad (10)$$

Рассмотрим пример?

VII.10. Плотность распределения

Замечание. Обычно плотность вероятности случайной величины обозначается символом f с нижним индексом, совпадающим с обозначением этой случайной величины, то есть плотность вероятности случайной величины ξ обозначается как $f_{\xi}(x)$, плотность вероятности случайной величины τ — как $f_{\tau}(x)$, и т.п. Для функции распределения (называемой иногда **интегральной функцией распределения** для непрерывных случайных величин) используется аналогичное обозначение, только пишется заглавная буква F : $F_{\xi}(x)$, $F_{\tau}(x)$, и т.п.

VII.11. Ряд распределения

Для дискретной величины исчерпывающую (с математической точки зрения) информацию несет функция

$$\varphi(x_1, \dots, x_n) = p \left(\begin{array}{c} X_1 = x_1 \\ \dots \\ X_n = x_n \end{array} \right) = p(\langle X_1 = x_1 \rangle * \dots * \langle X_n = x_n \rangle).$$

VII.11. Ряд распределения

Для дискретной величины исчерпывающую (с математической точки зрения) информацию несет функция

$$\varphi(x_1, \dots, x_n) = p \left(\begin{cases} X_1 = x_1 \\ \dots \\ X_n = x_n \end{cases} \right) = p(\langle X_1 = x_1 \rangle * \dots * \langle X_n = x_n \rangle).$$

В случае, когда число вариантов случайной величины конечно и относительно невелико, то для одномерной случайной величины выписывают таблицу значений этой функции, называемой *рядом распределения*:

x_1	x_2	$\dots$	x_m
p_1	p_2	$\dots$	p_m

,

где $p_i = p(\langle X = x_i \rangle)$.

VII.11. Ряд распределения

Для двумерной дискретной случайной величины в случае, когда число ее вариантов конечно и относительно невелико, используют **таблицу распределения**:

	x_1	x_2	$\dots$	x_k
y_1	p_{11}	p_{12}	$\dots$	p_{1k}
y_2	p_{21}	p_{22}	$\dots$	p_{2k}
$\dots$			$\dots$	
y_m	p_{m1}	p_{m2}	$\dots$	p_{mk}

где

$$p_{ij} = p \left(\begin{cases} X(\omega) = x_i \\ Y(\omega) = y_j \end{cases} \right) = p(\langle X = x_i \rangle * \langle Y = y_j \rangle)$$

VIII. Свойства функций, определяющих закон распределения

Мы рассмотрим, в первую очередь, свойства **функции распределения** и **плотности вероятности**.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$1) \quad \leq F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \leq$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$1) \quad \leq F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \leq$$

Учитывая, что **функция распределения** — это вероятность...

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

1) $0 \leq F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \leq 1;$

Учитывая, что **функция распределения** — это вероятность...

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

1) $0 \leq F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \leq 1;$

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s),$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

1) $0 \leq F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \leq 1$;

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s),$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

1) $0 \leq F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \leq 1$;

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s)$, то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

1) $0 \leq F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \leq 1;$

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s),$ то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

3)
$$\lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) =$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

1) $0 \leq F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \leq 1;$

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s)$, то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

3)
$$\lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

1) $0 \leq F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \leq 1;$

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s)$, то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

3)
$$\lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

4)
$$\lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) =$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

1) $0 \leq F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \leq 1;$

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s)$, то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

3)
$$\lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

4)
$$\lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s)$, то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

Доказательство.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s)$, то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

Доказательство. На примере одномерной величины: ясно, что если $x' < x''$, то из того, что $X < x'$ следует неравенство $X < x''$, поэтому событие $X < x''$, во всяком случае, не менее вероятное, чем событие $X < x'$.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s)$, то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

Доказательство. Теперь приведем строгое доказательство второго утверждения.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s)$, то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

Доказательство. Событие « $X_i < x''_i$ » является, очевидно, суммой событий « $X_i < x'_i$ » и « $x'_i \leq X_i < x''_i$ ».

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s)$, то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

Доказательство. Событие « $X_i < x''_i$ » является, очевидно, суммой событий « $X_i < x'_i$ » и « $x'_i \leq X_i < x''_i$ ».

Так как последние два события несовместны, то

$$F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s) = p(\text{«}X_i < x''_i\text{»}) =$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s)$, то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

Доказательство. Событие « $X_i < x''_i$ » является, очевидно, суммой событий « $X_i < x'_i$ » и « $x'_i \leq X_i < x''_i$ ».

Так как последние два события несовместны, то

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s) &= p(\text{«}X_i < x''_i\text{»}) = \\ &= p(\text{«}X_i < x'_i\text{»} + \text{«}x'_i \leq X_i < x''_i\text{»}) = \end{aligned}$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s)$, то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

Доказательство. Событие « $X_i < x''_i$ » является, очевидно, суммой событий « $X_i < x'_i$ » и « $x'_i \leq X_i < x''_i$ ».

Так как последние два события несовместны, то

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s) &= p(\langle X_i < x''_i \rangle) = \\ &= p(\langle X_i < x'_i \rangle + \langle x'_i \leq X_i < x''_i \rangle) = \\ &= p(\langle X_i < x'_i \rangle) + p(\langle x'_i \leq X_i < x''_i \rangle) = \end{aligned}$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s)$, то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

Доказательство. Событие « $X_i < x''_i$ » является, очевидно, суммой событий « $X_i < x'_i$ » и « $x'_i \leq X_i < x''_i$ ».

Так как последние два события несовместны, то

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s) &= p(\langle X_i < x''_i \rangle) = \\ &= p(\langle X_i < x'_i \rangle + \langle x'_i \leq X_i < x''_i \rangle) = \\ &= p(\langle X_i < x'_i \rangle) + p(\langle x'_i \leq X_i < x''_i \rangle) = \\ &= F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) + p(\langle x'_i \leq X_i < x''_i \rangle) \geq \end{aligned}$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s)$, то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

Доказательство. Событие « $X_i < x''_i$ » является, очевидно, суммой событий « $X_i < x'_i$ » и « $x'_i \leq X_i < x''_i$ ».

Так как последние два события несовместны, то

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s) &= p(\langle X_i < x''_i \rangle) = \\ &= p(\langle X_i < x'_i \rangle + \langle x'_i \leq X_i < x''_i \rangle) = \\ &= p(\langle X_i < x'_i \rangle) + p(\langle x'_i \leq X_i < x''_i \rangle) = \\ &= F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) + \underbrace{p(\langle x'_i \leq X_i < x''_i \rangle)}_{\geq 0} \geq \end{aligned}$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

2) $x'_i < x''_i \Rightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s)$, то есть функция распределения не убывает по каждой компоненте;

Доказательство. Событие « $X_i < x''_i$ » является, очевидно, суммой событий « $X_i < x'_i$ » и « $x'_i \leq X_i < x''_i$ ».

Так как последние два события несовместны, то

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x''_i, \dots, x_s) &= p(\langle X_i < x''_i \rangle) = \\ &= p(\langle X_i < x'_i \rangle + \langle x'_i \leq X_i < x''_i \rangle) = \\ &= p(\langle X_i < x'_i \rangle) + p(\langle x'_i \leq X_i < x''_i \rangle) = \\ &= F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s) + \underbrace{p(\langle x'_i \leq X_i < x''_i \rangle)}_{\geq 0} \geq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x'_i, \dots, x_s), \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$\begin{aligned} 3) \quad & \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1; \end{aligned}$$

Доказательство. На примере одномерной случайной величины ясно, что условие $X(\omega) < x$ при $x \rightarrow +\infty$ переходит в требование $X(\omega) < +\infty$, которое выполняется для всех элементарных событий ω , поэтому событие $X(\omega) < +\infty$ — достоверное, его вероятность равна 1.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство. Строгое доказательство третьего свойства проведем методом «от противного».

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство. Запишем утверждение, что 1 не является пределом функции F :

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство. Отрицание к пункту 3:

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 > \delta, \\ \dots \\ x_s > \delta, \\ |1 - F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \geq \varepsilon \end{array} \right.$$

$F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)$ — это вероятность $\Rightarrow 0 \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 \Rightarrow$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство. Отрицание к пункту 3:

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 > \delta, \\ \dots \\ x_s > \delta, \\ |1 - F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \geq \varepsilon \end{array} \right.$$

$F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)$ — это вероятность $\Rightarrow 0 \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow (|1 - F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \geq \varepsilon \Leftrightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 - \varepsilon).$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство. Отрицание к пункту 3:

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 > \delta, \\ \dots \\ x_s > \delta, \\ F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 - \varepsilon, \end{array} \right.$$

$F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)$ — это вероятность $\Rightarrow 0 \leq F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow (|1 - F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \geq \varepsilon \Leftrightarrow F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 - \varepsilon).$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство. Отрицание к пункту 3:

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 > \delta, \\ \dots \\ x_s > \delta, \\ F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 - \varepsilon, \end{array} \right.$$

Возьмем последовательность чисел δ'_n такую, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta'_n = +\infty$, и для каждого значения δ'_n выберем строку $(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn})$ такую, что $F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn}) \leq 1 - \varepsilon$.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство. $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta'_n = +\infty$ и $F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn}) \leq 1 - \varepsilon$.

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 > \delta, \\ \dots \\ x_s > \delta, \\ F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 - \varepsilon, \end{array} \right.$$

Обозначим через A_n событие, состоящее в том, что $X_i(\omega) > a_{in}$.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство. $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta'_n = +\infty$ и $F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn}) \leq 1 - \varepsilon$.

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 > \delta, \\ \dots \\ x_s > \delta, \\ F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 - \varepsilon, \end{array} \right.$$

Обозначим через A_n событие, состоящее в том, что $X_i(\omega) > a_{in}$.

Тогда $A_1 + A_2 + \dots = \mathbf{Д}$ — достоверное событие.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство. $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta'_n = +\infty$ и $F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn}) \leq 1 - \varepsilon$.

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 > \delta, \\ \dots \\ x_s > \delta, \\ F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 - \varepsilon, \end{array} \right. \quad \boxed{\begin{array}{l} A_n \tilde{X}_i(\omega) > a_{in} \\ A_1 + A_2 + \dots = \mathcal{D} \end{array}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} p(A_n) =$$

По аксиоме непрерывности, имеем...

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство. $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta'_n = +\infty$ и $F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn}) \leq 1 - \varepsilon$.

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 > \delta, \\ \dots \\ x_s > \delta, \\ F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 - \varepsilon, \end{array} \right. \quad \boxed{\begin{array}{l} A_n \tilde{X}_i(\omega) > a_{in} \\ A_1 + A_2 + \dots = \mathcal{D} \end{array}}$$

$$= p \left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} p(A_n) =$$

По аксиоме непрерывности, имеем...

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство. $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta'_n = +\infty$ и $F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn}) \leq 1 - \varepsilon$.

$$\exists \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 \exists (x_1, \dots, x_s) \left\{ \begin{array}{l} x_1 > \delta, \\ \dots \\ x_s > \delta, \\ F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 - \varepsilon, \end{array} \right. \quad \boxed{\begin{array}{l} A_n \tilde{X}_i(\omega) > a_{in} \\ A_1 + A_2 + \dots = \mathcal{D} \end{array}}$$

$$1 = p\left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} p(A_n) =$$

По аксиоме непрерывности, имеем...

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство. $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta'_n = +\infty$ и $F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn}) \leq 1 - \varepsilon$.

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 > \delta, \\ \dots \\ x_s > \delta, \\ F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 - \varepsilon, \end{array} \right. \quad \boxed{\begin{array}{l} A_n \tilde{X}_i(\omega) > a_{in} \\ A_1 + A_2 + \dots = \mathcal{D} \end{array}}$$

$$1 = p\left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} p(A_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn}) \leq$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство. $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta'_n = +\infty$ и $F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn}) \leq 1 - \varepsilon$.

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 > \delta, \\ \dots \\ x_s > \delta, \\ F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 - \varepsilon, \end{array} \right. \quad \boxed{\begin{array}{l} A_n \tilde{X}_i(\omega) > a_{in} \\ A_1 + A_2 + \dots = \mathcal{D} \end{array}}$$

$$1 = p\left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} p(A_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn}) \leq 1 - \varepsilon,$$

противоречие.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$3) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow +\infty \\ x_2 \rightarrow +\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow +\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 1;$$

Доказательство. $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta'_n = +\infty$ и $F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn}) \leq 1 - \varepsilon$.

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 > \delta, \\ \dots \\ x_s > \delta, \\ F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s) \leq 1 - \varepsilon, \end{array} \right. \quad \boxed{\begin{array}{l} A_n \tilde{X}_i(\omega) > a_{in} \\ A_1 + A_2 + \dots = \mathcal{D} \end{array}}$$

$$1 = p\left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} p(A_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn}) \leq 1 - \varepsilon,$$

противоречие. Свойство 3) доказано.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. На примере одномерной случайной величины ясно, что условие $X < x$ при $x \rightarrow -\infty$ переходит в требование $X < -\infty$, которое не выполняется ни для каких значений случайной величины X .

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. Строгое доказательство также осуществим методом «от противного».

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. Пусть это свойство не выполняется, то есть (строим отрицание к утверждению что ноль является пределом функции распределения)

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. Пусть это свойство не выполняется, то есть

Надо построить отрицание ко фразе

$$\forall \varepsilon > 0$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. Пусть это свойство не выполняется, то есть

Надо построить отрицание ко фразе

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. Пусть это свойство не выполняется, то есть

Надо построить отрицание ко фразе

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall (x_1, \dots, x_s)$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. Пусть это свойство не выполняется, то есть

Надо построить отрицание ко фразе

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall (x_1, \dots, x_s) \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta \\ \dots \\ x_s < -\delta \end{array} \right. \Rightarrow$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. Пусть это свойство не выполняется, то есть

Надо построить отрицание ко фразе

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall (x_1, \dots, x_s) \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta \\ \dots \\ x_s < -\delta \end{array} \right. \Rightarrow |F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \leq \varepsilon.$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. Пусть это свойство не выполняется, то есть

$$\exists \varepsilon > 0$$

Надо построить отрицание ко фразе

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall (x_1, \dots, x_s) \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta \\ \dots \\ x_s < -\delta \end{array} \right. \Rightarrow |F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \leq \varepsilon.$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. Пусть это свойство не выполняется, то есть

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0$$

Надо построить отрицание ко фразе

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta \\ \dots \\ x_s < -\delta \end{array} \right. \Rightarrow |F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \leq \varepsilon.$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. Пусть это свойство не выполняется, то есть

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s)$$

Надо построить отрицание ко фразе

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta \\ \dots \\ x_s < -\delta \end{array} \right. \Rightarrow |F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \leq \varepsilon.$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. Пусть это свойство не выполняется, то есть

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta, \\ \dots \\ x_s < -\delta, \\ |F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \geq \varepsilon. \end{array} \right.$$

Надо построить отрицание ко фразе

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta \\ \dots \\ x_s < -\delta \end{array} \right. \Rightarrow |F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \leq \varepsilon.$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. Пусть это свойство не выполняется, то есть

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta \\ \dots \\ x_s < -\delta \\ |F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \geq \varepsilon. \end{array} \right.$$

Возьмем последовательность чисел $\delta_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} -\infty$ и для каждого значения δ_n выберем строку $(b_{1n}, b_{2n}, \dots, b_{sn})$ такую, что $F_{\mathbf{X}}(b_{1n}, b_{2n}, \dots, b_{sn}) \geq \varepsilon$.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. $\delta_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} -\infty, \quad F_{\mathbf{X}}(b_{1n}, b_{2n}, \dots, b_{sn}) \geq \varepsilon.$

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta, \\ \dots \\ x_s < -\delta, \\ |F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \geq \varepsilon. \end{array} \right.$$

Обозначим через B_n событие, состоящее в том, что $X_i(\omega) \geq a_{in}$. Тогда $B_1 * B_2 * \dots = \mathbf{Д}$ — достоверное событие.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. $\delta_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} -\infty, \quad F_{\mathbf{X}}(b_{1n}, b_{2n}, \dots, b_{sn}) \geq \varepsilon.$

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta, \\ \dots \\ x_s < -\delta, \\ |F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \geq \varepsilon. \end{array} \right. \quad \boxed{B_1 * B_2 * \dots = \mathcal{D}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} p(B_n) =$$

По аксиоме непрерывности, имеем...

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. $\delta_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} -\infty, \quad F_{\mathbf{X}}(b_{1n}, b_{2n}, \dots, b_{sn}) \geq \varepsilon.$

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta, \\ \dots \\ x_s < -\delta, \\ |F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \geq \varepsilon. \end{array} \right. \quad \boxed{B_1 * B_2 * \dots = \mathcal{D}}$$

$$= p \left(\sum_{n=1}^{\infty} B_n \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} p(B_n) =$$

По аксиоме непрерывности, имеем...

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. $\delta_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} -\infty, \quad F_{\mathbf{X}}(b_{1n}, b_{2n}, \dots, b_{sn}) \geq \varepsilon.$

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta, \\ \dots \\ x_s < -\delta, \\ |F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \geq \varepsilon. \end{array} \right. \quad \boxed{B_1 * B_2 * \dots = \mathcal{D}}$$

$$1 = p \left(\sum_{n=1}^{\infty} B_n \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} p(B_n) =$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. $\delta_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} -\infty, \quad F_{\mathbf{X}}(b_{1n}, b_{2n}, \dots, b_{sn}) \geq \varepsilon.$

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta, \\ \dots \\ x_s < -\delta, \\ |F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \geq \varepsilon. \end{array} \right. \quad \boxed{B_1 * B_2 * \dots = \mathcal{D}}$$

$$1 = p \left(\sum_{n=1}^{\infty} B_n \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} p(B_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 - F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn})) \leq$$

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. $\delta_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} -\infty, \quad F_{\mathbf{X}}(b_{1n}, b_{2n}, \dots, b_{sn}) \geq \varepsilon.$

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta, \\ \dots \\ x_s < -\delta, \\ |F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \geq \varepsilon. \end{array} \right. \quad \boxed{B_1 * B_2 * \dots = \mathcal{D}}$$

$$1 = p \left(\sum_{n=1}^{\infty} B_n \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} p(B_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 - F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn})) \leq 1 - \varepsilon,$$

противоречие.

VIII.1. Свойства функции распределения

Пусть $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_s)$ — случайная величина.

$$4) \quad \lim_{\substack{x_1 \rightarrow -\infty \\ x_2 \rightarrow -\infty \\ \dots \\ x_s \rightarrow -\infty}} F_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_s) = 0.$$

Доказательство. $\delta_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} -\infty, \quad F_{\mathbf{X}}(b_{1n}, b_{2n}, \dots, b_{sn}) \geq \varepsilon.$

$$\exists \varepsilon > 0 \quad \forall \delta > 0 \quad \exists (x_1, \dots, x_s) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 < -\delta, \\ \dots \\ x_s < -\delta, \\ |F_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_s)| \geq \varepsilon. \end{array} \right. \quad \boxed{B_1 * B_2 * \dots = \mathcal{D}}$$

$$1 = p\left(\sum_{n=1}^{\infty} B_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} p(B_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 - F_{\mathbf{X}}(a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{sn})) \leq 1 - \varepsilon,$$

противоречие. Четвертое свойство доказано.

VIII.2. Свойства плотности распределения

Мы сформулируем эти свойства для одномерной непрерывной случайной величины. Их аналоги справедливы и для многомерных непрерывных случайных величин.

VIII.2. Свойства плотности распределения

Теорема **15**. *Св.1.* $f_X(x) \geq 0$.

VIII.2. Свойства плотности распределения

Теорема **15**. *Св.1.* $f_X(x) \geq 0$.

Св.2. $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx$.

VIII.2. Свойства плотности распределения

Теорема **15**. **Св.1.** $f_X(x) \geq 0$.

Св.2. $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx$.

Св.3. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$.

VIII.2. Свойства плотности распределения

Теорема **15**. *Св.1.* $f_X(x) \geq 0$.

Доказательство. Согласно **свойству 2**, функция $F_X(x)$ не убывает. Значит, ее производная неотрицательна, то есть $f_X(x) \geq 0$.

VIII.2. Свойства плотности распределения

Теорема **15.**

Св.2.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx.$$

Доказательство. И функция $F_X(x)$, и функция $\int_{-\infty}^x f(x) dx$ являются первообразными для функции f_X . В силу непрерывности этих функций имеем $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx + C$ для некоторой константы C .

VIII.2. Свойства плотности распределения

Теорема **15.**

Св.2.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx.$$

Доказательство. $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx + C$ Переходя в левой и правой частях этого равенства к пределу при $x \rightarrow -\infty$, получаем

VIII.2. Свойства плотности распределения

Теорема 15.

Св.2.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx.$$

Доказательство. $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx + C$ Переходя в левой и правой частях этого равенства к пределу при $x \rightarrow -\infty$, получаем

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} F_X(x) =$$

VIII.2. Свойства плотности распределения

Теорема 15.

Св.2.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx.$$

Доказательство. $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx + C$ Переходя в левой и правой частях этого равенства к пределу при $x \rightarrow -\infty$, получаем

$$0 = \lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) =$$

VIII.2. Свойства плотности распределения

Теорема 15.

Св.2.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx.$$

Доказательство. $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx + C$ Переходя в левой и пра-

вой частях этого равенства к пределу при $x \rightarrow -\infty$, получаем

$$0 = \lim_{n \rightarrow \infty} F_X(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\int_{-\infty}^x f(x) dx + C \right) =$$

VIII.2. Свойства плотности распределения

Теорема 15.

Св.2.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx.$$

Доказательство. $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx + C$ Переходя в левой и пра-

вой частях этого равенства к пределу при $x \rightarrow -\infty$, получаем

$$\begin{aligned} 0 = \lim_{n \rightarrow \infty} F_X(x) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\int_{-\infty}^x f(x) dx + C \right) = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^x f(x) dx + C = \end{aligned}$$

VIII.2. Свойства плотности распределения

Теорема 15.

Св.2.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx.$$

Доказательство. $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx + C$ Переходя в левой и пра-

вой частях этого равенства к пределу при $x \rightarrow -\infty$, получаем

$$\begin{aligned} 0 = \lim_{n \rightarrow \infty} F_X(x) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\int_{-\infty}^x f(x) dx + C \right) = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^x f(x) dx + C = 0 + C, \end{aligned}$$

VIII.2. Свойства плотности распределения

Теорема 15.

Св.2.

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx.$$

Доказательство. $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx + C$ Переходя в левой и пра-

вой частях этого равенства к пределу при $x \rightarrow -\infty$, получаем

$$\begin{aligned} 0 = \lim_{n \rightarrow \infty} F_X(x) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\int_{-\infty}^x f(x) dx + C \right) = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^x f(x) dx + C = 0 + C, \end{aligned}$$

откуда $C = 0$. Свойство доказано.

VIII.2. Свойства плотности распределения

Теорема **15**. Св.3. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$. Доказательство. Является следствием свойства Св.2 и **свойства 3**.

VIII.3. Зависимые и независимые случайные величины

Случайная величина может быть многомерной, то есть в результате эксперимента может возникать n -ка чисел. Например, мы можем выяснять у человека сразу несколько характеристик, допустим, $(X, Y, Z) = (\text{рост}, \text{вес}, \text{возраст})$. В этом случае обычно возникает вопрос о зависимости между этими величинами.

VIII.4. Виды зависимостей случайных величин

Можно выделить три типа зависимостей:

VIII.4. Виды зависимостей случайных величин

Можно выделить три типа зависимостей:

- отсутствие зависимости (например, (рост, доход) для человека);

VIII.4. Виды зависимостей случайных величин

Можно выделить три типа зависимостей:

- отсутствие зависимости (например, (рост, доход) для человека);
- «размытая», статистическая (типа (рост, вес) для человека);

VIII.4. Виды зависимостей случайных величин

Можно выделить три типа зависимостей:

- отсутствие зависимости (например, (рост,доход) для человека);
- «размытая», статистическая (типа (рост,вес) для человека);
- «жесткая», функциональная (типа (объем,масса) для однородного тела с плотностью ρ).

VIII.4. Виды зависимостей случайных величин

Можно выделить три типа зависимостей:

- отсутствие зависимости (например, (рост,доход) для человека);
- «размытая», статистическая (типа (рост,вес) для человека);
- «жесткая», функциональная (типа (объем,масса) для однородного тела с плотностью ρ).

Нас в дальнейшем обычно будет интересовать второй тип зависимости — статистический. Например, в среднем люди высокого роста весят больше, чем люди меньшего роста, хотя бывают, разумеется, исключения.

VIII.4. Виды зависимостей случайных величин

Можно выделить три типа зависимостей:

- отсутствие зависимости (например, (рост, доход) для человека);
- «размытая», статистическая (типа (рост, вес) для человека);
- «жесткая», функциональная (типа (объем, масса) для однородного тела с плотностью ρ).

Нас в дальнейшем обычно будет интересовать второй тип зависимости — статистический. Например, в среднем люди высокого роста весят больше, чем люди меньшего роста, хотя бывают, разумеется, исключения.

Если СВ имеет вид $X = (X, Y)$, то есть в результате эксперимента возникает пара чисел, то эту СВ называют **двумерной случайной величиной**.

VIII.5. Независимые случайные величины

Определение 21. Компоненты X_i и X_j многомерной СВ $(X_1, X_2, \dots, X_s)$ называются **независимыми случайными величинами** тогда и только тогда, когда для любых чисел x_i, x_j события $X_i(\omega) < x_i$ и $X_j(\omega) < x_j$ независимы, где ω — произвольные элементы генеральной совокупности.

VIII.6. Условные и безусловные законы распределения компонент многомерной случайной величины

Естественно, что проблематика теории многомерных случайных величин включает в себя:

VIII.6. Условные и безусловные законы распределения компонент многомерной случайной величины

Естественно, что проблематика теории многомерных случайных величин включает в себя:

— изучение отдельных компонентов многомерной СВ;

VIII.6. Условные и безусловные законы распределения компонент многомерной случайной величины

Естественно, что проблематика теории многомерных случайных величин включает в себя:

- изучение отдельных компонентов многомерной СВ;
- изучение взаимосвязей между компонентами многомерной СВ и др.

VIII.6. Условные и безусловные законы распределения компонент многомерной случайной величины

Естественно, что проблематика теории многомерных случайных величин включает в себя:

- изучение отдельных компонентов многомерной СВ;
- изучение взаимосвязей между компонентами многомерной СВ и др.

В частности, в терминах функции распределения можно сформулировать критерий независимости случайных величин.

VIII.7. Критерий независимости случайных величин

Теорема 16. Компоненты X_1, X_2 двумерной СВ $X = (X_1, X_2)$ являются независимыми, тогда и только тогда, когда $F_X(x, y) = F_{(X_1, X_2)}(x, y) = F_{X_1}(x)F_{X_2}(y)$.

Доказательство.

VIII.7. Критерий независимости случайных величин

Теорема 16. Компоненты X_1, X_2 двумерной СВ $X = (X_1, X_2)$ являются независимыми, тогда и только тогда, когда $F_X(x, y) = F_{(X_1, X_2)}(x, y) = F_{X_1}(x)F_{X_2}(y)$.

Доказательство. Это фактически просто переформулировка определения независимости случайных величин.

Рассмотрим пример?

IX. Числовые характеристики случайных величин

Функция распределения дает полную информацию о законе распределения случайной величины, но часто столь подробная информация не нужна, а необходимы «суммарные», «интегральные» характеристики этого закона. Мы остановимся на двух из них: математическом ожидании и дисперсии.

IX.1. Математическое ожидание: прелюдия

Рассмотрим **статистический подход** к вероятности.

IX.1. Математическое ожидание: прелюдия

Рассмотрим **статистический подход** к вероятности.

Предположим, что испытание состоит в том, что посетитель зашел в магазин, в качестве успеха рассматриваем ситуацию, когда он истратил в магазине x_1 рублей.

IX.1. Математическое ожидание: прелюдия

Рассмотрим **статистический подход** к вероятности.

Предположим, что испытание состоит в том, что посетитель зашел в магазин, в качестве успеха рассматриваем ситуацию, когда он истратил в магазине x_1 рублей.

Пусть было достигнуто m успехов в большой серии из n испытаний.

Положим $\frac{m}{n} \approx p$ — вероятность успеха.

IX.1. Математическое ожидание: прелюдия

Рассмотрим **статистический подход** к вероятности.

Предположим, что испытание состоит в том, что посетитель зашел в магазин, в качестве успеха рассматриваем ситуацию, когда он истратил в магазине x_1 рублей.

Пусть было достигнуто m успехов в большой серии из n испытаний.

Положим $\frac{m}{n} \approx p$ — вероятность успеха.

В итоге магазин получит _____ рублей.

IX.1. Математическое ожидание: прелюдия

Рассмотрим **статистический подход** к вероятности.

Предположим, что испытание состоит в том, что посетитель зашел в магазин, в качестве успеха рассматриваем ситуацию, когда он истра-
тил в магазине x_1 рублей.

Пусть было достигнуто m успехов в большой серии из n испытаний.

Положим $\frac{m}{n} \approx p$ — вероятность успеха.

В итоге магазин получит $m \cdot x_1$ рублей.

IX.1. Математическое ожидание: прелюдия

Рассмотрим **статистический подход** к вероятности.

Предположим, что испытание состоит в том, что посетитель зашел в магазин, в качестве успеха рассматриваем ситуацию, когда он истратил в магазине x_1 рублей.

Пусть было достигнуто m успехов в большой серии из n испытаний.

Положим $\frac{m}{n} \approx p$ — вероятность успеха.

В итоге магазин получит $m \cdot x_1$ рублей.

Усредняя эту сумму по общему числу посетителей магазина, получим

IX.1. Математическое ожидание: прелюдия

Рассмотрим **статистический подход** к вероятности.

Предположим, что испытание состоит в том, что посетитель зашел в магазин, в качестве успеха рассматриваем ситуацию, когда он истратил в магазине x_1 рублей.

Пусть было достигнуто m успехов в большой серии из n испытаний.

Положим $\frac{m}{n} \approx p$ — вероятность успеха.

В итоге магазин получит $m \cdot x_1$ рублей.

Усредняя эту сумму по общему числу посетителей магазина, получим $\frac{m \cdot x_1}{n} \approx$

IX.1. Математическое ожидание: прелюдия

Рассмотрим **статистический подход** к вероятности.

Предположим, что испытание состоит в том, что посетитель зашел в магазин, в качестве успеха рассматриваем ситуацию, когда он истратил в магазине x_1 рублей.

Пусть было достигнуто m успехов в большой серии из n испытаний.

Положим $\frac{m}{n} \approx p$ — вероятность успеха.

В итоге магазин получит $m \cdot x_1$ рублей.

Усредняя эту сумму по общему числу посетителей магазина, получим $\frac{m \cdot x_1}{n} \approx px_1$.

IX.1. Математическое ожидание: прелюдия

Рассмотрим **статистический подход** к вероятности.

Пусть посетители магазина истратили по $x_1, x_2, \dots$ или x_m руб., причем вероятность того, что посетитель истратит x_k рублей, равна p_k . Тогда каждый посетитель магазина заплатил в среднем

Предположим, что испытание состоит в том, что посетитель зашел в магазин, в качестве успеха рассматриваем ситуацию, когда он истратил в магазине x_1 рублей.

Пусть было достигнуто m успехов в большой серии из n испытаний.

Положим $\frac{m}{n} \approx p$ — вероятность успеха.

В итоге магазин получит $m \cdot x_1$ рублей.

Усредняя эту сумму по общему числу посетителей магазина, получим $\frac{m \cdot x_1}{n} \approx px_1$.

IX.1. Математическое ожидание: прелюдия

Рассмотрим **статистический подход** к вероятности.

Пусть посетители магазина истратили по $x_1, x_2, \dots$ или x_m руб., причем вероятность того, что посетитель истратит x_k рублей, равна p_k . Тогда каждый посетитель магазина заплатил в среднем

$$x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_mp_m =$$

Предположим, что испытание состоит в том, что посетитель зашел в магазин, в качестве успеха рассматриваем ситуацию, когда он истратил в магазине x_1 рублей.

Пусть было достигнуто m успехов в большой серии из n испытаний.

Положим $\frac{m}{n} \approx p$ — вероятность успеха.

В итоге магазин получит $m \cdot x_1$ рублей.

Усредняя эту сумму по общему числу посетителей магазина, получим $\frac{m \cdot x_1}{n} \approx px_1$.

IX.1. Математическое ожидание: прелюдия

Рассмотрим **статистический подход** к вероятности.

Пусть посетители магазина истратили по $x_1, x_2, \dots$ или x_m руб., причем вероятность того, что посетитель истратит x_k рублей, равна p_k . Тогда каждый посетитель магазина заплатил в среднем

$$x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_mp_m = \sum_{k=1}^m x_kp_k.$$

Предположим, что испытание состоит в том, что посетитель зашел в магазин, в качестве успеха рассматриваем ситуацию, когда он истратил в магазине x_1 рублей.

Пусть было достигнуто m успехов в большой серии из n испытаний.

Положим $\frac{m}{n} \approx p$ — вероятность успеха.

В итоге магазин получит $m \cdot x_1$ рублей.

Усредняя эту сумму по общему числу посетителей магазина, получим $\frac{m \cdot x_1}{n} \approx px_1$.

IX.1. Математическое ожидание: прелюдия

Рассмотрим **статистический подход** к вероятности.

Пусть посетители магазина истратили по $x_1, x_2, \dots$ или x_m руб., причем вероятность того, что посетитель истратит x_k рублей, равна p_k . Тогда каждый посетитель магазина заплатил в среднем

$$x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_mp_m = \sum_{k=1}^m x_kp_k.$$

Это число называется **математическим ожиданием величины X** . В данном случае X — сумма, которую посетитель истратил в магазине.

IX.2. Математическое ожидание

Определение 22. Математическим ожиданием $M[X]$ величины X называется число, для дискретной случайной величины вычисляемое по формуле

$$M[X] = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n, \quad \text{где } p_k = p(X = x_k), \quad (11)$$

а для непрерывной случайной величины — по формуле

$$M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx. \quad (12)$$

IX.2. Математическое ожидание

Определение 22. Математическим ожиданием $\mathbf{M}[X]$ величины X называется число, для дискретной случайной величины вычисляемое по формуле

$$\mathbf{M}[X] = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n, \quad \text{где } p_k = p(X = x_k), \quad (11)$$

а для непрерывной случайной величины — по формуле

$$\mathbf{M}[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx. \quad (12)$$

Смысл этого параметра — «средне-статистическое» значение величины. Это не означает, что это самое вероятное значение, более того, может быть так, что $X = \mathbf{M}[X]$ — невозможное событие, то есть может быть так, что среди вариантов случайной величины X нет $\mathbf{M}[X]$.

IX.2. Математическое ожидание

Определение 22. Математическим ожиданием $M[X]$ величины X называется число, для дискретной случайной величины вычисляемое по формуле

$$M[X] = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n, \text{ где } p_k = p(X = x_k), \quad (11)$$

а для непрерывной случайной величины — по формуле

$$M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx. \quad (12)$$

В семидесятые годы XX века математическое ожидание количества детей в семье составляло примерно 1.5, но, разумеется, не было ни одной «полторадетной» семьи.

IX.2. Математическое ожидание

Определение 22. Математическим ожиданием $M[X]$ величины X называется число, для дискретной случайной величины вычисляемое по формуле

$$M[X] = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n, \text{ где } p_k = p(X = x_k), \quad (11)$$

а для непрерывной случайной величины — по формуле

$$M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx. \quad (12)$$

Математическое ожидание «оценивает» случайную величину X очень грубо.

Рассмотреть пример?

IX.3. Дисперсия

Напрашивается введение величины, характеризующей ожидаемое «среднее отклонение» величины от ее математического ожидания.

IX.3. Дисперсия

Напрашивается введение величины, характеризующей ожидаемое «среднее отклонение» величины от ее математического ожидания.

«Напрашивается» в качестве такой оценки взять математическое ожидание случайной величины $X - \mathbf{M}[X]$ (т.е. отклонения случайной величины X от ее математического ожидания).

IX.3. Дисперсия

Напрашивается введение величины, характеризующей ожидаемое «среднее отклонение» величины от ее математического ожидания.

«Напрашивается» в качестве такой оценки взять математическое ожидание случайной величины $X - \mathbf{M}[X]$ (т.е. отклонения случайной величины X от ее математического ожидания).

К сожалению, очевидно, что $\mathbf{M}[X - \mathbf{M}[X]] = 0$, так как «положительные отклонения» компенсируются «отрицательными».

IX.3. Дисперсия

Напрашивается введение величины, характеризующей ожидаемое «среднее отклонение» величины от ее математического ожидания.

«Напрашивается» в качестве такой оценки взять математическое ожидание случайной величины $X - \mathbf{M}[X]$ (т.е. отклонения случайной величины X от ее математического ожидания).

К сожалению, очевидно, что $\mathbf{M}[X - \mathbf{M}[X]] = 0$, так как «положительные отклонения» компенсируются «отрицательными».

Поэтому лучше вместо случайной величины $X - \mathbf{M}[X]$ рассмотреть величину $(X - \mathbf{M}[X])^2$ (модуль менее удобен из-за проблем с дифференцированием).

IX.3. Дисперсия

Определение **23**. Дисперсией случайной величины X называется величина

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} \left[(X - \mathbf{M}[X])^2 \right]. \quad (13)$$

IX.3. Дисперсия

Определение 23. Дисперсией случайной величины X называется величина

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] . \quad (13)$$

Очевидно, что дисперсия, в отличие от математического ожидания, имеет другую физическую размерность, чем исходная случайная величина. Например, если X измеряется в метрах, то $\mathbf{M}[X]$ также измеряется в метрах, а вот $\mathbf{D}[X]$ — в квадратных метрах (особенно замечательно звучит размерность дисперсии, если величина измеряется в рублях!).

IX.3. Дисперсия

Определение 23. Дисперсией случайной величины X называется величина

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] . \quad (13)$$

Поэтому естественным является введение следующей характеристики случайной величины: **средним квадратическим отклонением** случайной величины X называется число $\sigma[X] = \sqrt{\mathbf{D}[X]}$. Таким образом, $\sigma[X]$ представляет собой, в некотором смысле, «среднее отклонение» наблюдаемого значения случайной величины от ее математического ожидания.

Рассмотрим пример?

IX.4. Свойства $\mathbf{M}[X]$

- 1) Если C — константа (то есть фактически не является случайной величиной), то $\mathbf{M}[C] = C$.
- 2) $\mathbf{M}[\lambda X] = \lambda \cdot \mathbf{M}[X]$.
- 3) $\mathbf{M}[X + Y] = \mathbf{M}[X] + \mathbf{M}[Y]$.
- 4) Если случайные величины X и Y независимы, то

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y].$$

IX.5. Свойства $\mathbf{D}[X]$

$$1) \mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2.$$

IX.5. Свойства $\mathbf{D}[X]$

- 1) $\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2$.
- 2) Если C — константа (то есть фактически не является случайной величиной), то $\mathbf{D}[C] = 0$.

IX.5. Свойства $\mathbf{D}[X]$

- 1) $\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2$.
- 2) Если C — константа (то есть фактически не является случайной величиной), то $\mathbf{D}[C] = 0$.
- 3) $\mathbf{D}[\lambda X] = \lambda^2 \cdot \mathbf{D}[X]$.

IX.5. Свойства $\mathbf{D}[X]$

- 1) $\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2.$
- 2) Если C — константа (то есть фактически не является случайной величиной), то $\mathbf{D}[C] = 0.$
- 3) $\mathbf{D}[\lambda X] = \lambda^2 \cdot \mathbf{D}[X].$
- 4) Если случайные величины X и Y независимы, то

$$\mathbf{D}[X + Y] = \mathbf{D}[X] + \mathbf{D}[Y].$$

IX.5. Свойства $\mathbf{D}[X]$

- 1) $\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2.$
- 2) Если C — константа (то есть фактически не является случайной величиной), то $\mathbf{D}[C] = 0.$
- 3) $\mathbf{D}[\lambda X] = \lambda^2 \cdot \mathbf{D}[X].$
- 4) Если случайные величины X и Y независимы, то

$$\mathbf{D}[X + Y] = \mathbf{D}[X] + \mathbf{D}[Y].$$

- 5) Если C — константа, то $\mathbf{D}[X + C] = \mathbf{D}[X].$

IX.5. Свойства $\mathbf{D}[X]$

- 1) $\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2.$
- 2) Если C — константа (то есть фактически не является случайной величиной), то $\mathbf{D}[C] = 0.$
- 3) $\mathbf{D}[\lambda X] = \lambda^2 \cdot \mathbf{D}[X].$
- 4) Если случайные величины X и Y независимы, то

$$\mathbf{D}[X + Y] = \mathbf{D}[X] + \mathbf{D}[Y].$$

- 5) Если C — константа, то $\mathbf{D}[X + C] = \mathbf{D}[X].$

Доказательства.

IX.5. Свойства $\mathbf{D}[X]$

- 1) $\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2$.
- 2) Если C — константа (то есть фактически не является случайной величиной), то $\mathbf{D}[C] = 0$.
- 3) $\mathbf{D}[\lambda X] = \lambda^2 \cdot \mathbf{D}[X]$.
- 4) Если случайные величины X и Y независимы, то

$$\mathbf{D}[X + Y] = \mathbf{D}[X] + \mathbf{D}[Y].$$

- 5) Если C — константа, то $\mathbf{D}[X + C] = \mathbf{D}[X]$.

Доказательства. Первое свойство мы экспериментально подтвердили при решении **примера со стрелком**, и **примера непрерывной СВ**, а сейчас мы проведем формальное доказательство.

IX.5. Свойства $D[X]$

Доказательства. Мы приведем выкладки только для непрерывной случайной величины, для соответствующей дискретной случайной величины это доказательство переписывается почти «дословно»

с естественными заменами символа $\int_{-\infty}^{+\infty}$ на $\sum_{n=0}^{\infty}$ и т.п.

IX.5. Свойства $D[X]$

Доказательства. Мы приведем выкладки только для непрерывной случайной величины, для соответствующей дискретной случайной величины это доказательство переписывается почти «дословно»

с естественными заменами символа $\int_{-\infty}^{+\infty}$ на $\sum_{n=0}^{\infty}$ и т.п.

Пусть f — плотность распределения случайной величины X . Согласно **свойствам плотности распределения**, $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$, поэтому имеем

IX.5. Свойства $\mathbf{D}[X]$

Доказательства. Пусть f — плотность распределения случайной величины X . Согласно **свойствам плотности распределения**,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1, \text{ поэтому имеем}$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (X - \mathbf{M}[X])^2 f(x) dx =$$

IX.5. Свойства $\mathbf{D}[X]$

Доказательства. Пусть f — плотность распределения случайной величины X . Согласно **свойствам плотности распределения**,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1, \text{ поэтому имеем}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}[X] &= \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (X - \mathbf{M}[X])^2 f(x) dx = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - 2\mathbf{M}[X] \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx + \mathbf{M}[X]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \end{aligned}$$

IX.5. Свойства $\mathbf{D}[X]$

Доказательства. Пусть f — плотность распределения случайной величины X . Согласно **свойствам плотности распределения**,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1, \text{ поэтому имеем}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}[X] &= \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (X - \mathbf{M}[X])^2 f(x) dx = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - 2\mathbf{M}[X] \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx + \mathbf{M}[X]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \\ &= \mathbf{M}[X^2] - 2\mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[X] + \mathbf{M}[X]^2 = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2. \end{aligned}$$

Рассмотрим пример?

Х. Некоторые законы распределения: дискретные СВ

См. также разделы, посвященные **распределению «хи-квадрат»** и **распределению Стьюдента**.

Мы рассмотрим несколько наиболее часто применяемых дискретных случайных величин.

Х.1. Закон Бернулли или биномиальный закон

Определение 24. Пусть t — количество наступлений события A в серии из n испытаний, проводимых по схеме Бернулли (то есть события независимы и вероятность наступления события A в каждом из опытов постоянна и равна p). Тогда t — случайная величина. Закон распределения случайной величины t называется биномиальным законом или законом Бернулли.

Х.1. Закон Бернулли или биномиальный закон

Определение 24. Пусть m — количество наступлений события A в серии из n испытаний, проводимых по схеме Бернулли (то есть события независимы и вероятность наступления события A в каждом из опытов постоянна и равна p). Тогда m — случайная величина. Закон распределения случайной величины m называется **биномиальным законом** или **законом Бернулли**.

Иными словами, это закон распределения случайной величины m , равной количеству наступлений события A в серии из n независимых испытаний, проходящих по **схеме Бернулли**. В соответствии с **формулой Бернулли**, ряд распределения для биномиального закона имеет вид:

0	1	...	m	...	n
q^n	npq^{n-1}	...	$C_n^m p^m q^{n-m}$	...	p^n

, где $q = 1 - p$.

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$,
 $M[m] = np$, $D[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство.

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$,
 $M[m] = np$, $D[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Рассмотрим новые случайные величины X_i : частота наступления события A в i -том испытании.

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$,
 $M[m] = np$, $D[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Рассмотрим новые случайные величины X_i : частота наступления события A в i -том испытании. Имеем $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Очевидно, что ряд распределения СВ X_i имеет следующий вид:

x_i		
$p(X = x_i)$		

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$,
 $M[m] = np$, $D[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Рассмотрим новые случайные величины X_i : частота наступления события A в i -том испытании. Имеем $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Очевидно, что ряд распределения СВ X_i имеет следующий вид:

x_i	0	1
$p(X = x_i)$		

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$,
 $M[m] = np$, $D[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Рассмотрим новые случайные величины X_i : частота наступления события A в i -том испытании. Имеем $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Очевидно, что ряд распределения СВ X_i имеет следующий вид:

x_i	0	1
$p(X = x_i)$	p	

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, $M[m] = np$, $D[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Рассмотрим новые случайные величины X_i : частота наступления события A в i -том испытании. Имеем $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Очевидно, что ряд распределения СВ X_i имеет следующий вид:

x_i	0	1
$p(X = x_i)$	p	q

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$,
 $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Рассмотрим новые случайные величины X_i : частота наступления события A в i -том испытании. Имеем $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Очевидно, что ряд распределения СВ X_i имеет следующий вид:

x_i	0	1
$p(X = x_i)$	p	q

Тогда, как легко подсчитать,

$$\mathbf{M}[X_i] =$$

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$,
 $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Рассмотрим новые случайные величины X_i : частота наступления события A в i -том испытании. Имеем $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Очевидно, что ряд распределения СВ X_i имеет следующий вид:

x_i	0	1
$p(X = x_i)$	p	q

Тогда, как легко подсчитать,

$$\mathbf{M}[X_i] = p,$$

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$,
 $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Рассмотрим новые случайные величины X_i : частота наступления события A в i -том испытании. Имеем $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Очевидно, что ряд распределения СВ X_i имеет следующий вид:

x_i	0	1
$p(X = x_i)$	p	q

Тогда, как легко подсчитать,

$$\mathbf{M}[X_i] = p, \quad \mathbf{D}[X_i] =$$

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Рассмотрим новые случайные величины X_i : частота наступления события A в i -том испытании. Имеем $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Очевидно, что ряд распределения СВ X_i имеет следующий вид:

x_i	0	1
$p(X = x_i)$	p	q

Тогда, как легко подсчитать,

$$\mathbf{M}[X_i] = p, \quad \mathbf{D}[X_i] = \mathbf{M}[X_i^2] - \mathbf{M}[X_i]^2 =$$

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Рассмотрим новые случайные величины X_i : частота наступления события A в i -том испытании. Имеем $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Очевидно, что ряд распределения СВ X_i имеет следующий вид:

x_i	0	1
$p(X = x_i)$	p	q

Тогда, как легко подсчитать,

$$\mathbf{M}[X_i] = p, \quad \mathbf{D}[X_i] = \mathbf{M}[X_i^2] - \mathbf{M}[X_i]^2 = p - p^2 =$$

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$,
 $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Рассмотрим новые случайные величины X_i : частота наступления события A в i -том испытании. Имеем $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Очевидно, что ряд распределения СВ X_i имеет следующий вид:

x_i	0	1
$p(X = x_i)$	p	q

Тогда, как легко подсчитать,

$$\mathbf{M}[X_i] = p, \quad \mathbf{D}[X_i] = \mathbf{M}[X_i^2] - \mathbf{M}[X_i]^2 = p - p^2 = pq.$$

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, $M[m] = np$, $D[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Учитывая равенство $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ и тот факт, что слагаемые — независимые случайные величины (так как испытания проводятся по **схеме Бернулли**), и свойства **M** и **D**, получаем

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Учитывая равенство $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ и тот факт, что слагаемые — независимые случайные величины (так как испытания проводятся по **схеме Бернулли**), и свойства $\mathbf{M}$ и $\mathbf{D}$, получаем

$$\mathbf{M}[X] =$$

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Учитывая равенство $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ и тот факт, что слагаемые — независимые случайные величины (так как испытания проводятся по **схеме Бернулли**), и свойства $\mathbf{M}$ и $\mathbf{D}$, получаем

$$\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X_1 + X_2 + \dots + X_n] =$$

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$,
 $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Учитывая равенство $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ и тот факт, что слагаемые — независимые случайные величины (так как испытания проводятся по **схеме Бернулли**), и свойства $\mathbf{M}$ и $\mathbf{D}$, получаем

$$\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X_1 + X_2 + \dots + X_n] = \mathbf{M}[X_1] + \mathbf{M}[X_2] + \dots + \mathbf{M}[X_n] =$$

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Учитывая равенство $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ и тот факт, что слагаемые — независимые случайные величины (так как испытания проводятся по **схеме Бернулли**), и свойства $\mathbf{M}$ и $\mathbf{D}$, получаем

$$\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X_1 + X_2 + \dots + X_n] = \mathbf{M}[X_1] + \mathbf{M}[X_2] + \dots + \mathbf{M}[X_n] = np,$$

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$,
 $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Учитывая равенство $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ и тот факт, что слагаемые — независимые случайные величины (так как испытания проводятся по **схеме Бернулли**), и свойства $\mathbf{M}$ и $\mathbf{D}$, получаем

$$\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X_1 + X_2 + \dots + X_n] = \mathbf{M}[X_1] + \mathbf{M}[X_2] + \dots + \mathbf{M}[X_n] = np,$$

$$\mathbf{D}[X] =$$

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Учитывая равенство $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ и тот факт, что слагаемые — независимые случайные величины (так как испытания проводятся по **схеме Бернулли**), и свойства $\mathbf{M}$ и $\mathbf{D}$, получаем

$$\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X_1 + X_2 + \dots + X_n] = \mathbf{M}[X_1] + \mathbf{M}[X_2] + \dots + \mathbf{M}[X_n] = np,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{D}[X_1 + X_2 + \dots + X_n] =$$

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Учитывая равенство $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ и тот факт, что слагаемые — независимые случайные величины (так как испытания проводятся по **схеме Бернулли**), и свойства $\mathbf{M}$ и $\mathbf{D}$, получаем

$$\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X_1 + X_2 + \dots + X_n] = \mathbf{M}[X_1] + \mathbf{M}[X_2] + \dots + \mathbf{M}[X_n] = np,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{D}[X_1 + X_2 + \dots + X_n] = \mathbf{D}[X_1] + \mathbf{D}[X_2] + \dots + \mathbf{D}[X_n] =$$

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Учитывая равенство $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ и тот факт, что слагаемые — независимые случайные величины (так как испытания проводятся по **схеме Бернулли**), и свойства $\mathbf{M}$ и $\mathbf{D}$, получаем

$$\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X_1 + X_2 + \dots + X_n] = \mathbf{M}[X_1] + \mathbf{M}[X_2] + \dots + \mathbf{M}[X_n] = np,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{D}[X_1 + X_2 + \dots + X_n] = \mathbf{D}[X_1] + \mathbf{D}[X_2] + \dots + \mathbf{D}[X_n] = npq.$$

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Доказательство. Учитывая равенство $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ и тот факт, что слагаемые — независимые случайные величины (так как испытания проводятся по **схеме Бернулли**), и свойства $\mathbf{M}$ и $\mathbf{D}$, получаем

$$\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X_1 + X_2 + \dots + X_n] = \mathbf{M}[X_1] + \mathbf{M}[X_2] + \dots + \mathbf{M}[X_n] = np,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{D}[X_1 + X_2 + \dots + X_n] = \mathbf{D}[X_1] + \mathbf{D}[X_2] + \dots + \mathbf{D}[X_n] = npq.$$

Теорема доказана.

Х.2. Теорема о характеристиках биномиального закона

Теорема 17. *Для биномиального закона имеем $p(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, $\mathbf{M}[m] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$, $\sigma = \sqrt{npq}$.*

Равенство $\mathbf{M}[m] = np$ интуитивно очевидно: действительно, если вероятность наступления события A в каждом из испытаний равна p , то следует ожидать, что в серии из n испытаний событие A «в среднем» наступит np раз.

Х.3. Полиномиальный закон

Обобщением биномиального закона является полиномиальный закон распределения n -мерной случайной величины.

Х.3. Полиномиальный закон

Обобщением биномиального закона является полиномиальный закон распределения n -мерной случайной величины.

Как мы отмечали, по биномиальному закону распределено количество успехов в серии из n испытаний, проводимых по **схеме Бернулли**. Приставка «би» в слове «биномиальный» означает, что в каждом из испытаний мы рассматриваем только два возможных исхода: событие A *наступило* и событие A *не наступило*.

Х.3. Полиномиальный закон

Обобщением биномиального закона является полиномиальный закон распределения n -мерной случайной величины.

Но нередко нас при проведении испытания интересует не одно событие A (прибор сломался, посетитель магазина сделал покупку и т.п.), а *несколько* событий (прибор либо не сломался, либо у него вышла из строя такая-то или такая-то деталь, посетитель магазина не купил ничего из интересующего нас списка или купил такую-то вещь из этого и т.п.)

Х.3. Полиномиальный закон

Обобщением биномиального закона является полиномиальный закон распределения n -мерной случайной величины.

Это действительно обобщает ситуацию, описываемую биномиальным законом, поскольку можно сказать так: полиномиальный закон возникает *при уточнении*, что именно означает « A не наступило», то есть при «разбиении» события « A не наступило» на несколько взаимоисключающих событий.

Х.3. Полиномиальный закон

Обобщением биномиального закона является полиномиальный закон распределения n -мерной случайной величины.

Это действительно обобщает ситуацию, описываемую биномиальным законом, поскольку можно сказать так: полиномиальный закон возникает *при уточнении*, что именно означает « A не наступило», то есть при «разбиении» события « A не наступило» на несколько взаимоисключающих событий.

Определенный ниже полиномиальный закон основан на соответствующей **формуле**, и описывает распределение многомерной случайной величины $(X_1, X_2, \dots, X_n)$, где X_i — количество наступлений события A_i в серии из n независимых испытаний, причем $A_1, A_2, \dots, A_n$ — полная система попарно несовместных событий, причем $p(A_i) = p_i$.

Х.3. Полиномиальный закон

Обобщением биномиального закона является полиномиальный закон распределения n -мерной случайной величины.

Определенный ниже полиномиальный закон основан на соответствующей **формуле**, и описывает распределение многомерной случайной величины $(X_1, X_2, \dots, X_n)$, где X_i — количество наступлений события A_i в серии из n независимых испытаний, причем $A_1, A_2, \dots, A_n$ — полная система попарно несовместных событий, причем $p(A_i) = p_i$.

Фраза «полная система событий» означает, что событие $A_1 + A_2 + \dots + A_n$ является достоверным, а утверждение что эти события *попарно несовместны* означает, что

$$\left\{ \begin{array}{l} \{i, j\} \subseteq \{1, 2, \dots, n\} \\ i \neq j \end{array} \right. \Rightarrow A_i * A_j = \mathbf{H},$$

где $\mathbf{H}$, как обычно, означает невозможное событие.

Х.4. Полиномиальное распределение

Определение **25**. Полиномиальное распределение случайной величины определяется формулой

$$p(x_1, \dots, x_n) = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{x_1! x_2! \dots x_n!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_n^{x_n}, \quad (14)$$

где p_i — положительные числа, $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$.

Х.5. Закон Пуассона или закон редких явлений

Закон Пуассона основан на **формуле Пуассона**.

Х.5. Закон Пуассона или закон редких явлений

Определение **26**. Закон Пуассона, *называемый еще законом редких явлений* задается бесконечным рядом распределения

Х.5. Закон Пуассона или закон редких явлений

Определение **26**. Закон Пуассона, *называемый еще законом редких явлений* задается бесконечным рядом распределения

0	1	...	m	...
$e^{-\lambda}$	$\lambda e^{-\lambda}$	...	$\frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$	...

.

Х.5. Закон Пуассона или закон редких явлений

Определение 26. Закон Пуассона, *называемый еще законом редких явлений* задается бесконечным рядом распределения

0	1	...	m	...
$e^{-\lambda}$	$\lambda e^{-\lambda}$	...	$\frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$	...

По поводу названия «закон редких явлений» см. раздел **XI.10**, стр. **789**.

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема **18**. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема **18**. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{M}[X] =$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема **18**. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{M}[X] = \sum_{m=0}^{\infty} m \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} =$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема **18**. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{M}[X] = \sum_{m=0}^{\infty} m \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} = e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} =$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема **18**. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{M}[X] = \sum_{m=0}^{\infty} m \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} = e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} = e^{-\lambda} \lambda e^{\lambda} =$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема **18**. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{M}[X] = \sum_{m=0}^{\infty} m \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} = e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} = e^{-\lambda} \lambda e^{\lambda} = \lambda.$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема **18**. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{D}[X] =$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема **18**. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 =$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема **18**. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \sum_{m=0}^{\infty} m^2 \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} - \lambda^2 =$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема **18**. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\begin{aligned}\mathbf{D}[X] &= \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \sum_{m=0}^{\infty} m^2 \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} - \lambda^2 = \\ &= e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=1}^{\infty} \lambda^{m-1} \frac{m}{(m-1)!} - \lambda^2.\end{aligned}$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема 18. *Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.*

Доказательство.

$$\mathbf{D}[X] = e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=1}^{\infty} \lambda^{m-1} \frac{m}{(m-1)!} - \lambda^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = ???$$

Заметим, что для $m \geq 2$ имеем

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема 18. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{D}[X] = e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=1}^{\infty} \lambda^{m-1} \frac{m}{(m-1)!} - \lambda^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = ???$$

Заметим, что для $m \geq 2$ имеем

$$\frac{m}{(m-1)!} =$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема 18. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{D}[X] = e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=1}^{\infty} \lambda^{m-1} \frac{m}{(m-1)!} - \lambda^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = ???$$

Заметим, что для $m \geq 2$ имеем

$$\frac{m}{(m-1)!} = \frac{(m-1) + 1}{(m-1)!} =$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема 18. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{D}[X] = e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=1}^{\infty} \lambda^{m-1} \frac{m}{(m-1)!} - \lambda^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = ???$$

Заметим, что для $m \geq 2$ имеем

$$\frac{m}{(m-1)!} = \frac{(m-1) + 1}{(m-1)!} = \frac{1}{(m-2)!} + \frac{1}{(m-1)!},$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема 18. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{D}[X] = e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=1}^{\infty} \lambda^{m-1} \frac{m}{(m-1)!} - \lambda^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = ???$$

Заметим, что для $m \geq 2$ имеем

$$\frac{m}{(m-1)!} = \frac{(m-1) + 1}{(m-1)!} = \frac{1}{(m-2)!} + \frac{1}{(m-1)!},$$

поэтому

$$\sum_{m=1}^{\infty} m \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} =$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема 18. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{D}[X] = e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=1}^{\infty} \lambda^{m-1} \frac{m}{(m-1)!} - \lambda^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = ???$$

Заметим, что для $m \geq 2$ имеем

$$\frac{m}{(m-1)!} = \frac{(m-1) + 1}{(m-1)!} = \frac{1}{(m-2)!} + \frac{1}{(m-1)!},$$

поэтому

$$\sum_{m=1}^{\infty} m \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} = 1 + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\lambda^{m-1}}{(m-2)!} + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} =$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема 18. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{D}[X] = e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=1}^{\infty} \lambda^{m-1} \frac{m}{(m-1)!} - \lambda^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = ???$$

Заметим, что для $m \geq 2$ имеем

$$\frac{m}{(m-1)!} = \frac{(m-1) + 1}{(m-1)!} = \frac{1}{(m-2)!} + \frac{1}{(m-1)!},$$

поэтому

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} m \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} &= 1 + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\lambda^{m-1}}{(m-2)!} + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} = \\ &= 1 + \lambda \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\lambda^{m-2}}{(m-2)!} + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} = \end{aligned}$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема 18. Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.

Доказательство.

$$\mathbf{D}[X] = e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=1}^{\infty} \lambda^{m-1} \frac{m}{(m-1)!} - \lambda^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = ???$$

Заметим, что для $m \geq 2$ имеем

$$\frac{m}{(m-1)!} = \frac{(m-1) + 1}{(m-1)!} = \frac{1}{(m-2)!} + \frac{1}{(m-1)!},$$

поэтому

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} m \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} &= 1 + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\lambda^{m-1}}{(m-2)!} + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} = \\ &= 1 + \lambda \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\lambda^{m-2}}{(m-2)!} + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} = 1 + \lambda e^{\lambda} + e^{\lambda} - 1. \end{aligned}$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема 18. *Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.*

Доказательство.

$$\mathbf{D}[X] = e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=1}^{\infty} \lambda^{m-1} \frac{m}{(m-1)!} - \lambda^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \lambda.$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} m \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} = 1 + \lambda e^{\lambda} + e^{\lambda} - 1.$$

Х.6. Теорема о характеристиках закона Пуассона

Теорема 18. *Для закона Пуассона имеем $\mathbf{M}[m] = \lambda$, $\mathbf{D}[m] = \lambda$.*

Доказательство.

$$\mathbf{D}[X] = e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=1}^{\infty} \lambda^{m-1} \frac{m}{(m-1)!} - \lambda^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \lambda.$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} m \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} = 1 + \lambda e^{\lambda} + e^{\lambda} - 1.$$

Теорема доказана.

Х.7. Геометрическое распределение

Определение 27. *Говорят, что случайная величина имеет геометрическое распределение, если она может быть задана следующим бесконечным рядом распределения:*

x_i	1	2	3	4	...
p_i	p	qp	q^2p	q^3p	...

Х.8. Теорема о характеристиках геометрического распределения

Теорема **19**. *Для геометрического распределения имеем:*

$$\mathbf{M}[X] = \frac{1}{p}, \quad \mathbf{D}[X] = \frac{1-p}{p^2}.$$

Х.8. Теорема о характеристиках геометрического распределения

Теорема 19. *Для геометрического распределения имеем:*

$$\mathbf{M}[X] = \frac{1}{p}, \quad \mathbf{D}[X] = \frac{1-p}{p^2}.$$

Доказательство. Рассмотрим ряд $s(x) = \sum_{m=1}^{\infty} mx^{m-1}$.

Так как это степенной ряд, то для любого x из области его сходимости $-1 < x < 1$ (точка $x = q$ лежит в этой области) его можно почленно интегрировать и дифференцировать.

Х.8. Теорема о характеристиках геометрического распределения

Теорема 19. *Для геометрического распределения имеем:*

$$\mathbf{M}[X] = \frac{1}{p}, \quad \mathbf{D}[X] = \frac{1-p}{p^2}.$$

Доказательство. Рассмотрим ряд $s(x) = \sum_{m=1}^{\infty} mx^{m-1}$.

Интегрируя почленно по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем:

Х.8. Теорема о характеристиках геометрического распределения

Теорема 19. *Для геометрического распределения имеем:*

$$\mathbf{M}[X] = \frac{1}{p}, \quad \mathbf{D}[X] = \frac{1-p}{p^2}.$$

Доказательство. Рассмотрим ряд $s(x) = \sum_{m=1}^{\infty} mx^{m-1}$.

Интегрируя почленно по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем:

$$\int_0^x s(t) dt =$$

Х.8. Теорема о характеристиках геометрического распределения

Теорема 19. *Для геометрического распределения имеем:*

$$\mathbf{M}[X] = \frac{1}{p}, \quad \mathbf{D}[X] = \frac{1-p}{p^2}.$$

Доказательство. Рассмотрим ряд $s(x) = \sum_{m=1}^{\infty} mx^{m-1}$.

Интегрируя почленно по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем:

$$\int_0^x s(t) dt = \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^x mt^{m-1} dt =$$

Х.8. Теорема о характеристиках геометрического распределения

Теорема 19. *Для геометрического распределения имеем:*

$$\mathbf{M}[X] = \frac{1}{p}, \quad \mathbf{D}[X] = \frac{1-p}{p^2}.$$

Доказательство. Рассмотрим ряд $s(x) = \sum_{m=1}^{\infty} mx^{m-1}$.

Интегрируя почленно по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем:

$$\int_0^x s(t) dt = \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^x mt^{m-1} dt = \sum_{m=1}^{\infty} x^m =$$

Х.8. Теорема о характеристиках геометрического распределения

Теорема 19. *Для геометрического распределения имеем:*

$$\mathbf{M}[X] = \frac{1}{p}, \quad \mathbf{D}[X] = \frac{1-p}{p^2}.$$

Доказательство. Рассмотрим ряд $s(x) = \sum_{m=1}^{\infty} mx^{m-1}$.

Интегрируя почленно по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем:

$$\int_0^x s(t) dt = \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^x mt^{m-1} dt = \sum_{m=1}^{\infty} x^m = \frac{x}{1-x}.$$

Х.8. Теорема о характеристиках геометрического распределения

Теорема 19. *Для геометрического распределения имеем:*

$$\mathbf{M}[X] = \frac{1}{p}, \quad \mathbf{D}[X] = \frac{1-p}{p^2}.$$

Доказательство. Дифференцируя по x получим $s(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$.

Х.8. Теорема о характеристиках геометрического распределения

Теорема 19. *Для геометрического распределения имеем:*

$$\mathbf{M}[X] = \frac{1}{p}, \quad \mathbf{D}[X] = \frac{1-p}{p^2}.$$

Доказательство. Дифференцируя по x получим $s(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$.

Подставляя $x = q$ (это можно сделать, так как q лежит в области сходимости ряда), получаем $\sum_{m=1}^{\infty} mq^{m-1} = \frac{1}{(1-q)^2} = \frac{1}{p^2}$. Поэтому

Х.8. Теорема о характеристиках геометрического распределения

Теорема 19. *Для геометрического распределения имеем:*

$$\mathbf{M}[X] = \frac{1}{p}, \quad \mathbf{D}[X] = \frac{1-p}{p^2}.$$

Доказательство. Дифференцируя по x получим $s(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$.

Подставляя $x = q$ (это можно сделать, так как q лежит в области сходимости ряда), получаем $\sum_{m=1}^{\infty} mq^{m-1} = \frac{1}{(1-q)^2} = \frac{1}{p^2}$. Поэтому

$$\mathbf{M}[X] = p \sum_{m=1}^{\infty} mq^{m-1} = \frac{p}{p^2} =$$

Х.8. Теорема о характеристиках геометрического распределения

Теорема 19. *Для геометрического распределения имеем:*

$$\mathbf{M}[X] = \frac{1}{p}, \quad \mathbf{D}[X] = \frac{1-p}{p^2}.$$

Доказательство. Дифференцируя по x получим $s(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$.

Подставляя $x = q$ (это можно сделать, так как q лежит в области сходимости ряда), получаем $\sum_{m=1}^{\infty} mq^{m-1} = \frac{1}{(1-q)^2} = \frac{1}{p^2}$. Поэтому

$$\mathbf{M}[X] = p \sum_{m=1}^{\infty} mq^{m-1} = \frac{p}{p^2} = \frac{1}{p}.$$

Аналогично

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 =$$

Аналогично

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} p - \frac{1}{p^2} =$$

Аналогично

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} p - \frac{1}{p^2} = p \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} - \frac{1}{p^2}.$$

Аналогично

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} p - \frac{1}{p^2} = p \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} - \frac{1}{p^2}.$$

Рассмотрим ряд $r(x) = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 x^{m-1}$. Интегрируя по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем

$$\int_0^x r(t) dt = \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^x m^2 t^{m-1} dt =$$

Аналогично

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} p - \frac{1}{p^2} = p \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} - \frac{1}{p^2}.$$

Рассмотрим ряд $r(x) = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 x^{m-1}$. Интегрируя по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем

$$\int_0^x r(t) dt = \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^x m^2 t^{m-1} dt = \sum_{m=1}^{\infty} m x^m = x \cdot s(x) =$$

Аналогично

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} p - \frac{1}{p^2} = p \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} - \frac{1}{p^2}.$$

Рассмотрим ряд $r(x) = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 x^{m-1}$. Интегрируя по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем

$$\int_0^x r(t) dt = \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^x m^2 t^{m-1} dt = \sum_{m=1}^{\infty} m x^m = x \cdot s(x) = \frac{x}{(1-x)^2}.$$

Аналогично

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} p - \frac{1}{p^2} = p \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} - \frac{1}{p^2}.$$

Рассмотрим ряд $r(x) = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 x^{m-1}$. Интегрируя по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем

$$\int_0^x r(t) dt = \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^x m^2 t^{m-1} dt = \sum_{m=1}^{\infty} m x^m = x \cdot s(x) = \frac{x}{(1-x)^2}.$$

Продифференцируем по x :

$$r(x) =$$

Аналогично

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} p - \frac{1}{p^2} = p \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} - \frac{1}{p^2}.$$

Рассмотрим ряд $r(x) = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 x^{m-1}$. Интегрируя по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем

$$\int_0^x r(t) dt = \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^x m^2 t^{m-1} dt = \sum_{m=1}^{\infty} m x^m = x \cdot s(x) = \frac{x}{(1-x)^2}.$$

Продифференцируем по x :

$$r(x) = \frac{(1-x)^2 + 2x(1-x)}{(1-x)^4} =$$

Аналогично

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} p - \frac{1}{p^2} = p \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} - \frac{1}{p^2}.$$

Рассмотрим ряд $r(x) = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 x^{m-1}$. Интегрируя по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем

$$\int_0^x r(t) dt = \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^x m^2 t^{m-1} dt = \sum_{m=1}^{\infty} m x^m = x \cdot s(x) = \frac{x}{(1-x)^2}.$$

Продифференцируем по x :

$$r(x) = \frac{(1-x)^2 + 2x(1-x)}{(1-x)^4} = \frac{1+x}{(1-x)^3}.$$

Аналогично

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} p - \frac{1}{p^2} = p \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} - \frac{1}{p^2}.$$

Рассмотрим ряд $r(x) = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 x^{m-1}$. Интегрируя по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем

$$\int_0^x r(t) dt = \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^x m^2 t^{m-1} dt = \sum_{m=1}^{\infty} m x^m = x \cdot s(x) = \frac{x}{(1-x)^2}.$$

Продифференцируем по x :

$$r(x) = \frac{(1-x)^2 + 2x(1-x)}{(1-x)^4} = \frac{1+x}{(1-x)^3}.$$

Следовательно,

$$\mathbf{D}[X] = p \cdot r(q) - 1/p^2 =$$

Аналогично

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} p - \frac{1}{p^2} = p \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} - \frac{1}{p^2}.$$

Рассмотрим ряд $r(x) = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 x^{m-1}$. Интегрируя по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем

$$\int_0^x r(t) dt = \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^x m^2 t^{m-1} dt = \sum_{m=1}^{\infty} m x^m = x \cdot s(x) = \frac{x}{(1-x)^2}.$$

Продифференцируем по x :

$$r(x) = \frac{(1-x)^2 + 2x(1-x)}{(1-x)^4} = \frac{1+x}{(1-x)^3}.$$

Следовательно,

$$\mathbf{D}[X] = p \cdot r(q) - 1/p^2 = p \frac{1+q}{(1-q)^3} - \frac{1}{p^2} =$$

Аналогично

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} p - \frac{1}{p^2} = p \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} - \frac{1}{p^2}.$$

Рассмотрим ряд $r(x) = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 x^{m-1}$. Интегрируя по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем

$$\int_0^x r(t) dt = \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^x m^2 t^{m-1} dt = \sum_{m=1}^{\infty} m x^m = x \cdot s(x) = \frac{x}{(1-x)^2}.$$

Продифференцируем по x :

$$r(x) = \frac{(1-x)^2 + 2x(1-x)}{(1-x)^4} = \frac{1+x}{(1-x)^3}.$$

Следовательно,

$$\mathbf{D}[X] = p \cdot r(q) - 1/p^2 = p \frac{1+q}{(1-q)^3} - \frac{1}{p^2} = \frac{1+q}{p^2} - \frac{1}{p^2} = \frac{q}{p^2} =$$

Аналогично

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} p - \frac{1}{p^2} = p \sum_{m=1}^{\infty} m^2 q^{m-1} - \frac{1}{p^2}.$$

Рассмотрим ряд $r(x) = \sum_{m=1}^{\infty} m^2 x^{m-1}$. Интегрируя по отрезку $[0, x]$, где $-1 < x < 1$, получаем

$$\int_0^x r(t) dt = \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^x m^2 t^{m-1} dt = \sum_{m=1}^{\infty} m x^m = x \cdot s(x) = \frac{x}{(1-x)^2}.$$

Продифференцируем по x :

$$r(x) = \frac{(1-x)^2 + 2x(1-x)}{(1-x)^4} = \frac{1+x}{(1-x)^3}.$$

Следовательно,

$$\mathbf{D}[X] = p \cdot r(q) - 1/p^2 = p \frac{1+q}{(1-q)^3} - \frac{1}{p^2} = \frac{1+q}{p^2} - \frac{1}{p^2} = \frac{q}{p^2} = \frac{1-p}{p^2}.$$

XI. Некоторые законы распределения: непрерывные СВ

Вновь мы рассмотрим наиболее актуальные законы распределения.

XI.1. Равномерный закон

Определение 28. Равномерный закон — это закон распределения случайной величины X , плотность распределения которой имеет вид:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < a, \\ \frac{1}{b-a}, & \text{если } a < x < b, \\ 0, & \text{если } x > b, \end{cases}$$

где a, b — некоторые числа, причем $a < b$.

XI.1. Равномерный закон

Определение 28. Равномерный закон — это закон распределения случайной величины X , плотность распределения которой имеет вид:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < a, \\ \frac{1}{b-a}, & \text{если } a < x < b, \\ 0, & \text{если } x > b, \end{cases}$$

где a, b — некоторые числа, причем $a < b$.

Равномерное распределение описывает, например,

XI.1. Равномерный закон

Определение 28. Равномерный закон — это закон распределения случайной величины X , плотность распределения которой имеет вид:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < a, \\ \frac{1}{b-a}, & \text{если } a < x < b, \\ 0, & \text{если } x > b, \end{cases}$$

где a, b — некоторые числа, причем $a < b$.

Равномерное распределение описывает, например, ошибку измерения на стрелочном приборе;

XI.1. Равномерный закон

Определение 28. Равномерный закон — это закон распределения случайной величины X , плотность распределения которой имеет вид:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < a, \\ \frac{1}{b-a}, & \text{если } a < x < b, \\ 0, & \text{если } x > b, \end{cases}$$

где a, b — некоторые числа, причем $a < b$.

Равномерное распределение описывает, например, ошибку измерения на стрелочном приборе; время ожидания поезда метро.

ХІ.2. Теорема о характеристиках равномерного закона

Теорема 20. *Для случайной величины, распределенной равномерно,*

$$\mathbf{M}[X] = \frac{a+b}{2}, \quad \mathbf{D}[X] = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

Доказательство проведите самостоятельно.

ХІ.3. Экспоненциальный (показательный) закон или закон надежности

Определение **29**. Экспоненциальный или показательный закон (или закон надежности) — это закон распределения случайной величины X , задаваемый следующей функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

ХІ.3. Экспоненциальный (показательный) закон или закон надежности

Определение 29. Экспоненциальный или показательный закон (или закон надежности) — это закон распределения случайной величины X , задаваемый следующей функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

Очевидно, что $f(x) =$

ХІ.3. Экспоненциальный (показательный) закон или закон надежности

Определение 29. Экспоненциальный или показательный закон (или закон надежности) — это закон распределения случайной величины X , задаваемый следующей функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

Очевидно, что $f(x) = \begin{cases} & \text{если } x < 0, \\ & \text{если } x > 0. \end{cases}$

ХІ.3. Экспоненциальный (показательный) закон или закон надежности

Определение 29. Экспоненциальный или показательный закон (или закон надежности) — это закон распределения случайной величины X , задаваемый следующей функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

Очевидно, что $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ \lambda e^{-\lambda x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

ХІ.3. Экспоненциальный (показательный) закон или закон надежности

Определение 29. Экспоненциальный или показательный закон (или закон надежности) — это закон распределения случайной величины X , задаваемый следующей функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

Очевидно, что $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ \lambda e^{-\lambda x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

ХІ.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема **21**. Для экспоненциального закона $M[X] = \frac{1}{\lambda}$,
 $D[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство.

ХІ.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема 21. Для экспоненциального закона $\mathbf{M}[X] = \frac{1}{\lambda}$,
 $\mathbf{D}[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство. Интегрируя по частям, получаем

ХІ.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема 21. Для экспоненциального закона $M[X] = \frac{1}{\lambda}$,
 $D[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство. Интегрируя по частям, получаем

$$M[X] =$$

ХІ.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема 21. Для экспоненциального закона $\mathbf{M}[X] = \frac{1}{\lambda}$,
 $\mathbf{D}[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство. Интегрируя по частям, получаем

$$\mathbf{M}[X] = \int_0^{+\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx =$$

ХІ.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема 21. Для экспоненциального закона $\mathbf{M}[X] = \frac{1}{\lambda}$,
 $\mathbf{D}[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство. Интегрируя по частям, получаем

$$\mathbf{M}[X] = \int_0^{+\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda} \cdot \left(-\lambda x \cdot e^{-\lambda x} - e^{-\lambda x} \right) \Big|_0^{+\infty} =$$

XI.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема 21. Для экспоненциального закона $\mathbf{M}[X] = \frac{1}{\lambda}$,
 $\mathbf{D}[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство. Интегрируя по частям, получаем

$$\mathbf{M}[X] = \int_0^{+\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda} \cdot \left(-\lambda x \cdot e^{-\lambda x} - e^{-\lambda x} \right) \Big|_0^{+\infty} =$$

Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-\lambda x}$ легко вычисляется с помощью правила Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-\lambda x} =$$

XI.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема 21. Для экспоненциального закона $\mathbf{M}[X] = \frac{1}{\lambda}$, $\mathbf{D}[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство. Интегрируя по частям, получаем

$$\mathbf{M}[X] = \int_0^{+\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda} \cdot \left(-\lambda x \cdot e^{-\lambda x} - e^{-\lambda x} \right) \Big|_0^{+\infty} =$$

Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-\lambda x}$ легко вычисляется с помощью правила Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-\lambda x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^{\lambda x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{-\lambda e^{\lambda x}} =$$

XI.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема 21. Для экспоненциального закона $\mathbf{M}[X] = \frac{1}{\lambda}$, $\mathbf{D}[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство. Интегрируя по частям, получаем

$$\mathbf{M}[X] = \int_0^{+\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda} \cdot \left(-\lambda x \cdot e^{-\lambda x} - e^{-\lambda x} \right) \Big|_0^{+\infty} =$$

Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-\lambda x}$ легко вычисляется с помощью правила Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-\lambda x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^{\lambda x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{-\lambda e^{\lambda x}} = 0.$$

XI.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема 21. Для экспоненциального закона $\mathbf{M}[X] = \frac{1}{\lambda}$,
 $\mathbf{D}[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство. Интегрируя по частям, получаем

$$\mathbf{M}[X] = \int_0^{+\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda} \cdot \left(-\lambda x \cdot e^{-\lambda x} - e^{-\lambda x} \right) \Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}.$$

Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-\lambda x}$ легко вычисляется с помощью правила Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-\lambda x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^{\lambda x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{-\lambda e^{\lambda x}} = 0.$$

ХІ.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема 21. Для экспоненциального закона $M[X] = \frac{1}{\lambda}$,
 $D[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство. $M[X] = 1/\lambda$.

В силу **формул для дисперсии из пункта 1**, дважды интегрируя по частям, получаем

$$D[X] =$$

ХІ.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема 21. Для экспоненциального закона $M[X] = \frac{1}{\lambda}$,
 $D[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство. $M[X] = 1/\lambda$.

В силу **формул для дисперсии из пункта 1**, дважды интегрируя по частям, получаем

$$D[X] = M[X^2] - M[X]^2 =$$

ХІ.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема 21. Для экспоненциального закона $M[X] = \frac{1}{\lambda}$,
 $D[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство. $M[X] = 1/\lambda$.

В силу **формул для дисперсии из пункта 1**, дважды интегрируя по частям, получаем

$$D[X] = M[X^2] - M[X]^2 = \int_0^{+\infty} x^2 \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda x} dx - \frac{1}{\lambda^2} =$$

ХІ.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема 21. Для экспоненциального закона $M[X] = \frac{1}{\lambda}$,
 $D[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство. $M[X] = 1/\lambda$.

В силу **формул для дисперсии из пункта 1**, дважды интегрируя по частям, получаем

$$\begin{aligned} D[X] &= M[X^2] - M[X]^2 = \int_0^{+\infty} x^2 \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda x} dx - \frac{1}{\lambda^2} = \\ &= \left(-x^2 \cdot e^{-\lambda x} - \frac{2x}{\lambda} \cdot e^{-\lambda x} - \frac{2}{\lambda^2} \cdot e^{-\lambda x} \right) \Big|_0^{+\infty} - \frac{1}{\lambda^2} = \end{aligned}$$

ХІ.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема 21. Для экспоненциального закона $M[X] = \frac{1}{\lambda}$,
 $D[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство. $M[X] = 1/\lambda$.

В силу **формул для дисперсии из пункта 1**, дважды интегрируя по частям, получаем

$$\begin{aligned} D[X] &= M[X^2] - M[X]^2 = \int_0^{+\infty} x^2 \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda x} dx - \frac{1}{\lambda^2} = \\ &= \left(-x^2 \cdot e^{-\lambda x} - \frac{2x}{\lambda} \cdot e^{-\lambda x} - \frac{2}{\lambda^2} \cdot e^{-\lambda x} \right) \Big|_0^{+\infty} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \end{aligned}$$

ХІ.4. Теорема о характеристиках закона надежности

Теорема 21. Для экспоненциального закона $\mathbf{M}[X] = \frac{1}{\lambda}$,
 $\mathbf{D}[X] = \frac{1}{\lambda^2}$.

Доказательство. $\mathbf{M}[X] = 1/\lambda$.

В силу **формул для дисперсии из пункта 1**, дважды интегрируя по частям, получаем

$$\begin{aligned}\mathbf{D}[X] &= \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \int_0^{+\infty} x^2 \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda x} dx - \frac{1}{\lambda^2} = \\ &= \left(-x^2 \cdot e^{-\lambda x} - \frac{2x}{\lambda} \cdot e^{-\lambda x} - \frac{2}{\lambda^2} \cdot e^{-\lambda x} \right) \Big|_0^{+\infty} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}.\end{aligned}$$

Теорема доказана.

XI.5. Теорема о характеристизации закона надежности

Теорема 22. Для случайной величины, распределенной по экспоненциальному закону, условная вероятность того, что X примет значение в пределах $0 \leq \alpha < X < \alpha + \beta$, где условие имеет вид $\alpha \geq X$, равно

$$p\left(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X\right) = F(\beta).$$

В частности, эта условная вероятность не зависит от α .

Доказательство.

XI.5. Теорема о характеристизации закона надежности

Теорема 22. Для случайной величины, распределенной по экспоненциальному закону, условная вероятность того, что X примет значение в пределах $0 \leq \alpha < X < \alpha + \beta$, где условие имеет вид $\alpha \geq X$, равно

$$p\left(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X\right) = F(\beta).$$

В частности, эта условная вероятность не зависит от α .

Доказательство.

$$p(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X) =$$

XI.5. Теорема о характеристизации закона надежности

Теорема 22. Для случайной величины, распределенной по экспоненциальному закону, условная вероятность того, что X примет значение в пределах $0 \leq \alpha < X < \alpha + \beta$, где условие имеет вид $\alpha \geq X$, равно

$$p\left(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X\right) = F(\beta).$$

В частности, эта условная вероятность не зависит от α .

Доказательство.

$$p(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X) = \frac{p(\alpha < X < \alpha + \beta)}{p(X \geq \alpha)} =$$

XI.5. Теорема о характеристизации закона надежности

Теорема 22. Для случайной величины, распределенной по экспоненциальному закону, условная вероятность того, что X примет значение в пределах $0 \leq \alpha < X < \alpha + \beta$, где условие имеет вид $\alpha \geq X$, равно

$$p(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X) = F(\beta).$$

В частности, эта условная вероятность не зависит от α .

Доказательство.

$$\begin{aligned} p(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X) &= \frac{p(\alpha < X < \alpha + \beta)}{p(X \geq \alpha)} = \\ &= \frac{F(\alpha + \beta) - F(\alpha)}{1 - F(\alpha)} = \end{aligned}$$

XI.5. Теорема о характеристизации закона надежности

Теорема 22. Для случайной величины, распределенной по экспоненциальному закону, условная вероятность того, что X примет значение в пределах $0 \leq \alpha < X < \alpha + \beta$, где условие имеет вид $\alpha \geq X$, равно

$$p(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X) = F(\beta).$$

В частности, эта условная вероятность не зависит от α .

Доказательство.

$$\begin{aligned} p(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X) &= \frac{p(\alpha < X < \alpha + \beta)}{p(X \geq \alpha)} = \\ &= \frac{F(\alpha + \beta) - F(\alpha)}{1 - F(\alpha)} = \frac{e^{-\lambda\alpha} - e^{-\lambda(\alpha+\beta)}}{1 - (1 - e^{-\lambda\alpha})} = \end{aligned}$$

XI.5. Теорема о характеристизации закона надежности

Теорема 22. Для случайной величины, распределенной по экспоненциальному закону, условная вероятность того, что X примет значение в пределах $0 \leq \alpha < X < \alpha + \beta$, где условие имеет вид $\alpha \geq X$, равно

$$p(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X) = F(\beta).$$

В частности, эта условная вероятность не зависит от α .

Доказательство.

$$\begin{aligned} p(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X) &= \frac{p(\alpha < X < \alpha + \beta)}{p(X \geq \alpha)} = \\ &= \frac{F(\alpha + \beta) - F(\alpha)}{1 - F(\alpha)} = \frac{e^{-\lambda\alpha} - e^{-\lambda(\alpha+\beta)}}{1 - (1 - e^{-\lambda\alpha})} = 1 - e^{-\lambda\beta} = \end{aligned}$$

XI.5. Теорема о характеристизации закона надежности

Теорема 22. Для случайной величины, распределенной по экспоненциальному закону, условная вероятность того, что X примет значение в пределах $0 \leq \alpha < X < \alpha + \beta$, где условие имеет вид $\alpha \geq X$, равно

$$p(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X) = F(\beta).$$

В частности, эта условная вероятность не зависит от α .

Доказательство.

$$\begin{aligned} p(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X) &= \frac{p(\alpha < X < \alpha + \beta)}{p(X \geq \alpha)} = \\ &= \frac{F(\alpha + \beta) - F(\alpha)}{1 - F(\alpha)} = \frac{e^{-\lambda\alpha} - e^{-\lambda(\alpha+\beta)}}{1 - (1 - e^{-\lambda\alpha})} = 1 - e^{-\lambda\beta} = F(\beta), \end{aligned}$$

XI.5. Теорема о характеристизации закона надежности

Теорема 22. Для случайной величины, распределенной по экспоненциальному закону, условная вероятность того, что X примет значение в пределах $0 \leq \alpha < X < \alpha + \beta$, где условие имеет вид $\alpha \geq X$, равно

$$p\left(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X\right) = F(\beta).$$

В частности, эта условная вероятность не зависит от α .

Доказательство.

$$\begin{aligned} p(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X) &= \frac{p(\alpha < X < \alpha + \beta)}{p(X \geq \alpha)} = \\ &= \frac{F(\alpha + \beta) - F(\alpha)}{1 - F(\alpha)} = \frac{e^{-\lambda\alpha} - e^{-\lambda(\alpha+\beta)}}{1 - (1 - e^{-\lambda\alpha})} = 1 - e^{-\lambda\beta} = F(\beta), \end{aligned}$$

Теорема доказана.

XI.5. Теорема о характеристизации закона надежности

Теорема 22. Для случайной величины, распределенной по экспоненциальному закону, условная вероятность того, что X примет значение в пределах $0 \leq \alpha < X < \alpha + \beta$, где условие имеет вид $\alpha \geq X$, равно

$$p\left(\alpha < X < \alpha + \beta \mid \alpha < X\right) = F(\beta).$$

В частности, эта условная вероятность не зависит от α .

Например, если время безаварийной работы устройства распределено по экспоненциальному закону (что иногда наблюдается у устройств, не имеющих изнашивающихся частей), то вероятность того, что оно не выйдет из строя, начиная от данного момента до истечения заданного промежутка времени, не зависит от того, сколько оно проработало до данного момента времени.

XI.6. Нормальный закон или закон Гаусса

Нередко число испытаний, проводимых по **схеме Бернулли**, настолько велико, что его можно считать практически бесконечным. В этом случае естественно при моделировании соответствующего процесса переходить от дискретной случайной величины к непрерывной. Такая возможность появляется благодаря **локальной теореме Муавра-Лапласа**, что привело к появлению **закона нормального распределения или закона Гаусса**.

XI.6. Нормальный закон или закон Гаусса

Определение **30**. Закон Гаусса, или закон нормального распределения $N[a; \sigma]$: задается следующей плотностью вероятности:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

где a и σ — некоторые числовые константы.

XI.7. Теорема о характеристиках закона Гаусса

Теорема 23. *Для нормально распределенной случайной величины X имеем $\mathbf{M}[X] = a$, $\mathbf{D}[X] = \sigma^2$, иными словами $\sigma = \sigma[X]$.*

Доказательство мы приводить не будем.

XI.8. Теорема о нормальном законе и функции φ

Теорема **24**. Для введенных ранее функций $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$ (см. *локальную теорему Лапласа*) и $\Phi(x) = \int_0^x \varphi(t) dt$ (см. *интегральную теорему Лапласа*), имеем

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma} \cdot \varphi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right), \quad F_X(x) = 0.5 + \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right).$$

Доказательство мы приводить не будем ввиду его очевидности.

XI.9. Правило «трех сигм»

Теорема **25**. Если случайная величина X распределена по **нормальному закону**, т.е. плотность вероятности имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

то $p(|X - a| < 3\sigma) = 0.9973 \dots$

XI.9. Правило «трех сигм»

Теорема 25. Если случайная величина X распределена по **нормальному закону**, т.е. плотность вероятности имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

то $p(|X - a| < 3\sigma) = 0.9973 \dots$

«Правило трех сигм» утверждает, что практически все наблюдаемые значения случайной величины, распределенной по нормальному закону, «удалены» от математического ожидания не более, чем на утроенное значение среднеквадратического отклонения.

XI.9. Правило «трех сигм»

Теорема **25**. Если случайная величина X распределена по **нормальному закону**, т.е. плотность вероятности имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

то $p(|X - a| < 3\sigma) = 0.9973 \dots$

Доказательство.

XI.9. Правило «трех сигм»

Теорема 25. Если случайная величина X распределена по **нормальному закону**, т.е. плотность вероятности имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

то $p(|X - a| < 3\sigma) = 0.9973 \dots$

Доказательство. Так как событие $p(X < \beta)$ является суммой событий $p(X < \alpha)$, $(X = \alpha)$ и $(\alpha < X < \beta)$, то

XI.9. Правило «трех сигм»

Теорема 25. Если случайная величина X распределена по **нормальному закону**, т.е. плотность вероятности имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

то $p(|X - a| < 3\sigma) = 0.9973\dots$

Доказательство. Так как событие $p(X < \beta)$ является суммой событий $p(X < \alpha)$, $(X = \alpha)$ и $(\alpha < X < \beta)$, то

$$p(|X - a| < 3\sigma) = p(a - 3\sigma < X < a + 3\sigma) =$$

XI.9. Правило «трех сигм»

Доказательство. Так как событие $p(X < \beta)$ является суммой событий $p(X < \alpha)$, $(X = \alpha)$ и $(\alpha < X < \beta)$, то

$$\begin{aligned} p(|X - a| < 3\sigma) &= p(a - 3\sigma < X < a + 3\sigma) = \\ &= p(X < a + 3\sigma) - p(X < a - 3\sigma) + \underbrace{p(X = a - 3\sigma)}_{=0} = \end{aligned}$$

ХІ.9. Правило «трех сигм»

Доказательство. Так как событие $p(X < \beta)$ является суммой событий $p(X < \alpha)$, $(X = \alpha)$ и $(\alpha < X < \beta)$, то

$$\begin{aligned} p(|X - a| < 3\sigma) &= p(a - 3\sigma < X < a + 3\sigma) = \\ &= p(X < a + 3\sigma) - p(X < a - 3\sigma) + \underbrace{p(X = a - 3\sigma)}_{=0} = \\ &= F_X(a + 3\sigma) - F_X(a - 3\sigma) = \end{aligned}$$

ХІ.9. Правило «трех сигм»

Доказательство. Так как событие $p(X < \beta)$ является суммой событий $p(X < \alpha)$, $(X = \alpha)$ и $(\alpha < X < \beta)$, то

$$\begin{aligned} p(|X - a| < 3\sigma) &= p(a - 3\sigma < X < a + 3\sigma) = \\ &= p(X < a + 3\sigma) - p(X < a - 3\sigma) + \underbrace{p(X = a - 3\sigma)}_{=0} = \\ &= F_X(a + 3\sigma) - F_X(a - 3\sigma) = \\ &= 0.5 + \Phi\left(\frac{a + 3\sigma - a}{3\sigma}\right) - \left(0.5 + \Phi\left(\frac{a - 3\sigma - a}{3\sigma}\right)\right) = \end{aligned}$$

XI.9. Правило «трех сигм»

Доказательство. Так как событие $p(X < \beta)$ является суммой событий $p(X < \alpha)$, $(X = \alpha)$ и $(\alpha < X < \beta)$, то

$$\begin{aligned} p(|X - a| < 3\sigma) &= p(a - 3\sigma < X < a + 3\sigma) = \\ &= p(X < a + 3\sigma) - p(X < a - 3\sigma) + \underbrace{p(X = a - 3\sigma)}_{=0} = \\ &= F_X(a + 3\sigma) - F_X(a - 3\sigma) = \\ &= 0.5 + \Phi\left(\frac{a + 3\sigma - a}{3\sigma}\right) - \left(0.5 + \Phi\left(\frac{a - 3\sigma - a}{3\sigma}\right)\right) = \\ &= \Phi(3) - \Phi(-3). \end{aligned}$$

Так как Φ — нечетная функция, то с помощью [таблицы для \$\Phi\$](#) , получаем

XI.9. Правило «трех сигм»

Доказательство. Так как событие $p(X < \beta)$ является суммой событий $p(X < \alpha)$, $(X = \alpha)$ и $(\alpha < X < \beta)$, то

$$\begin{aligned} p(|X - a| < 3\sigma) &= p(a - 3\sigma < X < a + 3\sigma) = \\ &= p(X < a + 3\sigma) - p(X < a - 3\sigma) + \underbrace{p(X = a - 3\sigma)}_{=0} = \\ &= F_X(a + 3\sigma) - F_X(a - 3\sigma) = \\ &= 0.5 + \Phi\left(\frac{a + 3\sigma - a}{3\sigma}\right) - \left(0.5 + \Phi\left(\frac{a - 3\sigma - a}{3\sigma}\right)\right) = \\ &= \Phi(3) - \Phi(-3). \end{aligned}$$

$$p(|X - a| < 3\sigma) =$$

XI.9. Правило «трех сигм»

Доказательство. Так как событие $p(X < \beta)$ является суммой событий $p(X < \alpha)$, $(X = \alpha)$ и $(\alpha < X < \beta)$, то

$$\begin{aligned} p(|X - a| < 3\sigma) &= p(a - 3\sigma < X < a + 3\sigma) = \\ &= p(X < a + 3\sigma) - p(X < a - 3\sigma) + \underbrace{p(X = a - 3\sigma)}_{=0} = \\ &= F_X(a + 3\sigma) - F_X(a - 3\sigma) = \\ &= 0.5 + \Phi\left(\frac{a + 3\sigma - a}{3\sigma}\right) - \left(0.5 + \Phi\left(\frac{a - 3\sigma - a}{3\sigma}\right)\right) = \\ &= \Phi(3) - \Phi(-3). \end{aligned}$$
$$p(|X - a| < 3\sigma) = \Phi(3) - \Phi(-3) =$$

XI.9. Правило «трех сигм»

Доказательство. Так как событие $p(X < \beta)$ является суммой событий $p(X < \alpha)$, $(X = \alpha)$ и $(\alpha < X < \beta)$, то

$$\begin{aligned} p(|X - a| < 3\sigma) &= p(a - 3\sigma < X < a + 3\sigma) = \\ &= p(X < a + 3\sigma) - p(X < a - 3\sigma) + \underbrace{p(X = a - 3\sigma)}_{=0} = \\ &= F_X(a + 3\sigma) - F_X(a - 3\sigma) = \\ &= 0.5 + \Phi\left(\frac{a + 3\sigma - a}{3\sigma}\right) - \left(0.5 + \Phi\left(\frac{a - 3\sigma - a}{3\sigma}\right)\right) = \\ &= \Phi(3) - \Phi(-3). \end{aligned}$$

$$p(|X - a| < 3\sigma) = \Phi(3) - \Phi(-3) = 2\Phi(3) \approx 2 \cdot 0.49865 = 0.9973.$$

Рассмотрим пример?

XI.10. Комментарии к приведенным законам распределения

Для биномиального закона утверждение, что $\mathbf{M}[m] = np$ интуитивно очевидно. В самом деле из опыта мы знаем, что если вероятность «успеха» в каждом из независимых испытаний равна p , то в серии из n испытаний можно ожидать в среднем np «успехов».

XI.10. Комментарии к приведенным законам распределения

Для биномиального закона утверждение, что $\mathbf{M}[m] = np$ интуитивно очевидно. В самом деле из опыта мы знаем, что если вероятность «успеха» в каждом из независимых испытаний равна p , то в серии из n испытаний можно ожидать в среднем np «успехов».

Например, если вероятность попадания в цель равна 0.1, то в сериях из 200 выстрелов будет «в среднем» по 20 попаданий.

XI.10. Комментарии к приведенным законам распределения

При $n \rightarrow \infty$ при малых p биномиальный закон «переходит» в закон Пуассона.

XI.10. Комментарии к приведенным законам распределения

При $n \rightarrow \infty$ при малых p биномиальный закон «переходит» в закон Пуассона.

Эта фраза означает, что функция распределения $F_\alpha(x)$ для биномиального закона «почти совпадает» с функцией распределения закона Пуассона $F_\beta(x)$.

XI.10. Комментарии к приведенным законам распределения

При $n \rightarrow \infty$ при малых p биномиальный закон «переходит» в закон Пуассона.

Эта фраза означает, что функция распределения $F_\alpha(x)$ для биномиального закона «почти совпадает» с функцией распределения закона Пуассона $F_\beta(x)$.

При этом в законе Пуассона следует положить $\lambda = np$ (в частности, математические ожидания для этих законов должны совпадать).

XI.10. Комментарии к приведенным законам распределения

При $n \rightarrow \infty$ при малых p биномиальный закон «переходит» в закон Пуассона.

Эта фраза означает, что функция распределения $F_\alpha(x)$ для биномиального закона «почти совпадает» с функцией распределения закона Пуассона $F_\beta(x)$.

При этом в законе Пуассона следует положить $\lambda = np$ (в частности, математические ожидания для этих законов должны совпадать).

Такой выбор λ согласуется и со значениями дисперсии для биномиального закона и закона Пуассона.

XI.10. Комментарии к приведенным законам распределения

При $n \rightarrow \infty$ при малых p биномиальный закон «переходит» в закон Пуассона.

Эта фраза означает, что функция распределения $F_\alpha(x)$ для биномиального закона «почти совпадает» с функцией распределения закона Пуассона $F_\beta(x)$.

Как мы отмечали в соответствующем разделе, для закона Пуассона имеет место равенство $\lambda = \mathbf{M}[X] = \mathbf{D}[X]$.

XI.10. Комментарии к приведенным законам распределения

При $n \rightarrow \infty$ при малых p биномиальный закон «переходит» в закон Пуассона.

Эта фраза означает, что функция распределения $F_\alpha(x)$ для биномиального закона «почти совпадает» с функцией распределения закона Пуассона $F_\beta(x)$.

Как мы отмечали в соответствующем разделе, для закона Пуассона имеет место равенство $\lambda = \mathbf{M}[X] = \mathbf{D}[X]$.

Дисперсия для биномиального закона равна $\mathbf{D}_\alpha[X] = npq$, где $q = 1 - p$.

XI.10. Комментарии к приведенным законам распределения

При $n \rightarrow \infty$ при малых p биномиальный закон «переходит» в закон Пуассона.

Эта фраза означает, что функция распределения $F_\alpha(x)$ для биномиального закона «почти совпадает» с функцией распределения закона Пуассона $F_\beta(x)$.

Как мы отмечали в соответствующем разделе, для закона Пуассона имеет место равенство $\lambda = \mathbf{M}[X] = \mathbf{D}[X]$.

Дисперсия для биномиального закона равна $\mathbf{D}_\alpha[X] = npq$, где $q = 1 - p$.

Но в силу малости p имеем $q = 1 - p \approx 1$, поэтому $\mathbf{D}_\alpha[X] = npq \approx np = \lambda = \mathbf{D}_\beta[X]$.

XI.10. Комментарии к приведенным законам распределения

Как показывают локальная и интегральная теоремы Лапласа при $n \rightarrow \infty$ биномиальный закон «переходит» в нормальный закон (это надо понимать в смысле «близости» соответствующих функций распределения).

XI.10. Комментарии к приведенным законам распределения

Как показывают локальная и интегральная теоремы Лапласа при $n \rightarrow \infty$ биномиальный закон «переходит» в нормальный закон (это надо понимать в смысле «близости» соответствующих функций распределения).

При этом математическое ожидание np биномиального закона совпадает с математическим ожиданием a нормального закона: $a = np$, и дисперсия npq биномиального, и дисперсия σ^2 нормального законов совпадают: $\mathbf{D}[X] = \sigma^2 = npq$.

Рассмотрим пример?

XI.10. Комментарии к приведенным законам распределения

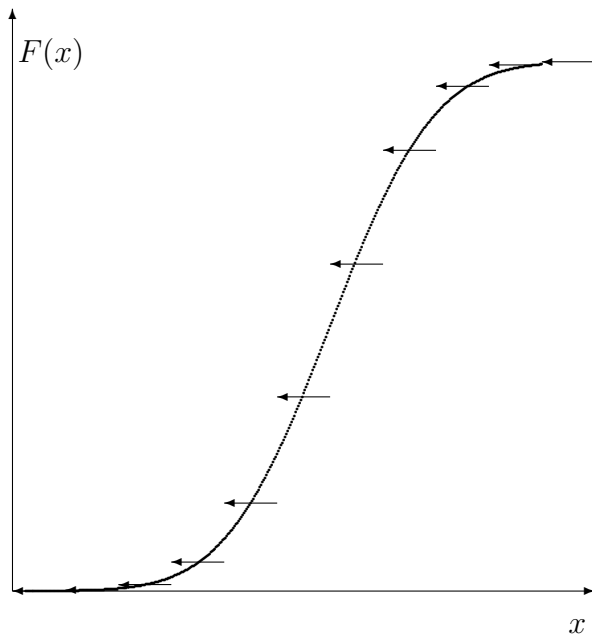
Мы продемонстрируем переход от биномиального закона к нормальному закону распределения с помощью рисунка рис.3, на котором приведены графики биномиального закона с $p_k = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ и нормального закона $F(x) = \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)$, где $a = np$ и $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$. Значения параметров n, p и соответствующие им значения a, σ приведены под каждым из графиков.

XI.10. Комментарии к приведенным законам распределения

Мы продемонстрируем переход от биномиального закона к нормальному закону распределения с помощью рисунка рис.3, на котором приведены графики биномиального закона с $p_k = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ и нормального закона $F(x) = \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)$, где $a = np$ и $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$. Значения параметров n, p и соответствующие им значения a, σ приведены под каждым из графиков.

Рассмотрим пример?

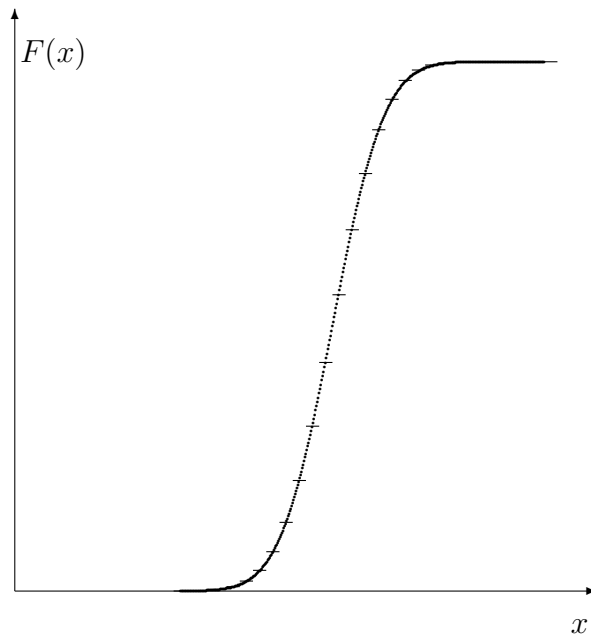
Ниже, в **разделе XIV.1**, и **разделе XIV.2** приведены еще несколько законов распределения, важных с практической точки зрения: распределение «хи-квадрат», распределение Стьюдента.



а)

$$p = 0.6, \quad n = 10$$

$$a = 6, \quad \sigma = \sqrt{2.4}$$



б)

$$p = 0.6, \quad n = 40$$

$$a = 24, \quad \sigma = \sqrt{9.6}$$

Рис. 3: Функции распределения биномиального закона при $n = 10$ и $n = 40$ "на фоне" функции распределения нормального закона с теми же значениями дисперсии и математического ожидания

XII. Регрессионный анализ в теории вероятностей

Рассмотрим двумерную случайную величину (X, Y) . Мы уже отмечали, что возможен один из следующих вариантов:

XII. Регрессионный анализ в теории вероятностей

Рассмотрим двумерную случайную величину (X, Y) . Мы уже отмечали, что возможен один из следующих вариантов:

– между величинами X и Y нет никакой зависимости (независимые случайные величины), когда для элемента ω генеральной совокупности по информации о значении случайной величины $X(\omega)$ нельзя сделать никакого вывода о значении $Y(\omega)$ для этого элемента ω ;

XII. Регрессионный анализ в теории вероятностей

Рассмотрим двумерную случайную величину (X, Y) . Мы уже отмечали, что возможен один из следующих вариантов:

- между величинами X и Y нет никакой зависимости;
- зависимость между X и Y является «жесткой», функциональной, когда по значению $X(\omega)$ на элементе ω можно *однозначно* вычислить значение $Y(\omega)$;

XII. Регрессионный анализ в теории вероятностей

Рассмотрим двумерную случайную величину (X, Y) . Мы уже отмечали, что возможен один из следующих вариантов:

- между величинами X и Y нет никакой зависимости;
- зависимость между X и Y является «жесткой», функциональной;
- зависимость имеет «статистический характер», когда по значению $X(\omega)$ вычислить значение $Y(\omega)$, вообще говоря, нельзя, но можно сделать некоторые выводы о законе распределения случайной величины Y при условии, что X принимает данное значение.

XII. Регрессионный анализ в теории вероятностей

Рассмотрим двумерную случайную величину (X, Y) . Мы уже отмечали, что возможен один из следующих вариантов:

- между величинами X и Y нет никакой зависимости;
- зависимость между X и Y является «жесткой», функциональной;
- зависимость имеет «статистический характер», когда по значению $X(\omega)$ вычислить значение $Y(\omega)$, вообще говоря, нельзя, но можно сделать некоторые выводы о законе распределения случайной величины Y при условии, что X принимает данное значение.

Именно этот случай нас в данный момент интересует.

XII.1. Переход к дискретным случайным величинам

Мы рассмотрим методы, разработанные для дискретных случайных величин.

При работе с непрерывными случайными величинами обычно переходят к дискретным случайным величинам, разбивая множество наблюдаемых значений случайной величины на интервалы.



XII.1. Переход к дискретным случайным величинам

Мы рассмотрим методы, разработанные для дискретных случайных величин.

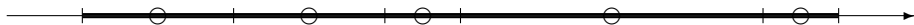
При работе с непрерывными случайными величинами обычно переходят к дискретным случайным величинам, разбивая множество наблюдаемых значений случайной величины на интервалы.



ХII.1. Переход к дискретным случайным величинам

Мы рассмотрим методы, разработанные для дискретных случайных величин.

При работе с непрерывными случайными величинами обычно переходят к дискретным случайным величинам, разбивая множество наблюдаемых значений случайной величины на интервалы.



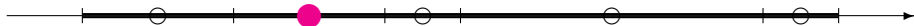
При этом значениями случайной величины обычно считаются середины интервалов.

За вероятность появления данного значения варианты принимают вероятность попадания в соответствующий отрезок.

ХII.1. Переход к дискретным случайным величинам

Мы рассмотрим методы, разработанные для дискретных случайных величин.

При работе с непрерывными случайными величинами обычно переходят к дискретным случайным величинам, разбивая множество наблюдаемых значений случайной величины на интервалы.



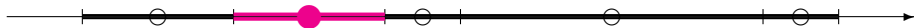
При этом значениями случайной величины обычно считаются середины интервалов.

За вероятность появления данного значения варианты принимают вероятность попадания в соответствующий отрезок.

ХII.1. Переход к дискретным случайным величинам

Мы рассмотрим методы, разработанные для дискретных случайных величин.

При работе с непрерывными случайными величинами обычно переходят к дискретным случайным величинам, разбивая множество наблюдаемых значений случайной величины на интервалы.



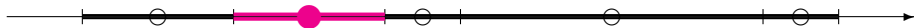
При этом значениями случайной величины обычно считаются середины интервалов.

За вероятность появления данного значения варианты принимают вероятность попадания в соответствующий отрезок.

ХII.1. Переход к дискретным случайным величинам

Мы рассмотрим методы, разработанные для дискретных случайных величин.

При работе с непрерывными случайными величинами обычно переходят к дискретным случайным величинам, разбивая множество наблюдаемых значений случайной величины на интервалы.



При этом значениями случайной величины обычно считаются середины интервалов.

За частоту появления данного значения случайной величины принимают частоту «попаданий» наблюдаемых значений случайной величины в соответствующий интервал.

ХII.2. Условный закон распределения СВ

Итак, мы будем считать, что исследуемая случайная величина является дискретной. Пусть

$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — список всех вариантов случайной величины X ;

ХII.2. Условный закон распределения СВ

Итак, мы будем считать, что исследуемая случайная величина является дискретной. Пусть

$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — список всех вариантов случайной величины X ;

$\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ — список всех вариантов случайной величины Y ;

ХИ.2. Условный закон распределения СВ

Итак, мы будем считать, что исследуемая случайная величина является дискретной. Пусть

$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — список всех вариантов случайной величины X ;

$\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ — список всех вариантов случайной величины Y ;

p_{ij} — вероятность появления события $\{X(\omega) = x_i\} * \{Y(\omega) = y_j\}$.

ХII.2. Условный закон распределения СВ

Итак, мы будем считать, что исследуемая случайная величина является дискретной. Пусть

$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — список всех вариантов случайной величины X ;

$\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ — список всех вариантов случайной величины Y ;

p_{ij} — вероятность появления события $\{X(\omega) = x_i\} * \{Y(\omega) = y_j\}$.

В статистике, при работе с выборкой, положим v_{ij} — частота появления события $\{X(\omega) = x_i\} * \{Y(\omega) = y_j\}$.

ХИ.2. Условный закон распределения СВ

Итак, мы будем считать, что исследуемая случайная величина является дискретной. Пусть

$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — список всех вариантов случайной величины X ;

$\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ — список всех вариантов случайной величины Y ;

p_{ij} — вероятность появления события $\{X(\omega) = x_i\} * \{Y(\omega) = y_j\}$.

Определение 31. Условный закон распределения величины Y при условии $X = x_i$ — это закон распределения случайной величины Y на генеральной совокупности, представляющей собой подмножество всех таких ω , для которых $X(\omega) = x_i$.

ХИ.2. Условный закон распределения СВ

Итак, мы будем считать, что исследуемая случайная величина является дискретной. Пусть

$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — список всех вариантов случайной величины X ;

$\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ — список всех вариантов случайной величины Y ;

p_{ij} — вероятность появления события $\{X(\omega) = x_i\} * \{Y(\omega) = y_j\}$.

Условный закон для дискретной случайной величины обычно задается рядом распределения:

y_1	y_2	$\dots$	y_m
$p(Y(\omega) = y_1 X(\omega) = x_i)$	$p(Y(\omega) = y_2 X(\omega) = x_i)$	$\dots$	$p(Y(\omega) = y_m X(\omega) = x_i)$

где $p(Y(\omega) = y_j | X(\omega) = x_i)$ — вероятность появления события $Y(\omega) = y_j$ при условии, что случайная величина X приняла значение x_i .

ХИ.2. Условный закон распределения СВ

Итак, мы будем считать, что исследуемая случайная величина является дискретной. Пусть

$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — список всех вариантов случайной величины X ;

$\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ — список всех вариантов случайной величины Y ;

p_{ij} — вероятность появления события $\{X(\omega) = x_i\} * \{Y(\omega) = y_j\}$.

Определение 31. Условный закон распределения величины Y при условии $X = x_i$ — это закон распределения случайной величины Y на генеральной совокупности, представляющей собой подмножество всех таких ω , для которых $X(\omega) = x_i$.

Для двумерной случайной величины $(X, Y) = (\text{рост}, \text{вес})$ на множестве всех взрослых людей примером условного закона является закон распределения веса среди людей с ростом от 1.7 метра до 1.8 метра.

Рассмотрим пример?

XII.3. Регрессия и ломаная регрессии

Определение 32. Регрессией случайной величины Y по X называется множество точек плоскости с координатами $(x_i; \mathbf{M}[Y | X = x_i])$, где через $\mathbf{M}[Y | X = x_i]$ обозначено математическое ожидание величины Y при условии $X = x_i$, то есть математическое ожидание величины Y на генеральной совокупности, состоящей из всех тех элементов ω , для которых $X(\omega) = x_i$.

Рассмотрим пример?

XII.4. Линейная регрессия

Результаты, получаемые с помощью теории вероятностей, в силу специфики этой теории, носят «приближенный» в некотором смысле характер (для отдельного эксперимента, и даже для серии экспериментов никто ничего не гарантирует). Поэтому зачастую нет смысла слишком тщательно отслеживать вид регрессионной зависимости между X и Y .

ХII.4. Линейная регрессия

Результаты, получаемые с помощью теории вероятностей, в силу специфики этой теории, носят «приближенный» в некотором смысле характер (для отдельного эксперимента, и даже для серии экспериментов никто ничего не гарантирует). Поэтому зачастую нет смысла слишком тщательно отслеживать вид регрессионной зависимости между X и Y .

Обычно можно считать, что эта зависимость носит характер линейной функции, то есть что $\mathbf{M}[Y|X = x_i] \approx k_1 x_i + b_1$, и $\mathbf{M}[X|Y = y_j] \approx k_2 y_j + b_2$. Как найти коэффициенты k_i и b_i ?

ХII.5. Постановка задачи о линейной регрессии

Поставим задачу следующим образом. Имеется множество точек $\{M_1, \dots, M_k\}$, каждой из которых функция p ставит в соответствие число из отрезка $[0; 1]$, причем

$$\sum_{i=1}^k p(M_i) = p(M_1) + p(M_2) + \dots + p(M_k) = 1.$$

ХII.5. Постановка задачи о линейной регрессии

Поставим задачу следующим образом. Имеется множество точек $\{M_1, \dots, M_k\}$, каждой из которых функция p ставит в соответствие число из отрезка $[0; 1]$, причем

$$\sum_{i=1}^k p(M_i) = p(M_1) + p(M_2) + \dots + p(M_k) = 1.$$

Надо провести прямую, проходящую «как можно ближе» к точкам M_i , причем чем больше $p(M_i)$, тем «ближе» к M_i должна проходить эта прямая.

ХII.5. Постановка задачи о линейной регрессии

Поставим задачу следующим образом. Имеется множество точек $\{M_1, \dots, M_k\}$, каждой из которых функция p ставит в соответствие число из отрезка $[0; 1]$, причем

$$\sum_{i=1}^k p(M_i) = p(M_1) + p(M_2) + \dots + p(M_k) = 1.$$

Надо провести прямую, проходящую «как можно ближе» к точкам M_i , причем чем больше $p(M_i)$, тем «ближе» к M_i должна проходить эта прямая.

Важно удачно определить понятие «близости».

ХII.5. Постановка задачи о линейной регрессии

Поставим задачу следующим образом. Имеется множество точек $\{M_1, \dots, M_k\}$, каждой из которых функция p ставит в соответствие число из отрезка $[0; 1]$, причем

$$\sum_{i=1}^k p(M_i) = p(M_1) + p(M_2) + \dots + p(M_k) = 1.$$

Надо провести прямую, проходящую «как можно ближе» к точкам M_i , причем чем больше $p(M_i)$, тем «ближе» к M_i должна проходить эта прямая.

Важно удачно определить понятие «близости».

Наиболее популярным является требование минимизации «суммы квадратов».

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

Даны точки $M_i(x_i, y_i)$.

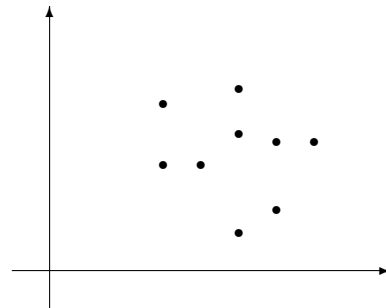


Рис.4.

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

Даны точки $M_i(x_i, y_i)$.

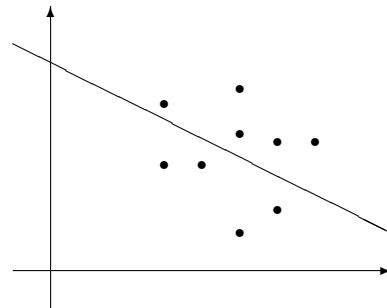


Рис.4.

Надо найти прямую, проходящую «максимально близко» к этим точкам.

ХII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

Даны точки $M_i(x_i, y_i)$.

«Расстояние» от точки $M_i(x_i, y_i)$ до линии $y = ax + b$, в соответствии с рис.4, определим выражением

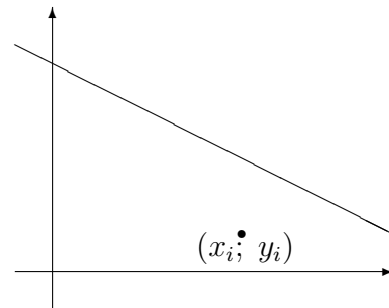


Рис.4.

ХII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

Даны точки $M_i(x_i, y_i)$.

«Расстояние» от точки $M_i(x_i, y_i)$ до линии $y = ax + b$, в соответствии с рис.4, определим выражением

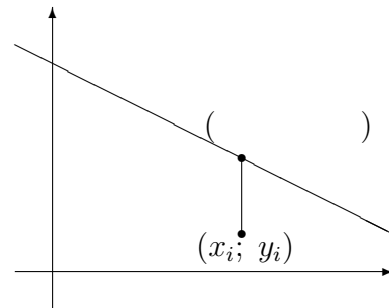


Рис.4.

ХII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

Даны точки $M_i(x_i, y_i)$.

«Расстояние» от точки $M_i(x_i, y_i)$ до линии $y = ax + b$, в соответствии с рис.4, определим выражением

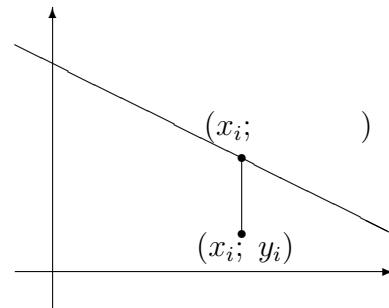


Рис.4.

ХII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

Даны точки $M_i(x_i, y_i)$.

«Расстояние» от точки $M_i(x_i, y_i)$ до линии $y = ax + b$, в соответствии с рис.4, определим выражением

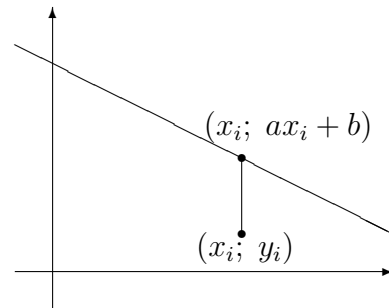


Рис.4.

ХII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

Даны точки $M_i(x_i, y_i)$.

«Расстояние» от точки $M_i(x_i, y_i)$ до линии $y = ax + b$, в соответствии с рис.4, определим выражением

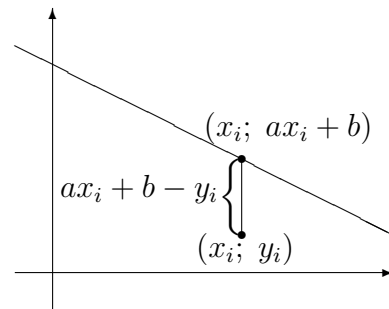


Рис.4.

ХИ.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

Даны точки $M_i(x_i, y_i)$.

«Расстояние» от точки $M_i(x_i, y_i)$ до линии $y = ax + b$, в соответствии с рис.4, определим выражением $(ax_i + b - y_i)^2$.

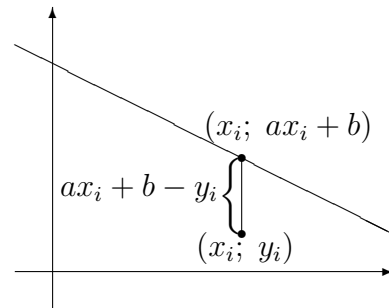


Рис.4.

Квадрат здесь нужен для того, чтобы обеспечить положительность такого «расстояния».

ХII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

Даны точки $M_i(x_i, y_i)$.

«Расстояние» от точки $M_i(x_i, y_i)$ до линии $y = ax + b$, в соответствии с рис.4, определим выражением $(ax_i + b - y_i)^2$.

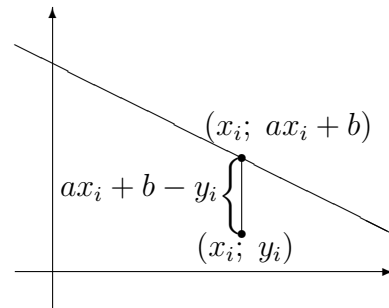


Рис.4.

Надо минимизировать функцию

$$\begin{aligned} F(a, b) &= p(M_1)(ax_1 + b - y_1)^2 + \dots + p(M_k)(ax_k + b - y_k)^2 = \\ &= \sum_{i=1}^k p(M_i)(ax_i + b - y_i)^2. \end{aligned}$$

Множитель $p(M_i)$ учитывает «вес» «расстояния» от данной точки M_i до искомой прямой.

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

Используем стандартный способ исследования функции на экстремум:

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial a} = \\ 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial b} = \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial a} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \cdot \frac{\partial (ax_i + b - y_i)}{\partial a}, \\ 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial b} = \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial a} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \cdot \frac{\partial (ax_i + b - y_i)}{\partial a}, \\ 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial b} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \cdot \frac{\partial (ax_i + b - y_i)}{\partial b} \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial a} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \cdot x_i, \\ 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial b} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \cdot \frac{\partial (ax_i + b - y_i)}{\partial b} \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial a} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \cdot x_i, \\ 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial b} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\begin{cases} 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial a} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \cdot x_i, \\ 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial b} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \begin{pmatrix} \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} \end{pmatrix} - = 0, \\ a \begin{pmatrix} \end{pmatrix} + b - \begin{pmatrix} \end{pmatrix} = 0 \end{cases}$$

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\begin{cases} 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial a} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \cdot x_i, \\ 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial b} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot x_i^2 \right) + b \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot x_i \right) - \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot x_i y_i = 0, \\ a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot x_i \right) + b - \sum_{i=1}^k p(M_i) = 0 \end{cases}$$

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\begin{cases} 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial a} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \cdot x_i, \\ 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial b} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot x_i^2 \right) + b \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) - \\ a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) + b - \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) y_i \right) = 0, \end{cases}$$

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\begin{cases} 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial a} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \cdot x_i, \\ 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial b} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot x_i^2 \right) + b \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) - \sum_{i=1}^k p(M_i) y_i x_i = 0, \\ a \left(\quad \quad \quad \right) + b - \left(\quad \quad \quad \right) = 0 \end{cases}$$

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial a} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \cdot x_i, \\ 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial b} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot x_i^2 \right) + b \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) - \sum_{i=1}^k p(M_i) y_i x_i = 0, \\ a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) + b - \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) \right) = 0 \end{array} \right.$$

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\begin{cases} 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial a} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \cdot x_i, \\ 0 = \frac{\partial F(a, b)}{\partial b} = \sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot 2(ax_i + b - y_i) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot x_i^2 \right) + b \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) - \sum_{i=1}^k p(M_i) y_i x_i = 0, \\ a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) + b - \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) y_i \right) = 0 \end{cases}$$

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\begin{cases} a \cdot \quad \quad + b \cdot \mathbf{M}[X] = \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot x_i^2 \right) + b \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) - \sum_{i=1}^k p(M_i) y_i x_i = 0, \\ a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) + b - \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) y_i \right) = 0 \end{cases}$$

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\begin{cases} a \cdot \mathbf{M}[X^2] + b \cdot \mathbf{M}[X] = \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot x_i^2 \right) + b \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) - \sum_{i=1}^k p(M_i) y_i x_i = 0, \\ a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) + b - \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) y_i \right) = 0 \end{cases}$$

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\begin{cases} a \cdot \mathbf{M}[X^2] + b \cdot \mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X \cdot Y], \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot x_i^2 \right) + b \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) - \sum_{i=1}^k p(M_i) y_i x_i = 0, \\ a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) + b - \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) y_i \right) = 0 \end{cases}$$

XII.6. Вычисление коэффициентов линейной регрессии

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^k p(M_i) (ax_i + b - y_i)^2, \quad \sum_{i=1}^k p(M_i) = 1.$$

$$\begin{cases} a \cdot \mathbf{M}[X^2] + b \cdot \mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X \cdot Y], \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \mathbf{M}[Y]. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) \cdot x_i^2 \right) + b \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) - \sum_{i=1}^k p(M_i) y_i x_i = 0, \\ a \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) x_i \right) + b - \left(\sum_{i=1}^k p(M_i) y_i \right) = 0 \end{cases}$$

ХII.7. Коэффициенты линейной регрессии

Получили, что в линии регрессии Y по X , заданной уравнением $y = ax + b$, коэффициенты можно найти из системы

$$\begin{cases} a \cdot \mathbf{M}[X^2] + b \cdot \mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X \cdot Y], \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \mathbf{M}[Y]. \end{cases}$$

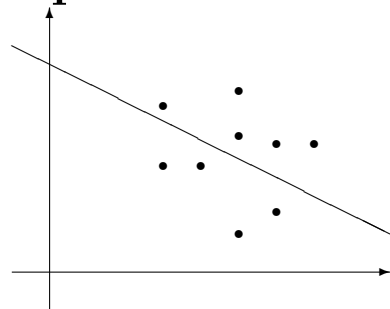


Рис.4.

ХИ.7. Коэффициенты линейной регрессии

Получили, что в линии регрессии Y по X , заданной уравнением $y = ax + b$, коэффициенты можно найти из системы

$$\begin{cases} a \cdot \mathbf{M}[X^2] + b \cdot \mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X \cdot Y], \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \mathbf{M}[Y]. \end{cases}$$

Решая полученную систему, получаем

$$a = \quad , \quad b =$$

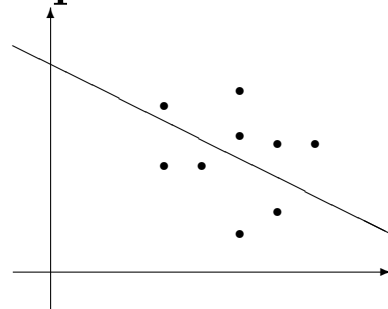


Рис.4.

ХИ.7. Коэффициенты линейной регрессии

Получили, что в линии регрессии Y по X , заданной уравнением $y = ax + b$, коэффициенты можно найти из системы

$$\begin{cases} a \cdot \mathbf{M}[X^2] + b \cdot \mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X \cdot Y], \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \mathbf{M}[Y]. \end{cases}$$

Решая полученную систему, получаем

$$a = \frac{\mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y]}{\mathbf{M}[X^2] - (\mathbf{M}[X])^2}, \quad b =$$

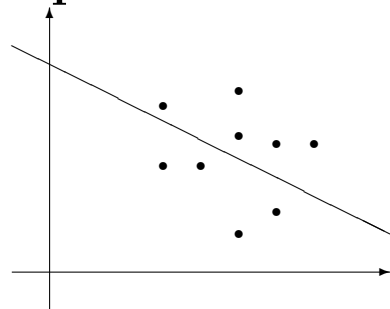


Рис.4.

ХИ.7. Коэффициенты линейной регрессии

Получили, что в линии регрессии Y по X , заданной уравнением $y = ax + b$, коэффициенты можно найти из системы

$$\begin{cases} a \cdot \mathbf{M}[X^2] + b \cdot \mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X \cdot Y], \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \mathbf{M}[Y]. \end{cases}$$

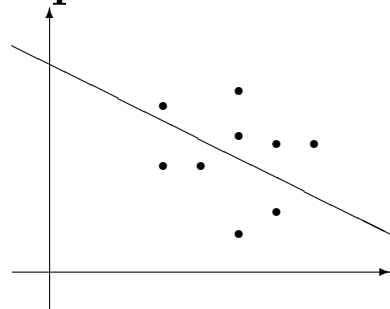


Рис.4.

Решая полученную систему, получаем

$$a = \frac{\mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y]}{\mathbf{M}[X^2] - (\mathbf{M}[X])^2}, \quad b = \mathbf{M}[Y] - a \cdot \mathbf{M}[X].$$

ХИ.7. Коэффициенты линейной регрессии

Получили, что в линии регрессии Y по X , заданной уравнением $y = ax + b$, коэффициенты можно найти из системы

$$\begin{cases} a \cdot \mathbf{M}[X^2] + b \cdot \mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X \cdot Y], \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \mathbf{M}[Y]. \end{cases}$$

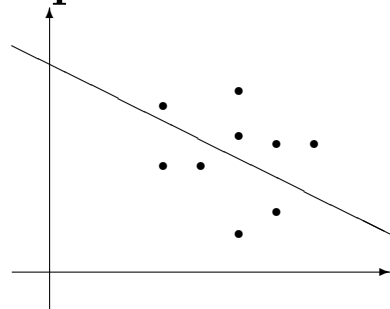


Рис.4.

Решая полученную систему, получаем

$$a = \frac{\mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y]}{\mathbf{M}[X^2] - (\mathbf{M}[X])^2}, \quad b = \mathbf{M}[Y] - a \cdot \mathbf{M}[X].$$

Напомним, что $\mathbf{D}[X] = \sigma^2[X] = \mathbf{M}[X^2] - (\mathbf{M}[X])^2$ — это **дисперсия** величины X .

ХИ.7. Коэффициенты линейной регрессии

Получили, что в линии регрессии Y по X , заданной уравнением $y = ax + b$, коэффициенты можно найти из системы

$$\begin{cases} a \cdot \mathbf{M}[X^2] + b \cdot \mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X \cdot Y], \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \mathbf{M}[Y]. \end{cases}$$

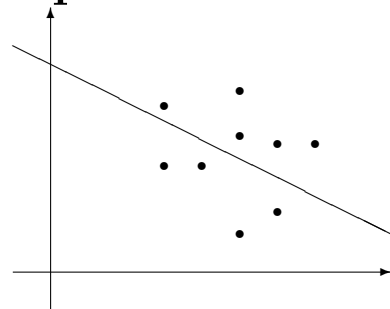


Рис.4.

Решая полученную систему, получаем

$$a = \frac{\mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y]}{\sigma^2[X]}, \quad b = \mathbf{M}[Y] - a \cdot \mathbf{M}[X].$$

Напомним, что $\mathbf{D}[X] = \sigma^2[X] = \mathbf{M}[X^2] - (\mathbf{M}[X])^2$ — это **дисперсия** величины X .

ХII.7. Коэффициенты линейной регрессии

Получили, что в линии регрессии Y по X , заданной уравнением $y = ax + b$, коэффициенты можно найти из системы

$$\begin{cases} a \cdot \mathbf{M}[X^2] + b \cdot \mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X \cdot Y], \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \mathbf{M}[Y]. \end{cases}$$

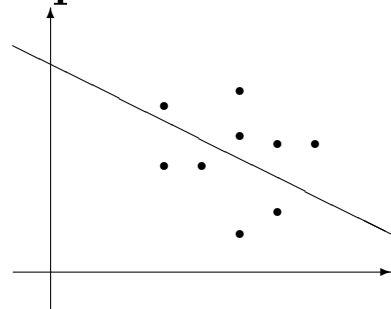


Рис.4.

$$a = \frac{\mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y]}{\sigma^2[X]}, \quad b = \mathbf{M}[Y] - a \cdot \mathbf{M}[X].$$

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y].$$

Данное число называется **корреляционным моментом** величин X и Y .

ХИ.7. Коэффициенты линейной регрессии

Получили, что в линии регрессии Y по X , заданной уравнением $y = ax + b$, коэффициенты можно найти из системы

$$\begin{cases} a \cdot \mathbf{M}[X^2] + b \cdot \mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X \cdot Y], \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \mathbf{M}[Y]. \end{cases}$$

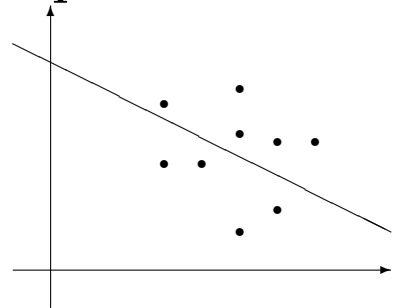


Рис.4.

$$a = \frac{\mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y]}{\sigma^2[X]}, \quad b = \mathbf{M}[Y] - a \cdot \mathbf{M}[X].$$

Корреляционный момент:

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y]. \quad (15)$$

$$r[X, Y] = \frac{\mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y]}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} = \frac{k[X, Y]}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \quad (16)$$

называется **коэффициентом корреляции** величин X и Y .

ХИ.7. Коэффициенты линейной регрессии

Получили, что в линии регрессии Y по X , заданной уравнением $y = ax + b$, коэффициенты можно найти из системы

$$\begin{cases} a \cdot \mathbf{M}[X^2] + b \cdot \mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X \cdot Y], \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \mathbf{M}[Y]. \end{cases}$$

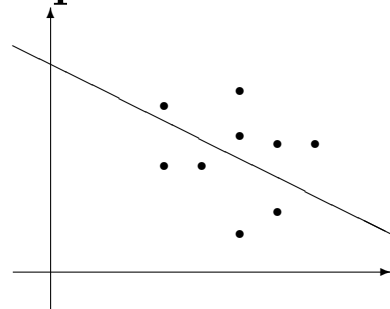


Рис.4.

$$a = \frac{\mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y]}{\sigma^2[X]}, \quad b = \mathbf{M}[Y] - a \cdot \mathbf{M}[X].$$

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y], \quad r[X, Y] = \frac{k[X, Y]}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]}.$$

С использованием этих обозначений получаем уравнение искомой прямой в виде

ХИ.8. Уравнение линейной регрессии

Получили, что в линии регрессии Y по X , заданной уравнением $y = ax + b$, коэффициенты можно найти из системы

$$\begin{cases} a \cdot \mathbf{M}[X^2] + b \cdot \mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X \cdot Y], \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \mathbf{M}[Y]. \end{cases}$$

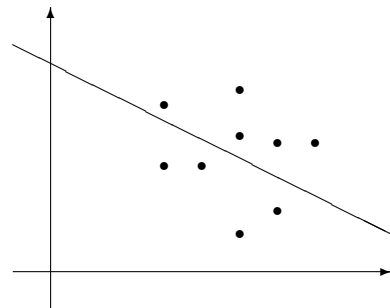


Рис.4.

$$a = \frac{\mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y]}{\sigma^2[X]}, \quad b = \mathbf{M}[Y] - a \cdot \mathbf{M}[X].$$

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y], \quad r[X, Y] = \frac{k[X, Y]}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]}.$$

$$y = r[XY] \cdot \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} \cdot (x - \mathbf{M}[X]) + \mathbf{M}[Y]. \quad (17)$$

Уравнение (17) называется уравнением **регрессии Y по X** .

ХИ.8. Уравнение линейной регрессии

Получили, что в линии регрессии Y по X , заданной уравнением $y = ax + b$, коэффициенты можно найти из системы

$$\begin{cases} a \cdot \mathbf{M}[X^2] + b \cdot \mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X \cdot Y], \\ a \cdot \mathbf{M}[X] + b = \mathbf{M}[Y]. \end{cases}$$

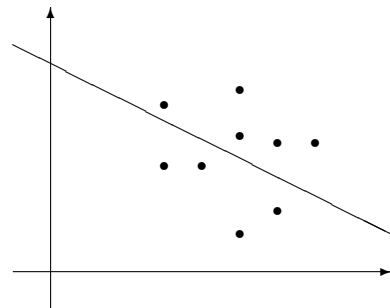


Рис.4.

$$a = \frac{\mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y]}{\sigma^2[X]}, \quad b = \mathbf{M}[Y] - a \cdot \mathbf{M}[X].$$

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y], \quad r[X, Y] = \frac{k[X, Y]}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]}.$$

$$x = r[XY] \cdot \frac{\sigma[X]}{\sigma[Y]} \cdot (y - \mathbf{M}[Y]) + \mathbf{M}[X]. \quad (18)$$

Уравнение (18) называется уравнением **регрессии X по Y** .

ХII.9. Корреляционный момент и коэффициент корреляции

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y], \quad r[X, Y] = \frac{k[X, Y]}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]}.$$

Корреляционный момент $k[X, Y]$ имеет физическую размерность, равную произведению размерностей случайных величин X и Y , то есть если X измеряется в метрах, а Y — в метрах в секунду, то $k[X, Y]$ измеряется в квадратных метрах в секунду.

ХII.9. Корреляционный момент и коэффициент корреляции

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y], \quad r[X, Y] = \frac{k[X, Y]}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]}.$$

Корреляционный момент $k[X, Y]$ имеет физическую размерность, равную произведению размерностей случайных величин X и Y .

В отличие от корреляционного момента $k[X, Y]$, коэффициент корреляции $r[X, Y]$ является величиной безразмерной.

ХІІ.9. Корреляционный момент и коэффициент корреляции

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y], \quad r[X, Y] = \frac{k[X, Y]}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]}.$$

Корреляционный момент $k[X, Y]$ имеет физическую размерность, равную произведению размерностей случайных величин X и Y .

В отличие от корреляционного момента $k[X, Y]$, коэффициент корреляции $r[X, Y]$ является величиной безразмерной.

Коэффициент корреляции характеризует «тесноту линейной зависимости» между величинами X и Y . В частности, если случайные величины X и Y независимы, то $r[X, Y] = 0$.

ХІІ.9. Корреляционный момент и коэффициент корреляции

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y], \quad r[X, Y] = \frac{k[X, Y]}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]}.$$

Корреляционный момент $k[X, Y]$ имеет физическую размерность, равную произведению размерностей случайных величин X и Y .

В отличие от корреляционного момента $k[X, Y]$, коэффициент корреляции $r[X, Y]$ является величиной безразмерной.

Коэффициент корреляции характеризует «тесноту линейной зависимости» между величинами X и Y . В частности, если случайные величины X и Y независимы, то $r[X, Y] = 0$.

Обратное неверно, в приведенном выше примере $r[X, Y] = 0$, но величины независимыми не являются (при $X = 1$ случайная величина Y обязательно принимает значение 0). **Рассмотрим пример?**

ХІІ.9. Корреляционный момент и коэффициент корреляции

Уравнение регрессии Y по X :

$$y = r[XY] \cdot \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} \cdot (x - \mathbf{M}[X]) + \mathbf{M}[Y].$$

Уравнение регрессии X по Y :

$$x = r[XY] \cdot \frac{\sigma[X]}{\sigma[Y]} \cdot (y - \mathbf{M}[Y]) + \mathbf{M}[X].$$

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y], \quad r[X, Y] = \frac{k[X, Y]}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]}.$$

Рассмотрим пример?

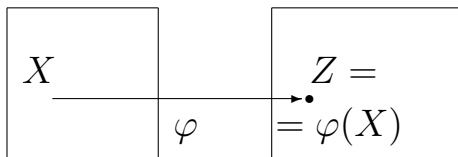
XIII. Функции случайных величин

Одной из целей математического образования инженера является знакомство с математическими моделями, используемыми в специальных инженерных дисциплинах. В теории вероятности основной объект — случайная величина, т.е. числовая функция, заданная на пространстве элементарных событий. Это удобная математическая модель характеристики системы, подверженной случайному воздействию. Однако методы теории вероятности применимы лишь для достаточно идеализированной статической постановки задачи. Если же нас интересует эволюция системы во времени, а на нее непрерывно оказывают влияние случайные факторы, то аппарата теории вероятности становится недостаточно. Для этих целей используется теория случайных функций.

XIII.1. Неслучайные функции случайных величин

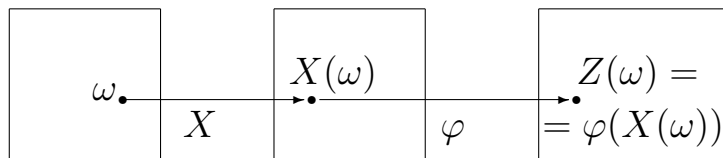
В настоящем пособии мы ограничимся рассмотрением неслучайных функций случайного аргумента. Это, как бы, мостик между случайной величиной и случайной функцией и, к тому же, один из простейших видов случайной функции. Вы познакомитесь с законами распределения функции случайного аргумента и с некоторыми полезными примерами.

XIII.1. Неслучайные функции случайных величин



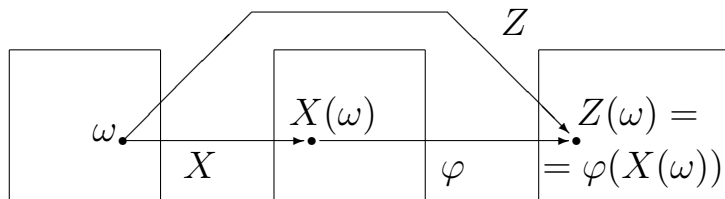
Понятие *функция* хорошо Вам известно из курса математического анализа: это однозначное отображение множества $\mathcal{M}$ во множество $\mathcal{N}$. Иными словами, функция каждому элементу множества $\mathcal{M}$ по некоторому правилу сопоставляет единственный элемент множества $\mathcal{N}$. При этом говорят, что задана функция с *областью определения* $\mathcal{M}$ и *множеством значений* $\mathcal{N}$.

XIII.1. Неслучайные функции случайных величин



Пусть теперь $\mathcal{M}$ — множество значений некоторой случайной величины X .

XIII.1. Неслучайные функции случайных величин

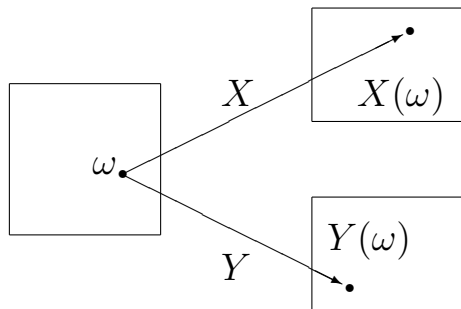


Функция $Z = \varphi(X)$ одномерной случайной величины $X(\omega)$.

Пусть теперь $\mathcal{M}$ — множество значений некоторой случайной величины X .

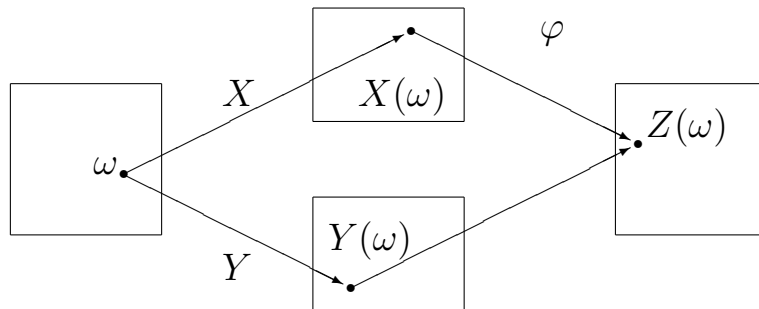
В этом случае можно рассматривать $\mathcal{N}$ как множество значений случайной величины $Z(\omega) = \varphi(X(\omega))$.

XIII.1. Неслучайные функции случайных величин



Пусть теперь $\mathcal{M}$ — множество значений некоторой случайной величины (X, Y) .

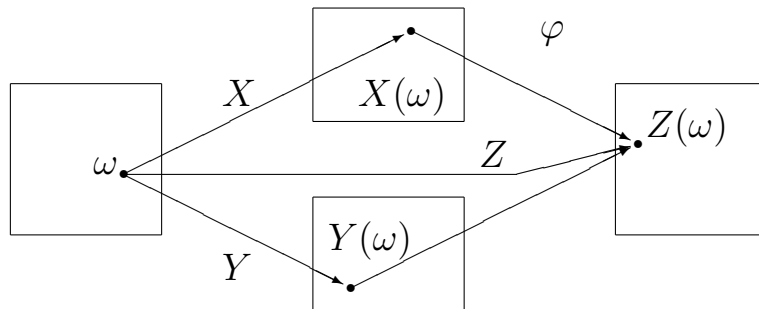
XIII.1. Неслучайные функции случайных величин



Пусть теперь $\mathcal{M}$ — множество значений некоторой случайной величины (X, Y) .

В этом случае можно рассматривать $\mathcal{N}$ как множество значений случайной величины $Z(\omega) = \varphi(X(\omega), Y(\omega))$.

XIII.1. Неслучайные функции случайных величин

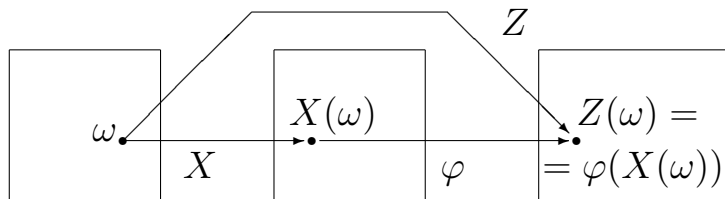


Функция $Z = \varphi(X, Y)$ двумерной случайной величины $(X(\omega), Y(\omega))$.

Пусть теперь $\mathcal{M}$ — множество значений некоторой случайной величины (X, Y) .

В этом случае можно рассматривать $\mathcal{N}$ как множество значений случайной величины $Z(\omega) = \varphi(X(\omega), Y(\omega))$.

XIII.1. Неслучайные функции случайных величин

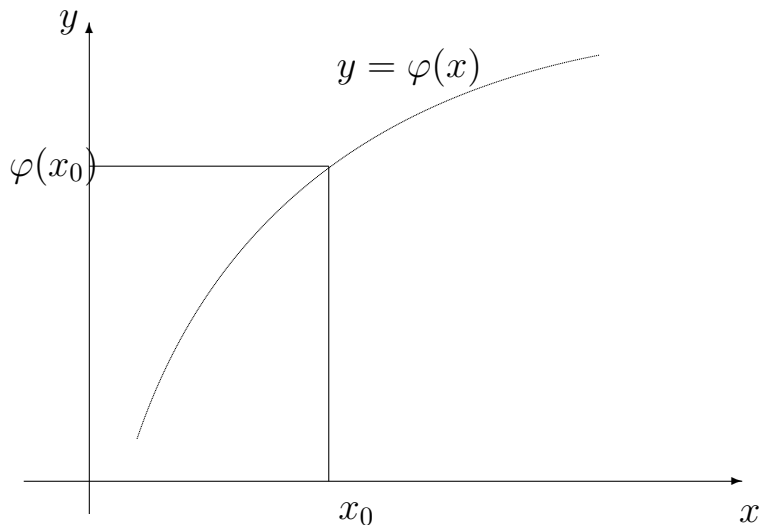


Функция $Z = \varphi(X)$ одномерной случайной величины $X(\omega)$.

Для взаимно однозначной функции событие $\xi = x$ совпадает с событием $\eta = \varphi(x)$. Таким образом, задавая на множестве значений случайной величины ξ некоторую функцию φ , мы получаем новую случайную величину η , используем обозначение $\eta = \varphi(\xi)$. В некоторых простейших задачах каких-то новых методов для изучения случайной величины (далее иногда будем писать СВ) не требуется.

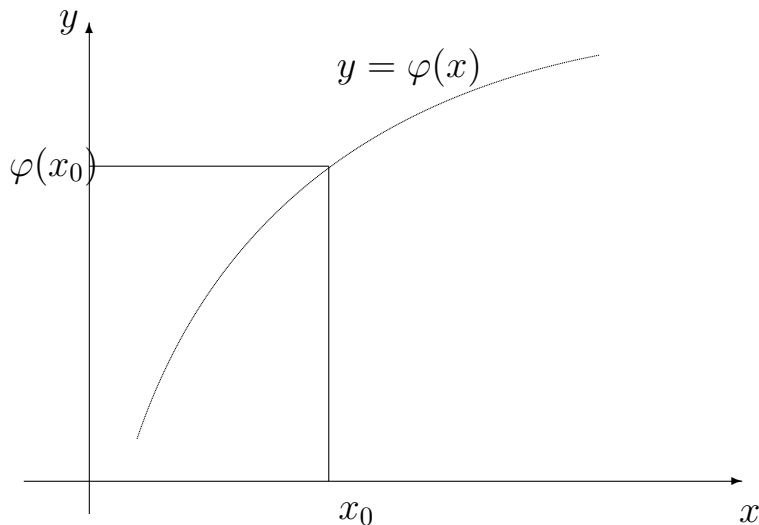
Рассмотреть пример?

ХІІІ.2. Закон распределения функции случайного аргумента



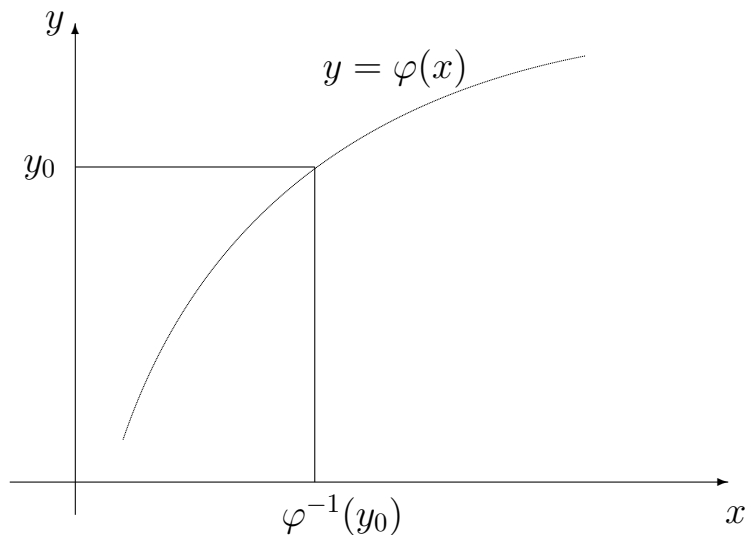
Пусть $\varphi(x)$ монотонно возрастает на области определения. Непрерывная СВ ξ задана плотностью вероятности $f_{\xi}(x)$. Требуется найти плотность вероятности СВ $\eta = \varphi(\xi)$.

ХІІІ.2. Закон распределения функции случайного аргумента



Каждую точку графика можно рассматривать как результат измерения составляющих случайного вектора (ξ, η) . Поскольку значения СВ ξ и η связаны функциональной зависимостью φ , то точки будут ложиться на кривую $y = \varphi(x)$.

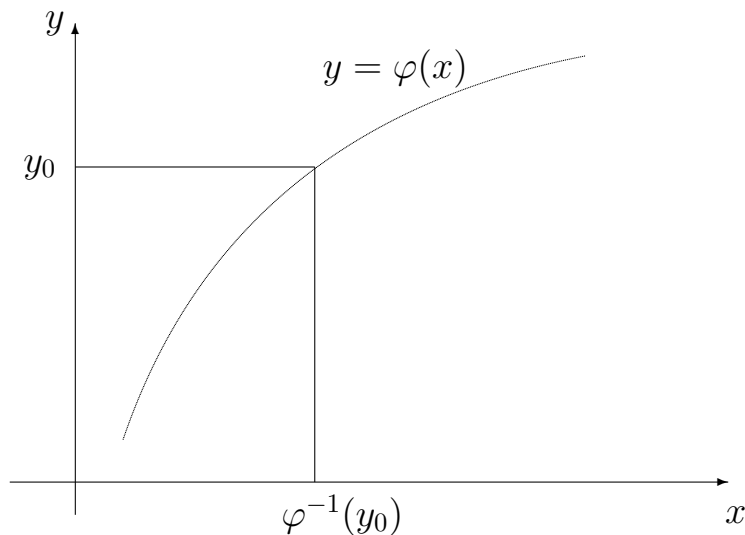
XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента



Очевидно, что событие $\{\xi < x_0\}$ равно событию $\{\eta < y_0 \mid y_0 = \varphi(x_0)\}$.

$$F_\eta(y) = P(\eta < y) =$$

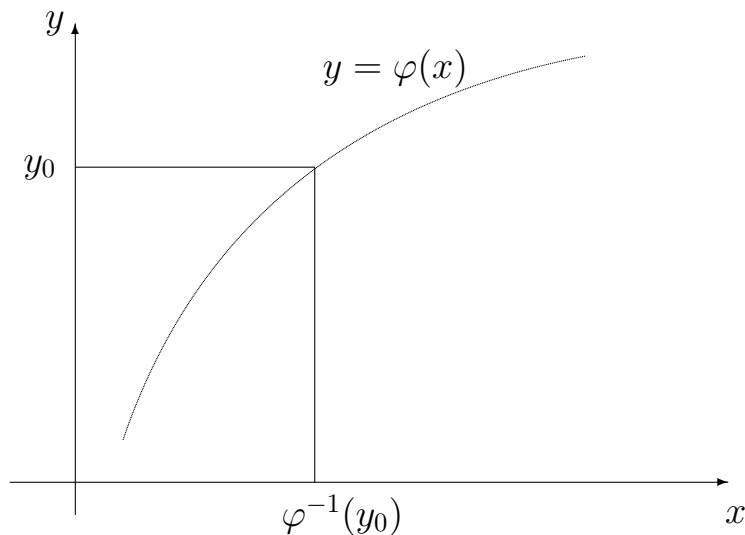
XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента



Очевидно, что событие $\{\xi < x_0\}$ равно событию $\{\eta < y_0 \mid y_0 = \varphi(x_0)\}$.

$$F_{\eta}(y) = P(\eta < y) = P(\xi < \varphi^{-1}(y)) =$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента



Очевидно, что событие $\{\xi < x_0\}$ равно событию $\{\eta < y_0 \mid y_0 = \varphi(x_0)\}$.

$$F_{\eta}(y) = P(\eta < y) = P(\xi < \varphi^{-1}(y)) = F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)).$$

φ^{-1} — функция, **обратная** к φ .

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента

$$F_{\eta}(y) =$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента

$$F_{\eta}(y) = P(\eta < y) = P(\xi < \varphi^{-1}(y)) =$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента

$$F_{\eta}(y) = P(\eta < y) = P(\xi < \varphi^{-1}(y)) = F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)) .$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента

$$F_{\eta}(y) = P(\eta < y) = P(\xi < \varphi^{-1}(y)) = F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)) .$$

А теперь найдем плотность вероятности $f_{\eta}(y)$.

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента

$$F_{\eta}(y) = P(\eta < y) = P(\xi < \varphi^{-1}(y)) = F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)).$$

А теперь найдем плотность вероятности $f_{\eta}(y)$.

$$f_{\eta}(y) = \frac{dF_{\eta}(y)}{dy} =$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента

$$F_{\eta}(y) = P(\eta < y) = P(\xi < \varphi^{-1}(y)) = F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)).$$

А теперь найдем плотность вероятности $f_{\eta}(y)$.

$$f_{\eta}(y) = \frac{dF_{\eta}(y)}{dy} = \frac{d}{dy}F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)) =$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента

$$F_{\eta}(y) = P(\eta < y) = P(\xi < \varphi^{-1}(y)) = F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)).$$

А теперь найдем плотность вероятности $f_{\eta}(y)$.

$$f_{\eta}(y) = \frac{dF_{\eta}(y)}{dy} = \frac{d}{dy}F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)) = \frac{dF_{\xi}(x)}{dx} \bigg|_{x=\varphi^{-1}(y)} \cdot \frac{d\varphi^{-1}(y)}{dy} =$$

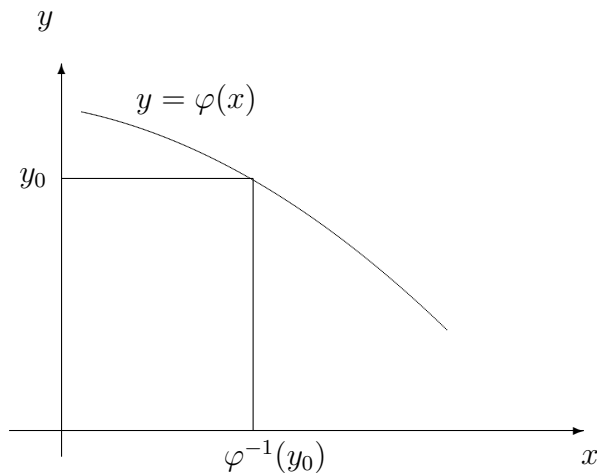
XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента

$$F_{\eta}(y) = P(\eta < y) = P(\xi < \varphi^{-1}(y)) = F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)).$$

А теперь найдем плотность вероятности $f_{\eta}(y)$.

$$\begin{aligned} f_{\eta}(y) &= \frac{dF_{\eta}(y)}{dy} = \frac{d}{dy} F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)) = \frac{dF_{\xi}(x)}{dx} \bigg|_{x=\varphi^{-1}(y)} \cdot \frac{d\varphi^{-1}(y)}{dy} = \\ &= f_{\xi}(\varphi^{-1}(y)) \cdot \frac{d\varphi^{-1}(y)}{dy}. \end{aligned}$$

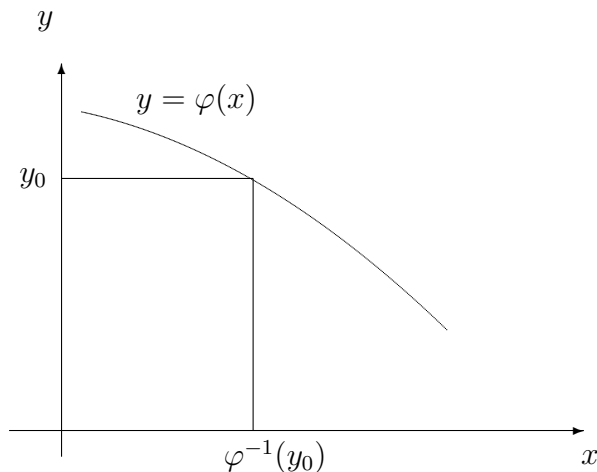
XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента



Пусть теперь $\varphi(x)$ монотонно убывает, см.рис.6. В этом случае имеем

$$\{\eta < y_0\} = \{\xi > \varphi^{-1}(y_0)\}$$

ХІІІ.2. Закон распределения функции случайного аргумента

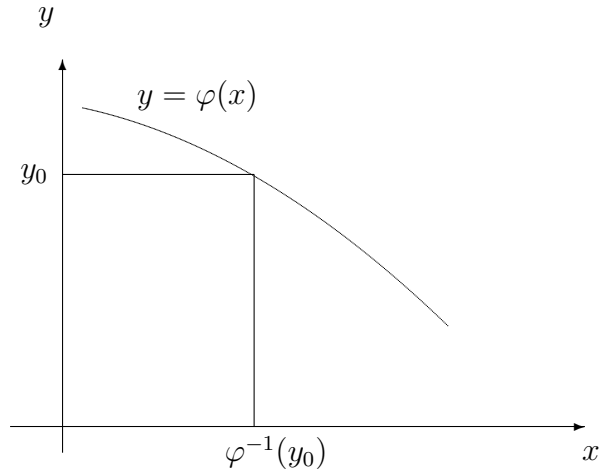


Пусть теперь $\varphi(x)$ монотонно убывает, см.рис.6. В этом случае имеем

$$\{\eta < y_0\} = \{\xi > \varphi^{-1}(y_0)\}$$

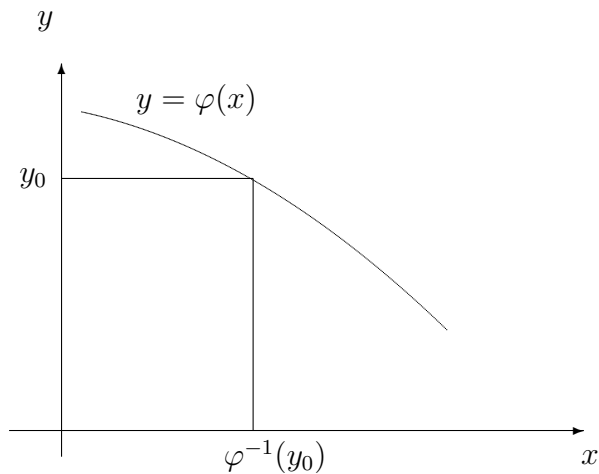
Воспользуемся известным соотношением для вероятностей взаимно противоположных событий A и $\overline{A}$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента



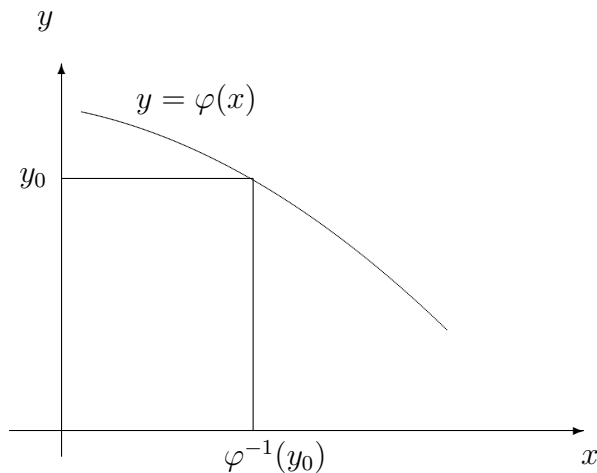
$$F_{\eta}(y) =$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента



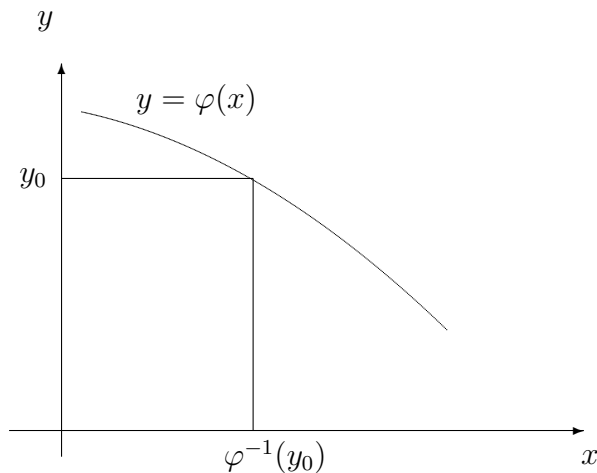
$$F_{\eta}(y) = P(\eta < y) =$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента



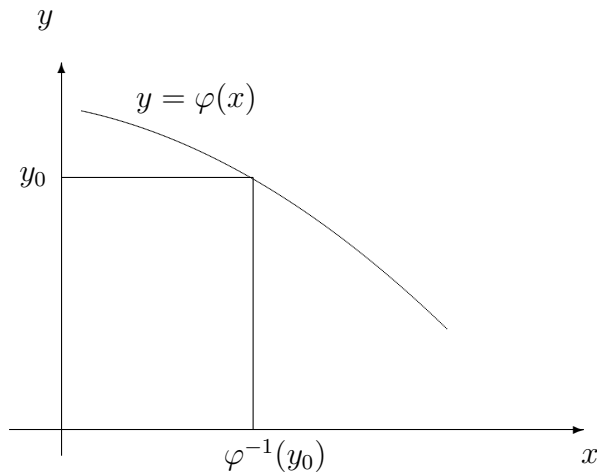
$$F_{\eta}(y) = P(\eta < y) = P(\xi > \varphi^{-1}(y)) =$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента



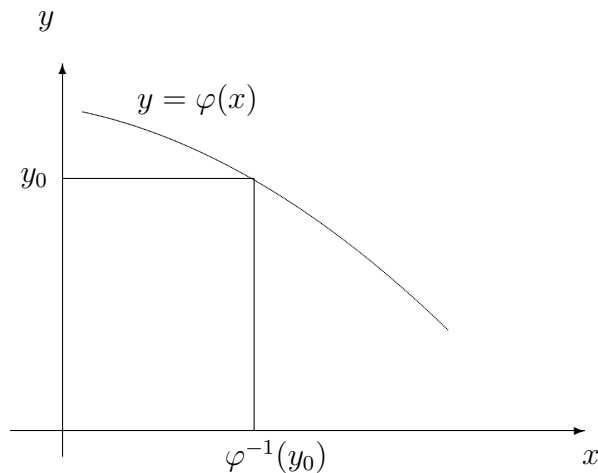
$$F_{\eta}(y) = P(\eta < y) = P(\xi > \varphi^{-1}(y)) = 1 - P(\xi < \varphi^{-1}(y)) =$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента



$$\begin{aligned} F_{\eta}(y) &= P(\eta < y) = P(\xi > \varphi^{-1}(y)) = 1 - P(\xi < \varphi^{-1}(y)) = \\ &= 1 - F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)). \end{aligned}$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента

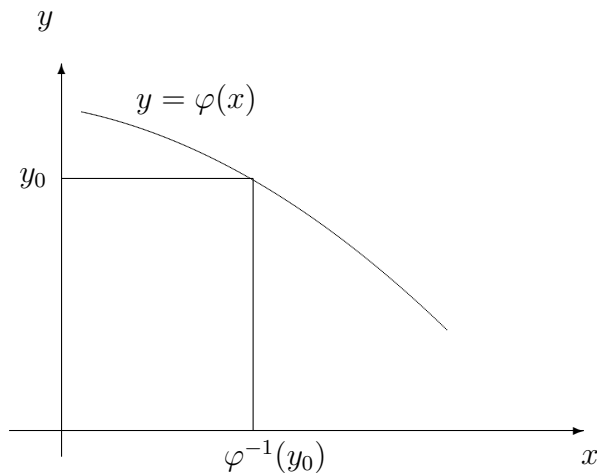


$$F_\eta(y) = 1 - F_\xi(\varphi^{-1}(y)).$$

Для плотности вероятности получим

$$f_\eta(y) =$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента

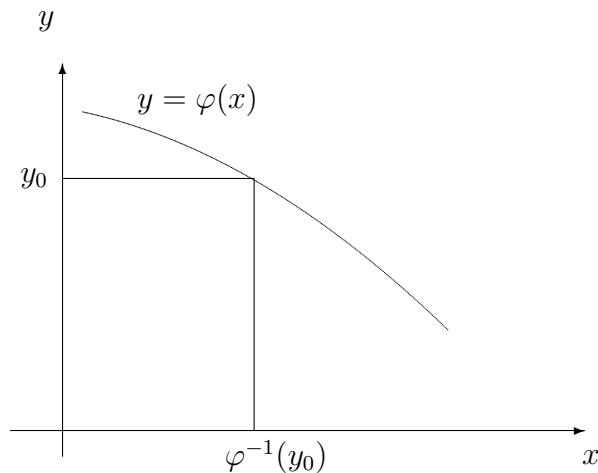


$$F_{\eta}(y) = 1 - F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)).$$

Для плотности вероятности получим

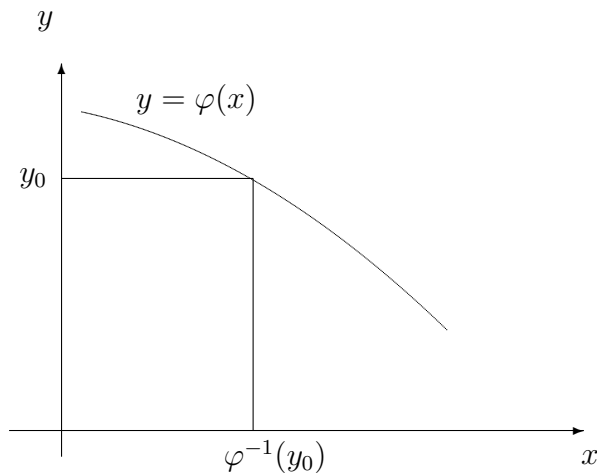
$$f_{\eta}(y) = -f_{\xi}(\varphi^{-1}(y)) \cdot \frac{d\varphi^{-1}}{dy}.$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента



$$F_{\eta}(y) = 1 - F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)), \quad f_{\eta}(y) = -f_{\xi}(\varphi^{-1}(y)) \cdot \frac{d\varphi^{-1}}{dy}.$$

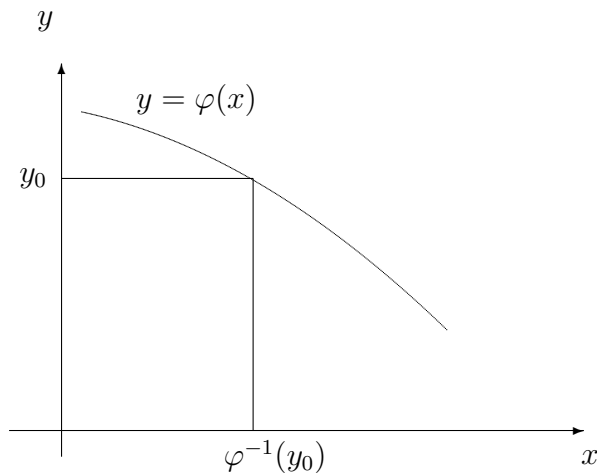
ХІІІ.2. Закон распределения функции случайного аргумента



$$F_{\eta}(y) = 1 - F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)), \quad f_{\eta}(y) = -f_{\xi}(\varphi^{-1}(y)) \cdot \frac{d\varphi^{-1}}{dy}.$$

Заметим, что $\frac{d\varphi^{-1}}{dy} < 0$.

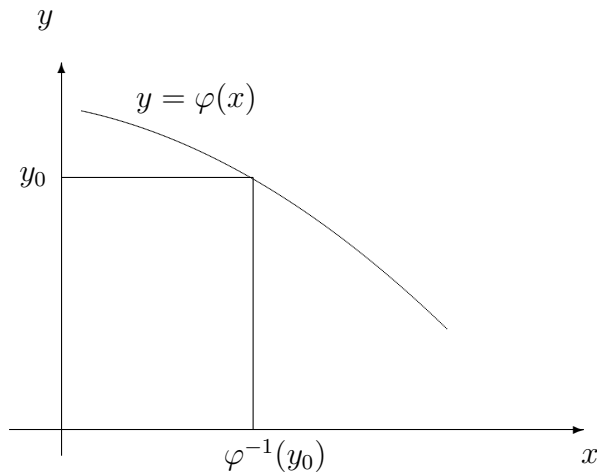
ХІІІ.2. Закон распределения функции случайного аргумента



$$F_{\eta}(y) = 1 - F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)), \quad f_{\eta}(y) = -f_{\xi}(\varphi^{-1}(y)) \cdot \frac{d\varphi^{-1}}{dy}.$$

Заметим, что $\frac{d\varphi^{-1}}{dy} < 0$. Для монотонной функции обе формулы можно объединить

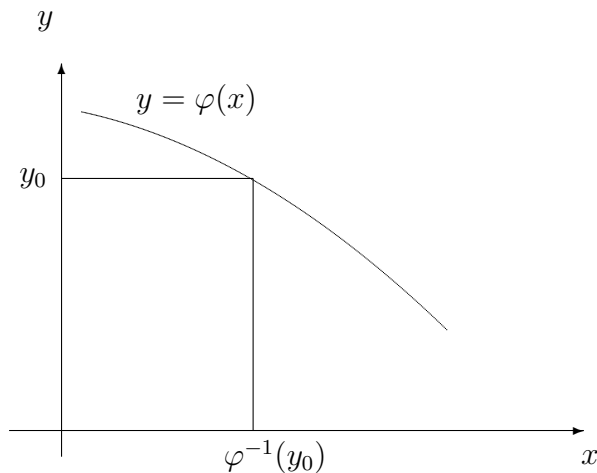
XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента



$$F_{\eta}(y) = 1 - F_{\xi}(\varphi^{-1}(y)), \quad f_{\eta}(y) = -f_{\xi}(\varphi^{-1}(y)) \cdot \frac{d\varphi^{-1}}{dy}.$$

$$f_{\eta}(y) = -f_{\xi}(\varphi^{-1}(y)) \cdot \left| \frac{d\varphi^{-1}}{dy} \right|.$$

ХІІІ.2. Закон распределения функции случайного аргумента



Если φ немонотонная функция, то можно разбить ООФ на промежутки монотонности и рассматривать отдельно каждый промежуток.

ХІІІ.2. Закон распределения функции случайного аргумента

Например, если $\varphi(x) = x^2$, то

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента

Например, если $\varphi(x) = x^2$, то

$$F_{\eta}(y) =$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента

Например, если $\varphi(x) = x^2$, то

$$F_{\eta}(y) = \begin{cases} 0 & \text{при } y \leq 0; \\ P(\eta < y) = P(-\sqrt{y} < \xi < \sqrt{y}) = \end{cases}$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента

Например, если $\varphi(x) = x^2$, то

$$F_{\eta}(y) = \begin{cases} 0 & \text{при } y \leq 0; \\ P(\eta < y) = P(-\sqrt{y} < \xi < \sqrt{y}) = \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f_{\xi}(x) dx & \text{при } y > 0; \end{cases}$$

XIII.2. Закон распределения функции случайного аргумента

Например, если $\varphi(x) = x^2$, то

$$F_{\eta}(y) = \begin{cases} 0 & \text{при } y \leq 0; \\ P(\eta < y) = P(-\sqrt{y} < \xi < \sqrt{y}) = \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f_{\xi}(x) dx & \text{при } y > 0; \end{cases}$$

$$f_{\eta}(y) = \begin{cases} 0 & \text{при } y \leq 0; \\ \frac{1}{2\sqrt{y}} \left(f_{\xi}(\sqrt{y}) + f_{\xi}(-\sqrt{y}) \right) & \text{при } y > 0. \end{cases}$$

Рассмотрим пример?

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

Пусть $X \subseteq \mathbb{R}^n$, $Y \subset \mathbb{R}$, и $\varphi : X \rightarrow Y$ — функция нескольких переменных.

Если X — множество значений n -мерного случайного вектора, то Y будут значениями СВ $\eta = \varphi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$.

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

Пусть $X \subseteq \mathbb{R}^n$, $Y \subset \mathbb{R}$, и $\varphi : X \rightarrow Y$ — функция нескольких переменных.

Если X — множество значений n -мерного случайного вектора, то Y будут значениями СВ $\eta = \varphi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$.

Рассмотрим здесь только двумерный случай, это не слишком громоздко, но позволяет обсудить все принципиальные отличия от одномерного случая.

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

Поставим следующую задачу. Задан закон распределения случайного вектора с непрерывными составляющими (ξ, η) посредством двумерной плотности вероятности $f_{\xi, \eta}(x, y)$. Требуется найти закон распределения в виде плотности вероятности СВ $\zeta = \varphi(\xi, \eta)$.

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

Поставим следующую задачу. Задан закон распределения случайного вектора с непрерывными составляющими (ξ, η) посредством двумерной плотности вероятности $f_{\xi, \eta}(x, y)$. Требуется найти закон распределения в виде плотности вероятности СВ $\zeta = \varphi(\xi, \eta)$.

Как и в одномерном случае начинаем с того, что определим функцию распределения для новой СВ.

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

Поставим следующую задачу. Задан закон распределения случайного вектора с непрерывными составляющими (ξ, η) посредством двумерной плотности вероятности $f_{\xi, \eta}(x, y)$. Требуется найти закон распределения в виде плотности вероятности СВ $\zeta = \varphi(\xi, \eta)$.

Как и в одномерном случае начинаем с того, что определим функцию распределения для новой СВ.

$$F_{\zeta}(z) =$$

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

Поставим следующую задачу. Задан закон распределения случайного вектора с непрерывными составляющими (ξ, η) посредством двумерной плотности вероятности $f_{\xi, \eta}(x, y)$. Требуется найти закон распределения в виде плотности вероятности СВ $\zeta = \varphi(\xi, \eta)$.

Как и в одномерном случае начинаем с того, что определим функцию распределения для новой СВ.

$$F_{\zeta}(z) = P(\zeta < z) =$$

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

Поставим следующую задачу. Задан закон распределения случайного вектора с непрерывными составляющими (ξ, η) посредством двумерной плотности вероятности $f_{\xi, \eta}(x, y)$. Требуется найти закон распределения в виде плотности вероятности СВ $\zeta = \varphi(\xi, \eta)$.

Как и в одномерном случае начинаем с того, что определим функцию распределения для новой СВ.

$$F_{\zeta}(z) = P(\zeta < z) = \iint\limits_{(G)} f_{\xi, \eta}(x, y) dx dy,$$

где

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

Поставим следующую задачу. Задан закон распределения случайного вектора с непрерывными составляющими (ξ, η) посредством двумерной плотности вероятности $f_{\xi, \eta}(x, y)$. Требуется найти закон распределения в виде плотности вероятности СВ $\zeta = \varphi(\xi, \eta)$.

Как и в одномерном случае начинаем с того, что определим функцию распределения для новой СВ.

$$F_{\zeta}(z) = P(\zeta < z) = \iint\limits_{(G)} f_{\xi, \eta}(x, y) dx dy,$$

где $G =$

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

Поставим следующую задачу. Задан закон распределения случайного вектора с непрерывными составляющими (ξ, η) посредством двумерной плотности вероятности $f_{\xi, \eta}(x, y)$. Требуется найти закон распределения в виде плотности вероятности СВ $\zeta = \varphi(\xi, \eta)$.

Как и в одномерном случае начинаем с того, что определим функцию распределения для новой СВ.

$$F_{\zeta}(z) = P(\zeta < z) = \iint\limits_{(G)} f_{\xi, \eta}(x, y) dx dy,$$

где $G = \left\{ (x, y) \mid \right\}$.

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

Поставим следующую задачу. Задан закон распределения случайного вектора с непрерывными составляющими (ξ, η) посредством двумерной плотности вероятности $f_{\xi, \eta}(x, y)$. Требуется найти закон распределения в виде плотности вероятности СВ $\zeta = \varphi(\xi, \eta)$.

Как и в одномерном случае начинаем с того, что определим функцию распределения для новой СВ.

$$F_{\zeta}(z) = P(\zeta < z) = \iint\limits_{(G)} f_{\xi, \eta}(x, y) dx dy,$$

где $G = \left\{ (x, y) \mid \varphi(x, y) < z \right\}$.

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

Поставим следующую задачу. Задан закон распределения случайного вектора с непрерывными составляющими (ξ, η) посредством двумерной плотности вероятности $f_{\xi, \eta}(x, y)$. Требуется найти закон распределения в виде плотности вероятности СВ $\zeta = \varphi(\xi, \eta)$.

Как и в одномерном случае начинаем с того, что определим функцию распределения для новой СВ.

$$F_{\zeta}(z) = P(\zeta < z) = \iint\limits_{(G)} f_{\xi, \eta}(x, y) dx dy,$$

где $G = \left\{ (x, y) \mid \varphi(x, y) < z \right\}$.

Искомая плотность вероятности — это $F'_{\zeta}(z)$.

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

Поставим следующую задачу. Задан закон распределения случайного вектора с непрерывными составляющими (ξ, η) посредством двумерной плотности вероятности $f_{\xi, \eta}(x, y)$. Требуется найти закон распределения в виде плотности вероятности СВ $\zeta = \varphi(\xi, \eta)$.

Как и в одномерном случае начинаем с того, что определим функцию распределения для новой СВ.

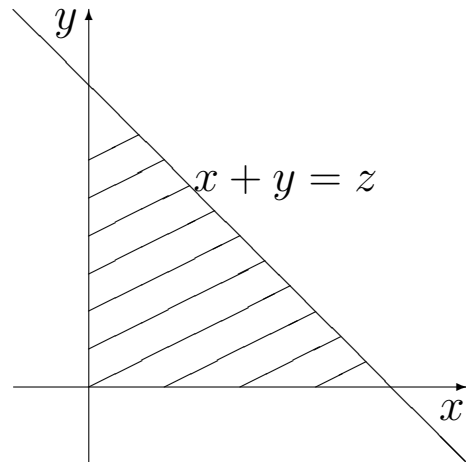
$$F_{\zeta}(z) = P(\zeta < z) = \iint\limits_{(G)} f_{\xi, \eta}(x, y) dx dy,$$

где $G = \{(x, y) \mid \varphi(x, y) < z\}$. $F'_{\zeta}(z) = ?$

Получим формулу для $F'_{\zeta}(z)$ для нескольких наиболее часто встречающихся функций φ .

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

а) $\varphi(x, y) = x + y$.

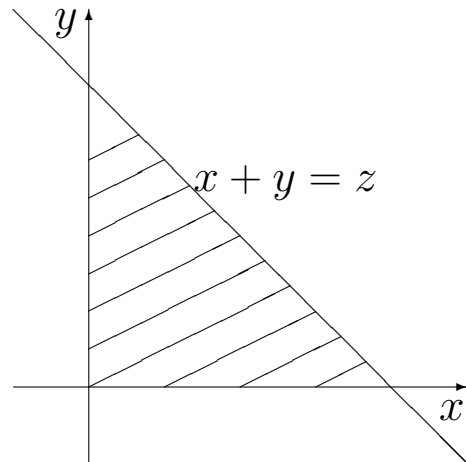


$$F_{\zeta}(z) = P(\zeta < z) = \iint_G f_{\xi, \eta}(x, y) dx dy, \quad G = \left\{ (x, y) \mid \varphi(x, y) < z \right\}.$$

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

а) $\varphi(x, y) = x + y$.

$$F_{\zeta}(z) =$$

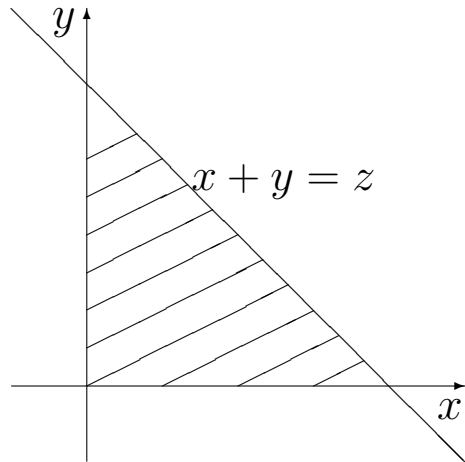


$$F_{\zeta}(z) = P(\zeta < z) = \iint_G f_{\xi, \eta}(x, y) dx dy, \quad G = \{(x, y) \mid \varphi(x, y) < z\}.$$

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

а) $\varphi(x, y) = x + y$.

$$F_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{z-x} f_{\xi, \eta}(x, y) dy,$$



$$F_{\zeta}(z) = P(\zeta < z) = \iint_G f_{\xi, \eta}(x, y) dx dy, \quad G = \left\{ (x, y) \mid \varphi(x, y) < z \right\}.$$

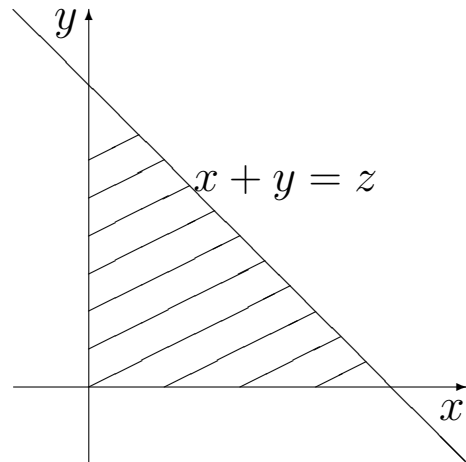
ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

а) $\varphi(x, y) = x + y$.

$$F_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{z-x} f_{\xi, \eta}(x, y) dy,$$

$$f_{\zeta}(z) =$$

$$F_{\zeta}(z) = P(\zeta < z) = \iint_G f_{\xi, \eta}(x, y) dx dy, \quad G = \left\{ (x, y) \mid \varphi(x, y) < z \right\}.$$



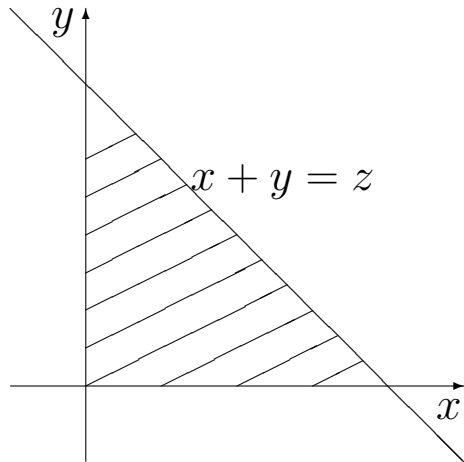
ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

а) $\varphi(x, y) = x + y$.

$$F_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{z-x} f_{\xi, \eta}(x, y) dy,$$

$$f_{\zeta}(z) = \frac{dF_{\zeta}(z)}{dz} =$$

$$F_{\zeta}(z) = P(\zeta < z) = \iint_G f_{\xi, \eta}(x, y) dx dy, \quad G = \left\{ (x, y) \mid \varphi(x, y) < z \right\}.$$



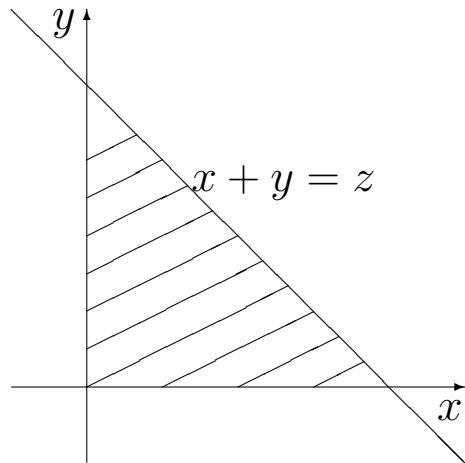
ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

а) $\varphi(x, y) = x + y$.

$$F_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{z-x} f_{\xi, \eta}(x, y) dy,$$

$$f_{\zeta}(z) = \frac{dF_{\zeta}(z)}{dz} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi, \eta}(x, z - x) dx.$$

$$F_{\zeta}(z) = P(\zeta < z) = \iint_G f_{\xi, \eta}(x, y) dx dy, \quad G = \left\{ (x, y) \mid \varphi(x, y) < z \right\}.$$

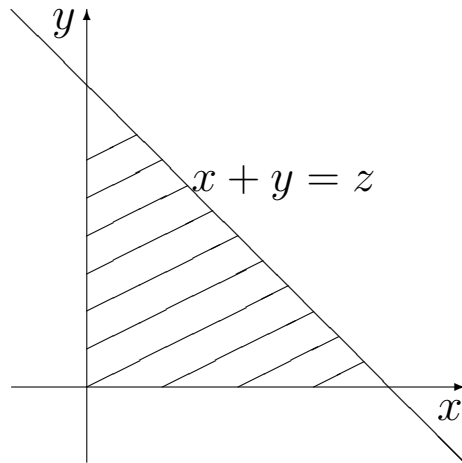


ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

а) $\varphi(x, y) = x + y$.

$$F_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{z-x} f_{\xi, \eta}(x, y) dy,$$

$$f_{\zeta}(z) = \frac{dF_{\zeta}(z)}{dz} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi, \eta}(x, z - x) dx.$$



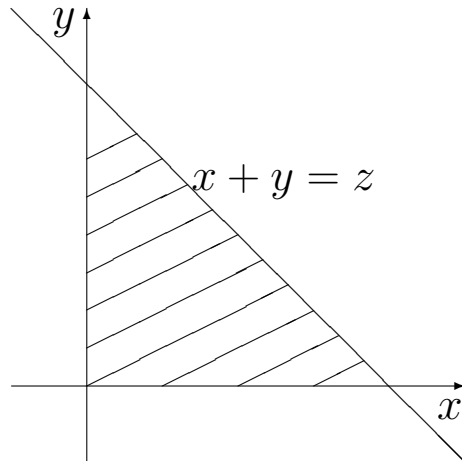
Представляет интерес случай суммы двух независимых СВ.

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

а) $\varphi(x, y) = x + y$.

$$F_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{z-x} f_{\xi, \eta}(x, y) dy,$$

$$f_{\zeta}(z) = \frac{dF_{\zeta}(z)}{dz} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi, \eta}(x, z - x) dx.$$



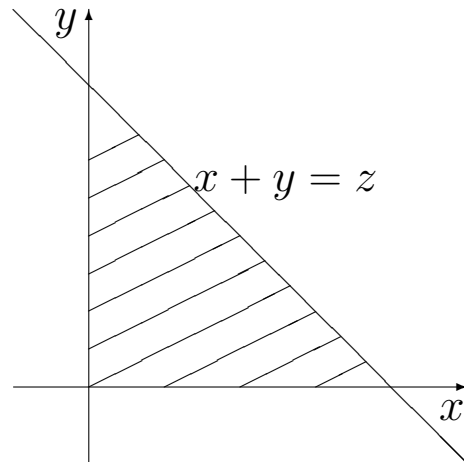
Независимость составляющих случайного вектора приводит к факторизации двумерной плотности вероятности.

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

а) $\varphi(x, y) = x + y$.

$$F_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{z-x} f_{\xi, \eta}(x, y) dy,$$

$$f_{\zeta}(z) = \frac{dF_{\zeta}(z)}{dz} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi, \eta}(x, z - x) dx.$$



$$f_{\xi, \eta}(x, y) = f_{\xi}(x) \cdot f_{\eta}(y) \Rightarrow$$

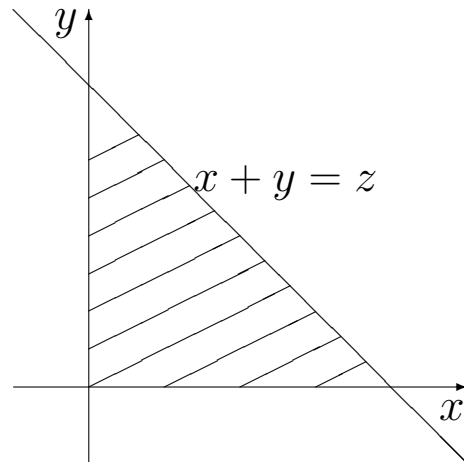
Независимость составляющих случайного вектора приводит к факторизации двумерной плотности вероятности.

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

а) $\varphi(x, y) = x + y$.

$$F_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{z-x} f_{\xi, \eta}(x, y) dy,$$

$$f_{\zeta}(z) = \frac{dF_{\zeta}(z)}{dz} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi, \eta}(x, z - x) dx.$$



$$f_{\xi, \eta}(x, y) = f_{\xi}(x) \cdot f_{\eta}(y) \Rightarrow f_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi}(x) \cdot f_{\eta}(z - x) dx.$$

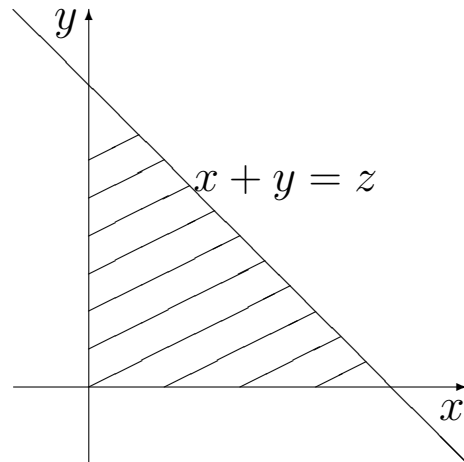
Независимость составляющих случайного вектора приводит к факторизации двумерной плотности вероятности.

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

а) $\varphi(x, y) = x + y$.

$$F_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{z-x} f_{\xi, \eta}(x, y) dy,$$

$$f_{\zeta}(z) = \frac{dF_{\zeta}(z)}{dz} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi, \eta}(x, z - x) dx.$$



$$f_{\xi, \eta}(x, y) = f_{\xi}(x) \cdot f_{\eta}(y) \Rightarrow f_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi}(x) \cdot f_{\eta}(z - x) dx.$$

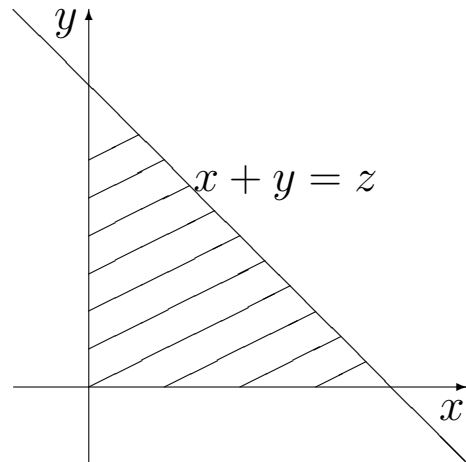
Выражение, стоящее в правой части равенства, называют **сверткой** функций $f_{\xi}(\bullet)$ и $f_{\eta}(\bullet)$.

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

а) $\varphi(x, y) = x + y$.

$$F_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{z-x} f_{\xi, \eta}(x, y) dy,$$

$$f_{\zeta}(z) = \frac{dF_{\zeta}(z)}{dz} = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi, \eta}(x, z - x) dx.$$



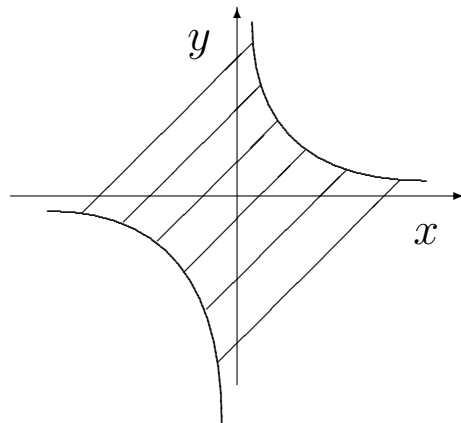
$$f_{\xi, \eta}(x, y) = f_{\xi}(x) \cdot f_{\eta}(y) \Rightarrow f_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi}(x) \cdot f_{\eta}(z - x) dx.$$

Свертка $f_{\xi}(\bullet)$ и $f_{\eta}(\bullet)$ даёт плотность вероятности суммы независимых СВ ξ и η , как говорят решает **задачу композиции**.

ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

б) $\varphi(x, y) = \frac{y}{x}$.

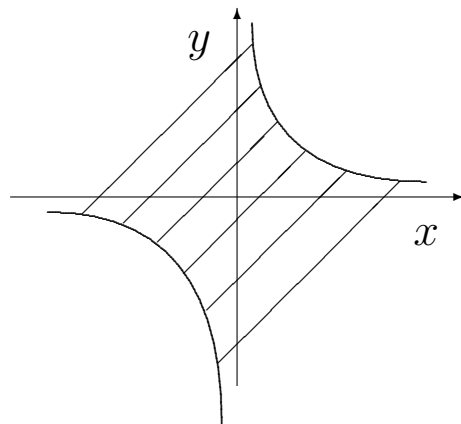
$$F_{\zeta}(z) =$$



ХІІІ.3. Закон распределения функции случайного вектора

б) $\varphi(x, y) = \frac{y}{x}$.

$$F_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^0 dx \int_{zx}^{+\infty} f_{\xi, \eta}(x, y) dy + \\ + \int_0^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{zx} f_{\xi, \eta}(x, y) dy$$

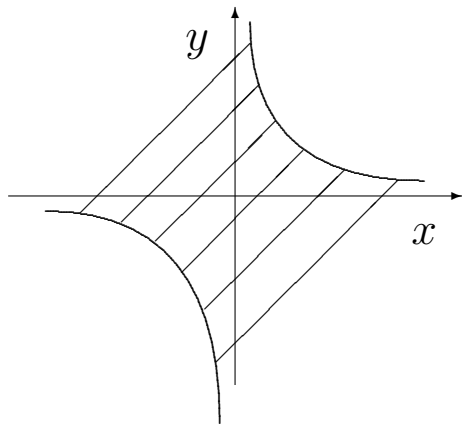


XIII.3. Закон распределения функции случайного вектора

б) $\varphi(x, y) = \frac{y}{x}$.

$$F_{\zeta}(z) = \int_{-\infty}^0 dx \int_{zx}^{+\infty} f_{\xi, \eta}(x, y) dy + \\ + \int_0^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{zx} f_{\xi, \eta}(x, y) dy.$$

$$f_{\zeta}(z) = \frac{dF_{\zeta}(z)}{dz} = - \int_{-\infty}^0 x \cdot f_{\xi, \eta}(x, zx) dx + \int_0^{\infty} x \cdot f_{\xi, \eta}(x, zx) dx.$$



А сейчас используем полученные результаты для решения нескольких интересных и полезных примеров.

Прежде всего докажем, что нормальное распределение **композиционно устойчиво**. Иначе говоря, сумма двух независимых нормально распределенных слагаемых также имеет нормальное распределение.

Рассмотреть пример?

XIV. Некоторые законы распределения функций от случайных величин

Рассмотрим ещё несколько часто применяемых законов распределения.

XIV.1. Распределение «хи-квадрат»

Теорема 26. Пусть $X_1, X_2, \dots, X_n$ — нормально распределенные случайные величины, $\mathbf{M}[X_i] = 0$, $\mathbf{D}[X_i] = 1$, причем k из них — независимые и имеется $n - k$ линейно независимых линейных уравнений, связывающих величины $X_1, X_2, \dots, X_n$. Число k — называется **числом степеней свободы**. Тогда плотность распределения случайной величины «хи-квадрат», равной $\chi^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$, задается

формулой:
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{1}{\sqrt{2^k} e^{x/2} \cdot \Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

XIV.1. Распределение «хи-квадрат»

Теорема 26. Пусть $X_1, X_2, \dots, X_n$ — нормально распределенные случайные величины, $\mathbf{M}[X_i] = 0$, $\mathbf{D}[X_i] = 1$, причем k из них — независимые и имеется $n - k$ линейно независимых линейных уравнений, связывающих величины $X_1, X_2, \dots, X_n$. Число k — называется **числом степеней свободы**. Тогда плотность распределения случайной величины «хи-квадрат», равной $\chi^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$, задается

формулой:
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{1}{\sqrt{2^k} e^{x/2} x^{k/2-1} \cdot \Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

Доказательство для случая $n = k$ приведено при решении примера ??, стр.??.

XIV.1. Распределение «хи-квадрат»

Теорема 26. Пусть $X_1, X_2, \dots, X_n$ — нормально распределенные случайные величины, $\mathbf{M}[X_i] = 0$, $\mathbf{D}[X_i] = 1$, причем k из них — независимые и имеется $n - k$ линейно независимых линейных уравнений, связывающих величины $X_1, X_2, \dots, X_n$. Число k — называется **числом степеней свободы**. Тогда плотность распределения случайной величины «хи-квадрат», равной $\chi^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$, задается

формулой:
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{1}{\sqrt{2^k} e^{x/2} \cdot \Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

Полное доказательство этой теоремы мы приводить не будем.

XIV.1. Распределение «хи-квадрат»

Теорема 26. Пусть $X_1, X_2, \dots, X_n$ — нормально распределенные случайные величины, $\mathbf{M}[X_i] = 0$, $\mathbf{D}[X_i] = 1$, причем k из них — независимые и имеется $n - k$ линейно независимых линейных уравнений, связывающих величины $X_1, X_2, \dots, X_n$. Число k — называется **числом степеней свободы**. Тогда плотность распределения случайной величины «хи-квадрат», равной $\chi^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$, задается

формулой:
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{1}{\sqrt{2^k} e^{x/2} x^{k/2-1} \cdot \Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

С увеличением k закон распределения величины χ^2 медленно **приближается** к нормальному.

XIV.1. Распределение «хи-квадрат»

Теорема 26. Пусть $X_1, X_2, \dots, X_n$ — нормально распределенные случайные величины, $\mathbf{M}[X_i] = 0$, $\mathbf{D}[X_i] = 1$, причем k из них — независимые и имеется $n - k$ линейно независимых линейных уравнений, связывающих величины $X_1, X_2, \dots, X_n$. Число k — называется **числом степеней свободы**. Тогда плотность распределения случайной величины «хи-квадрат», равной $\chi^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$, задается

формулой:
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{1}{\sqrt{2^k e^x x^{2-k}} \cdot \Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

Случайная величина χ^2 табулирована, таблица значений приведена в приложении, см. таблицу ??, стр.??.

XIV.2. Распределение Стьюдента

Еще одно хорошо известное распределение — **распределение Стьюдента**. Под таким оригинальным псевдонимом публиковал свои статьи математик Уильям Д.Госсет, работавший на пивоваренном заводе Гиннеса. Это распределение СВ $\zeta_n = \frac{\xi}{\sqrt{\chi_n^2}}$, где ξ имеет распределение $N[0, 1]$, а χ_n^2 — распределение хи-квадрат.

Здесь $N[0; 1]$ — нормальный закон с математическим ожиданием 0 и средним квадратическим отклонением σ .

XIV.2. Распределение Стьюдента

Сначала найдем распределение СВ ζ_n^2 , используя уже полученные результаты для **хи-квадрат распределения** и **отношения двух СВ**.

XIV.2. Распределение Стьюдента

Сначала найдем распределение СВ ζ_n^2 , используя уже полученные результаты для **хи-квадрат распределения** и **отношения двух СВ**.

$$f_{\zeta_n^2} =$$

XIV.2. Распределение Стюдента

Сначала найдем распределение СВ ζ_n^2 , используя уже полученные результаты для **хи-квадрат распределения** и **отношения двух СВ**.

$$f_{\zeta_n^2} = \int_0^{\infty} z f_{\chi_n^2}(z) f_{\xi}(zx) dx =$$

XIV.2. Распределение Стьюдента

Сначала найдем распределение СВ ζ_n^2 , используя уже полученные результаты для **хи-квадрат распределения** и **отношения двух СВ**.

$$f_{\zeta_n^2} = \int_0^{\infty} z f_{\chi_n^2}(z) f_{\xi}(zx) dx = \frac{C_n}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} t^{\frac{n}{2}} e^{\frac{-t}{2}} e^{\frac{-zt}{2}} \frac{dt}{\sqrt{zt}}.$$

XIV.2. Распределение Стюдента

Сначала найдем распределение СВ ζ_n^2 , используя уже полученные результаты для **хи-квадрат распределения** и **отношения двух СВ**.

$$f_{\zeta_n^2} = \int_0^{\infty} z f_{\chi_n^2}(z) f_{\xi}(zx) dx = \frac{C_n}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} t^{\frac{n}{2}} e^{\frac{-t}{2}} e^{\frac{-zt}{2}} \frac{dt}{\sqrt{zt}}.$$

Получим

$$f_{\zeta_n^2}(z) =$$

XIV.2. Распределение Стюдента

Сначала найдем распределение СВ ζ_n^2 , используя уже полученные результаты для **хи-квадрат распределения** и **отношения двух СВ**.

$$f_{\zeta_n^2} = \int_0^{\infty} z f_{\chi_n^2}(z) f_{\xi}(zx) dx = \frac{C_n}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} t^{\frac{n}{2}} e^{\frac{-t}{2}} e^{\frac{-zt}{2}} \frac{dt}{\sqrt{zt}}.$$

Получим

$$f_{\zeta_n^2}(z) = K_n \left(\frac{(z+1)^{\frac{n+2}{2}}}{\sqrt{z}} \right).$$

А теперь можно заняться и искомым законом распределения ζ_n :

XIV.2. Распределение Стюдента

Сначала найдем распределение СВ ζ_n^2 , используя уже полученные результаты для **хи-квадрат распределения** и **отношения двух СВ**.

$$f_{\zeta_n^2} = \int_0^\infty z f_{\chi_n^2}(z) f_\xi(zx) dx = \frac{C_n}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty t^{\frac{n}{2}} e^{\frac{-t}{2}} e^{\frac{-zt}{2}} \frac{dt}{\sqrt{zt}}.$$

Получим

$$f_{\zeta_n^2}(z) = K_n \left(\frac{(z+1)^{\frac{n+2}{2}}}{\sqrt{z}} \right).$$

А теперь можно заняться и искомым законом распределения ζ_n :

$$f_{\zeta_n}(x) = |x| f_{\zeta_n^2}(x^2) = \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\sqrt{\pi} \Gamma(\frac{n}{2})} (x^2 + 1)^{-\frac{n+1}{2}}, \quad x \in \mathbb{R}. \quad (19)$$

XV. Сходимость по вероятности

Вам известно, какую громадную роль играет понятие предела в математическом анализе. Но специфика теории вероятностей (отсутствие гарантий, «рекомендательный», предположительный характер результатов) требует существенной корректировки понятия предела для применения в теории вероятностей.

XV. Сходимость по вероятности

Определение 33. *Говорят, что последовательность случайных величин $X_1, X_2, \dots$ сходится по вероятности к случайной величине Y тогда и только тогда, когда*

для любого $\varepsilon > 0$ при n стремящемся к бесконечности вероятность события $|X_n - Y| > \varepsilon$ стремится к 0.

Слишком много слов естественного языка...

XV. Сходимость по вероятности

Определение 33. Говорят, что последовательность случайных величин $X_1, X_2, \dots$ **сходится по вероятности** к случайной величине Y тогда и только тогда, когда

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} p(|X_n - Y| > \varepsilon) = 0.$$

XV. Сходимость по вероятности

Определение 33. *Говорят, что последовательность случайных величин $X_1, X_2, \dots$ сходится по вероятности к случайной величине Y тогда и только тогда, когда*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} p(|X_n - Y| > \varepsilon) = 0.$$

Заметим, что сходимость по вероятности существенно отличается от обычного, принятого в математическом анализе понятия сходимости.

XV. Сходимость по вероятности

Определение 33. *Говорят, что последовательность случайных величин $X_1, X_2, \dots$ сходится по вероятности к случайной величине Y тогда и только тогда, когда*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} p(|X_n - Y| > \varepsilon) = 0.$$

Сходимость по вероятности «не предполагает», что, начиная с некоторого номера N все значения случайной величины X_n будут отличаться от Y не более, чем на ε .

XV. Сходимость по вероятности

Определение 33. *Говорят, что последовательность случайных величин $X_1, X_2, \dots$ сходится по вероятности к случайной величине Y тогда и только тогда, когда*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} p(|X_n - Y| > \varepsilon) = 0.$$

Сходимость по вероятности «не предполагает», что, начиная с некоторого номера N все значения случайной величины X_n будут отличаться от Y не более, чем на ε .

Утверждается лишь, что это событие становится все более вероятным, «более достоверным» событием.

XV. Сходимость по вероятности

Определение 33. *Говорят, что последовательность случайных величин $X_1, X_2, \dots$ сходится по вероятности к случайной величине Y тогда и только тогда, когда*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} p(|X_n - Y| > \varepsilon) = 0.$$

Сходимость по вероятности «не предполагает», что, начиная с некоторого номера N все значения случайной величины X_n будут отличаться от Y не более, чем на ε .

Иными словами, с ростом n исключения из «правила» $|X_n - Y| \leq \varepsilon$ становятся все менее вероятными (точнее, «все более невероятными»).

XV.1. Законы больших чисел

Как мы уже отмечали ранее, специфика теории вероятностей заключается в том, что ее выводы практически нельзя применить к результату единичного эксперимента, ее выводы имеет смысл применять, как правило, только к описанию результата множества экспериментов. Например, выводы астрологов нельзя применить ко всем без исключения людям, хотя понятно, что у людей, родившихся, например, весной, имеются «в среднем» некоторые отличия от тех, кто родился осенью. Но у отдельно взятого человека «предписанных» особенностей может и не оказаться. Мы рассмотрим несколько теорем, называемых «законы больших чисел» и «предельные теоремы теории вероятностей».

XV.2. Неравенство Чебышева

Теорема 27.

$$p(|X - \mathbf{M}[X]| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\mathbf{D}[X]}{\varepsilon^2}.$$

Без доказательства.

XV.3. Теорема Чебышева

Теорема 28. Пусть $X_1, X_2, X_3, \dots$ — попарно независимые случайные величины, причем их дисперсии ограничены в совокупности (т.е. существует такое число C , что для любого n имеет место неравенство $|\mathbf{D}[X_n]| < C$). Тогда для любого положительного числа ε вероятность события

$$\left| \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} - \frac{\mathbf{M}[X_1] + \dots + \mathbf{M}[X_n]}{n} \right| > \varepsilon$$

стремится к 0 при n стремящемся к бесконечности.

Без доказательства.

XV.4. Закон больших чисел

Теорема 29. Пусть $X_1, X_2, X_3 \dots$ — попарно независимые случайные величины с ограниченными в совокупности **дисперсиями**, и $\mathbf{M}[X_n] = a$ для любого n . Тогда случайная величина $\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$ **сходится по вероятности** к a .

Без доказательства.

XV.4. Закон больших чисел

Теорема 29. Пусть $X_1, X_2, X_3 \dots$ — попарно независимые случайные величины с ограниченными в совокупности **дисперсиями**, и $\mathbf{M}[X_n] = a$ для любого n . Тогда случайная величина $\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$ **сходится по вероятности** к a .

Вообще говоря, и в этой теореме, и в теореме Чебышева предполагается, что мы имеем дело с «бесконечномерной» случайной величиной $(X_1, X_2, \dots)$.

XV.4. Закон больших чисел

Теорема 29. Пусть $X_1, X_2, X_3 \dots$ — попарно независимые случайные величины с ограниченными в совокупности **дисперсиями**, и $\mathbf{M}[X_n] = a$ для любого n . Тогда случайная величина $\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$ **сходится по вероятности** к a .

Можно эту теорему применить и к случаю, когда X_n получаются, как результаты независимых последовательно проводимых «испытаний», то есть к случаю, когда X_n представляют собой измерения значения случайной величины (быть может, одной и той же, например, веса человека) на разных элементах генеральной совокупности при условии, что элементы генеральной совокупности выбираются случайным образом и выбор следующего элемента генеральной совокупности не зависит от того, какие элементы выбирались на предыдущих этапах.

XV.4. Закон больших чисел

Теорема 29. Пусть $X_1, X_2, X_3 \dots$ — попарно независимые случайные величины с ограниченными в совокупности **дисперсиями**, и $\mathbf{M}[X_n] = a$ для любого n . Тогда случайная величина $\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$ **сходится по вероятности** к a .

Для этого надо рассмотреть новую генеральную совокупность, состоящую из последовательностей элементов исходной генеральной совокупности, и каждой случайной величине X_n поставить в соответствие случайную величину X'_n , определенную правилом: $X'_n(u_1, u_2, u_3, \dots) = X_n(u_n)$, где $u_1, u_2, u_3, \dots$ — элементы исходной генеральной совокупности.

XV.5. Теорема Бернулли

Теорема 30. *Если m — частота наступления события A в серии из n испытаний, причём испытания независимы и вероятность появления события A постоянна и равна p , то относительная частота $\frac{m}{n}$ наступления события A в серии из n испытаний сходится по вероятности к p при n , стремящемся к бесконечности.*

Количество m наступлений события A в серии из n испытаний называется **частотой наступления события A** , а число $\frac{m}{n}$ — **относительной частотой наступления события A** .

Слишком много слов естественного языка...

XV.5. Теорема Бернулли

Теорема 30. Если m — частота наступления события A в серии из n испытаний, проводимых по **схеме Бернулли**, то $\frac{m}{n} \xrightarrow{p} p$.

Это стоит законспектировать...

XV.5. Теорема Бернулли

Теорема 30. Если m — частота наступления события A в серии из n испытаний, проводимых по **схеме Бернулли**, то $\frac{m}{n} \xrightarrow{p} p$.

Доказательство. Для каждого n обозначим через X_n случайную величину, равную 1, если A наступило при n -ном испытании, и равную 0, если A при n -ном испытании не наступило.

Много слов естественного языка...

XV.5. Теорема Бернулли

Теорема 30. Если m — частота наступления события A в серии из n испытаний, проводимых по **схеме Бернулли**, то $\frac{m}{n} \xrightarrow{p} p$.

Доказательство.

$$X_n(\omega) = \begin{cases} 0, & \text{если } A \text{ не наступило при } n\text{-ном испытании,} \\ 1, & \text{если } A \text{ наступило при } n\text{-ном испытании.} \end{cases}$$

XV.5. Теорема Бернулли

Теорема 30. Если m — частота наступления события A в серии из n испытаний, проводимых по **схеме Бернулли**, то $\frac{m}{n} \xrightarrow{p} p$.

Доказательство.

$$X_n(\omega) = \begin{cases} 0, & \text{если } A \text{ не наступило при } n\text{-ном испытании,} \\ 1, & \text{если } A \text{ наступило при } n\text{-ном испытании.} \end{cases}$$

Частота m наступления события A в серии из n испытаний равна $X_1 + X_2 + \dots + X_n$.

XV.5. Теорема Бернулли

Теорема 30. Если m — частота наступления события A в серии из n испытаний, проводимых по **схеме Бернулли**, то $\frac{m}{n} \xrightarrow{p} p$.

Доказательство.

$$X_n(\omega) = \begin{cases} 0, & \text{если } A \text{ не наступило при } n\text{-ном испытании,} \\ 1, & \text{если } A \text{ наступило при } n\text{-ном испытании.} \end{cases}$$

Частота m наступления события A в серии из n испытаний равна $X_1 + X_2 + \dots + X_n$.

По определению статистической вероятности для любого n имеет место равенство $p =$

XV.5. Теорема Бернулли

Теорема 30. Если m — частота наступления события A в серии из n испытаний, проводимых по **схеме Бернулли**, то $\frac{m}{n} \xrightarrow{p} p$.

Доказательство.

$$X_n(\omega) = \begin{cases} 0, & \text{если } A \text{ не наступило при } n\text{-ном испытании,} \\ 1, & \text{если } A \text{ наступило при } n\text{-ном испытании.} \end{cases}$$

Частота m наступления события A в серии из n испытаний равна $X_1 + X_2 + \dots + X_n$.

По определению статистической вероятности для любого n имеет место равенство $p = \mathbf{M}[X_n]$.

XV.5. Теорема Бернулли

Теорема 30. Если m — частота наступления события A в серии из n испытаний, проводимых по **схеме Бернулли**, то $\frac{m}{n} \xrightarrow{p} p$.

Доказательство.

$$X_n(\omega) = \begin{cases} 0, & \text{если } A \text{ не наступило при } n\text{-ном испытании,} \\ 1, & \text{если } A \text{ наступило при } n\text{-ном испытании.} \end{cases}$$

Частота m наступления события A в серии из n испытаний равна $X_1 + X_2 + \dots + X_n$.

По определению статистической вероятности для любого n имеет место равенство $p = \mathbf{M}[X_n]$.

Поэтому, в силу **закона больших чисел** относительная частота, равная $\frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$, сходится по вероятности к $p = \mathbf{M}[X_n]$.

Теорема доказана.

XV.6. Понятие о теореме Ляпунова

Теорема Ляпунова объясняет, почему нормальный закон распределения так часто встречается на практике, точнее, почему применение этого закона к вычислениям достаточно хорошо согласуется с практическими результатами.

XV.6. Понятие о теореме Ляпунова

Оказывается, если случайная величина Y является суммой большого количества случайных величин $X_1, X_2, \dots, X_n$, причем эти случайные величины попарно независимы, причем случайные величины X_k имеют конечные математические ожидания $\mathbf{M}[X_k]$ и дисперсии $\mathbf{D}[X_k]$, и «вклад» каждой из них в величину X достаточно мал (мы не будем здесь приводить корректную запись этого условия), то закон распределения случайной величины X близок к нормальному.

XVI. Основные понятия математической статистики

Термин «статистика» происходит от латинского *statut* — город. Объясняют это тем, что данная наука начиналась с попыток учесть доходы населения «*statut'a*», чтобы властитель мог собрать посильные подданным налоги. Интересовало статистику распределение значения некоторой величины — *варианты* или *признака*, среди элементов некоего множества — *генеральной совокупности*.

XVI. Основные понятия математической статистики

Термин «статистика» происходит от латинского *statut* — город. Объясняют это тем, что данная наука начиналась с попыток учесть доходы населения «*statut'a*», чтобы властитель мог собрать посильные подданным налоги. Интересовало статистику распределение значения некоторой величины — *варианты* или *признака*, среди элементов некоего множества — *генеральной совокупности*.

В силу невозможности непосредственно определить значение признака каждого элемента генеральной совокупности выделялось подмножество — **выборка**.

XVI. Основные понятия математической статистики

В дальнейшем круг задач математической статистики расширился.

XVI. Основные понятия математической статистики

В дальнейшем круг задач математической статистики расширился.

Интерес представляет и закон распределения СВ. В этом случае под **генеральной совокупностью** понимают всю область определения этой СВ.

XVI. Основные понятия математической статистики

В дальнейшем круг задач математической статистики расширился.

Интерес представляет и закон распределения СВ. В этом случае под **генеральной совокупностью** понимают всю область определения этой СВ.

Как правило, вероятности тех или иных событий выяснить априори не удастся. Предположения о значениях p , $\mathbf{M}[X]$ и т.п. делаются на основании результатов наблюдений. Мы сейчас ограничимся рассмотрением вопроса о изучении случайной величины по результатам «наблюдений».

XVI. Основные понятия математической статистики

Как правило, изучить всю генеральную совокупность не удастся — это либо физически невозможно, либо слишком дорого, либо бессмысленно —

XVI. Основные понятия математической статистики

Как правило, изучить всю генеральную совокупность не удастся — это либо физически невозможно, либо слишком дорого, либо бессмысленно —

если ОТК будет для каждого устройства выяснять срок безотказной работы «гоняя» его до поломки, то завод потребителям вообще не будет отсылать продукцию!

XVI. Основные понятия математической статистики

Как правило, изучить всю генеральную совокупность не удастся — это либо физически невозможно, либо слишком дорого, либо бессмысленно —

если ОТК будет для каждого устройства выяснять срок безотказной работы «гоняя» его до поломки, то завод потребителям вообще не будет отсылать продукцию!

Поэтому реально выбирается некоторое количество «объектов» — элементов генеральной совокупности, и значения случайной величины изучают на этом множестве.

XVI. Основные понятия математической статистики

Как правило, изучить всю генеральную совокупность не удастся — это либо физически невозможно, либо слишком дорого, либо бессмысленно —

если ОТК будет для каждого устройства выяснять срок безотказной работы «гоняя» его до поломки, то завод потребителям вообще не будет отсылать продукцию!

Поэтому реально выбирается некоторое количество «объектов» — элементов генеральной совокупности, и значения случайной величины изучают на этом множестве.

Это подмножество генеральной совокупности называется **выборкой**.

Количество элементов в выборке называется **объемом выборки**.

XVI. Основные понятия математической статистики

Методика отбора элементов в выборку представляет собой отдельную и довольно сложную задачу.

Выборка должна быть **репрезентативной**. Иначе говоря, ее свойства должны отражать свойства генеральной совокупности.

XVI. Основные понятия математической статистики

Методика отбора элементов в выборку представляет собой отдельную и довольно сложную задачу.

Выборка должна быть **репрезентативной**. Иначе говоря, ее свойства должны отражать свойства генеральной совокупности.

Понятно, что сделать абсолютно точные выводы о законе распределения случайной величины, ее математическом ожидании и т.п. на основании выборки даже очень большого объема невозможно — всегда остается шанс, что в выборке случайно подобралось слишком много «нетипичных» элементов. Поэтому *все получаемые выводы имеют вероятностный характер.*

XVI.1. Проблематика математической статистики

Перечислим некоторые из проблем, которыми занимается математическая статистика.

XVI.1. Проблематика математической статистики

- Разработка методов получения **оценок параметров закона распределения и сравнения этих оценок.**

Например, уже известных нам математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения, а также других характеристик.

XVI.1. Проблематика математической статистики

- Разработка методов получения **оценок параметров закона распределения и сравнения этих оценок.**
- Разработка, совершенствование и сравнение различных методов изучения **отношений между компонентами многомерного распределения:** зависимы ли эти компоненты, вид и характер зависимости.

XVI.1. Проблематика математической статистики

- Разработка методов получения **оценок параметров закона распределения и сравнения этих оценок.**
- Разработка, совершенствование и сравнение различных методов изучения **отношений между компонентами многомерного распределения:** зависимы ли эти компоненты, вид и характер зависимости.
- Разработка, совершенствование и сравнение различных методов для выяснения, **согласуются ли данные эксперимента с гипотезой о конкретном виде закона распределения.**

XVI.2. Вариационный ряд и вариационная матрица

XVI.2. Вариационный ряд и вариационная матрица

Обычно результаты выборки для одномерной случайной величины представляют в виде **вариационного ряда**:

x_1	x_2	$\dots$	x_k
m_1	m_2	$\dots$	m_k

где m_i — так называемая **частота события** $X(\omega) = x_i$, то есть количество наступлений этого события в выборке.

XVI.2. Вариационный ряд и вариационная матрица

Обычно результаты выборки для одномерной случайной величины представляют в виде **вариационного ряда**:

x_1	x_2	$\dots$	x_k
m_1	m_2	$\dots$	m_k

где m_i — так называемая **частота события** $X(\omega) = x_i$, то есть количество наступлений этого события в выборке.

Для двумерной случайной величины применяется **вариационная матрица**.

Здесь m_{ij} — частота появления события $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	x_1	x_2	$\dots$	x_p
y_1	m_{11}	m_{21}	$\dots$	m_{p1}
y_2	m_{12}	m_{22}	$\dots$	m_{p2}
$\dots$			$\dots$	
y_q	m_{1q}	m_{2q}	$\dots$	m_{pq}

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Одна из важнейших задач математической статистики (МС) — оценка параметров неизвестного закона распределения СВ.

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Одна из важнейших задач математической статистики (МС) — оценка параметров неизвестного закона распределения СВ.

Существует два основных типа оценок параметров распределения случайной величины (т.е. математического ожидания, дисперсии и т.п.) — точечные и интервальные.

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Одна из важнейших задач математической статистики (МС) — оценка параметров неизвестного закона распределения СВ.

Существует два основных типа оценок параметров распределения случайной величины (т.е. математического ожидания, дисперсии и т.п.) — точечные и интервальные.

В первом случае мы ставим своей задачей получение *приближенного значения* интересующего нас параметра,

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Одна из важнейших задач математической статистики (МС) — оценка параметров неизвестного закона распределения СВ.

Существует два основных типа оценок параметров распределения случайной величины (т.е. математического ожидания, дисперсии и т.п.) — точечные и интервальные.

В первом случае мы ставим своей задачей получение *приближенного значения* интересующего нас параметра,

а во втором — получить такой *интервал значений*, в который с заданной вероятностью попадает интересующий нас параметр (см. **лабораторную работу**).

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Механизм получения и исследования таких оценок основан на переходе от «старой» генеральной совокупности Ω , на которой распределена случайная величина X , к «новой» генеральной совокупности Ω' , состоящей из выборок элементов «старой» генеральной совокупности Ω .

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Механизм получения и исследования таких оценок основан на переходе от «старой» генеральной совокупности Ω , на которой распределена случайная величина X , к «новой» генеральной совокупности Ω' , состоящей из выборок элементов «старой» генеральной совокупности Ω .

Точечная оценка параметра θ

Обычно θ — это математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение и т.п.

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Механизм получения и исследования таких оценок основан на переходе от «старой» генеральной совокупности Ω , на которой распределена случайная величина X , к «новой» генеральной совокупности Ω' , состоящей из выборок элементов «старой» генеральной совокупности Ω .

Точечная оценка параметра θ каждой выборке элементов из Ω , то есть элементу множества Ω' , ставит в соответствие некоторое число.

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Механизм получения и исследования таких оценок основан на переходе от «старой» генеральной совокупности Ω , на которой распределена случайная величина X , к «новой» генеральной совокупности Ω' , состоящей из выборок элементов «старой» генеральной совокупности Ω .

Точечная оценка параметра θ каждой выборке элементов из Ω , то есть элементу множества Ω' , ставит в соответствие некоторое число.

Таким образом точечная оценка представляет собой *функцию* θ_B с областью определения Ω' .

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Механизм получения и исследования таких оценок основан на переходе от «старой» генеральной совокупности Ω , на которой распределена случайная величина X , к «новой» генеральной совокупности Ω' , состоящей из выборок элементов «старой» генеральной совокупности Ω .

Точечная оценка параметра θ каждой выборке элементов из Ω , то есть элементу множества Ω' , ставит в соответствие некоторое число.

Таким образом точечная оценка представляет собой *функцию* θ_B с областью определения Ω' .

Тогда θ_B можно рассматривать, как *случайную величину*, определенную на генеральной совокупности Ω' .

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Механизм получения и исследования таких оценок основан на переходе от «старой» генеральной совокупности Ω , на которой распределена случайная величина X , к «новой» генеральной совокупности Ω' , состоящей из выборок элементов «старой» генеральной совокупности Ω .

Точечная оценка параметра θ каждой выборке элементов из Ω , то есть элементу множества Ω' , ставит в соответствие некоторое число.

Таким образом точечная оценка представляет собой *функцию* θ_B с областью определения Ω' .

Тогда θ_B можно рассматривать, как *случайную величину*, определенную на генеральной совокупности Ω' .

Согласно теореме Ляпунова закон распределения величины θ_B близок к нормальному, что облегчает работу со случайной величиной θ_B .

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Например, пусть X — рост студента.

Здесь генеральная совокупность Ω — множество студентов.

Не будем уточнять, каких именно студентов: студентов данного вуза или города, студентов данного возраста и т.п.

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Например, пусть X — рост студента.

Здесь генеральная совокупность Ω — множество студентов.

Посмотрим, как можно оценить средний рост студента, то есть величину $\mathbf{M}[X]$. Иными словами, в качестве θ взяли $\mathbf{M}[X]$.

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Например, пусть X — рост студента.

Здесь генеральная совокупность Ω — множество студентов.

Посмотрим, как можно оценить средний рост студента, то есть величину $\mathbf{M}[X]$. Иными словами, в качестве θ взяли $\mathbf{M}[X]$.

Пусть ω' — множество, состоящее из n произвольных студентов, где n достаточно велико.

В качестве оценки величины θ можно взять

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Например, пусть X — рост студента.

Здесь генеральная совокупность Ω — множество студентов.

Посмотрим, как можно оценить средний рост студента, то есть величину $\mathbf{M}[X]$. Иными словами, в качестве θ взяли $\mathbf{M}[X]$.

Пусть ω' — множество, состоящее из n произвольных студентов, где n достаточно велико.

В качестве оценки величины θ можно взять

либо $\overline{X}(\omega')$, то есть среднее арифметическое роста произвольных n студентов,

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Например, пусть X — рост студента.

Здесь генеральная совокупность Ω — множество студентов.

Посмотрим, как можно оценить средний рост студента, то есть величину $\mathbf{M}[X]$. Иными словами, в качестве θ взяли $\mathbf{M}[X]$.

Пусть ω' — множество, состоящее из n произвольных студентов, где n достаточно велико.

В качестве оценки величины θ можно взять

либо $\overline{X}(\omega')$, то есть среднее арифметическое роста произвольных n студентов,

либо полусумму роста самого высокого и самого низкого студента из ω' ,

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

Например, пусть X — рост студента.

Здесь генеральная совокупность Ω — множество студентов.

Посмотрим, как можно оценить средний рост студента, то есть величину $\mathbf{M}[X]$. Иными словами, в качестве θ взяли $\mathbf{M}[X]$.

Пусть ω' — множество, состоящее из n произвольных студентов, где n достаточно велико.

В качестве оценки величины θ можно взять

либо $\overline{X}(\omega')$, то есть среднее арифметическое роста произвольных n студентов,

либо полусумму роста самого высокого и самого низкого студента из ω' ,

либо рост такого студента из ω' , что число студентов из ω' , которые выше него, равно числу студентов из ω' более низкого роста.

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

В этом случае Ω' представляет собой множество всех непустых подмножеств множества Ω , а θ_V — соответствующая функция.

Если выборка ω' состояла из пяти студентов роста 170, 175, 178, 183, 190 сантиметров, то для перечисленных выше функций получаем:

XVI.3. Оценки параметров распределения случайной величины: постановка задачи

В этом случае Ω' представляет собой множество всех непустых подмножеств множества Ω , а θ_B — соответствующая функция.

Если выборка ω' состояла из пяти студентов роста 170, 175, 178, 183, 190 сантиметров, то для перечисленных выше функций получаем:

$$\begin{cases} \theta'_B(\omega') = \overline{X}(\omega') = \frac{170 + 175 + 178 + 183 + 190}{5} = \frac{896}{5} = 179.2, \\ \theta''_B(\omega') = \frac{170 + 190}{2} = \frac{896}{5} = 180, \\ \theta'''_B(\omega') = 178. \end{cases}$$

XVI.4. Точечные оценки

XVI.4. Точечные оценки

Обсудим сначала одну из таких оценок — оценку вероятности появления события $X(\omega) = x_k$, где ω — элемент генеральной совокупности Ω .

XVI.4. Точечные оценки

Обсудим сначала одну из таких оценок — оценку вероятности появления события $X(\omega) = x_k$, где ω — элемент генеральной совокупности Ω .

Пусть объем выборки равен n .

XVI.4. Точечные оценки

Обсудим сначала одну из таких оценок — оценку вероятности появления события $X(\omega) = x_k$, где ω — элемент генеральной совокупности Ω .

Пусть объем выборки равен n .

Для каждой варианты x_k случайной величины X количество n_k ее появлений в этой выборке называется **частотой наступления события** $X(\omega) = x_k$ в этой выборке.

XVI.4. Точечные оценки

Обсудим сначала одну из таких оценок — оценку вероятности появления события $X(\omega) = x_k$, где ω — элемент генеральной совокупности Ω .

Пусть объем выборки равен n .

Для каждой варианты x_k случайной величины X количество n_k ее появлений в этой выборке называется **частотой наступления события** $X(\omega) = x_k$ в этой выборке.

Рассмотрим событие $X(\omega) = x_k$. Мы имеем серию из n независимых испытаний, причем вероятность наступления события $X(\omega) = x_k$ в каждом из них постоянна и равна p_k .

XVI.4. Точечные оценки

Обсудим сначала одну из таких оценок — оценку вероятности появления события $X(\omega) = x_k$, где ω — элемент генеральной совокупности Ω .

Пусть объем выборки равен n .

Для каждой варианты x_k случайной величины X количество n_k ее появлений в этой выборке называется **частотой наступления события** $X(\omega) = x_k$ в этой выборке.

Рассмотрим событие $X(\omega) = x_k$. Мы имеем серию из n независимых испытаний, причем вероятность наступления события $X(\omega) = x_k$ в каждом из них постоянна и равна p_k .

Таким образом, мы имеем серию испытаний, проводимых по схеме Бернулли.

Как нам уже известно, математическое ожидание количества наступлений этого события равно np_k .

XVI.4. Точечные оценки

Обсудим сначала одну из таких оценок — оценку вероятности появления события $X(\omega) = x_k$, где ω — элемент генеральной совокупности Ω .

Пусть объем выборки равен n .

Для каждой варианты x_k случайной величины X количество n_k ее появлений в этой выборке называется **частотой наступления события** $X(\omega) = x_k$ в этой выборке.

Рассмотрим событие $X(\omega) = x_k$. Мы имеем серию из n независимых испытаний, причем вероятность наступления события $X(\omega) = x_k$ в каждом из них постоянна и равна p_k .

Таким образом, мы имеем серию испытаний, проводимых по схеме Бернулли.

Как нам уже известно, математическое ожидание количества наступлений этого события равно np_k .

XVI.4. Точечные оценки

С другой стороны, в нашем эксперименте оно наступило n_k раз.

XVI.4. Точечные оценки

С другой стороны, в нашем эксперименте оно наступило n_k раз.

Мы будем считать, что n достаточно велико, поэтому есть все основания считать, что n_k достаточно близко к np_k .

XVI.4. Точечные оценки

С другой стороны, в нашем эксперименте оно наступило n_k раз.

Мы будем считать, что n достаточно велико, поэтому есть все основания считать, что n_k достаточно близко к np_k .

Следовательно, можно считать $n_k \approx np_k$,

откуда $p_k \approx \frac{n_k}{n}$.

XVI.4. Точечные оценки

С другой стороны, в нашем эксперименте оно наступило n_k раз.

Мы будем считать, что n достаточно велико, поэтому есть все основания считать, что n_k достаточно близко к np_k .

Следовательно, можно считать $n_k \approx np_k$,

откуда $p_k \approx \frac{n_k}{n}$.

Величина $\frac{n_k}{n}$ называется **относительной частотой наступления события** $X(\omega) = x_k$.

XVI.4. Точечные оценки

С другой стороны, в нашем эксперименте оно наступило n_k раз.

Мы будем считать, что n достаточно велико, поэтому есть все основания считать, что n_k достаточно близко к np_k .

Следовательно, можно считать $n_k \approx np_k$,

откуда $p_k \approx \frac{n_k}{n}$.

Величина $\frac{n_k}{n}$ называется **относительной частотой наступления события** $X(\omega) = x_k$.

Это самая распространенная точечная оценка вероятности. Ее свойства дублируют соответствующие **свойства вероятности**.

XVI.4. Точечные оценки

Требования предъявляемые к точечным оценкам:

XVI.4. Точечные оценки

- несмещенность (смещенность);
- состоятельность (несостоятельность);
- эффективность (неэффективность).

XVI.4. Точечные оценки

- несмещенность (смещенность);
- состоятельность (несостоятельность);
- эффективность (неэффективность).

Выборочная оценка θ_B параметра θ случайной величины X генеральной совокупности называется **несмещенной**, если $\mathbf{M}[\theta_B] = \theta$.

XVI.4. Точечные оценки

- несмещенность (смещенность);
- состоятельность (несостоятельность);
- эффективность (неэффективность).

Выборочная оценка θ_B параметра θ случайной величины X генеральной совокупности называется **несмещенной**, если $\mathbf{M}[\theta_B] = \theta$.

Поясним эту формулу. Рассмотрим новую генеральную совокупность — множество *выборок*.

XVI.4. Точечные оценки

- несмещенность (смещенность);
- состоятельность (несостоятельность);
- эффективность (неэффективность).

Выборочная оценка θ_B параметра θ случайной величины X генеральной совокупности называется **несмещенной**, если $\mathbf{M}[\theta_B] = \theta$.

Поясним эту формулу. Рассмотрим новую генеральную совокупность — множество *выборок*. Каждой выборке ω^n объема n соответствует свое значение параметра $\theta_B(\omega^n)$.

XVI.4. Точечные оценки

- несмещенность (смещенность);
- состоятельность (несостоятельность);
- эффективность (неэффективность).

Выборочная оценка θ_B параметра θ случайной величины X генеральной совокупности называется **несмещенной**, если $\mathbf{M}[\theta_B] = \theta$.

Поясним эту формулу. Рассмотрим новую генеральную совокупность — множество *выборок*. Каждой выборке ω^n объема n соответствует свое значение параметра $\theta_B(\omega^n)$.

Следовательно, θ_B — это случайная величина, определенная на новой генеральной совокупности — множестве выборок.

XVI.4. Точечные оценки

- несмещенность (смещенность);
- состоятельность (несостоятельность);
- эффективность (неэффективность).

Выборочная оценка θ_B параметра θ случайной величины X генеральной совокупности называется **несмещенной**, если $\mathbf{M}[\theta_B] = \theta$.

Поясним эту формулу. Рассмотрим новую генеральную совокупность — множество *выборок*. Каждой выборке ω^n объема n соответствует свое значение параметра $\theta_B(\omega^n)$.

Следовательно, θ_B — это случайная величина, определенная на новой генеральной совокупности — множестве выборок.

Несмещенность параметра θ_B означает, что $\mathbf{M}[\theta_B] = \theta$, то есть при увеличении количества выборок «среднее» значение θ_B сходится по вероятности к θ .

XVI.4. Точечные оценки

Состоятельность параметра θ_V означает, что при увеличении объема выборки случайная величина θ_V , определенная на множестве всех выборок, сходится по вероятности к θ .

XVI.4. Точечные оценки

Состоятельность параметра θ_B означает, что при увеличении объема выборки случайная величина θ_B , определенная на множестве всех выборок, сходится по вероятности к θ .

Состоятельность и несмещенность представляют собой существенно разные характеристики параметра θ_B .

XVI.4. Точечные оценки

Состоятельность параметра θ_B означает, что при увеличении объема выборки случайная величина θ_B , определенная на множестве всех выборок, сходится по вероятности к θ .

Состоятельность и несмещенность представляют собой существенно разные характеристики параметра θ_B .

Дело в том, что

при проверке на несмещенность объемы выборок могут не изменяться (увеличивается *количество выборок*),

а при проверке на состоятельность необходимо увеличивать *объем* выборки.

XVI.4. Точечные оценки

Состоятельность параметра θ_B означает, что при увеличении объема выборки случайная величина θ_B , определенная на множестве всех выборок, сходится по вероятности к θ .

Состоятельность и несмещенность представляют собой существенно разные характеристики параметра θ_B .

Дело в том, что

при проверке на несмещенность объемы выборок могут не изменяться (увеличивается *количество выборок*),

а при проверке на состоятельность необходимо увеличивать *объем* выборки.

Например, дисперсия выборки представляет собой смещенную, но состоятельную оценку дисперсии исходной случайной величины.

XVI.4. Точечные оценки

Несмещенная оценка θ_B параметра θ называется **эффективной**, если она имеет наименьшую дисперсию среди всех возможных несмещенных оценок параметра θ , то есть оценка θ_B эффективна, если ее дисперсия минимальна.

XVI.4. Точечные оценки

Точечными оценками математического ожидания $\mathbf{M}[X]$ являются среднее арифметическое $\overline{X}$ значений случайной величины в выборке (называемое выборочной средней),

среднее арифметическое «крайних» из возникших в выборке значений величины X и т.п.

Чаще всего в качестве точечной оценки математического ожидания $\mathbf{M}[X]$ берут выше упомянутую величину $\overline{X}$ — среднее арифметическое значений величины X в выборке.

Эта оценка является состоятельной и несмещенной.

XVI.4. Точечные оценки

В качестве точечной оценки дисперсии $\mathbf{D}[X]$ можно взять величину $\mathbf{D}_v[X] = \overline{(X - \bar{X})^2}$ (называемую **выборочной дисперсией**).

Эта оценка является состоятельной, но смещенной.

Несмещенной оценкой дисперсии для выборки объема n является величина $\mathbf{D}_{\text{н.см.}}[X] = \frac{n}{n-1} \mathbf{D}_v[X]$.

Таким образом при больших n выборочная дисперсия мало отличается от несмещенной оценки дисперсии.

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

Пусть θ_B — некоторая точечная оценка параметра θ закона распределения случайной величины X . Тогда интервал $(\theta_B - t, \theta_B + t)$ называется **доверительным интервалом**, покрывающим параметр θ с надежностью β , если вероятность события $\theta_B - t < \theta(\omega^n) < \theta_B + t$ равна β .

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

Пусть θ_B — некоторая точечная оценка параметра θ закона распределения случайной величины X . Тогда интервал $(\theta_B - t, \theta_B + t)$ называется **доверительным интервалом**, покрывающим параметр θ с надежностью β , если вероятность события $\theta_B - t < \theta(\omega^n) < \theta_B + t$ равна β .

Отметим, что, поскольку θ_B является случайной величиной, определенной на множестве *выборок*, то θ_B меняется от выборки к выборке. Следовательно, концы доверительного интервала представляют собой случайные величины, и поэтому правильнее говорить не о вероятности того, что параметр θ *попадет в доверительный интервал*, а о вероятности того, что доверительный интервал *накроет параметр θ* .

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

Мы рассмотрим способ нахождения доверительного интервала для математического ожидания.

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

Мы рассмотрим способ нахождения доверительного интервала для математического ожидания.

Рассмотрим новую генеральную совокупность — совокупность выборок.

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

Мы рассмотрим способ нахождения доверительного интервала для математического ожидания.

Рассмотрим новую генеральную совокупность — совокупность выборок.

Средняя выборочная является случайной величиной, распределенной на элементах этой новой генеральной совокупности (совокупности выборок).

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

Мы рассмотрим способ нахождения доверительного интервала для математического ожидания.

Рассмотрим новую генеральную совокупность — совокупность выборок.

Средняя выборочная является случайной величиной, распределенной на элементах этой новой генеральной совокупности (совокупности выборок).

Отметим, что хотя о законе распределения исходной величины X нам сейчас ничего не известно, тем не менее мы можем сделать некоторые выводы о законе распределения выборочной средней $\bar{X}$ на множестве выборок. А именно, по теореме Ляпунова, закон распределения случайной величины $\bar{X}$ близок к нормальному закону.

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

Осталось найти параметры

a — математическое ожидание величины $\overline{X}$

и σ — среднеквадратическое отклонение случайной величины $\overline{X}$.

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

Осталось найти параметры

a — математическое ожидание величины $\bar{X}$

и σ — среднеквадратическое отклонение случайной величины $\bar{X}$.

Интуитивно понятно (это можно строго доказать), что $\mathbf{M}[\bar{X}] = \mathbf{M}[X]$.

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

Осталось найти параметры

a — математическое ожидание величины $\bar{X}$

и σ — среднеквадратическое отклонение случайной величины $\bar{X}$.

Интуитивно понятно (это можно строго доказать), что $\mathbf{M}[\bar{X}] = \mathbf{M}[X]$.

Кроме того, интуитивно понятно, что $\sigma[\bar{X}] < \sigma[X]$.

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

Осталось найти параметры

a — математическое ожидание величины $\overline{X}$

и σ — среднеквадратическое отклонение случайной величины $\overline{X}$.

Интуитивно понятно (это можно строго доказать), что $\mathbf{M}[\overline{X}] = \mathbf{M}[X]$.

Кроме того, интуитивно понятно, что $\sigma[\overline{X}] < \sigma[X]$.

В самом деле, пусть X , например, это рост взрослого человека.

Разброс роста у человека достаточно велик и достигает нескольких десятков сантиметров, поэтому $\sigma[X]$ равен, по-видимому, примерно 10 сантиметров.

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

Но если мы будем сравнивать средний рост в группах по несколько человек, то, как правило, «выбросы» в величине роста отдельных людей будут в значительной степени компенсироваться другими членами группы.

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

Но если мы будем сравнивать средний рост в группах по несколько человек, то, как правило, «выбросы» в величине роста отдельных людей будут в значительной степени компенсироваться другими членами группы.

Люди с ростом порядка 1.9 метра встречаются нередко, но маловероятно, чтобы в группе из 10 человек *средний* рост оказался равным 1.9 метра.

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

Но если мы будем сравнивать средний рост в группах по несколько человек, то, как правило, «выбросы» в величине роста отдельных людей будут в значительной степени компенсироваться другими членами группы.

Люди с ростом порядка 1.9 метра встречаются нередко, но маловероятно, чтобы в группе из 10 человек *средний* рост оказался равным 1.9 метра.

Таким образом «разброс» величины $\bar{X}$ значительно меньше, чем у величины X .

XVI.5. Интервальные оценки: доверительный интервал

Но если мы будем сравнивать средний рост в группах по несколько человек, то, как правило, «выбросы» в величине роста отдельных людей будут в значительной степени компенсироваться другими членами группы.

Люди с ростом порядка 1.9 метра встречаются нередко, но маловероятно, чтобы в группе из 10 человек *средний* рост оказался равным 1.9 метра.

Таким образом «разброс» величины $\bar{X}$ значительно меньше, чем у величины X .

Оказывается, что $\mathbf{D}[\bar{X}] = \frac{1}{n}\mathbf{D}[X]$, где n — объем выборки.

Плохо то, что $\mathbf{D}[X]$ нам неизвестна.

XVI.5.1. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при известном σ

XVI.5.1. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при известном σ

Будем считать, что закон распределения случайной величины $\bar{X}$ на генеральной совокупности выборки объема n является нормальным.

XVI.5.1. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при известном σ

Будем считать, что закон распределения случайной величины $\bar{X}$ на генеральной совокупности выборки объема n является нормальным.

Согласно теореме Ляпунова при больших значениях n это не должно существенно сказаться на адекватности полученных результатов.

XVI.5.1. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при известном σ

Будем считать, что закон распределения случайной величины $\bar{X}$ на генеральной совокупности выборки объема n является нормальным.

Пусть среднее квадратическое отклонение известно.

XVI.5.1. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при известном σ

Будем считать, что закон распределения случайной величины $\bar{X}$ на генеральной совокупности выборки объема n является нормальным.

Пусть среднее квадратическое отклонение известно.

При достаточно больших n в качестве σ можно взять выборочное среднее квадратическое отклонение (при больших n смещенная и несмещенная оценки среднего квадратического отклонения почти совпадают).

XVI.5.1. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при известном σ

Будем считать, что закон распределения случайной величины $\bar{X}$ на генеральной совокупности выборки объема n является нормальным.

Пусть среднее квадратическое отклонение известно.

Используя нечетность **функции Φ** , получаем соотношение

XVI.5.1. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при известном σ

Будем считать, что закон распределения случайной величины $\bar{X}$ на генеральной совокупности выборок объема n является нормальным.

Пусть среднее квадратическое отклонение известно.

Используя нечетность **функции Φ** , получаем соотношение

$$\beta = p(\bar{X} - t < \mathbf{M}[X] < \bar{X} + t) =$$

XVI.5.1. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при известном σ

Будем считать, что закон распределения случайной величины $\bar{X}$ на генеральной совокупности выборок объема n является нормальным.

Пусть среднее квадратическое отклонение известно.

Используя нечетность **функции Φ** , получаем соотношение

$$\begin{aligned}\beta &= p(\bar{X} - t < \mathbf{M}[X] < \bar{X} + t) = \\ &= F_{\bar{X}}(a + t) - F_{\bar{X}}(a - t) =\end{aligned}$$

XVI.5.1. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при известном σ

Будем считать, что закон распределения случайной величины $\bar{X}$ на генеральной совокупности выборки объема n является нормальным.

Пусть среднее квадратическое отклонение известно.

Используя нечетность **функции Φ** , получаем соотношение

$$\begin{aligned}\beta &= p(\bar{X} - t < \mathbf{M}[X] < \bar{X} + t) = \\ &= F_{\bar{X}}(a + t) - F_{\bar{X}}(a - t) = \Phi\left(\frac{a + t - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a - t - a}{\sigma}\right) =\end{aligned}$$

XVI.5.1. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при известном σ

Будем считать, что закон распределения случайной величины $\bar{X}$ на генеральной совокупности выборок объема n является нормальным.

Пусть среднее квадратическое отклонение известно.

Используя нечетность **функции Φ** , получаем соотношение

$$\begin{aligned}\beta &= p(\bar{X} - t < \mathbf{M}[X] < \bar{X} + t) = \\ &= F_{\bar{X}}(a + t) - F_{\bar{X}}(a - t) = \Phi\left(\frac{a + t - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a - t - a}{\sigma}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{t}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{-t}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{t}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{t}{\sigma}\right) = 2\Phi\left(\frac{t}{\sigma}\right).\end{aligned}$$

XVI.5.1. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при известном σ

Будем считать, что закон распределения случайной величины $\bar{X}$ на генеральной совокупности выборок объема n является нормальным.

Пусть среднее квадратическое отклонение известно.

Используя нечетность **функции Φ** , получаем соотношение

$$\begin{aligned}\beta &= p(\bar{X} - t < \mathbf{M}[X] < \bar{X} + t) = \\ &= F_{\bar{X}}(a + t) - F_{\bar{X}}(a - t) = \Phi\left(\frac{a + t - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a - t - a}{\sigma}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{t}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{-t}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{t}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{t}{\sigma}\right) = 2\Phi\left(\frac{t}{\sigma}\right).\end{aligned}$$

Из этого уравнения, пользуясь **таблицей значений функции Φ** , можно найти искомый параметр t .

XVI.5.1. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при известном σ

Будем считать, что закон распределения случайной величины $\bar{X}$ на генеральной совокупности выборок объема n является нормальным.

Пусть среднее квадратическое отклонение известно.

Используя нечетность **функции Φ** , получаем соотношение

$$\begin{aligned}\beta &= p(\bar{X} - t < \mathbf{M}[X] < \bar{X} + t) = \\ &= F_{\bar{X}}(a + t) - F_{\bar{X}}(a - t) = \Phi\left(\frac{a + t - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a - t - a}{\sigma}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{t}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{-t}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{t}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{t}{\sigma}\right) = 2\Phi\left(\frac{t}{\sigma}\right).\end{aligned}$$

Из этого уравнения, пользуясь **таблицей значений функции Φ** , можно найти искомый параметр t .

Рассмотрим пример?

XVI.5.2. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при неизвестном σ

XVI.5.2. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при неизвестном σ

Пусть случайная величина X распределена на генеральной совокупности Ω по нормальному закону.

XVI.5.2. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при неизвестном σ

Пусть случайная величина X распределена на генеральной совокупности Ω по нормальному закону.

В предыдущем случае, при известном σ , мы вместо этого пользовались несколько более слабым требованием нормальности закона распределения величины $\overline{X}$, определенной на генеральной совокупности *выборки* элементов из Ω , имеющих объем n .

XVI.5.2. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при неизвестном σ

Пусть случайная величина X распределена на генеральной совокупности Ω по нормальному закону.

На множестве Ω' *выборок* объема n элементов из Ω определены случайные величины $\bar{X}$ и S , где для $\omega' \in \Omega'$ (ω' — это подмножество множества Ω , состоящее из n элементов) имеем $S^2(\omega') = \mathbf{D}_{\text{н.см.}}(\omega) = \frac{n}{n-1} \cdot \mathbf{D}_{\text{в}}[\omega']$.

XVI.5.2. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при неизвестном σ

Пусть случайная величина X распределена на генеральной совокупности Ω по нормальному закону.

На множестве Ω' *выборок* объема n элементов из Ω определены случайные величины $\bar{X}$ и S , где для $\omega' \in \Omega'$ (ω' — это подмножество множества Ω , состоящее из n элементов) имеем $S^2(\omega') = \mathbf{D}_{\text{н.см.}}(\omega) = \frac{n}{n-1} \cdot \mathbf{D}_{\text{в}}[\omega']$.

Оказывается, случайная величина $T = \frac{\bar{X} - a}{S/\sqrt{n}}$ имеет на генеральной совокупности Ω' так называемое **распределение Стьюдента**.

XVI.5.2. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при неизвестном σ

Пусть случайная величина X распределена на генеральной совокупности Ω по нормальному закону.

На множестве Ω' *выборок* объема n элементов из Ω определены случайные величины $\bar{X}$ и S , где для $\omega' \in \Omega'$ (ω' — это подмножество множества Ω , состоящее из n элементов) имеем $S^2(\omega') = \mathbf{D}_{\text{н.см.}}(\omega) = \frac{n}{n-1} \cdot \mathbf{D}_{\text{в}}[\omega']$.

Оказывается, случайная величина $T = \frac{\bar{X} - a}{S/\sqrt{n}}$ имеет на генеральной совокупности Ω' так называемое **распределение Стьюдента**.

В законе Стьюдента в качестве математического ожидания и σ обычно берут соответствующие точечные оценки:

XVI.5.2. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при неизвестном σ

Пусть случайная величина X распределена на генеральной совокупности Ω по нормальному закону.

На множестве Ω' выборок объема n элементов из Ω определены случайные величины $\bar{X}$ и S , где для $\omega' \in \Omega'$ (ω' — это подмножество множества Ω , состоящее из n элементов) имеем $S^2(\omega') = \mathbf{D}_{\text{н.см.}}(\omega) = \frac{n}{n-1} \cdot \mathbf{D}_{\text{в}}[\omega']$.

Оказывается, случайная величина $T = \frac{\bar{X} - a}{S/\sqrt{n}}$ имеет на генеральной совокупности Ω' так называемое **распределение Стьюдента**.

В законе Стьюдента в качестве математического ожидания и σ обычно берут соответствующие точечные оценки:

полагают $a = \bar{X}$,

XVI.5.2. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания при неизвестном σ

Пусть случайная величина X распределена на генеральной совокупности Ω по нормальному закону.

На множестве Ω' выборок объема n элементов из Ω определены случайные величины $\bar{X}$ и S , где для $\omega' \in \Omega'$ (ω' — это подмножество множества Ω , состоящее из n элементов) имеем $S^2(\omega') = \mathbf{D}_{\text{н.см.}}(\omega) = \frac{n}{n-1} \cdot \mathbf{D}_{\text{в}}[\omega']$.

Оказывается, случайная величина $T = \frac{\bar{X} - a}{S/\sqrt{n}}$ имеет на генеральной совокупности Ω' так называемое **распределение Стьюдента**.

В законе Стьюдента в качестве математического ожидания и σ обычно берут соответствующие точечные оценки:

полагают $a = \bar{X}$,

и, учитывая отмеченное выше соотношение, $\sigma = \frac{1}{n} \sqrt{\mathbf{D}_{\text{н.см.}}[X]}$.

XVI.6. Критерии согласия

XVI.6. Критерии согласия

В данном разделе речь пойдет о статистической проверке статистических гипотез. Точнее, речь пойдет о некоторых методах, позволяющих выяснить, согласуются ли (разумеется, с некоторой вероятностью) результаты анализа выборки с той или иной гипотезой о распределении случайной величины.

XVI.6. Критерии согласия

В данном разделе речь пойдет о статистической проверке статистических гипотез. Точнее, речь пойдет о некоторых методах, позволяющих выяснить, согласуются ли (разумеется, с некоторой вероятностью) результаты анализа выборки с той или иной гипотезой о распределении случайной величины.

Такие методы, позволяющие оценить «уровень согласования» полученного в результате эксперимента вариационного ряда с гипотезой о виде закона распределения этой случайной величины называют **критериями согласия**.

XVI.6. Критерии согласия

В данном разделе речь пойдет о статистической проверке статистических гипотез. Точнее, речь пойдет о некоторых методах, позволяющих выяснить, согласуются ли (разумеется, с некоторой вероятностью) результаты анализа выборки с той или иной гипотезой о распределении случайной величины.

Такие методы, позволяющие оценить «уровень согласования» полученного в результате эксперимента вариационного ряда с гипотезой о виде закона распределения этой случайной величины называют **критериями согласия**.

Мы рассмотрим только ситуацию, когда гипотеза относится к закону распределения случайной величины, этот материал иллюстрируется **лабораторной работой**.

XVI.6. Критерии согласия

Информация о виде функции распределения и о ее параметрах является наиболее полной характеристикой этой случайной величины. Допустим, что из некоторых соображений мы сделали предположение о виде функции распределения $F_X(x)$. Получив одну или несколько выборок, можно сделать вывод о том, противоречат ли результаты эксперимента нашему предположению о виде $F_X(x)$, или наоборот, согласуются с этим предположением.

XVI.6. Критерии согласия

Информация о виде функции распределения и о ее параметрах является наиболее полной характеристикой этой случайной величины. Допустим, что из некоторых соображений мы сделали предположение о виде функции распределения $F_X(x)$. Получив одну или несколько выборок, можно сделать вывод о том, противоречат ли результаты эксперимента нашему предположению о виде $F_X(x)$, или наоборот, согласуются с этим предположением.

Например, интуитивно понятно, что вариационный ряд

x_i	0	1	2	3
n_i	10	1	2	8

вряд ли мог получиться, если случайная величина X распределена по биномиальному закону, поскольку

XVI.6. Критерии согласия

Информация о виде функции распределения и о ее параметрах является наиболее полной характеристикой этой случайной величины. Допустим, что из некоторых соображений мы сделали предположение о виде функции распределения $F_X(x)$. Получив одну или несколько выборок, можно сделать вывод о том, противоречат ли результаты эксперимента нашему предположению о виде $F_X(x)$, или наоборот, согласуются с этим предположением.

Например, интуитивно понятно, что вариационный ряд

x_i	0	1	2	3
n_i	10	1	2	8

вряд ли мог получиться, если случайная величина X распределена по биномиальному закону, поскольку в этом случае варианты 1 и 2 должны были бы возникать чаще крайних значений вариантов, то есть чаще, чем $X(\omega) = 0$ и $X(\omega) = 3$.

XVI.6. Критерии согласия

Отметим несколько важных моментов.

Во-первых, ни один критерий не может *гарантировать* того, что данная случайная величина действительно распределена в генеральной совокупности по тому или иному закону — вероятностный характер ответа является особенностью всей теории вероятностей. Таким образом, с помощью любого критерия согласия можно утверждать, что данные наблюдений согласуются или не согласуются с гипотезой о виде функции $F_X(x)$ только с некоторой вероятностью. Всегда остается возможность того, что нам просто «не повезло с выборкой».

XVI.6. Критерии согласия

Отметим несколько важных моментов.

Во-вторых, как правило, априорная информация о параметрах функции $F_X(x)$ носит весьма приблизительный характер, поэтому вместо этих значений параметров приходится брать их точечные оценки. Следовательно, объем выборки должен быть *достаточно большим*, иначе полученные по выборке точечные оценки параметров могут существенно отличаться от реально имеющих место.

XVI.6. Критерии согласия

При принятии или отбрасывании гипотезы о виде функции распределения можно допустить ошибки двух типов:

ошибка первого рода — отвергнута верная гипотеза;

XVI.6. Критерии согласия

При принятии или отбрасывании гипотезы о виде функции распределения можно допустить ошибки двух типов:

ошибка первого рода — отвергнута верная гипотеза;

ошибка второго рода — принята неправильная гипотеза.

XVI.6. Критерии согласия

При принятии или отбрасывании гипотезы о виде функции распределения можно допустить ошибки двух типов:

ошибка первого рода — отвергнута верная гипотеза;

ошибка второго рода — принята неправильная гипотеза.

Вероятность совершить ошибку первого рода называется **уровнем значимости**.

XVI.6. Критерии согласия

При принятии или отбрасывании гипотезы о виде функции распределения можно допустить ошибки двух типов:

ошибка первого рода — отвергнута верная гипотеза;

ошибка второго рода — принята неправильная гипотеза.

Вероятность совершить ошибку первого рода называется **уровнем значимости**. Вероятность не совершить ошибку второго рода называется **мощностью критерия**.

XVI.6. Критерии согласия

Критерии согласия базируются на следующей идее. Зададимся каким-либо уровнем значимости α .

XVI.6. Критерии согласия

Критерии согласия базируются на следующей идее. Зададимся каким-либо уровнем значимости α .

Для вариационного ряда строится «идеальный» вариационный ряд, в котором частоты появления вариантов вычисляются с помощью испытываемого закона распределения (подробнее об этом чуть позже). Потом вычисляется величина «отклонения» наблюдаемого вариационного ряда от «идеального»

XVI.6. Критерии согласия

Критерии согласия базируются на следующей идее. Зададимся каким-либо уровнем значимости α .

Для вариационного ряда строится «идеальный» вариационный ряд, в котором частоты появления вариантов вычисляются с помощью испытываемого закона распределения (подробнее об этом чуть позже). Потом вычисляется величина «отклонения» наблюдаемого вариационного ряда от «идеального» (разные критерии согласия отличаются друг от друга, в основном, тем, как вычисляется это «отклонение»).

Для каждого способа вычисления этого «отклонения» находится такое предельное значение K , что при его превышении вероятность совершить ошибку первого рода при отказе от гипотезы равна α .

XVI.6. Критерии согласия

Число K называется **критическим значением** данного критерия согласия при уровне значимости α , а множество тех значений этого «отклонения», которые больше K , — **критической областью**.

XVI.6. Критерии согласия

Число K называется **критическим значением** данного критерия согласия при уровне значимости α , а множество тех значений этого «отклонения», которые больше K , — **критической областью**.

Как вычисляется «идеальный ряд»?

XVI.6. Критерии согласия

Число K называется **критическим значением** данного критерия согласия при уровне значимости α , а множество тех значений этого «отклонения», которые больше K , — **критической областью**.

Как вычисляется «идеальный ряд»? Пусть согласно проверяемой гипотезе, вероятность события $X(\omega) = x_k$ равна p_k , а объем выборки равен n . Рассмотрим случайную величину Y_k , равную *частоте* наступления события $X(\omega) = x_k$.

XVI.6. Критерии согласия

Число K называется **критическим значением** данного критерия согласия при уровне значимости α , а множество тех значений этого «отклонения», которые больше K , — **критической областью**.

Как вычисляется «идеальный ряд»? Пусть согласно проверяемой гипотезе, вероятность события $X(\omega) = x_k$ равна p_k , а объем выборки равен n . Рассмотрим случайную величину Y_k , равную *частоте* наступления события $X(\omega) = x_k$.

Эта величина распределена по биномиальному закону, так как вероятность наступления события $X(\omega) = x_k$ не меняется от эксперимента к эксперименту и равна p_k .

XVI.6. Критерии согласия

Число K называется **критическим значением** данного критерия согласия при уровне значимости α , а множество тех значений этого «отклонения», которые больше K , — **критической областью**.

Как вычисляется «идеальный ряд»? Пусть согласно проверяемой гипотезе, вероятность события $X(\omega) = x_k$ равна p_k , а объем выборки равен n . Рассмотрим случайную величину Y_k , равную *частоте* наступления события $X(\omega) = x_k$.

Эта величина распределена по биномиальному закону, так как вероятность наступления события $X(\omega) = x_k$ не меняется от эксперимента к эксперименту и равна p_k .

В качестве «теоретического значения» частоты появления варианты x_k в вариационном ряде для величины X естественно взять математическое ожидание величины Y_k .

XVI.6. Критерии согласия

Для случайной величины, распределенной по биномиальному закону, это математическое ожидание равно произведению количества испытаний в серии на вероятность наступления этого события в каждом испытании, в данном случае это np_k .

XVI.6. Критерии согласия

Если исследуемая случайная величина является непрерывной, или же количество вариантов чрезвычайно велико, то часто вместо вариационного ряда рассматривается интервальный ряд, то есть непрерывная случайная величина X заменяется на дискретную случайную величину X' следующим образом.

XVI.6. Критерии согласия

Если исследуемая случайная величина является непрерывной, или же количество вариантов чрезвычайно велико, то часто вместо вариационного ряда рассматривается интервальный ряд, то есть непрерывная случайная величина X заменяется на дискретную случайную величину X' следующим образом.

Отрезок, содержащий все полученные варианты случайной величины X разбивается на интервалы, в качестве значений случайной величины X' берем середины этих интервалов.

XVI.6. Критерии согласия

Если исследуемая случайная величина является непрерывной, или же количество вариантов чрезвычайно велико, то часто вместо вариационного ряда рассматривается интервальный ряд, то есть непрерывная случайная величина X заменяется на дискретную случайную величину X' следующим образом.

Отрезок, содержащий все полученные варианты случайной величины X разбивается на интервалы, в качестве значений случайной величины X' берем середины этих интервалов.

В качестве частоты появления события $X'(\omega) = x'_k$ берем наблюдаемое количество наступлений события $a < X(\omega) < b$, где (a, b) — это тот интервал, серединой которого является x'_k .

XVI.6. Критерии согласия

Если исследуемая случайная величина является непрерывной, или же количество вариантов чрезвычайно велико, то часто вместо вариационного ряда рассматривается интервальный ряд, то есть непрерывная случайная величина X заменяется на дискретную случайную величину X' следующим образом.

Отрезок, содержащий все полученные варианты случайной величины X разбивается на интервалы, в качестве значений случайной величины X' берем середины этих интервалов.

В качестве частоты появления события $X'(\omega) = x'_k$ берем наблюдаемое количество наступлений события $a < X(\omega) < b$, где (a, b) — это тот интервал, серединой которого является x'_k .

Наиболее распространенный способ выбора числа интервалов — формула Стреджесса $k = 1 + 3.32 \lg n$, где n — количество вариантов, k — число интервалов.

XVI.7. Критерий Пирсона (критерий «хи-квадрат»)

XVI.7. Критерий Пирсона (критерий «хи-квадрат»)

Пусть случайная величина X принимает только значения $x_1, x_2, \dots, x_m$. Это ограничение не слишком обременительно, ибо, **как отмечалось выше**, в противном случае множество вариантов случайной величины X разбивают на группы вариант, в каждой группе вариант выбирают по одному «стандартному» значению, и *условно* в качестве значения случайной величины берут «стандартное» значение той группы вариант, в которую попало *реально наблюдаемое* значение случайной величины.

XVI.7. Критерий Пирсона (критерий «хи-квадрат»)

Предположим, что случайная величина распределена по закону, заданному рядом распределения

x_1	x_2	$\dots$	x_s
p_1	p_2	$\dots$	p_s

XVI.7. Критерий Пирсона (критерий «хи-квадрат»)

Предположим, что случайная величина распределена по закону, заданному рядом распределения

x_1	x_2	$\dots$	x_s
p_1	p_2	$\dots$	p_s

Тогда для выборки объема n в качестве «теоретически предсказанной» частоты n'_i появления варианты x_i естественно взять *математическое ожидание* этой частоты n_i появления варианты x_i . Для каждого фиксированного i случайная величина n_i распределена по биномиальному закону (для нее испытания проходят по схеме Бернулли, то есть испытания независимы и вероятность «успеха» в каждом из них постоянна и равна p_i). Поэтому $n'_i = \mathbf{M}[n_i] = np_i$.

XVI.7. Критерий Пирсона (критерий «хи-квадрат»)

Предположим, что случайная величина распределена по закону, заданному рядом распределения

x_1	x_2	$\dots$	x_s
p_1	p_2	$\dots$	p_s

Тогда для выборки объема n в качестве «теоретически предсказанной» частоты n'_i появления варианты x_i естественно взять *математическое ожидание* этой частоты n_i появления варианты x_i . Для каждого фиксированного i случайная величина n_i распределена по биномиальному закону (для нее испытания проходят по схеме Бернулли, то есть испытания независимы и вероятность «успеха» в каждом из них постоянна и равна p_i). Поэтому $n'_i = \mathbf{M}[n_i] = np_i$.

Наблюдаемые значения величины n_i , разумеется, обычно отличаются от «теоретических».

XVI.7. Критерий Пирсона (критерий «хи-квадрат»)

Понятно, что величина $\chi^2 = \sum_{i=1}^s \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$ «измеряет» отклонение наблюдаемых значений n_i от «теоретических» n'_i .

XVI.7. Критерий Пирсона (критерий «хи-квадрат»)

Понятно, что величина $\chi^2 = \sum_{i=1}^s \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$ «измеряет» отклонение наблюдаемых значений n_i от «теоретических» n'_i .

Закон распределения этой величины **известен**. Критические точки этой величины, называемой «хи-квадрат», табулированы. При этом критическая точка зависит от:

XVI.7. Критерий Пирсона (критерий «хи-квадрат»)

Понятно, что величина $\chi^2 = \sum_{i=1}^s \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$ «измеряет» отклонение наблюдаемых значений n_i от «теоретических» n'_i .

Закон распределения этой величины **известен**. Критические точки этой величины, называемой «хи-квадрат», табулированы. При этом критическая точка зависит от:

1) уровня значимости α (то есть вероятности того, что случайная величина действительно распределена по соответствующему закону)

XVI.7. Критерий Пирсона (критерий «хи-квадрат»)

Понятно, что величина $\chi^2 = \sum_{i=1}^s \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$ «измеряет» отклонение наблюдаемых значений n_i от «теоретических» n'_i .

Закон распределения этой величины **известен**. Критические точки этой величины, называемой «хи-квадрат», табулированы. При этом критическая точка зависит от:

- 1) уровня значимости α (то есть вероятности того, что случайная величина действительно распределена по соответствующему закону)
- 2) k — числа степеней свободы, равного $s - r - 1$, где s — уже указанное выше число вариант величины X , и r — число параметров предполагаемого распределения, которые оценены по результатам выборки.

XVI.7. Критерий Пирсона (критерий «хи-квадрат»)

Что из себя представляет число r ?

XVI.7. Критерий Пирсона (критерий «хи-квадрат»)

Что из себя представляет число r ?

Дело в том, что, как правило, для вычисления величин p_i применяются некоторые формулы, зависящие от параметров $t_1, t_2, \dots, t_r$, которые обычно заранее неизвестны, и вместо них в формулу для вычисления p_i подставляются их точечные оценки, полученные по анализируемой выборке.

Таблицы значений величины «хи-квадрат», как правило, приводятся в пособиях по математической статистике, они приведены и в данном пособии.

Рассмотрим пример?

XVI.8. Критерий Колмогорова

XVI.8. Критерий Колмогорова

Рассмотрим случайную величину

$$D_n = D[F_n^*, F] = \sup |F_n^*(x) - F(x)|.$$

XVI.8. Критерий Колмогорова

Рассмотрим случайную величину

$$D_n = D[F_n^*, F] = \sup |F_n^*(x) - F(x)|.$$

Теорема 31 (Колмогоров).

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} p(\sqrt{n}D_n < x) \rightarrow K(x) = \begin{cases} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k e^{-2k^2 x^2}, & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

Функция $K(x)$ табулирована, однако, в данном пособии соответствующую таблицу мы не приводим.

XVI.9. Регрессионный анализ в статистике

Допустим, было проведено n испытаний, результаты которых представлены в вариационной таблице:

$$\begin{array}{|cccc|}, \\ \hline x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ \hline n_1 & n_2 & \dots & n_k \\ \hline \end{array}, \quad n = \sum_{i=1}^k n_k, \quad \omega_i = \frac{n_i}{n}.$$

Все формулы, полученные в **разделе XII**, можно применить и к анализу случайных величин с помощью статистических методов, то есть с помощью выборок. В качестве $\mathbf{M}[X]$, p_{ij} , $\mathbf{D}[X]$ и т.п. можно брать соответствующие точечные оценки: выборочно среднюю $\bar{X}$ для $\mathbf{M}[X]$, относительную частоту v_{ij} для p_{ij} , $\mathbf{D}_{..}[X]$ для дисперсии и т.п.

А именно...

XVI.9. Регрессионный анализ в статистике

Допустим, было проведено n испытаний, результаты которых представлены в вариационной таблице:

$$\begin{array}{|cccc|}, \\ \hline x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ \hline n_1 & n_2 & \dots & n_k \\ \hline \end{array}, \quad n = \sum_{i=1}^k n_k, \quad \omega_i = \frac{n_i}{n}.$$

Вместо p_i рассмотрим

$$\omega_i =$$

XVI.9. Регрессионный анализ в статистике

Допустим, было проведено n испытаний, результаты которых представлены в вариационной таблице:

$$\begin{array}{|cccc|}, \\ \hline x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ \hline n_1 & n_2 & \dots & n_k \\ \hline \end{array}, \quad n = \sum_{i=1}^k n_k, \quad \omega_i = \frac{n_i}{n}.$$

Вместо p_i рассмотрим

$$\omega_i = \frac{n_i}{n}.$$

XVI.9. Регрессионный анализ в статистике

Допустим, было проведено n испытаний, результаты которых представлены в вариационной таблице:

$$\begin{array}{|cccc|}, \\ \hline x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ \hline n_1 & n_2 & \dots & n_k \\ \hline \end{array}, \quad n = \sum_{i=1}^k n_k, \quad \omega_i = \frac{n_i}{n}.$$

Вместо $\mathbf{M}[X] = \sum_{i=1}^k x_i p_i$ рассмотрим

$$\overline{X} = x_1 \omega_1 + x_2 \omega_2 + \dots + x_k \omega_k =$$

XVI.9. Регрессионный анализ в статистике

Допустим, было проведено n испытаний, результаты которых представлены в вариационной таблице:

$$\begin{array}{|cccc|}, \\ \hline x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ \hline n_1 & n_2 & \dots & n_k \\ \hline \end{array}, \quad n = \sum_{i=1}^k n_k, \quad \omega_i = \frac{n_i}{n}.$$

Вместо $\mathbf{M}[X] = \sum_{i=1}^k x_i p_i$ рассмотрим

$$\overline{X} = x_1 \omega_1 + x_2 \omega_2 + \dots + x_k \omega_k = x_1 \frac{n_1}{n} + x_2 \frac{n_2}{n} + \dots + x_k \frac{n_k}{n} =$$

XVI.9. Регрессионный анализ в статистике

Допустим, было проведено n испытаний, результаты которых представлены в вариационной таблице:

$$\begin{array}{|cccc|}, \\ \hline x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ \hline n_1 & n_2 & \dots & n_k \\ \hline \end{array}, \quad n = \sum_{i=1}^k n_k, \quad \omega_i = \frac{n_i}{n}.$$

Вместо $\mathbf{M}[X] = \sum_{i=1}^k x_i p_i$ рассмотрим

$$\begin{aligned} \overline{X} &= x_1 \omega_1 + x_2 \omega_2 + \dots + x_k \omega_k = x_1 \frac{n_1}{n} + x_2 \frac{n_2}{n} + \dots + x_k \frac{n_k}{n} = \\ &= \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k}{n}. \end{aligned}$$

XVI.9. Регрессионный анализ в статистике

Допустим, было проведено n испытаний, результаты которых представлены в вариационной таблице:

$$\begin{array}{|cccc|} \hline x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ \hline n_1 & n_2 & \dots & n_k \\ \hline \end{array}, \quad n = \sum_{i=1}^k n_k, \quad \omega_i = \frac{n_i}{n}.$$

Вместо $\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - (\mathbf{M}[X])^2$ рассматривается

$$\mathbf{D}_{\text{в.см.}} =$$

или

$$\mathbf{D}_{\text{в.нсм.}} =$$

XVI.9. Регрессионный анализ в статистике

Допустим, было проведено n испытаний, результаты которых представлены в вариационной таблице:

$$\begin{array}{|cccc|}, \\ \hline x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ \hline n_1 & n_2 & \dots & n_k \\ \hline \end{array}, \quad n = \sum_{i=1}^k n_k, \quad \omega_i = \frac{n_i}{n}.$$

Вместо $\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - (\mathbf{M}[X])^2$ рассматривается

$$\mathbf{D}_{\text{в.см.}} = \overline{X^2} - \overline{X}^2 =$$

или

$$\mathbf{D}_{\text{в.нсм.}} = \frac{n}{n-1} \left(\overline{X^2} - \overline{X}^2 \right) =$$

XVI.9. Регрессионный анализ в статистике

Допустим, было проведено n испытаний, результаты которых представлены в вариационной таблице:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ \hline n_1 & n_2 & \dots & n_k \\ \hline \end{array}, \quad n = \sum_{i=1}^k n_k, \quad \omega_i = \frac{n_i}{n}.$$

Вместо $\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - (\mathbf{M}[X])^2$ рассматривается

$$\mathbf{D}_{\text{в.см.}} = \overline{X^2} - \overline{X}^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_k^2 n_k \right) - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_k n_k \right)^2$$

или

$$\mathbf{D}_{\text{в.нсм.}} = \frac{n}{n-1} \left(\overline{X^2} - \overline{X}^2 \right) =$$

XVI.9. Регрессионный анализ в статистике

Допустим, было проведено n испытаний, результаты которых представлены в вариационной таблице:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ \hline n_1 & n_2 & \dots & n_k \\ \hline \end{array}, \quad n = \sum_{i=1}^k n_k, \quad \omega_i = \frac{n_i}{n}.$$

Вместо $\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - (\mathbf{M}[X])^2$ рассматривается

$$\mathbf{D}_{\text{В.СМ.}} = \overline{X^2} - \overline{X}^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_k^2 n_k \right) - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_k n_k \right)^2$$

ИЛИ

$$\mathbf{D}_{\text{В.НСМ.}} = \frac{n}{n-1} \left(\overline{X^2} - \overline{X}^2 \right) = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_k^2 n_k \right) - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_k n_k \right)^2.$$

Пример 1. *Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.*

Решение.

Пример 1. *Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.*

Решение.

1) Можно, например, считать элементарными исходами события A_k , заключающиеся в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов.

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

1) Можно, например, считать элементарными исходами события A_k , заключающиеся в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов.

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий A_0, A_1, A_2, A_3 .

Пример 1. *Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.*

Решение.

2) Можно считать элементарными исходами события B_k , заключающиеся в том, что при подбрасывании первых k монет герб пока не выпал.

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

2) Можно считать элементарными исходами события B_k , заключающиеся в том, что при подбрасывании первых k монет герб пока не выпал.

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

2) Можно считать элементарными исходами события B_k , заключающиеся в том, что при подбрасывании первых k монет герб пока не выпал.

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:
 $B_?$ — герб выпал при броске первой монеты;

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

2) Можно считать элементарными исходами события B_k , заключающиеся в том, что при подбрасывании первых k монет герб пока не выпал.

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:
 B_0 — герб выпал при броске первой монеты;

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

2) Можно считать элементарными исходами события B_k , заключающиеся в том, что при подбрасывании первых k монет герб пока не выпал.

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

B_0 — герб выпал при броске первой монеты;

B_1 — герб выпал при броске второй монеты;

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

2) Можно считать элементарными исходами события B_k , заключающиеся в том, что при подбрасывании первых k монет герб пока не выпал.

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

B_0 — герб выпал при броске первой монеты;

B_1 — герб выпал при броске второй монеты;

B_2 — герб выпал при броске третьей монеты;

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

2) Можно считать элементарными исходами события B_k , заключающиеся в том, что при подбрасывании первых k монет герб пока не выпал.

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

B_0 — герб выпал при броске первой монеты;

B_1 — герб выпал при броске второй монеты;

B_2 — герб выпал при броске третьей монеты;

B_3 — ???

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

2) Можно считать элементарными исходами события B_k , заключающиеся в том, что при подбрасывании первых k монет герб пока не выпал.

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

B_0 — герб выпал при броске первой монеты;

B_1 — герб выпал при броске второй монеты;

B_2 — герб выпал при броске третьей монеты;

B_3 — герб не выпал при бросании всех трёх монет.

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

3) Можно считать элементарными исходами события $C_{4a_3+2a_2+a_1}$, где

$$a_k = \begin{cases} 0, & \text{если на } k\text{-й монетке выпала решка,} \\ 1, & \text{если на } k\text{-й монетке выпал орёл.} \end{cases}$$

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

3) Можно считать элементарными исходами события $C_{4a_3+2a_2+a_1}$, где

$$a_k = \begin{cases} 0, & \text{если на } k\text{-й монетке выпала решка,} \\ 1, & \text{если на } k\text{-й монетке выпал орёл.} \end{cases}$$

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

3) Можно считать элементарными исходами события $C_{4a_3+2a_2+a_1}$, где

$$a_k = \begin{cases} 0, & \text{если на } k\text{-й монетке выпала решка,} \\ 1, & \text{если на } k\text{-й монетке выпал орёл.} \end{cases}$$

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:
 C_0 — герб не выпал ни на одной монете;

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

3) Можно считать элементарными исходами события $C_{4a_3+2a_2+a_1}$, где

$$a_k = \begin{cases} 0, & \text{если на } k\text{-й монетке выпала решка,} \\ 1, & \text{если на } k\text{-й монетке выпал орёл.} \end{cases}$$

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

C_0 — герб не выпал ни на одной монете;

C_1 — герб выпал только на монете:

$$1 = 4a_3 + 2a_2 + a_1 = 4 \cdot ?? + 2 \cdot ?? + ??$$

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

3) Можно считать элементарными исходами события $C_{4a_3+2a_2+a_1}$, где

$$a_k = \begin{cases} 0, & \text{если на } k\text{-й монетке выпала решка,} \\ 1, & \text{если на } k\text{-й монетке выпал орёл.} \end{cases}$$

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

C_0 — герб не выпал ни на одной монете;

C_1 — герб выпал только на монете:

$$1 = 4a_3 + 2a_2 + a_1 = 4 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 1$$

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

3) Можно считать элементарными исходами события $C_{4a_3+2a_2+a_1}$, где

$$a_k = \begin{cases} 0, & \text{если на } k\text{-й монетке выпала решка,} \\ 1, & \text{если на } k\text{-й монетке выпал орёл.} \end{cases}$$

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

C_0 — герб не выпал ни на одной монете;

C_1 — герб выпал только на первой монете:

$$1 = 4a_3 + 2a_2 + a_1 = 4 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 1$$

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

3) Можно считать элементарными исходами события $C_{4a_3+2a_2+a_1}$, где

$$a_k = \begin{cases} 0, & \text{если на } k\text{-й монетке выпала решка,} \\ 1, & \text{если на } k\text{-й монетке выпал орёл.} \end{cases}$$

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

C_0 — герб не выпал ни на одной монете;

C_1 — герб выпал только на первой монете;

C_2 — герб выпал только на монете:

$$2 = 4a_3 + 2a_2 + a_1 = 4 \cdot ?? + 2 \cdot ?? + ??$$

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

3) Можно считать элементарными исходами события $C_{4a_3+2a_2+a_1}$, где

$$a_k = \begin{cases} 0, & \text{если на } k\text{-й монетке выпала решка,} \\ 1, & \text{если на } k\text{-й монетке выпал орёл.} \end{cases}$$

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

C_0 — герб не выпал ни на одной монете;

C_1 — герб выпал только на первой монете;

C_2 — герб выпал только на монете;

$$2 = 4a_3 + 2a_2 + a_1 = 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 0$$

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

3) Можно считать элементарными исходами события $C_{4a_3+2a_2+a_1}$, где

$$a_k = \begin{cases} 0, & \text{если на } k\text{-й монетке выпала решка,} \\ 1, & \text{если на } k\text{-й монетке выпал орёл.} \end{cases}$$

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

C_0 — герб не выпал ни на одной монете;

C_1 — герб выпал только на первой монете;

C_2 — герб выпал только на второй монете:

$$2 = 4a_3 + 2a_2 + a_1 = 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 0$$

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

3) Можно считать элементарными исходами события $C_{4a_3+2a_2+a_1}$, где

$$a_k = \begin{cases} 0, & \text{если на } k\text{-й монетке выпала решка,} \\ 1, & \text{если на } k\text{-й монетке выпал орёл.} \end{cases}$$

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

C_0 — герб не выпал ни на одной монете;

C_1 — герб выпал только на первой монете;

C_2 — герб выпал только на второй монете;

C_3 — герб выпал на первой и второй монетах:

$$3 = 4a_3 + 2a_2 + a_1 = 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 1$$

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

3) Можно считать элементарными исходами события $C_{4a_3+2a_2+a_1}$, где

$$a_k = \begin{cases} 0, & \text{если на } k\text{-й монетке выпала решка,} \\ 1, & \text{если на } k\text{-й монетке выпал орёл.} \end{cases}$$

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

C_0 — герб не выпал ни на одной монете;

C_1 — герб выпал только на первой монете;

C_2 — герб выпал только на второй монете;

C_3 — герб выпал на первой и второй монетах;

...

$C_{??}$ — герб выпал всех трёх монетах.

Пример 1. Привести примеры списков элементарных исходов для ситуации, когда подбрасывается три монетки.

Решение.

3) Можно считать элементарными исходами события $C_{4a_3+2a_2+a_1}$, где

$$a_k = \begin{cases} 0, & \text{если на } k\text{-й монетке выпала решка,} \\ 1, & \text{если на } k\text{-й монетке выпал орёл.} \end{cases}$$

Список элементарных исходов в этом случае состоит из событий:

C_0 — герб не выпал ни на одной монете;

C_1 — герб выпал только на первой монете;

C_2 — герб выпал только на второй монете;

C_3 — герб выпал на первой и второй монетах;

...

C_7 — герб выпал всех трёх монетах.

Вернёмся к лекции?

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение.

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Первый вариант: нас интересует пол родившегося ребёнка (по порядку у каждой матери).

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Первый вариант: нас интересует пол родившегося ребёнка (по порядку у каждой матери).

Надо договориться, как мы будем обозначать элементарные исходы в данном случае.

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Первый вариант: нас интересует пол родившегося ребёнка (по порядку у каждой матери).

Для того, чтобы задать событие, надо описать...

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Первый вариант: нас интересует пол родившегося ребёнка (по порядку у каждой матери).

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Первый вариант: нас интересует пол родившегося ребёнка (по порядку у каждой матери).

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, ситуацию, когда у первой матери родился мальчик, у второй — мальчик, у третьей — девочка, будем представлять словом ММД.

Пример 2. В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.

Решение. Первый вариант: нас интересует пол родившегося ребёнка (по порядку у каждой матери).

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, ситуацию, когда у первой матери родился мальчик, у второй — мальчик, у третьей — девочка, будем представлять словом ММД.

Пространство элементарных событий:

$$S_1 = \{ \quad \quad \quad \}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Первый вариант: нас интересует пол родившегося ребёнка (по порядку у каждой матери).

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, ситуацию, когда у первой матери родился мальчик, у второй — мальчик, у третьей — девочка, будем представлять словом ММД.

Пространство элементарных событий:

$$S_1 = \{\text{МММ}, \quad \quad \quad \}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Первый вариант: нас интересует пол родившегося ребёнка (по порядку у каждой матери).

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, ситуацию, когда у первой матери родился мальчик, у второй — мальчик, у третьей — девочка, будем представлять словом ММД.

Пространство элементарных событий:

$$S_1 = \{\text{МММ}, \text{ММД}, \quad \quad \quad \}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Первый вариант: нас интересует пол родившегося ребёнка (по порядку у каждой матери).

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, ситуацию, когда у первой матери родился мальчик, у второй — мальчик, у третьей — девочка, будем представлять словом ММД.

Пространство элементарных событий:

$$S_1 = \{\text{МММ}, \text{ММД}, \text{МДМ}, \quad \}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Первый вариант: нас интересует пол родившегося ребёнка (по порядку у каждой матери).

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, ситуацию, когда у первой матери родился мальчик, у второй — мальчик, у третьей — девочка, будем представлять словом ММД.

Пространство элементарных событий:

$$S_1 = \{\text{МММ}, \text{ММД}, \text{МДМ}, \text{ДММ}, \quad \}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Первый вариант: нас интересует пол родившегося ребёнка (по порядку у каждой матери).

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, ситуацию, когда у первой матери родился мальчик, у второй — мальчик, у третьей — девочка, будем представлять словом ММД.

Пространство элементарных событий:

$$S_1 = \{\text{МММ}, \text{ММД}, \text{МДМ}, \text{ДММ}, \text{МДД}, \quad \}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Первый вариант: нас интересует пол родившегося ребёнка (по порядку у каждой матери).

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, ситуацию, когда у первой матери родился мальчик, у второй — мальчик, у третьей — девочка, будем представлять словом ММД.

Пространство элементарных событий:

$$S_1 = \{\text{МММ}, \text{ММД}, \text{МДМ}, \text{ДММ}, \text{МДД}, \text{ДМД}, \quad \}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Первый вариант: нас интересует пол родившегося ребёнка (по порядку у каждой матери).

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, ситуацию, когда у первой матери родился мальчик, у второй — мальчик, у третьей — девочка, будем представлять словом ММД.

Пространство элементарных событий:

$$S_1 = \{\text{МММ}, \text{ММД}, \text{МДМ}, \text{ДММ}, \text{МДД}, \text{ДМД}, \text{ДДМ}, \quad \}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Первый вариант: нас интересует пол родившегося ребёнка (по порядку у каждой матери).

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, ситуацию, когда у первой матери родился мальчик, у второй — мальчик, у третьей — девочка, будем представлять словом ММД.

Пространство элементарных событий:

$$S_1 = \{\text{МММ}, \text{ММД}, \text{МДМ}, \text{ДММ}, \text{МДД}, \text{ДМД}, \text{ДДМ}, \text{ДДД}\}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Второй вариант: нас интересует количество родившихся девочек.

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Вторым вариантом: нас интересует количество родившихся девочек.

Вновь начать надо с того, как будем обозначать элементарный исход в данном случае.

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Второй вариант: нас интересует количество родившихся девочек.

Для того, чтобы задать событие, надо описать...

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Второй вариант: нас интересует количество родившихся девочек.

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Второй вариант: нас интересует количество родившихся девочек.

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, обозначим через I_m событие, заключающееся в том, что у трёх матерей родилось m девочек.

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Второй вариант: нас интересует количество родившихся девочек.

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, обозначим через I_m событие, заключающееся в том, что у трёх матерей родилось m девочек.

Пространство элементарных событий:

$$S_2 = \{ \quad \quad \quad \}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Второй вариант: нас интересует количество родившихся девочек.

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, обозначим через I_m событие, заключающееся в том, что у трёх матерей родилось m девочек.

Пространство элементарных событий:

$$S_2 = \{I_0, \quad \quad \quad \}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Второй вариант: нас интересует количество родившихся девочек.

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, обозначим через I_m событие, заключающееся в том, что у трёх матерей родилось m девочек.

Пространство элементарных событий:

$$S_2 = \{I_0, I_1, \quad \}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Второй вариант: нас интересует количество родившихся девочек.

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, обозначим через I_m событие, заключающееся в том, что у трёх матерей родилось m девочек.

Пространство элементарных событий:

$$S_2 = \{I_0, I_1, I_2, \quad \}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Второй вариант: нас интересует количество родившихся девочек.

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Например, обозначим через I_m событие, заключающееся в том, что у трёх матерей родилось m девочек.

Пространство элементарных событий:

$$S_2 = \{I_0, I_1, I_2, I_3\}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Третий вариант: нас интересует, все ли новорожденные оказались мальчиками.

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Третий вариант: нас интересует, все ли новорожденные оказались мальчиками.

Вновь начать надо с того, как будем обозначать элементарный исход в данном случае.

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Третий вариант: нас интересует, все ли новорожденные оказались мальчиками.

Для того, чтобы задать событие, надо описать...

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Третий вариант: нас интересует, все ли новорожденные оказались мальчиками.

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Обозначим через σ_+ событие, состоящее в том, что все новорожденные являются мальчиками,
а σ_- состоит в том, что родилась хотя бы одна девочка.

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Третий вариант: нас интересует, все ли новорожденные оказались мальчиками.

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Обозначим через σ_+ событие, состоящее в том, что все новорожденные являются мальчиками,

а σ_- состоит в том, что родилась хотя бы одна девочка.

Пространство элементарных событий:

$$S_3 = \{ \quad \quad \}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Третий вариант: нас интересует, все ли новорожденные оказались мальчиками.

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Обозначим через σ_+ событие, состоящее в том, что все новорожденные являются мальчиками,

а σ_- состоит в том, что родилась хотя бы одна девочка.

Пространство элементарных событий:

$$S_3 = \{\sigma_+, \sigma_-\}.$$

Пример 2. *В роддоме рождается 3 ребёнка. Построить несколько возможных пространств элементарных исходов.*

Решение. Третий вариант: нас интересует, все ли новорожденные оказались мальчиками.

Для того, чтобы задать событие, надо описать условие наступления этого события.

Обозначим через σ_+ событие, состоящее в том, что все новорожденные являются мальчиками,

а σ_- состоит в том, что родилась хотя бы одна девочка.

Пространство элементарных событий:

$$S_3 = \{\sigma_+, \sigma_-\}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 3. Подбрасывается три монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2, A_3 где A_k заключается в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов (см. **пункт 1 решения примера 1**). Указать хотя бы одно событие, не являющееся элементарным.

Решение.

Пример 3. Подбрасывается три монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2, A_3 где A_k заключается в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов (см. **пункт 1 решения примера 1**). Указать хотя бы одно событие, не являющееся элементарным.

Решение.

1) Событие S , состоящее в том, что выпало чётное число орлов, наступает, если наступают

Пример 3. Подбрасывается три монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2, A_3 где A_k заключается в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов (см. **пункт 1 решения примера 1**). Указать хотя бы одно событие, не являющееся элементарным.

Решение.

1) Событие S , состоящее в том, что выпало чётное число орлов, наступает, если наступают A_0 или A_2 .

Пример 3. Подбрасывается три монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2, A_3 где A_k заключается в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов (см. **пункт 1 решения примера 1**). Указать хотя бы одно событие, не являющееся элементарным.

Решение.

1) Событие S , состоящее в том, что выпало чётное число орлов, наступает, если наступают A_0 или A_2 .

Можно считать, что S состоит из A_0 и A_2 .

Пример 3. Подбрасывается три монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2, A_3 где A_k заключается в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов (см. **пункт 1 решения примера 1**). Указать хотя бы одно событие, не являющееся элементарным.

Решение.

1) Событие S , состоящее в том, что выпало чётное число орлов, наступает, если наступают A_0 или A_2 .

Можно считать, что S состоит из A_0 и A_2 .

2) Событие $\bar{S}$, состоящее в том, что выпало нечётное число орлов, наступает, если наступают

Пример 3. Подбрасывается три монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2, A_3 где A_k заключается в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов (см. **пункт 1 решения примера 1**). Указать хотя бы одно событие, не являющееся элементарным.

Решение.

1) Событие S , состоящее в том, что выпало чётное число орлов, наступает, если наступают A_0 или A_2 .

Можно считать, что S состоит из A_0 и A_2 .

2) Событие $\bar{S}$, состоящее в том, что выпало нечётное число орлов, наступает, если наступают A_1 или A_3 .

Пример 3. Подбрасывается три монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2, A_3 где A_k заключается в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов (см. **пункт 1 решения примера 1**). Указать хотя бы одно событие, не являющееся элементарным.

Решение.

1) Событие S , состоящее в том, что выпало чётное число орлов, наступает, если наступают A_0 или A_2 .

Можно считать, что S состоит из A_0 и A_2 .

2) Событие $\bar{S}$, состоящее в том, что выпало нечётное число орлов, наступает, если наступают A_1 или A_3 .

Можно считать, что $\bar{S}$ состоит из A_1 и A_3 .

Пример 3. Подбрасывается три монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2, A_3 где A_k заключается в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов (см. **пункт 1 решения примера 1**). Указать хотя бы одно событие, не являющееся элементарным.

Решение.

3) Событие M , состоящее в том, что выпало менее трёх орлов, наступает, если наступают

Пример 3. Подбрасывается три монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2, A_3 где A_k заключается в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов (см. **пункт 1 решения примера 1**). Указать хотя бы одно событие, не являющееся элементарным.

Решение.

3) Событие M , состоящее в том, что выпало менее трёх орлов, наступает, если наступают A_0, A_1 или A_2 .

Пример 3. Подбрасывается три монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2, A_3 где A_k заключается в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов (см. **пункт 1 решения примера 1**). Указать хотя бы одно событие, не являющееся элементарным.

Решение.

3) Событие M , состоящее в том, что выпало менее трёх орлов, наступает, если наступают A_0, A_1 или A_2 .

Можно считать, что M состоит из A_0, A_1 и A_2 .

Пример 3. Подбрасывается три монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2, A_3 где A_k заключается в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов (см. **пункт 1 решения примера 1**). Указать хотя бы одно событие, не являющееся элементарным.

Решение.

3) Событие M , состоящее в том, что выпало менее трёх орлов, наступает, если наступают A_0, A_1 или A_2 .

Можно считать, что M состоит из A_0, A_1 и A_2 .

4) Событие $\overline{M}$, состоящее в том, что выпало не более трёх орлов наступает, если наступает

Пример 3. Подбрасывается три монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2, A_3 где A_k заключается в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов (см. **пункт 1 решения примера 1**). Указать хотя бы одно событие, не являющееся элементарным.

Решение.

3) Событие M , состоящее в том, что выпало менее трёх орлов, наступает, если наступают A_0, A_1 или A_2 .

Можно считать, что M состоит из A_0, A_1 и A_2 .

4) Событие $\overline{M}$, состоящее в том, что выпало не более трёх орлов наступает, если наступает A_3 .

Пример 3. Подбрасывается три монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2, A_3 где A_k заключается в том, что на этих трёх монетках выпало k гербов (см. **пункт 1 решения примера 1**). Указать хотя бы одно событие, не являющееся элементарным.

Решение.

3) Событие M , состоящее в том, что выпало менее трёх орлов, наступает, если наступают A_0, A_1 или A_2 .

Можно считать, что M состоит из A_0, A_1 и A_2 .

4) Событие $\overline{M}$, состоящее в том, что выпало не более трёх орлов наступает, если наступает A_3 .

Можно считать, что $\overline{M}$ состоит из A_3 .

Вернёмся к лекции?

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение.

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$\emptyset,$

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$\emptyset$,

Пустое множество описывает **невозможное событие**.

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$\emptyset, \{A_0\},$

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$\emptyset, \{A_0\},$

$\{A_0\}$ — ни на одной монетке не выпал герб.

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$$\emptyset, \{A_0\}, \{A_1\},$$

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$\emptyset, \{A_0\}, \{A_1\},$

$\{A_1\}$ — герб выпал на одной монетке.

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$\emptyset, \{A_0\}, \{A_1\}, \{A_2\},$

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$\emptyset, \{A_0\}, \{A_1\}, \{A_2\},$

$\{A_2\}$ — герб выпал на обеих монетках.

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$\emptyset, \{A_0\}, \{A_1\}, \{A_2\}, \{A_0, A_1\},$

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$\emptyset, \{A_0\}, \{A_1\}, \{A_2\}, \{A_0, A_1\},$
 $\{A_0, A_1\}$ — герб выпал не на обеих монетках.

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$\emptyset, \{A_0\}, \{A_1\}, \{A_2\}, \{A_0, A_1\}, \{A_0, A_2\},$

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$\emptyset, \{A_0\}, \{A_1\}, \{A_2\}, \{A_0, A_1\}, \{A_0, A_2\},$
 $\{A_0, A_2\}$ — обе монетки упали одинаковой стороной вверх.

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$\emptyset, \{A_0\}, \{A_1\}, \{A_2\}, \{A_0, A_1\}, \{A_0, A_2\}, \{A_1, A_2\},$

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$\emptyset, \{A_0\}, \{A_1\}, \{A_2\}, \{A_0, A_1\}, \{A_0, A_2\}, \{A_1, A_2\},$
 $\{A_1, A_2\}$ — хотя бы на одной монетке выпал герб.

Пример 4. Подбрасывается две монетки. В качестве элементарных исходов рассмотрим события A_0, A_1, A_2 где A_k заключается в том, что на этих двух монетках выпало k гербов (аналогично **примеру 3**). Построить совокупность всех событий.

Решение. Если события мы рассматриваем как подмножества множества элементарных событий, то совокупность всех событий состоит из

$\emptyset, \{A_0\}, \{A_1\}, \{A_2\}, \{A_0, A_1\}, \{A_0, A_2\}, \{A_1, A_2\}, \{A_0, A_1, A_2\}.$

В данном случае последним мы поместили в список достоверное событие.

Вернёмся к лекции?

Пример 5. Рассмотрим выбрасывание двух одинаковых монеток. Какое выбрать множество исходов: трехэлементное $\{ГГ, ГЦ, ЦЦ\}$ или четырехэлементное $\{Г_1Г_2, Г_1Ц_2, Ц_1Г_2, Ц_1Ц_2\}$?

Решение.

Пример 5. Рассмотрим выбрасывание двух одинаковых монеток. Какое выбрать множество исходов: трехэлементное $\{ГГ, ГЦ, ЦЦ\}$ или четырехэлементное $\{Г_1Г_2, Г_1Ц_2, Ц_1Г_2, Ц_1Ц_2\}$?

Решение. Надо сказать, что этот вопрос занимал еще такого великого математика как д'Аламбер, причем он считал, что первое.

Пример 5. Рассмотрим выбрасывание двух одинаковых монеток. Какое выбрать множество исходов: трехэлементное $\{ГГ, ГЦ, ЦЦ\}$ или четырехэлементное $\{Г_1Г_2, Г_1Ц_2, Ц_1Г_2, Ц_1Ц_2\}$?

Решение. На самом деле с логической точки зрения оба варианта ВОЗМОЖНЫ.

Пример 5. Рассмотрим выбрасывание двух одинаковых монеток. Какое выбрать множество исходов: трехэлементное $\{ГГ, ГЦ, ЦЦ\}$ или четырехэлементное $\{Г_1Г_2, Г_1Ц_2, Ц_1Г_2, Ц_1Ц_2\}$?

Решение. Мы же предпочитаем второй, поскольку он лучше отражает *природу* данного эксперимента, позволяет объяснить почему комбинация $\{ГЦ\}$ выпадает чаще, чем $\{ГГ\}$ или $\{ЦЦ\}$.

Пример 5. Рассмотрим выбрасывание двух одинаковых монеток. Какое выбрать множество исходов: трехэлементное $\{ГГ, ГЦ, ЦЦ\}$ или четырехэлементное $\{Г_1Г_2, Г_1Ц_2, Ц_1Г_2, Ц_1Ц_2\}$?

Решение. Мы же предпочитаем второй, поскольку он лучше отражает *природу* данного эксперимента, позволяет объяснить почему комбинация $\{ГЦ\}$ выпадает чаще, чем $\{ГГ\}$ или $\{ЦЦ\}$.

Дело в том, что монетки, пусть даже совершенно новые, только из под пресса, в принципе различимы.

Пример 5. Рассмотрим выбрасывание двух одинаковых монеток. Какое выбрать множество исходов: трехэлементное $\{ГГ, ГЦ, ЦЦ\}$ или четырехэлементное $\{Г_1Г_2, Г_1Ц_2, Ц_1Г_2, Ц_1Ц_2\}$?

Решение. Мы же предпочитаем второй, поскольку он лучше отражает *природу* данного эксперимента, позволяет объяснить почему комбинация $\{ГЦ\}$ выпадает чаще, чем $\{ГГ\}$ или $\{ЦЦ\}$.

Можно пометить монетки очень маленькой меткой или радиоактивным изотопом и это никак не повлияет на их движение во время полета.

Пример 5. Рассмотрим выбрасывание двух одинаковых монеток. Какое выбрать множество исходов: трехэлементное $\{ГГ, ГЦ, ЦЦ\}$ или четырехэлементное $\{Г_1Г_2, Г_1Ц_2, Ц_1Г_2, Ц_1Ц_2\}$?

Решение. Мы же предпочитаем второй, поскольку он лучше отражает *природу* данного эксперимента, позволяет объяснить почему комбинация $\{ГЦ\}$ выпадает чаще, чем $\{ГГ\}$ или $\{ЦЦ\}$.

Радиоактивную метку можно проверить, а можно и не проверять. Это также на характер движения повлиять не может.

Монетки «не знают» будем мы их различать или нет.

Пример 5. Рассмотрим выбрасывание двух одинаковых монеток. Какое выбрать множество исходов: трехэлементное $\{ГГ, ГЦ, ЦЦ\}$ или четырехэлементное $\{Г_1Г_2, Г_1Ц_2, Ц_1Г_2, Ц_1Ц_2\}$?

Решение. Мы же предпочитаем второй, поскольку он лучше отражает *природу* данного эксперимента, позволяет объяснить почему комбинация $\{ГЦ\}$ выпадает чаще, чем $\{ГГ\}$ или $\{ЦЦ\}$.

Целесообразно при выборе модели фиксировать порядок символов Г и Ц, т.е. в качестве ПЭС выбрать $\{Г_1Г_2, Г_1Ц_2, Ц_1Г_2, Ц_1Ц_2\}$.

Пример 5. Рассмотрим выбрасывание двух одинаковых монеток. Какое выбрать множество исходов: трехэлементное $\{ГГ, ГЦ, ЦЦ\}$ или четырехэлементное $\{Г_1Г_2, Г_1Ц_2, Ц_1Г_2, Ц_1Ц_2\}$?

Решение. Мы же предпочитаем второй, поскольку он лучше отражает *природу* данного эксперимента, позволяет объяснить почему комбинация $\{ГЦ\}$ выпадает чаще, чем $\{ГГ\}$ или $\{ЦЦ\}$.

Целесообразно при выборе модели фиксировать порядок символов Г и Ц, т.е. в качестве ПЭС выбрать $\{Г_1Г_2, Г_1Ц_2, Ц_1Г_2, Ц_1Ц_2\}$.

Дело в том, что если добавить вполне естественное предположение о *равновозможности* исходов, (последнее означает отсутствие предпочтительности одного или нескольких из них перед остальными), то мы получаем очень даже подходящую модель.

Пример 5. Рассмотрим выбрасывание двух одинаковых монеток. Какое выбрать множество исходов: трехэлементное $\{ГГ, ГЦ, ЦЦ\}$ или четырехэлементное $\{Г_1Г_2, Г_1Ц_2, Ц_1Г_2, Ц_1Ц_2\}$?

Решение. Мы же предпочитаем второй, поскольку он лучше отражает *природу* данного эксперимента, позволяет объяснить почему комбинация $\{ГЦ\}$ выпадает чаще, чем $\{ГГ\}$ или $\{ЦЦ\}$.

Целесообразно при выборе модели фиксировать порядок символов Г и Ц, т.е. в качестве ПЭС выбрать $\{Г_1Г_2, Г_1Ц_2, Ц_1Г_2, Ц_1Ц_2\}$.

Комбинация $\{ГЦ\}$ при бросании будет выпадать чаще, потому что это сложное событие, состоящее из двух элементарных — $\{Г_1Ц_2\}$ и $\{Ц_1Г_2\}$.

Пример 5. Рассмотрим выбрасывание двух одинаковых монеток. Какое выбрать множество исходов: трехэлементное $\{ГГ, ГЦ, ЦЦ\}$ или четырехэлементное $\{Г_1Г_2, Г_1Ц_2, Ц_1Г_2, Ц_1Ц_2\}$?

Решение. А вот если вместо монеток будут электроны, имеющие направление спина вверх или вниз (аналог герба и цифры), то в силу того, что микрочастицы в принципе неразличимы, более подходящей будет первая модель.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 6. *Некий игрок в кости обратился за разъяснениями к Паскалю (в других книгах к Галилею или Гюйгенсу): почему при бросании трёх костей 11 выпадает чаще, чем 12, хотя*

$$\begin{aligned} 11 &= 1 + 5 + 5 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5 = 3 + 3 + 5 = 3 + 4 + 4, \\ 12 &= 1 + 5 + 6 = 2 + 4 + 6 = 2 + 5 + 5 = 3 + 4 + 5 = 3 + 3 + 6 = 4 + 4 + 4? \end{aligned}$$

Решение.

Пример 6. *Некий игрок в кости обратился за разъяснениями к Паскалю (в других книгах к Галилею или Гюйгенсу): почему при бросании трёх костей 11 выпадает чаще, чем 12, хотя*

$$\begin{aligned} 11 &= 1 + 5 + 5 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5 = 3 + 3 + 5 = 3 + 4 + 4, \\ 12 &= 1 + 5 + 6 = 2 + 4 + 6 = 2 + 5 + 5 = 3 + 4 + 5 = 3 + 3 + 6 = 4 + 4 + 4? \end{aligned}$$

Решение. Парадокс легко разрешим, если принять во внимание принципиальную различимость игральных костей.

Пример 6. *Некий игрок в кости обратился за разъяснениями к Паскалю (в других книгах к Галилею или Гюйгенсу): почему при бросании трёх костей 11 выпадает чаще, чем 12, хотя*

$$11 = 1 + 5 + 5 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5 = 3 + 3 + 5 = 3 + 4 + 4,$$
$$12 = 1 + 5 + 6 = 2 + 4 + 6 = 2 + 5 + 5 = 3 + 4 + 5 = 3 + 3 + 6 = 4 + 4 + 4?$$

Решение. Парадокс легко разрешим, если принять во внимание принципиальную различимость игровых костей.

Ведь суть этого парадокса в несоответствии результата, предсказанного в рамках модели, и реально наблюдаемого. Игральные кости двигаются согласно законам классической механики как различные макроскопические тела.

Пример 6. Некий игрок в кости обратился за разъяснениями к Паскалю (в других книгах к Галилею или Гюйгенсу): почему при бросании трёх костей 11 выпадает чаще, чем 12, хотя

$$\begin{aligned} 11 &= 1 + 5 + 5 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5 = 3 + 3 + 5 = 3 + 4 + 4, \\ 12 &= 1 + 5 + 6 = 2 + 4 + 6 = 2 + 5 + 5 = 3 + 4 + 5 = 3 + 3 + 6 = 4 + 4 + 4? \end{aligned}$$

Решение. Парадокс легко разрешим, если принять во внимание принципиальную различимость игральных костей.

Поэтому исходом надо считать *упорядоченный* набор трех чисел из $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Пример 6. *Некий игрок в кости обратился за разъяснениями к Паскалю (в других книгах к Галилею или Гюйгенсу): почему при бросании трёх костей 11 выпадает чаще, чем 12, хотя*

$$11 = 1 + 5 + 5 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5 = 3 + 3 + 5 = 3 + 4 + 4,$$
$$12 = 1 + 5 + 6 = 2 + 4 + 6 = 2 + 5 + 5 = 3 + 4 + 5 = 3 + 3 + 6 = 4 + 4 + 4?$$

Решение. Парадокс легко разрешим, если принять во внимание принципиальную различимость игровых костей.

Поэтому исходом надо считать *упорядоченный* набор трех чисел из $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Тогда подсчет количества исходов, «благоприятствующих» событиям «сумма 11» или «сумма 12» надо проводить иначе.

Пример 6. *Некий игрок в кости обратился за разъяснениями к Паскалю (в других книгах к Галилею или Гюйгенсу): почему при бросании трёх костей 11 выпадает чаще, чем 12, хотя*

$$\begin{aligned} 11 &= 1 + 5 + 5 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5 = 3 + 3 + 5 = 3 + 4 + 4, \\ 12 &= 1 + 5 + 6 = 2 + 4 + 6 = 2 + 5 + 5 = 3 + 4 + 5 = 3 + 3 + 6 = 4 + 4 + 4? \end{aligned}$$

Решение. Комбинация $\{1 + 5 + 5\}$ — не элементарное событие и может реализоваться тремя способами:

Пример 6. *Некий игрок в кости обратился за разъяснениями к Паскалю (в других книгах к Галилею или Гюйгенсу): почему при бросании трёх костей 11 выпадает чаще, чем 12, хотя*

$$11 = 1 + 5 + 5 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5 = 3 + 3 + 5 = 3 + 4 + 4,$$

$$12 = 1 + 5 + 6 = 2 + 4 + 6 = 2 + 5 + 5 = 3 + 4 + 5 = 3 + 3 + 6 = 4 + 4 + 4?$$

Решение. Комбинация $\{1 + 5 + 5\}$ — не элементарное событие и может реализоваться тремя способами:

$$1 + 5 + 5 =$$

Пример 6. *Некий игрок в кости обратился за разъяснениями к Паскалю (в других книгах к Галилею или Гюйгенсу): почему при бросании трёх костей 11 выпадает чаще, чем 12, хотя*

$$\begin{aligned} 11 &= 1 + 5 + 5 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5 = 3 + 3 + 5 = 3 + 4 + 4, \\ 12 &= 1 + 5 + 6 = 2 + 4 + 6 = 2 + 5 + 5 = 3 + 4 + 5 = 3 + 3 + 6 = 4 + 4 + 4? \end{aligned}$$

Решение. Комбинация $\{1 + 5 + 5\}$ — не элементарное событие и может реализоваться тремя способами:

$$1 + 5 + 5 = 5 + 1 + 5 =$$

Пример 6. *Некий игрок в кости обратился за разъяснениями к Паскалю (в других книгах к Галилею или Гюйгенсу): почему при бросании трёх костей 11 выпадает чаще, чем 12, хотя*

$$\begin{aligned} 11 &= 1 + 5 + 5 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5 = 3 + 3 + 5 = 3 + 4 + 4, \\ 12 &= 1 + 5 + 6 = 2 + 4 + 6 = 2 + 5 + 5 = 3 + 4 + 5 = 3 + 3 + 6 = 4 + 4 + 4? \end{aligned}$$

Решение. Комбинация $\{1 + 5 + 5\}$ — не элементарное событие и может реализоваться тремя способами:

$$1 + 5 + 5 = 5 + 1 + 5 = 5 + 5 + 1,$$

Пример 6. *Некий игрок в кости обратился за разъяснениями к Паскалю (в других книгах к Галилею или Гюйгенсу): почему при бросании трёх костей 11 выпадает чаще, чем 12, хотя*

$$\begin{aligned} 11 &= 1 + 5 + 5 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5 = 3 + 3 + 5 = 3 + 4 + 4, \\ 12 &= 1 + 5 + 6 = 2 + 4 + 6 = 2 + 5 + 5 = 3 + 4 + 5 = 3 + 3 + 6 = 4 + 4 + 4? \end{aligned}$$

Решение. Комбинация $\{1 + 5 + 5\}$ — не элементарное событие и может реализоваться тремя способами:

$$1 + 5 + 5 = 5 + 1 + 5 = 5 + 5 + 1,$$

т.к. единичка может выпасть на любой из трех костей.

Пример 6. *Некий игрок в кости обратился за разъяснениями к Паскалю (в других книгах к Галилею или Гюйгенсу): почему при бросании трёх костей 11 выпадает чаще, чем 12, хотя*

$$11 = 1 + 5 + 5 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5 = 3 + 3 + 5 = 3 + 4 + 4,$$
$$12 = 1 + 5 + 6 = 2 + 4 + 6 = 2 + 5 + 5 = 3 + 4 + 5 = 3 + 3 + 6 = 4 + 4 + 4?$$

Решение. Комбинация $\{1 + 5 + 5\}$ — не элементарное событие и может реализоваться тремя способами:

$$1 + 5 + 5 = 5 + 1 + 5 = 5 + 5 + 1.$$

Комбинация $\{1 + 4 + 6\}$ реализуется шестью способами и лишь $\{4 + 4 + 4\}$ есть исход.

Пример 6. *Некий игрок в кости обратился за разъяснениями к Паскалю (в других книгах к Галилею или Гюйгенсу): почему при бросании трёх костей 11 выпадает чаще, чем 12, хотя*

$$11 = 1 + 5 + 5 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5 = 3 + 3 + 5 = 3 + 4 + 4,$$
$$12 = 1 + 5 + 6 = 2 + 4 + 6 = 2 + 5 + 5 = 3 + 4 + 5 = 3 + 3 + 6 = 4 + 4 + 4?$$

Решение. Комбинация $\{1 + 5 + 5\}$ — не элементарное событие и может реализоваться тремя способами:

$$1 + 5 + 5 = 5 + 1 + 5 = 5 + 5 + 1.$$

Комбинация $\{1 + 4 + 6\}$ реализуется шестью способами и лишь $\{4 + 4 + 4\}$ есть исход.

Попробуйте теперь подсчитать сами и Вы получите для 11 очков 27 исходов, а для 12 очков — 25.

Пример 6. *Некий игрок в кости обратился за разъяснениями к Паскалю (в других книгах к Галилею или Гюйгенсу): почему при бросании трёх костей 11 выпадает чаще, чем 12, хотя*

$$11 = 1 + 5 + 5 = 1 + 4 + 6 = 2 + 3 + 6 = 2 + 4 + 5 = 3 + 3 + 5 = 3 + 4 + 4,$$
$$12 = 1 + 5 + 6 = 2 + 4 + 6 = 2 + 5 + 5 = 3 + 4 + 5 = 3 + 3 + 6 = 4 + 4 + 4?$$

Решение. Комбинация $\{1 + 5 + 5\}$ — не элементарное событие и может реализоваться тремя способами:

$$1 + 5 + 5 = 5 + 1 + 5 = 5 + 5 + 1.$$

Комбинация $\{1 + 4 + 6\}$ реализуется шестью способами и лишь $\{4 + 4 + 4\}$ есть исход.

Попробуйте теперь подсчитать сами и Вы получите для 11 очков 27 исходов, а для 12 очков — 25.

Полное число возможных исходов (число элементов ПЭС) будет $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$. **Вернёмся к лекции?**

Пример 7. Двое уговорились встретиться на следующих условиях. Каждый появляется на месте встречи в произвольный момент времени от, скажем, 13 до 14 часов, ожидает другого не более 10 минут, затем уходит. Построить пространство элементарных событий (ПЭС).

Пример 7. Двое уговорились встретиться на следующих условиях. Каждый появляется на месте встречи в произвольный момент времени от, скажем, 13 до 14 часов, ожидает другого не более 10 минут, затем уходит. Построить пространство элементарных событий (ПЭС).

Этой задаче можно придать не только детективно-шпионский оттенок. Можно говорить о приемном устройстве, которое обрабатывает полученный сигнал в течении некоторого промежутка времени.

Пример 7. *Двое уговорились встретиться на следующих условиях. Каждый появляется на месте встречи в произвольный момент времени от, скажем, 13 до 14 часов, ожидает другого не более 10 минут, затем уходит. Построить пространство элементарных событий (ПЭС).*

Этой задаче можно придать не только детективно-шпионский оттенок. Можно говорить о приемном устройстве, которое обрабатывает полученный сигнал в течении некоторого промежутка времени.

Аналогичная ситуация возникает в порту, если к причалу одновременно приходят два парохода. Разгрузка подошедшего первым занимает некоторое время, в течении которого второй будет ждать.

Пример 7. Двое уговорились встретиться на следующих условиях. Каждый появляется на месте встречи в произвольный момент времени от, скажем, 13 до 14 часов, ожидает другого не более 10 минут, затем уходит. Построить пространство элементарных событий (ПЭС).

Условие и обсуждение этой задачи и других интересных задач, связанных с ней, можно найти в Интернете под названием Meeting probability.

Пример 7. Двое уговорились встретиться на следующих условиях. Каждый появляется на месте встречи в произвольный момент времени от, скажем, 13 до 14 часов, ожидает другого не более 10 минут, затем уходит. Построить пространство элементарных событий (ПЭС).

Решение. В качестве исхода будем фиксировать в минутах моменты прихода участников на место встречи (с бесконечной точностью — это уже часть нашей идеализации реальной задачи).

Пример 7. Двое уговорились встретиться на следующих условиях. Каждый появляется на месте встречи в произвольный момент времени от, скажем, 13 до 14 часов, ожидает другого не более 10 минут, затем уходит. Построить пространство элементарных событий (ПЭС).

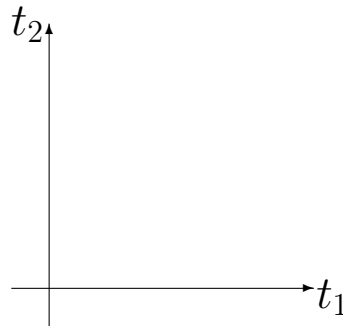
Решение. В качестве исхода будем фиксировать в минутах моменты прихода участников на место встречи.

Получаем множество упорядоченных пар чисел (t_1, t_2) , каждое из которых принимает любое значение из $[13; 14]$.

Для простоты можно отсчитывать время в минутах от 13 часов.

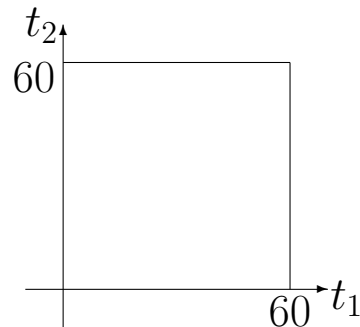
Пример 7. Двое уговорились встретиться на следующих условиях. Каждый появляется на месте встречи в произвольный момент времени от, скажем, 13 до 14 часов, ожидает другого не более 10 минут, затем уходит. Построить пространство элементарных событий (ПЭС).

Решение. В качестве исхода будем фиксировать в минутах моменты прихода участников на место встречи, отсчитывая от 13 часов. Геометрическим образом ПЭС будет квадрат.



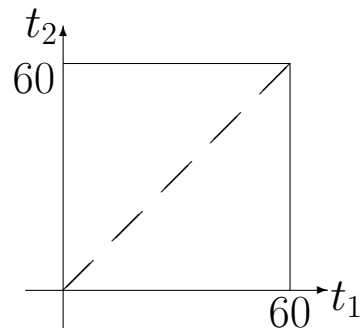
Пример 7. Двое уговорились встретиться на следующих условиях. Каждый появляется на месте встречи в произвольный момент времени от, скажем, 13 до 14 часов, ожидает другого не более 10 минут, затем уходит. Построить пространство элементарных событий (ПЭС).

Решение. В качестве исхода будем фиксировать в минутах моменты прихода участников на место встречи, отсчитывая от 13 часов. Геометрическим образом ПЭС будет квадрат.



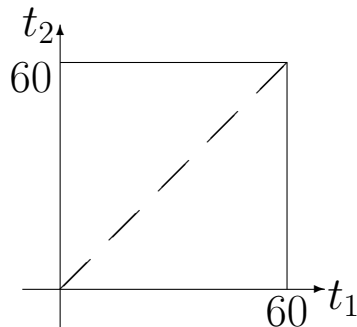
Пример 7. Двое уговорились встретиться на следующих условиях. Каждый появляется на месте встречи в произвольный момент времени от, скажем, 13 до 14 часов, ожидает другого не более 10 минут, затем уходит. Построить пространство элементарных событий (ПЭС).

Решение. В качестве исхода будем фиксировать в минутах моменты прихода участников на место встречи, отсчитывая от 13 часов. Геометрическим образом ПЭС будет квадрат. Изображены ситуации, когда оба подошли к месту встречи одновременно.



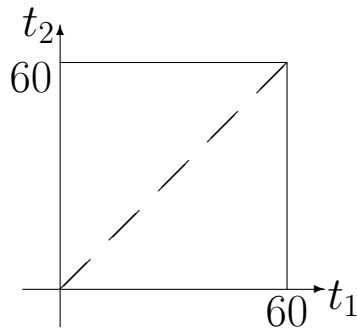
Пример 7. Двое уговорились встретиться на следующих условиях. Каждый появляется на месте встречи в произвольный момент времени от, скажем, 13 до 14 часов, ожидает другого не более 10 минут, затем уходит. Построить пространство элементарных событий (ПЭС).

Решение. В качестве исхода будем фиксировать в минутах моменты прихода участников на место встречи, отсчитывая от 13 часов. Геометрическим образом ПЭС будет квадрат. Изображены ситуации, когда оба подошли к месту встречи одновременно. Разрыв по времени между подходом одного и другого может достигать 10 минут, т.е.



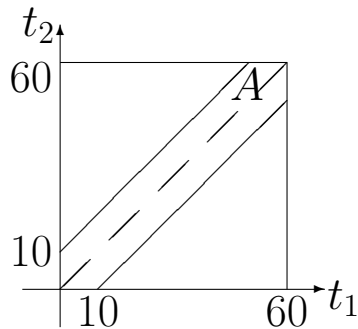
Пример 7. Двое уговорились встретиться на следующих условиях. Каждый появляется на месте встречи в произвольный момент времени от, скажем, 13 до 14 часов, ожидает другого не более 10 минут, затем уходит. Построить пространство элементарных событий (ПЭС).

Решение. В качестве исхода будем фиксировать в минутах моменты прихода участников на место встречи, отсчитывая от 13 часов. Геометрическим образом ПЭС будет квадрат. Изображены ситуации, когда оба подошли к месту встречи одновременно. Разрыв по времени между подходом одного и другого может достигать 10 минут, т.е.

$$|t_1 - t_2| \leq 10.$$


Пример 7. Двое уговорились встретиться на следующих условиях. Каждый появляется на месте встречи в произвольный момент времени от, скажем, 13 до 14 часов, ожидает другого не более 10 минут, затем уходит. Построить пространство элементарных событий (ПЭС).

Решение. В качестве исхода будем фиксировать в минутах моменты прихода участников на место встречи, отсчитывая от 13 часов. Геометрическим образом ПЭС будет квадрат. Изображены ситуации, когда оба подошли к месту встречи одновременно. Разрыв по времени между подходом одного и другого может достигать 10 минут, т.е.

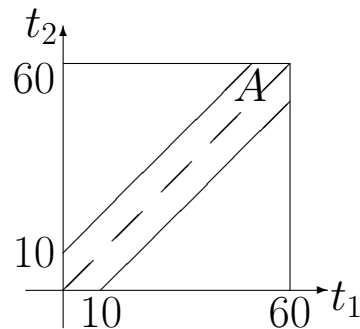
$$|t_1 - t_2| \leq 10.$$


Пример 7. Двое уговорились встретиться на следующих условиях. Каждый появляется на месте встречи в произвольный момент времени от, скажем, 13 до 14 часов, ожидает другого не более 10 минут, затем уходит. Построить пространство элементарных событий (ПЭС).

Решение. В качестве исхода будем фиксировать в минутах моменты прихода участников на место встречи, отсчитывая от 13 часов. Геометрическим образом ПЭС будет квадрат.

Образом ситуации, когда они встретятся, является «шестиугольная полоска» вдоль диаго-

нали квадрата:
$$\begin{cases} |t_1 - t_2| \leq 10, \\ 0 \leq t_1 \leq 60, \\ 0 \leq t_2 \leq 60. \end{cases}$$



Вернёмся к лекции?

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;
- V — выпало меньше 3 очков;
- W — не выпало ни 2, ни 4.

Решение.

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;

Решение. Для того, чтобы задать событие в теории вероятностей надо описать...

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;

Решение. Для того, чтобы задать событие в теории вероятностей надо описать условия наступления этого события.

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;

Решение. U наступило тогда и только тогда, когда наступило

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;

Решение. U наступило тогда и только тогда, когда наступило A_2 ,

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;

Решение. U наступило тогда и только тогда, когда наступило A_2, A_4 или

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;

Решение. U наступило тогда и только тогда, когда наступило A_2, A_4 или A_6 .

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;

Решение. U наступило тогда и только тогда, когда наступило A_2, A_4 или A_6 .

Поэтому, $U^\circ =$

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;

Решение. U наступило тогда и только тогда, когда наступило A_2, A_4 или A_6 .

Поэтому, $U^\circ = A_2^\circ \cup$

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;

Решение. U наступило тогда и только тогда, когда наступило A_2, A_4 или A_6 .

Поэтому, $U^\circ = A_2^\circ \cup A_4^\circ \cup$

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;

Решение. U наступило тогда и только тогда, когда наступило A_2, A_4 или A_6 .

Поэтому, $U^\circ = A_2^\circ \cup A_4^\circ \cup A_6^\circ$.

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;

Решение. U наступило тогда и только тогда, когда наступило A_2, A_4 или A_6 .

Поэтому, $U^\circ = A_2^\circ \cup A_4^\circ \cup A_6^\circ$.
откуда $U =$

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;

Решение. U наступило тогда и только тогда, когда наступило A_2, A_4 или A_6 .

Поэтому, $U^\circ = A_2^\circ \cup A_4^\circ \cup A_6^\circ$.
откуда $U = A_2 +$

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;

Решение. U наступило тогда и только тогда, когда наступило A_2, A_4 или A_6 .

Поэтому, $U^\circ = A_2^\circ \cup A_4^\circ \cup A_6^\circ$.
откуда $U = A_2 + A_4 +$

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- U — выпало четное количество очков;

Решение. U наступило тогда и только тогда, когда наступило A_2, A_4 или A_6 .

Поэтому, $U^\circ = A_2^\circ \cup A_4^\circ \cup A_6^\circ$.
откуда $U = A_2 + A_4 + A_6$.

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- V — выпало меньше 3 очков;

Решение. Из условий эксперимента $V^{\circ} =$

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- V — выпало меньше 3 очков;

Решение. Из условий эксперимента $V^{\circ} = A_1^{\circ} \cup$

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- V — выпало меньше 3 очков;

Решение. Из условий эксперимента $V^{\circ} = A_1^{\circ} \cup A_2^{\circ}$,

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- V — выпало меньше 3 очков;

Решение. Из условий эксперимента $V^{\circ} = A_1^{\circ} \cup A_2^{\circ}$, следовательно, $V =$

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- V — выпало меньше 3 очков;

Решение. Из условий эксперимента $V^{\circ} = A_1^{\circ} \cup A_2^{\circ}$, следовательно, $V = A_1 +$

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- V — выпало меньше 3 очков;

Решение. Из условий эксперимента $V^{\circ} = A_1^{\circ} \cup A_2^{\circ}$, следовательно, $V = A_1 + A_2$.

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- W — не выпало ни 2, ни 4.

Решение. $W =$

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- W — не выпало ни 2, ни 4.

Решение. $W = A_1 + A_3 +$

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- W — не выпало ни 2, ни 4.

Решение. $W = A_1 + A_3 + A_5 +$

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- W — не выпало ни 2, ни 4.

Решение. $W = A_1 + A_3 + A_5 + A_6$.

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- W — не выпало ни 2, ни 4.

Решение. $W = A_1 + A_3 + A_5 + A_6$.

Можно записать иначе: W определена «негативно» (описано, когда W не наступило), поэтому $W =$ (неверно, что наступило A_2 или A_4).

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- W — не выпало ни 2, ни 4.

Решение. $W = A_1 + A_3 + A_5 + A_6$.

Можно записать иначе: W определена «негативно» (описано, когда W не наступило), поэтому $W = \overline{A_2 + A_4}$ (неверно, что наступило A_2 или A_4).

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- W — не выпало ни 2, ни 4.

Решение. $W = A_1 + A_3 + A_5 + A_6$.

Можно записать иначе: W определена «негативно» (описано, когда W не наступило), поэтому $W = \overline{A_2 + A_4}$ (неверно, что наступило A_2 или A_4).

Можно еще иначе: $W =$ (неверно, что наступило A_2 и при этом неверно, что наступило A_4).

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- W — не выпало ни 2, ни 4.

Решение. $W = A_1 + A_3 + A_5 + A_6$.

Можно записать иначе: W определена «негативно» (описано, когда W не наступило), поэтому $W = \overline{A_2 + A_4}$ (неверно, что наступило A_2 или A_4).

Можно еще иначе: $W = \overline{A_2} * \overline{A_4}$ (неверно, что наступило A_2 и при этом неверно, что наступило A_4).

Пример 8. Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на кубике выпало i очков. Выразить с помощью этих событий следующие:

- W — не выпало ни 2, ни 4.

Решение. $W = A_1 + A_3 + A_5 + A_6$.

Можно записать иначе: W определена «негативно» (описано, когда W не наступило), поэтому $W = \overline{A_2 + A_4}$ (неверно, что наступило A_2 или A_4).

Можно еще иначе: $W = \overline{A_2} * \overline{A_4}$ (неверно, что наступило A_2 и при этом неверно, что наступило A_4).

Вернёмся к лекции?

Пример 9. Доказать свойство дистрибутивности для алгебры событий, то есть равенство $A(B + C) = AB + AC$.

Решение.

Пример 9. Доказать свойство дистрибутивности для алгебры событий, то есть равенство $A(B + C) = AB + AC$.

Решение. Прежде всего надо выяснить, как в принципе можно доказать равенство событий.

Пример 9. Доказать свойство дистрибутивности для алгебры событий, то есть равенство $A(B + C) = AB + AC$.

Решение. Прежде всего надо выяснить, как в принципе можно доказать равенство событий.

События мы различаем «с точностью до их наступления», то есть с точностью до эквивалентности (наступление каждого из событий влечет наступление другого).

Пример 9. Доказать свойство дистрибутивности для алгебры событий, то есть равенство $A(B + C) = AB + AC$.

Решение. Итак, надо доказать, что, если событие $A(B + C)$ наступило, то наступило и $AB + AC$, и наоборот.

Пример 9. Доказать свойство дистрибутивности для алгебры событий, то есть равенство $A(B + C) = AB + AC$.

Решение. Итак, надо доказать, что, если событие $A(B + C)$ наступило, то наступило и $AB + AC$, и наоборот.

$$A(B + C) \text{ наступило} \quad \Leftrightarrow$$

Пример 9. Доказать свойство дистрибутивности для алгебры событий, то есть равенство $A(B + C) = AB + AC$.

Решение. Итак, надо доказать, что, если событие $A(B + C)$ наступило, то наступило и $AB + AC$, и наоборот.

$$A(B + C) \text{ наступило} \Leftrightarrow \begin{cases} A \text{ наступило,} \\ B + C \text{ наступило} \end{cases} \Leftrightarrow$$

Пример 9. Доказать свойство дистрибутивности для алгебры событий, то есть равенство $A(B + C) = AB + AC$.

Решение. Итак, надо доказать, что, если событие $A(B + C)$ наступило, то наступило и $AB + AC$, и наоборот.

$$\begin{aligned} A(B + C) \text{ наступило} &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B + C \text{ наступило} \end{array} \right. \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило или } C \text{ наступило} \end{array} \right. \Leftrightarrow \end{aligned}$$

Пример 9. Доказать свойство дистрибутивности для алгебры событий, то есть равенство $A(B + C) = AB + AC$.

Решение. Итак, надо доказать, что, если событие $A(B + C)$ наступило, то наступило и $AB + AC$, и наоборот.

$$\begin{aligned} A(B + C) \text{ наступило} &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B + C \text{ наступило} \end{array} \right. \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило или } C \text{ наступило} \end{array} \right. \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(\left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right. \text{ или } \left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ C \text{ наступило} \end{array} \right. \right) \Leftrightarrow \end{aligned}$$

Пример 9. Доказать свойство дистрибутивности для алгебры событий, то есть равенство $A(B + C) = AB + AC$.

Решение. Итак, надо доказать, что, если событие $A(B + C)$ наступило, то наступило и $AB + AC$, и наоборот.

$$A(B + C) \text{ наступило} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B + C \text{ наступило} \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило или } C \text{ наступило} \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right. \text{ или } \left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ C \text{ наступило} \end{array} \right. \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (AB \text{ наступило или } AC \text{ наступило}) \Leftrightarrow$$

Пример 9. Доказать свойство дистрибутивности для алгебры событий, то есть равенство $A(B + C) = AB + AC$.

Решение. Итак, надо доказать, что, если событие $A(B + C)$ наступило, то наступило и $AB + AC$, и наоборот.

$$A(B + C) \text{ наступило} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B + C \text{ наступило} \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило или } C \text{ наступило} \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right. \text{ или } \left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ C \text{ наступило} \end{array} \right. \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (AB \text{ наступило или } AC \text{ наступило}) \Leftrightarrow (AB + AC) \text{ наступило.}$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 10. *Докажите, что*
 $A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$

Решение.

Пример 10. Докажите, что
 $A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$

Решение.

$$A + B = A \Leftrightarrow$$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение.

$$A + B = A \Leftrightarrow (A + B \text{ наступило} \Leftrightarrow A \text{ наступило}) \Leftrightarrow$$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение.

$$A + B = A \Leftrightarrow (A + B \text{ наступило} \Leftrightarrow A \text{ наступило}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \Leftrightarrow A \text{ наступило} \right) \Rightarrow$$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение.

$$A + B = A \Leftrightarrow (A + B \text{ наступило} \Leftrightarrow A \text{ наступило}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \Leftrightarrow A \text{ наступило} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (B \text{ наступило} \Rightarrow A \text{ наступило}) \Rightarrow$$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение.

$$\begin{aligned} A + B = A &\Leftrightarrow (A + B \text{ наступило} \Leftrightarrow A \text{ наступило}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(\begin{bmatrix} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{bmatrix} \Leftrightarrow A \text{ наступило} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (B \text{ наступило} \Rightarrow A \text{ наступило}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(B \text{ наступило} \Rightarrow \begin{cases} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{cases} \right) \Rightarrow \end{aligned}$$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение.

$$A + B = A \Leftrightarrow (A + B \text{ наступило} \Leftrightarrow A \text{ наступило}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\left[\begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right] \Leftrightarrow A \text{ наступило} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (B \text{ наступило} \Rightarrow A \text{ наступило}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(B \text{ наступило} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right\} \right) \Rightarrow$$

$$\text{Очевидно, что } \left(\left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right\} \Rightarrow A \text{ наступило} \right).$$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение.

$$A + B = A \Leftrightarrow (A + B \text{ наступило} \Leftrightarrow A \text{ наступило}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \Leftrightarrow A \text{ наступило} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (B \text{ наступило} \Rightarrow A \text{ наступило}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(B \text{ наступило} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right\} \right) \Rightarrow$$

$$\text{Очевидно, что } \left(\left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right\} \Rightarrow A \text{ наступило} \right).$$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение.

$$\begin{aligned} A + B = A &\Leftrightarrow (A + B \text{ наступило} \Leftrightarrow A \text{ наступило}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(\left[\begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right] \Leftrightarrow A \text{ наступило} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (B \text{ наступило} \Rightarrow A \text{ наступило}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(B \text{ наступило} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right\} \right) \Rightarrow B = AB. \end{aligned}$$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение. Доказали $A + B = A \Rightarrow A * B = B$.

Осталось доказать, что $A * B = B \Rightarrow A + B = A$.

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение. Доказали $A + B = A \Rightarrow A * B = B$.

$$AB = B \Leftrightarrow$$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение. Доказали $A + B = A \Rightarrow A * B = B$.

$$AB = B \Leftrightarrow (AB \text{ наступило} \Leftrightarrow B \text{ наступило}) \Leftrightarrow$$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение. Доказали $A + B = A \Rightarrow A * B = B$.

$$AB = B \Leftrightarrow (AB \text{ наступило} \Leftrightarrow B \text{ наступило}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right. \Leftrightarrow B \text{ наступило} \right) \Rightarrow$$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение. Доказали $A + B = A \Rightarrow A * B = B$.

$$AB = B \Leftrightarrow (AB \text{ наступило} \Leftrightarrow B \text{ наступило}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right\} \Leftrightarrow B \text{ наступило} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (B \text{ наступило} \Rightarrow A \text{ наступило}) \Rightarrow$$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение. Доказали $A + B = A \Rightarrow A * B = B$.

$$\begin{aligned} AB = B &\Leftrightarrow (AB \text{ наступило} \Leftrightarrow B \text{ наступило}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(\left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right\} \Leftrightarrow B \text{ наступило} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (B \text{ наступило} \Rightarrow A \text{ наступило}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\left[\begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right] \Rightarrow A \text{ наступило} \right) \Rightarrow \end{aligned}$$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение. Доказали $A + B = A \Rightarrow A * B = B$.

$$AB = B \Leftrightarrow (AB \text{ наступило} \Leftrightarrow B \text{ наступило}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right\} \Leftrightarrow B \text{ наступило} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (B \text{ наступило} \Rightarrow A \text{ наступило}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\left[\begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right] \Rightarrow A \text{ наступило} \right) \Rightarrow$$

Очевидно, что $\left(A \text{ наступило} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right] \right).$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение. Доказали $A + B = A \Rightarrow A * B = B$.

$$AB = B \Leftrightarrow (AB \text{ наступило} \Leftrightarrow B \text{ наступило}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right\} \Leftrightarrow B \text{ наступило} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (B \text{ наступило} \Rightarrow A \text{ наступило}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\left[\begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right] \Leftrightarrow A \text{ наступило} \right) \Rightarrow$$

Очевидно, что $\left(A \text{ наступило} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right] \right).$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение. Доказали $A + B = A \Rightarrow A * B = B$.

$$\begin{aligned} AB = B &\Leftrightarrow (AB \text{ наступило} \Leftrightarrow B \text{ наступило}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(\left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right\} \Leftrightarrow B \text{ наступило} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (B \text{ наступило} \Rightarrow A \text{ наступило}) \Rightarrow \\ \Rightarrow &\left(\left[\begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right] \Leftrightarrow A \text{ наступило} \right) \Rightarrow A = A + B. \end{aligned}$$

Пример 10. Докажите, что

$$A + B = A \Leftrightarrow AB = B.$$

Решение. Доказали $A + B = A \Rightarrow A * B = B$.

$$\begin{aligned} AB = B &\Leftrightarrow (AB \text{ наступило} \Leftrightarrow B \text{ наступило}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(\left\{ \begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right\} \Leftrightarrow B \text{ наступило} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (B \text{ наступило} \Rightarrow A \text{ наступило}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\left[\begin{array}{l} A \text{ наступило,} \\ B \text{ наступило} \end{array} \right] \Leftrightarrow A \text{ наступило} \right) \Rightarrow A = A + B. \end{aligned}$$

Утверждение доказано.

Вернёмся к лекции?

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Найти множество B° для события B : выпало нечетное количество очков. Найти множество C° для события C : выпало менее 5 очков. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множество $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C^\circ}$.

Решение.

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов.

Решение. Надо проверить справедливость утверждений **E1-E3**.

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов.

Решение. E1.

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов.

Решение. Е1. Так как в ходе эксперимента должно выпасть сколько-то очков (от 1 до 6), то одно из событий $A_1 - A_6$ точно произойдет, поэтому $A_1 + A_2 + \dots + A_6$ — достоверное событие.

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов.

Решение. Е1. Так как в ходе эксперимента должно выпасть сколько-то очков (от 1 до 6), то одно из событий $A_1 - A_6$ точно произойдет, поэтому $A_1 + A_2 + \dots + A_6$ — достоверное событие.

Е1. доказано.

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов.

Решение. E2.

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов.

Решение. E2. Несовместность событий следует из условий эксперимента — ведь выпавшее количество очков «считывается» *однозначно*.

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов.

Решение. ЕЗ

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов.

Решение. **Е3** также следует из условий эксперимента (ничто, кроме выпавшего количества очков нас не интересует).

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Найти множество B° для события B : выпало нечетное количество очков.

Решение. Для того, чтобы найти B° , выразим B в виде суммы элементарных исходов: $B =$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Найти множество B° для события B : выпало нечетное количество очков.

Решение. Для того, чтобы найти B° , выразим B в виде суммы элементарных исходов: $B = A_1 + A_3 + A_5$.

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Найти множество B° для события B : выпало нечетное количество очков.

Решение. Для того, чтобы найти B° , выразим B в виде суммы элементарных исходов: $B = A_1 + A_3 + A_5$.

Заметим, что можно записать и иначе:

$B = A_1 + A_1 + A_5 + A_3 + A_5 + A_5$ и т.п.

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Найти множество B° для события B : выпало нечетное количество очков.

Решение. Для того, чтобы найти B° , выразим B в виде суммы элементарных исходов: $B = A_1 + A_3 + A_5$.

Заметим, что можно записать и иначе:

$B = A_1 + A_1 + A_5 + A_3 + A_5 + A_5$ и т.п.

Но, в полном согласии с вышеприведенной теоремой, все эти записи отличаются только порядком слагаемых, и дублированием слагаемых (в последней записи A_1 встречается два, а A_5 — три раза).

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Найти множество B° для события B : выпало нечетное количество очков.

Решение. Для того, чтобы найти B° , выразим B в виде суммы элементарных исходов: $B = A_1 + A_3 + A_5$.

Таким образом, $B^\circ =$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Найти множество B° для события B : выпало нечетное количество очков.

Решение. Для того, чтобы найти B° , выразим B в виде суммы элементарных исходов: $B = A_1 + A_3 + A_5$.

Таким образом, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Найти множество C° для события C : выпало менее 5 очков.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5, \quad B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}.$

Аналогично получаем $C =$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Найти множество C° для события C : выпало менее 5 очков.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.

Аналогично получаем $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$.

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Найти множество C° для события C : выпало менее 5 очков.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.

Аналогично получаем $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$.

Значит, $C^\circ =$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Найти множество C° для события C : выпало менее 5 очков.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5, \quad B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}.$

Аналогично получаем $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4.$

Значит, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}.$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Найти множество C° для события C : выпало менее 5 очков.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$.

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$.

$$BC =$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$.

$$BC = (A_1 + A_3 + A_5)(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) =$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$.

$$\begin{aligned} BC &= (A_1 + A_3 + A_5)(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) = \\ &= A_1A_1 + A_3A_1 + A_5A_1 + \dots + \end{aligned}$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$.

$$\begin{aligned} BC &= (A_1 + A_3 + A_5)(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) = \\ &= A_1A_1 + A_3A_1 + A_5A_1 + \dots + A_3A_3 + \dots + A_5A_4 = \end{aligned}$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$.

$$\begin{aligned} BC &= (A_1 + A_3 + A_5)(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) = \\ &= \underbrace{A_1 A_1}_{A_1} + A_3 A_1 + A_5 A_1 + \dots + A_3 A_3 + \dots + A_5 A_4 = \end{aligned}$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$.

$$\begin{aligned} BC &= (A_1 + A_3 + A_5)(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) = \\ &= \underbrace{A_1 A_1}_{A_1} + \underbrace{A_3 A_1}_{\text{H}} + A_5 A_1 + \dots + A_3 A_3 + \dots + A_5 A_4 = \end{aligned}$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$.

$$\begin{aligned} BC &= (A_1 + A_3 + A_5)(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) = \\ &= \underbrace{A_1 A_1}_{A_1} + \underbrace{A_3 A_1}_{\text{H}} + \underbrace{A_5 A_1}_{\text{H}} + \dots + A_3 A_3 + \dots + A_5 A_4 = \end{aligned}$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$.

$$\begin{aligned} BC &= (A_1 + A_3 + A_5)(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) = \\ &= \underbrace{A_1 A_1}_{A_1} + \underbrace{A_3 A_1}_{\text{Н}} + \underbrace{A_5 A_1}_{\text{Н}} + \dots + \underbrace{A_3 A_3}_{A_3} + \dots + A_5 A_4 = \end{aligned}$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$.

$$\begin{aligned} BC &= (A_1 + A_3 + A_5)(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) = \\ &= \underbrace{A_1 A_1}_{A_1} + \underbrace{A_3 A_1}_{\text{Н}} + \underbrace{A_5 A_1}_{\text{Н}} + \dots + \underbrace{A_3 A_3}_{A_3} + \dots + \underbrace{A_5 A_4}_{\text{Н}} = \end{aligned}$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$.

$$\begin{aligned} BC &= (A_1 + A_3 + A_5)(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) = \\ &= \underbrace{A_1 A_1}_{A_1} + \underbrace{A_3 A_1}_{\text{Н}} + \underbrace{A_5 A_1}_{\text{Н}} + \dots + \underbrace{A_3 A_3}_{A_3} + \dots + \underbrace{A_5 A_4}_{\text{Н}} = A_1 + A_3, \end{aligned}$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, $BC = A_1 + A_3$.

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, $BC = A_1 + A_3$.

$$(BC)^\circ =$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, $BC = A_1 + A_3$.

$$(BC)^\circ = \{A_1, A_3\} =$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, $BC = A_1 + A_3$.
 $(BC)^\circ = \{A_1, A_3\} = \qquad \qquad \qquad = B^\circ \cap C^\circ$.

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, $BC = A_1 + A_3$.

$$(BC)^\circ = \{A_1, A_3\} = \{A_1, A_3, A_5\} \cap \{A_1, A_2, A_3, A_4\} = B^\circ \cap C^\circ.$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C^\circ}$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, $BC = A_1 + A_3$.

$$(BC)^\circ = \{A_1, A_3\} = \{A_1, A_3, A_5\} \cap \{A_1, A_2, A_3, A_4\} = B^\circ \cap C^\circ.$$

$$\overline{C^\circ} =$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C}^\circ$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, $BC = A_1 + A_3$.

$$(BC)^\circ = \{A_1, A_3\} = \{A_1, A_3, A_5\} \cap \{A_1, A_2, A_3, A_4\} = B^\circ \cap C^\circ.$$

$$\overline{C}^\circ = \qquad \qquad \qquad = \overline{C}.$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C^\circ}$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, $BC = A_1 + A_3$.

$$(BC)^\circ = \{A_1, A_3\} = \{A_1, A_3, A_5\} \cap \{A_1, A_2, A_3, A_4\} = B^\circ \cap C^\circ.$$

$$\overline{C^\circ} = \overline{\{A_1, A_2, A_3, A_4\}} = \{A_5, A_6\} = \overline{C}.$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C^\circ}$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, $BC = A_1 + A_3$.

$$(BC)^\circ = \{A_1, A_3\} = \{A_1, A_3, A_5\} \cap \{A_1, A_2, A_3, A_4\} = B^\circ \cap C^\circ.$$

$$\overline{C^\circ} = \overline{\{A_1, A_2, A_3, A_4\}} = (A_5 + A_6)^\circ = \overline{C}^\circ.$$

Пример 11. Эксперимент заключается в том, что бросаем игральный кубик, результат эксперимента — количество очков. Пусть A_n — событие, заключающееся в том, что выпало n очков. Проверить, что $El = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ является множеством элементарных исходов. Проверить непосредственным вычислением, что BC соответствует множеству $B^\circ \cap C^\circ$, а событию $\overline{C}$ соответствует множество $\overline{C^\circ}$.

Решение. $B = A_1 + A_3 + A_5$, $B^\circ = \{A_1, A_3, A_5\}$.
 $C = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$, $C^\circ = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$, $BC = A_1 + A_3$.

$$(BC)^\circ = \{A_1, A_3\} = \{A_1, A_3, A_5\} \cap \{A_1, A_2, A_3, A_4\} = B^\circ \cap C^\circ.$$

$$\overline{C^\circ} = \overline{\{A_1, A_2, A_3, A_4\}} = \{A_5, A_6\} = (A_5 + A_6)^\circ = \overline{C}^\circ.$$

Вернёмся к лекции?

Задания для самостоятельного выполнения

Задача XVIII.1. (Ответ приведен на стр.3456.) Имеется 4 бумажки, на двух из них нарисован домик(Д), а остальные пустые(П). Достаём 2 бумажки наугад.

Задача XVIII.2. (Ответ приведен на стр.3460.) Приземление трех парашютистов.

Задача XVIII.3. (Ответ приведен на стр.3466.) Подбрасываем рублёвую монету до тех пор пока не выпадет орёл.

Задача XVIII.4. (Ответ приведен на стр.3477.) Вытаскиваем 3 спички, две из которых одинаковой длины(Д), а одна короче(К).

Задача XIX.5. (Ответ приведен на стр.3481.) Приведите необходимое и достаточное условие того, что событие в алгебре событий определено. Сформулируйте определение равенства событий.

Задача XIX.6. (Ответ приведен на стр.3484.) Три преподавателя теории вероятностей попали в клетку с голодным тигром. Омрачает Вашу безмятежную радость лишь тот факт, что Вы тоже в этой клетке. Тигр ценит ваш с преподавателями тонкий вкус одинаково, поэтому ему безразлично, в каком порядке он будет вас кушать. Обозначим через A_i событие, заключающееся в том, что Вы идете в меню у тигра под номером i . Проверьте, что это множество образует систему элементарных исходов (в каком порядке будут есть преподавателей Вашей любимой теории вероятностей и какова погода на дворе, Вам безразлично). Запишите с помощью событий A_i , и постройте соответствующие множества для событий: 1) Вас съели не первым; 2) Вас съели не последним; 3) Вас съели не первым и не последним; 4) Вас съели или первым, или последним.

Задача XIX.7. (Ответ приведен на стр.3496.) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Пример 12. Имеется n пронумерованных лунок и t пронумерованных шариков. Требуется вычислить, сколькими способами можно вычислить количество различных способов разместить шарики по лункам в следующих ситуациях:

- 1) все шарики уникальны, то есть нам важно не только какая лунка занята, но и какой именно шарик попал в эту лунку. Иными словами, если мы поменяли местами шарики в двух лунках, то мы получили различные способы размещения шариков;
- 2) все шарики для нас неразличимы. Иными словами, если мы поменяли местами шарики в двух лунках, то все равно мы получили тот же самый способ размещения шариков.

Пример 12. Имеется n пронумерованных лунок и t пронумерованных шариков. Требуется вычислить, сколькими способами можно вычислить количество различных способов разместить шарики по лункам в следующих ситуациях:

- 1) все шарики уникальны, то есть нам важно не только какая лунка занята, но и какой именно шарик попал в эту лунку. Иными словами, если мы поменяли местами шарики в двух лунках, то мы получили различные способы размещения шариков;
- 2) все шарики для нас неразличимы. Иными словами, если мы поменяли местами шарики в двух лунках, то все равно мы получили тот же самый способ размещения шариков.

Решение этой задачи рассмотрим позже.

Вернёмся к лекции?

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение.

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 1$.

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 1$.

Ясно, что $P_1 =$

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 1$.

Ясно, что $P_1 = 1$.

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 2$.

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 2$.

Перечислим все возможности:

номер шарика	1 2
номер лунки	1 2

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 2$.

Перечислим все возможности:

номер шарика	1 2
номер лунки	1 2

номер шарика	1 2
номер лунки	2 1

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $\mathbf{n = 1}$, $\mathbf{n = 2}$, $\mathbf{n = 3}$, $\mathbf{n = 4}$.*

Решение. $\mathbf{n = 2}$.

Перечислим все возможности:

номер шарика	1	2
номер лунки	1	2

номер шарика	1	2
номер лунки	2	1

Поэтому $P_2 = 2$.

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 3$.

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 3$.

Пусть шарик с номером 1 попал в лунку с номером k . Тогда для оставшихся двух шариков имеется только ??? различных возможности для размещения в двух оставшихся лунках.

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 3$.

Пусть шарик с номером 1 попал в лунку с номером k . Тогда для оставшихся двух шариков имеется только две различных возможности для размещения в двух оставшихся лунках.

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 3$.

Пусть шарик с номером 1 попал в лунку с номером k .

Тогда для оставшихся двух шариков имеется только две различных возможности для размещения в двух оставшихся лунках.

Например, при $k = 2$ имеем,

Пример 13. Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.

Решение. $n = 3$.

Пусть шарик с номером 1 попал в лунку с номером k .

Тогда для оставшихся двух шариков имеется только две различных возможности для размещения в двух оставшихся лунках.

Например, при $k = 2$ имеем,

либо	номер шарика	2 3	, либо
	номер лунки	1 3	

Пример 13. Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.

Решение. $n = 3$.

Пусть шарик с номером 1 попал в лунку с номером k .

Тогда для оставшихся двух шариков имеется только две различных возможности для размещения в двух оставшихся лунках.

Например, при $k = 2$ имеем,

либо	номер шарика	2 3	, либо	номер шарика	2 3
	номер лунки	1 3		номер лунки	3 1

Пример 13. Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.

Решение. $n = 3$.

Пусть шарик с номером 1 попал в лунку с номером k .

Тогда для оставшихся двух шариков имеется только две различных возможности для размещения в двух оставшихся лунках.

Например, при $k = 2$ имеем,

$$\text{либо } \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{номер шарика} & 2 & 3 \\ \hline \text{номер лунки} & 1 & 3 \\ \hline \end{array}, \text{ либо } \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{номер шарика} & 2 & 3 \\ \hline \text{номер лунки} & 3 & 1 \\ \hline \end{array}.$$

Таким образом, имеем

$$P_3 =$$

Пример 13. Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.

Решение. $n = 3$.

Пусть шарик с номером 1 попал в лунку с номером k .

Тогда для оставшихся двух шариков имеется только две различных возможности для размещения в двух оставшихся лунках.

Например, при $k = 2$ имеем,

$$\text{либо } \begin{array}{|c|c|} \hline \text{номер шарика} & 2 \ 3 \\ \hline \text{номер лунки} & 1 \ 3 \\ \hline \end{array}, \text{ либо } \begin{array}{|c|c|} \hline \text{номер шарика} & 2 \ 3 \\ \hline \text{номер лунки} & 3 \ 1 \\ \hline \end{array}.$$

Таким образом, имеем

$$P_3 = \underbrace{2}_{k=1} + \underbrace{2}_{k=2} + \underbrace{2}_{k=3} =$$

Пример 13. Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.

Решение. $n = 3$.

Пусть шарик с номером 1 попал в лунку с номером k .

Тогда для оставшихся двух шариков имеется только две различных возможности для размещения в двух оставшихся лунках.

Например, при $k = 2$ имеем,

$$\text{либо } \begin{array}{|c|c|} \hline \text{номер шарика} & 2 \ 3 \\ \hline \text{номер лунки} & 1 \ 3 \\ \hline \end{array}, \text{ либо } \begin{array}{|c|c|} \hline \text{номер шарика} & 2 \ 3 \\ \hline \text{номер лунки} & 3 \ 1 \\ \hline \end{array}.$$

Таким образом, имеем

$$P_3 = \underbrace{2}_{k=1} + \underbrace{2}_{k=2} + \underbrace{2}_{k=3} = 3 \cdot 2 =$$

Пример 13. Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.

Решение. $n = 3$.

Пусть шарик с номером 1 попал в лунку с номером k .

Тогда для оставшихся двух шариков имеется только две различных возможности для размещения в двух оставшихся лунках.

Например, при $k = 2$ имеем,

$$\text{либо } \begin{array}{|c|c|} \hline \text{номер шарика} & 2 \ 3 \\ \hline \text{номер лунки} & 1 \ 3 \\ \hline \end{array}, \text{ либо } \begin{array}{|c|c|} \hline \text{номер шарика} & 2 \ 3 \\ \hline \text{номер лунки} & 3 \ 1 \\ \hline \end{array}.$$

Таким образом, имеем

$$P_3 = \underbrace{2}_{k=1} + \underbrace{2}_{k=2} + \underbrace{2}_{k=3} = 3 \cdot 2 = 6.$$

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 4$.

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 4$.

Для первого шарика имеется ? различных возможности: он может попасть в лунки с номерами

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 4$.

Для первого шарика имеется ? различных возможности: он может попасть в лунки с номерами 1, 2, 3 и 4.

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 4$.

Для первого шарика имеется 4 различных возможности: он может попасть в лунки с номерами 1, 2, 3 и 4.

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 4$.

Для первого шарика имеется 4 различных возможности: он может попасть в лунки с номерами 1, 2, 3 и 4.

После того, как первый шарик мы поместили лунку с номером k , надо еще разместить 3 оставшихся шарика по трем свободным лункам.

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 4$.

Для первого шарика имеется 4 различных возможности: он может попасть в лунки с номерами 1, 2, 3 и 4.

После того, как первый шарик мы поместили лунку с номером k , надо еще разместить 3 оставшихся шарика по трем свободным лункам.

По определению числа перестановок таких возможностей ровно

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 4$.

Для первого шарика имеется 4 различных возможности: он может попасть в лунки с номерами 1, 2, 3 и 4.

После того, как первый шарик мы поместили лунку с номером k , надо еще разместить 3 оставшихся шарика по трем свободным лункам.

По определению числа перестановок таких возможностей ровно $P_3 = 2 \cdot 3$ штук.

Поэтому

Пример 13. *Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.*

Решение. $n = 4$.

Для первого шарика имеется 4 различных возможности: он может попасть в лунки с номерами 1, 2, 3 и 4.

После того, как первый шарик мы поместили лунку с номером k , надо еще разместить 3 оставшихся шарика по трем свободным лункам.

По определению числа перестановок таких возможностей ровно $P_3 = 2 \cdot 3$ штук.

Поэтому

$$P_3 =$$

Пример 13. Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.

Решение. $n = 4$.

Для первого шарика имеется 4 различных возможности: он может попасть в лунки с номерами 1, 2, 3 и 4.

После того, как первый шарик мы поместили лунку с номером k , надо еще разместить 3 оставшихся шарика по трем свободным лункам.

По определению числа перестановок таких возможностей ровно $P_3 = 2 \cdot 3$ штук.

Поэтому

$$P_4 = \underbrace{P_3}_{k=1} + \underbrace{P_3}_{k=2} + \underbrace{P_3}_{k=3} + \underbrace{P_3}_{k=4} =$$

Пример 13. Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.

Решение. $n = 4$.

Для первого шарика имеется 4 различных возможности: он может попасть в лунки с номерами 1, 2, 3 и 4.

После того, как первый шарик мы поместили лунку с номером k , надо еще разместить 3 оставшихся шарика по трем свободным лункам.

По определению числа перестановок таких возможностей ровно $P_3 = 2 \cdot 3$ штук.

Поэтому

$$P_4 = \underbrace{P_3}_{k=1} + \underbrace{P_3}_{k=2} + \underbrace{P_3}_{k=3} + \underbrace{P_3}_{k=4} = 4 \cdot P_3 =$$

Пример 13. Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.

Решение. $n = 4$.

Для первого шарика имеется 4 различных возможности: он может попасть в лунки с номерами 1, 2, 3 и 4.

После того, как первый шарик мы поместили лунку с номером k , надо еще разместить 3 оставшихся шарика по трем свободным лункам.

По определению числа перестановок таких возможностей ровно $P_3 = 2 \cdot 3$ штук.

Поэтому

$$P_4 = \underbrace{P_3}_{k=1} + \underbrace{P_3}_{k=2} + \underbrace{P_3}_{k=3} + \underbrace{P_3}_{k=4} = 4 \cdot P_3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 =$$

Пример 13. Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.

Решение. $n = 4$.

Для первого шарика имеется 4 различных возможности: он может попасть в лунки с номерами 1, 2, 3 и 4.

После того, как первый шарик мы поместили лунку с номером k , надо еще разместить 3 оставшихся шарика по трем свободным лункам.

По определению числа перестановок таких возможностей ровно $P_3 = 2 \cdot 3$ штук.

Поэтому

$$P_4 = \underbrace{P_3}_{k=1} + \underbrace{P_3}_{k=2} + \underbrace{P_3}_{k=3} + \underbrace{P_3}_{k=4} = 4 \cdot P_3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 4!$$

Пример 13. Вычислить число перестановок для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.

Решение. $n = 4$.

Для первого шарика имеется 4 различных возможности: он может попасть в лунки с номерами 1, 2, 3 и 4.

После того, как первый шарик мы поместили лунку с номером k , надо еще разместить 3 оставшихся шарика по трем свободным лункам.

По определению числа перестановок таких возможностей ровно $P_3 = 2 \cdot 3$ штук.

Поэтому

$$P_4 = \underbrace{P_3}_{k=1} + \underbrace{P_3}_{k=2} + \underbrace{P_3}_{k=3} + \underbrace{P_3}_{k=4} = 4 \cdot P_3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 4!$$

Вернёмся к лекции?

Пример 14. *Вычислите A_n^m при малых n и m .*

Решение.

Пример 14. *Вычислите A_n^m при малых n и m .*

Решение. Пусть $\begin{cases} m = 1, \\ n = 2. \end{cases}$

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Пусть $\begin{cases} m = 1, \\ n = 2. \end{cases}$

В этом случае существует только варианта:

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Пусть $\begin{cases} m = 1, \\ n = 2. \end{cases}$

В этом случае существует только два варианта:
наш единственный шарик попал либо в лунку номер 1,
либо в лунку с номером 2.

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Пусть $\begin{cases} m = 1, \\ n = 2. \end{cases}$

В этом случае существует только два варианта:
наш единственный шарик попал либо в лунку номер 1,
либо в лунку с номером 2.

Таким образом, $A_2^1 =$

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Пусть $\begin{cases} m = 1, \\ n = 2. \end{cases}$

В этом случае существует только два варианта:
наш единственный шарик попал либо в лунку номер 1,
либо в лунку с номером 2.

Таким образом, $A_2^1 = 2$.

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Если $m = 1$, то при любом n существует только n способов разместить шарик в одной из n лунок, то есть $A_n^1 =$

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Если $m = 1$, то при любом n существует только n способов разместить шарик в одной из n лунок, то есть $A_n^1 = n$.

Пример 14. *Вычислите A_n^m при малых n и m .*

Решение. $\begin{cases} m = 2, \\ n = 3. \end{cases}$

Для первого шарика имеется различные возможности.

Пример 14. *Вычислите A_n^m при малых n и m .*

Решение. $\begin{cases} m = 2, \\ n = 3. \end{cases}$

Для первого шарика имеется 3 различные возможности.

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. $\begin{cases} m = 2, \\ n = 3. \end{cases}$

Для первого шарика имеется 3 различные возможности.

После того, как первый шарик займет одну из трех лунок, для второго шарика остается только 2 варианта.

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. $\begin{cases} m = 2, \\ n = 3. \end{cases}$

Для первого шарика имеется 3 различные возможности.

После того, как первый шарик займет одну из трех лунок, для второго шарика остается только 2 варианта.

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. $\begin{cases} m = 2, \\ n = 3. \end{cases}$

Для первого шарика имеется 3 различные возможности.

После того, как первый шарик займет одну из трех лунок, для второго шарика остается только 2 варианта.

Таким образом, $A_3^2 =$

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. $\begin{cases} m = 2, \\ n = 3. \end{cases}$

Для первого шарика имеется 3 различные возможности.

После того, как первый шарик займет одну из трех лунок, для второго шарика остается только 2 варианта.

Таким образом, $A_3^2 = 3 \cdot 2$.

Пример 14. *Вычислите A_n^m при малых n и m .*

Решение. Пусть $m = 2$, и $n > 2$.

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Пусть $m = 2$, и $n > 2$.

Для первого шарика имеется ровно n различных возможностей.

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Пусть $m = 2$, и $n > 2$.

Для первого шарика имеется ровно n различных возможностей.

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Пусть $m = 2$, и $n > 2$.

Для первого шарика имеется ровно n различных возможностей.
При реализации любой из них для второго шарика остается только вариант,

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Пусть $m = 2$, и $n > 2$.

Для первого шарика имеется ровно n различных возможностей. При реализации любой из них для второго шарика остается только $n - 1$ вариант, так как одна из лунок уже занята первым шариком.

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Пусть $m = 2$, и $n > 2$.

Для первого шарика имеется ровно n различных возможностей. При реализации любой из них для второго шарика остается только $n - 1$ вариант, так как одна из лунок уже занята первым шариком. Поэтому

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Пусть $m = 2$, и $n > 2$.

Для первого шарика имеется ровно n различных возможностей. При реализации любой из них для второго шарика остается только $n - 1$ вариант, так как одна из лунок уже занята первым шариком. Поэтому

$$A_n^2 =$$

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Пусть $m = 2$, и $n > 2$.

Для первого шарика имеется ровно n различных возможностей. При реализации любой из них для второго шарика остается только $n - 1$ вариант, так как одна из лунок уже занята первым шариком. Поэтому

$$A_n^2 = \underbrace{(n - 1) + (n - 1) + \dots + (n - 1)}_{n \text{ слагаемых}} =$$

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Пусть $m = 2$, и $n > 2$.

Для первого шарика имеется ровно n различных возможностей. При реализации любой из них для второго шарика остается только $n - 1$ вариант, так как одна из лунок уже занята первым шариком. Поэтому

$$A_n^2 = \underbrace{(n - 1) + (n - 1) + \dots + (n - 1)}_{n \text{ слагаемых}} = n \cdot (n - 1) =$$

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Пусть $m = 2$, и $n > 2$.

Для первого шарика имеется ровно n различных возможностей. При реализации любой из них для второго шарика остается только $n - 1$ вариант, так как одна из лунок уже занята первым шариком. Поэтому

$$\begin{aligned} A_n^2 &= \underbrace{(n - 1) + (n - 1) + \dots + (n - 1)}_{n \text{ слагаемых}} = n \cdot (n - 1) = \\ &= \frac{n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3) \cdot \dots \cdot 1}{(n - 2) \cdot (n - 3) \cdot \dots \cdot 1} = \end{aligned}$$

Пример 14. Вычислите A_n^m при малых n и m .

Решение. Пусть $m = 2$, и $n > 2$.

Для первого шарика имеется ровно n различных возможностей. При реализации любой из них для второго шарика остается только $n - 1$ вариант, так как одна из лунок уже занята первым шариком. Поэтому

$$\begin{aligned} A_n^2 &= \underbrace{(n - 1) + (n - 1) + \dots + (n - 1)}_{n \text{ слагаемых}} = n \cdot (n - 1) = \\ &= \frac{n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3) \cdot \dots \cdot 1}{(n - 2) \cdot (n - 3) \cdot \dots \cdot 1} = \frac{n!}{(n - 2)!}. \end{aligned}$$

Вернёмся к лекции?

Пример 15. *Вычислим C_4^2 .*

Решение.

Пример 15. *Вычислим C_4^2 .*

Решение. Присвоим каждому шарiku свой номер (до этого момента шарики были «безликими»). Имеется ровно $A_4^2 = 4 \cdot 3 = 12$ различных размещений $U_1, U_2, U_3, \dots, U_{12}$:

Пример 15. Вычислим C_4^2 .

Решение. Присвоим каждому шарiku свой номер (до этого момента шарики были «безликими»). Имеется ровно $A_4^2 = 4 \cdot 3 = 12$ различных размещений $U_1, U_2, U_3, \dots, U_{12}$:

U_1	N шарика	1 2	U_2	N шарика	1 2	U_3	N шарика	1 2	U_4	N шарика	1 2
	N лунки	1 2		N лунки	2 1		N лунки	1 3		N лунки	3 1
U_5	N шарика	1 2	U_6	N шарика	1 2	U_7	N шарика	1 2	U_8	N шарика	1 2
	N лунки	1 4		N лунки	4 1		N лунки	2 3		N лунки	3 2
U_9	N шарика	1 2	U_{10}	N шарика	1 2	U_{11}	N шарика	1 2	U_{12}	N шарика	1 2
	N лунки	2 4		N лунки	4 2		N лунки	3 4		N лунки	4 3

Пример 15. Вычислим C_4^2 .

Решение. Присвоим каждому шарiku свой номер (до этого момента шарики были «безликими»). Имеется ровно $A_4^2 = 4 \cdot 3 = 12$ различных размещений $U_1, U_2, U_3, \dots, U_{12}$:

U_1	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_2	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_3	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_4	$\mathbf{N}$ шарика	1	2
	$\mathbf{N}$ лунки	1	2		$\mathbf{N}$ лунки	2	1		$\mathbf{N}$ лунки	1	3		$\mathbf{N}$ лунки	3	1
U_5	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_6	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_7	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_8	$\mathbf{N}$ шарика	1	2
	$\mathbf{N}$ лунки	1	4		$\mathbf{N}$ лунки	4	1		$\mathbf{N}$ лунки	2	3		$\mathbf{N}$ лунки	3	2
U_9	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_{10}	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_{11}	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_{12}	$\mathbf{N}$ шарика	1	2
	$\mathbf{N}$ лунки	2	4		$\mathbf{N}$ лунки	4	2		$\mathbf{N}$ лунки	3	4		$\mathbf{N}$ лунки	4	3

Заметим, что случаи U_1 и U_2 различаются только номерами шариков, попавших в первую и вторую лунку. С точки зрения числа сочетаний эти ситуации не различаются, так как на самом деле на шариках номеров нет (мы их сами написали, «посвоевольничали»).

Пример 15. Вычислим C_4^2 .

Решение. Присвоим каждому шарiku свой номер (до этого момента шарики были «безликими»). Имеется ровно $A_4^2 = 4 \cdot 3 = 12$ различных размещений $U_1, U_2, U_3, \dots, U_{12}$:

U_1	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_2	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_3	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_4	$\mathbf{N}$ шарика	1	2
	$\mathbf{N}$ лунки	1	2		$\mathbf{N}$ лунки	2	1		$\mathbf{N}$ лунки	1	3		$\mathbf{N}$ лунки	3	1
U_5	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_6	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_7	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_8	$\mathbf{N}$ шарика	1	2
	$\mathbf{N}$ лунки	1	4		$\mathbf{N}$ лунки	4	1		$\mathbf{N}$ лунки	2	3		$\mathbf{N}$ лунки	3	2
U_9	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_{10}	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_{11}	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_{12}	$\mathbf{N}$ шарика	1	2
	$\mathbf{N}$ лунки	2	4		$\mathbf{N}$ лунки	4	2		$\mathbf{N}$ лунки	3	4		$\mathbf{N}$ лунки	4	3

Таким образом, все различные размещения U_i разбиваются на классы таких размещений, внутри которых размещения различаются только различным расположением шариков в одних и тех же лунках.

Пример 15. Вычислим C_4^2 .

Решение. Присвоим каждому шарiku свой номер (до этого момента шарики были «безликими»). Имеется ровно $A_4^2 = 4 \cdot 3 = 12$ различных размещений $U_1, U_2, U_3, \dots, U_{12}$:

U_1	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_2	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_3	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_4	$\mathbf{N}$ шарика	1	2
	$\mathbf{N}$ лунки	1	2		$\mathbf{N}$ лунки	2	1		$\mathbf{N}$ лунки	1	3		$\mathbf{N}$ лунки	3	1
U_5	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_6	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_7	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_8	$\mathbf{N}$ шарика	1	2
	$\mathbf{N}$ лунки	1	4		$\mathbf{N}$ лунки	4	1		$\mathbf{N}$ лунки	2	3		$\mathbf{N}$ лунки	3	2
U_9	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_{10}	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_{11}	$\mathbf{N}$ шарика	1	2	U_{12}	$\mathbf{N}$ шарика	1	2
	$\mathbf{N}$ лунки	2	4		$\mathbf{N}$ лунки	4	2		$\mathbf{N}$ лунки	3	4		$\mathbf{N}$ лунки	4	3

Два размещения U и V попадают в один и тот же класс тогда и только тогда, когда при этих размещениях заняты одни и те же лунки (хотя, быть может, различными шариками). В рассматриваемом примере эти классы таковы: $\{U_1, U_2\}$, $\{U_3, U_4\}$, $\{U_5, U_6\}$, $\{U_7, U_8\}$, $\{U_9, U_{10}\}$, $\{U_{11}, U_{12}\}$.

Пример 15. Вычислим C_4^2 .

Решение. Присвоим каждому шарiku свой номер (до этого момента шарик были «безликими»). Имеется ровно $A_4^2 = 4 \cdot 3 = 12$ различных размещений $U_1, U_2, U_3, \dots, U_{12}$:

U_1	№ шарика	1	2	U_2	№ шарика	1	2	U_3	№ шарика	1	2	U_4	№ шарика	1	2
	№ лунки	1	2		№ лунки	2	1		№ лунки	1	3		№ лунки	3	1
U_5	№ шарика	1	2	U_6	№ шарика	1	2	U_7	№ шарика	1	2	U_8	№ шарика	1	2
	№ лунки	1	4		№ лунки	4	1		№ лунки	2	3		№ лунки	3	2
U_9	№ шарика	1	2	U_{10}	№ шарика	1	2	U_{11}	№ шарика	1	2	U_{12}	№ шарика	1	2
	№ лунки	2	4		№ лунки	4	2		№ лунки	3	4		№ лунки	4	3

В каждом классе $\{U_1, U_2\}, \{U_3, U_4\}, \{U_5, U_6\}, \{U_7, U_8\}, \{U_9, U_{10}\}, \{U_{11}, U_{12}\}$ ровно $P_2 = 2!$ элементов, поскольку элементы такого класса отличаются только перестановкой шариков в занятых лунках. Поэтому $C_4^2 = \frac{A_4^2}{P_2}$. **Вернёмся к лекции?**

Пример 16. Некто бросает два разноцветных кубика: белый и черный. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Проверить, что множество $\left\{ A_{mn} \mid m, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \right\}$ является множеством элементарных исходов.

Каково число элементарных исходов в этой ситуации?

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

- 1) B_1 — на кубиках выпало разное число очков;
- 2) B_2 — число очков, выпавших на кубиках, в сумме составляет 6;
- 3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;
- 4) B_4 — на белом кубике выпало больше очков, чем на черном.

Решение.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков. Проверить, что множество $\left\{ A_{mn} \mid m, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \right\}$ является множеством элементарных исходов.

Решение. Докажем, что это множество элементарных исходов. Для этого надо проверить выполнение **свойств e1-e3**.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Проверить, что множество $\left\{ A_{mn} \mid m, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \right\}$ является множеством элементарных исходов.

Решение. Докажем, что это множество элементарных исходов. Для этого надо проверить выполнение **свойств e1-e3**.

Выполнение первых двух свойств очевидно, так как в условиях эксперимента на каждом кубике обязательно выпадает какое-то число очков, причем это число очков определяется *однозначно*.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Проверить, что множество $\left\{ A_{mn} \mid m, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \right\}$ является множеством элементарных исходов.

Решение. Докажем, что это множество элементарных исходов. Для этого надо проверить выполнение **свойств e1-e3**.

Третье условие относится не к математике, а к соответствующему приложению, поэтому проверить его выполнение математически мы не в состоянии.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Проверить, что множество $\left\{ A_{mn} \mid m, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \right\}$ является множеством элементарных исходов.

Каково число элементарных исходов в этой ситуации?

Решение. Для белого кубика имеется ровно 6 возможных различных вариантов.

Пример 16. Обозначим через A_{tn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало t очков, а на черном — n очков.

Проверить, что множество $\left\{ A_{tn} \mid t, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \right\}$ является множеством элементарных исходов.

Каково число элементарных исходов в этой ситуации?

Решение. Для белого кубика имеется ровно 6 возможных различных вариантов.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Проверить, что множество $\left\{ A_{mn} \mid m, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \right\}$ является множеством элементарных исходов.

Каково число элементарных исходов в этой ситуации?

Решение. Для белого кубика имеется ровно 6 возможных различных вариантов.

Для каждого из этих вариантов существует ровно 6 различных вариантов для черного кубика.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Проверить, что множество $\left\{ A_{mn} \mid m, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \right\}$ является множеством элементарных исходов.

Каково число элементарных исходов в этой ситуации?

Решение. Для белого кубика имеется ровно 6 возможных различных вариантов.

Для каждого из этих вариантов существует ровно 6 различных вариантов для черного кубика.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Проверить, что множество $\left\{ A_{mn} \mid m, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \right\}$ является множеством элементарных исходов.

Каково число элементарных исходов в этой ситуации?

Решение. Для белого кубика имеется ровно 6 возможных различных вариантов.

Для каждого из этих вариантов существует ровно 6 различных вариантов для черного кубика.

Следовательно, общее число элементарных исходов таково:

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Проверить, что множество $\left\{ A_{mn} \mid m, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \right\}$ является множеством элементарных исходов.

Каково число элементарных исходов в этой ситуации?

Решение. Для белого кубика имеется ровно 6 возможных различных вариантов.

Для каждого из этих вариантов существует ровно 6 различных вариантов для черного кубика.

Следовательно, общее число элементарных исходов таково:

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 =$$

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Проверить, что множество $\left\{ A_{mn} \mid m, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \right\}$ является множеством элементарных исходов.

Каково число элементарных исходов в этой ситуации?

Решение. Для белого кубика имеется ровно 6 возможных различных вариантов.

Для каждого из этих вариантов существует ровно 6 различных вариантов для черного кубика.

Следовательно, общее число элементарных исходов таково:

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6 \cdot 6 =$$

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Проверить, что множество $\left\{ A_{mn} \mid m, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \right\}$ является множеством элементарных исходов.

Каково число элементарных исходов в этой ситуации?

Решение. Для белого кубика имеется ровно 6 возможных различных вариантов.

Для каждого из этих вариантов существует ровно 6 различных вариантов для черного кубика.

Следовательно, общее число элементарных исходов таково:

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6 \cdot 6 = 36.$$

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

1) B_1 — на кубиках выпало разное число очков;

Решение. Пусть...

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

1) B_1 — на кубиках выпало разное число очков;

Решение. Пусть наступило событие B_1 .

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

1) B_1 — на кубиках выпало разное число очков;

Решение. Пусть наступило событие B_1 .

Если на белом кубике выпало m очков, то для наступления события B_1 необходимо и достаточно, чтобы на черном кубике выпало

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

1) B_1 — на кубиках выпало разное число очков;

Решение. Пусть наступило событие B_1 .

Если на белом кубике выпало m очков, то для наступления события B_1 необходимо и достаточно, чтобы на черном кубике выпало любое другое число очков.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

1) B_1 — на кубиках выпало разное число очков;

Решение. Пусть наступило событие B_1 .

Если на белом кубике выпало m очков, то для наступления события B_1 необходимо и достаточно, чтобы на черном кубике выпало *любое другое* число очков.

Таким образом, в этом случае имеется ровно 6 различных ситуаций, когда событие B_1 наступает.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

1) B_1 — на кубиках выпало разное число очков;

Решение. Пусть наступило событие B_1 .

Если на белом кубике выпало m очков, то для наступления события B_1 необходимо и достаточно, чтобы на черном кубике выпало *любое другое* число очков.

Таким образом, в этом случае имеется ровно 5 различных ситуаций, когда событие B_1 наступает.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

1) B_1 — на кубиках выпало разное число очков;

Решение. Пусть наступило событие B_1 .

Таким образом, искомое число можно представить в виде

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

1) B_1 — на кубиках выпало разное число очков;

Решение. Пусть наступило событие B_1 .

Таким образом, искомое число можно представить в виде

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 =$$

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

1) B_1 — на кубиках выпало разное число очков;

Решение. Пусть наступило событие B_1 .

Таким образом, искомое число можно представить в виде

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 5 \cdot 6 =$$

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

1) B_1 — на кубиках выпало разное число очков;

Решение. Пусть наступило событие B_1 .

Таким образом, искомое число можно представить в виде

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 5 \cdot 6 = 30.$$

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

2) B_2 — число очков, выпавших на кубиках, в сумме составляет 6;

Решение. Пусть

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

2) B_2 — число очков, выпавших на кубиках, в сумме составляет 6;

Решение. Пусть наступило событие B_2 .

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

2) B_2 — число очков, выпавших на кубиках, в сумме составляет 6;

Решение. Пусть наступило событие B_2 .

Если на белом кубике выпало от одного до пяти очков, то число очков, которое выпало на черном кубике, определяется однозначно.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

2) B_2 — число очков, выпавших на кубиках, в сумме составляет 6;

Решение. Пусть наступило событие B_2 .

Если на белом кубике выпало от одного до пяти очков, то число очков, которое выпало на черном кубике, определяется однозначно. При этом на белом кубике не могло выпасть 6 очков.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

2) B_2 — число очков, выпавших на кубиках, в сумме составляет 6;

Решение. Пусть наступило событие B_2 .

Если на белом кубике выпало от одного до пяти очков, то число очков, которое выпало на черном кубике, определяется однозначно. При этом на белом кубике не могло выпасть 6 очков.

Итак, имеется ровно 5 различных наборов элементарных исходов, при которых наступает событие B_2 .

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

2) B_2 — число очков, выпавших на кубиках, в сумме составляет 6;

Решение. Пусть наступило событие B_2 .

Если на белом кубике выпало от одного до пяти очков, то число очков, которое выпало на черном кубике, определяется однозначно. При этом на белом кубике не могло выпасть 6 очков.

Итак, имеется ровно 5 различных наборов элементарных исходов, при которых наступает событие B_2 .

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. Пусть...

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. Пусть наступило событие B_3 .

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. Пусть наступило событие B_3 .

Для облегчения подсчета числа соответствующих элементарных исходов разобьем множество B_3° на три непересекающихся подмножества U, V, W , где U — это множество тех исходов A_{mn} из B_3° , что $m < n$, V , соответственно, $m = n$ и W — соответственно, $m > n$.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. $V = \left\{ A_{mm} \mid A_{mm} \in B_3^\circ \right\} = \{ \quad \quad \quad \},$
 $U = \left\{ A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m < n \right\}, \quad W = \left\{ A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m > n \right\}.$

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. $V = \{A_{mm} \mid A_{mm} \in B_3^\circ\} = \{A_{11}, \dots, A_{55}, A_{66}\},$
 $U = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m < n\}, \quad W = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m > n\}.$

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. $V = \left\{ A_{mm} \mid A_{mm} \in B_3^\circ \right\} = \{A_{11}, \dots, A_{55}, A_{66}\},$
 $U = \left\{ A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m < n \right\}, \quad W = \left\{ A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m > n \right\}.$

Ясно, что U и W состоят из одинакового числа элементов.

Поэтому осталось вычислить число исходов, например, в U .

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. $V = \{A_{mm} \mid A_{mm} \in B_3^\circ\} = \{A_{11}, \dots, A_{55}, A_{66}\},$
 $U = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m < n\}, \quad W = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m > n\}.$
В U содержится ровно два элемента вида A_{1n} : это A_{12} и A_{13} .

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. $V = \{A_{mm} \mid A_{mm} \in B_3^\circ\} = \{A_{11}, \dots, A_{55}, A_{66}\}$,
 $U = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m < n\}$, $W = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m > n\}$.
В U содержится ровно два элемента вида A_{1n} : это A_{12} и A_{13} .
С увеличением значения m количество элементов вида A_{mn} во множестве U остается равным 2 до тех пор, пока $m + 2 \leq 6$.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. $V = \{A_{mm} \mid A_{mm} \in B_3^\circ\} = \{A_{11}, \dots, A_{55}, A_{66}\},$
 $U = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m < n\}, \quad W = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m > n\}.$

Для $1 \leq m \leq 4$ в U содержится ровно по $\_$ элемента вида A_{mn} .

Для $m = 5$ таких элементов $\_$.

Никаких других элементов в U больше нет.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. $V = \{A_{mm} \mid A_{mm} \in B_3^\circ\} = \{A_{11}, \dots, A_{55}, A_{66}\},$
 $U = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m < n\}, \quad W = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m > n\}.$

Для $1 \leq m \leq 4$ в U содержится ровно по 2 элемента вида A_{mn} .

Для $m = 5$ таких элементов _.

Никаких других элементов в U больше нет.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. $V = \{A_{mm} \mid A_{mm} \in B_3^\circ\} = \{A_{11}, \dots, A_{55}, A_{66}\},$
 $U = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m < n\}, \quad W = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m > n\}.$

Для $1 \leq m \leq 4$ в U содержится ровно по 2 элемента вида A_{mn} .

Для $m = 5$ таких элементов 1: это A_{56} .

Никаких других элементов в U больше нет.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. $V = \{A_{mm} \mid A_{mm} \in B_3^\circ\} = \{A_{11}, \dots, A_{55}, A_{66}\},$
 $U = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m < n\}, \quad W = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m > n\}.$
 U состоит из $4 \cdot 2 + 1 = 9$ элементов.

Для $1 \leq m \leq 4$ в U содержится ровно по 2 элемента вида A_{mn} .

Для $m = 5$ таких элементов 1: это A_{56} .

Никаких других элементов в U больше нет.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. $V = \{A_{mm} \mid A_{mm} \in B_3^\circ\} = \{A_{11}, \dots, A_{55}, A_{66}\},$
 $U = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m < n\}, \quad W = \{A_{mn} \mid A_{mn} \in B_3^\circ, \quad m > n\}.$
 U состоит из $4 \cdot 2 + 1 = 9$ элементов.

Итак, в B_3° число элементов равно

$$\underbrace{4 \cdot 2 + 1}_U + 6 + \underbrace{4 \cdot 2 + 1}_V = 24.$$

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. Можно это число вычислить несколько проще.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. Можно это число вычислить несколько проще.

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6
1	A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{14}	A_{15}	A_{16}
2	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{24}	A_{25}	A_{26}
3	A_{31}	A_{32}	A_{33}	A_{34}	A_{35}	A_{36}
4	A_{41}	A_{42}	A_{43}	A_{44}	A_{45}	A_{46}
5	A_{51}	A_{52}	A_{53}	A_{54}	A_{55}	A_{56}
6	A_{61}	A_{62}	A_{63}	A_{64}	A_{65}	A_{66}

В таблице зачеркнём все те элементы, которые «падают» в B_3° .

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. Можно это число вычислить несколько проще.

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6
1	A_{11}	A_{12}	A_{13}	~~A_{14}~~	~~A_{15}~~	~~A_{16}~~
2	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{24}	~~A_{25}~~	~~A_{26}~~
3	A_{31}	A_{32}	A_{33}	A_{34}	A_{35}	~~A_{36}~~
4	~~A_{41}~~	A_{42}	A_{43}	A_{44}	A_{45}	A_{46}
5	~~A_{51}~~	~~A_{52}~~	A_{53}	A_{54}	A_{55}	A_{56}
6	~~A_{61}~~	~~A_{62}~~	~~A_{63}~~	A_{64}	A_{65}	A_{66}

В таблице зачеркнём все те элементы, которые «попадают» в B_3° .

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. Можно это число вычислить несколько проще.

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6
1	A_{11}	A_{12}	A_{13}	~~A_{14}~~	~~A_{15}~~	~~A_{16}~~
2	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{24}	~~A_{25}~~	~~A_{26}~~
3	A_{31}	A_{32}	A_{33}	A_{34}	A_{35}	~~A_{36}~~
4	~~A_{41}~~	A_{42}	A_{43}	A_{44}	A_{45}	A_{46}
5	~~A_{51}~~	~~A_{52}~~	A_{53}	A_{54}	A_{55}	A_{56}
6	~~A_{61}~~	~~A_{62}~~	~~A_{63}~~	A_{64}	A_{65}	A_{66}

В таблице зачеркнём все те элементы, которые «попадают» в B_3° .

Теперь простым пересчетом можно убедиться, что в этом множестве ровно 24 элемента.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. Можно это число вычислить несколько проще.

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6
1	A_{11}	A_{12}	A_{13}	$\cancel{A_{14}}$	$\cancel{A_{15}}$	$\cancel{A_{16}}$
2	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{24}	$\cancel{A_{25}}$	$\cancel{A_{26}}$
3	A_{31}	A_{32}	A_{33}	A_{34}	A_{35}	$\cancel{A_{36}}$
4	$\cancel{A_{41}}$	A_{42}	A_{43}	A_{44}	A_{45}	A_{46}
5	$\cancel{A_{51}}$	$\cancel{A_{52}}$	A_{53}	A_{54}	A_{55}	A_{56}
6	$\cancel{A_{61}}$	$\cancel{A_{62}}$	$\cancel{A_{63}}$	A_{64}	A_{65}	A_{66}

Таблица наводит на мысль, что проще было вычислить, сколько элементов из множества элементарных исходов не содержится в B_3° .

Кстати, эта идея часто значительно облегчает вычисления, как и в данном случае.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. Можно это число вычислить несколько проще.

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6
1	A_{11}	A_{12}	A_{13}	~~A_{14}~~	~~A_{15}~~	~~A_{16}~~
2	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{24}	~~A_{25}~~	~~A_{26}~~
3	A_{31}	A_{32}	A_{33}	A_{34}	A_{35}	~~A_{36}~~
4	~~A_{41}~~	A_{42}	A_{43}	A_{44}	A_{45}	A_{46}
5	~~A_{51}~~	~~A_{52}~~	A_{53}	A_{54}	A_{55}	A_{56}
6	~~A_{61}~~	~~A_{62}~~	~~A_{63}~~	A_{64}	A_{65}	A_{66}

Таблица наводит на мысль, что проще было вычислить, сколько элементов из множества элементарных исходов не содержится в B_3° .

Нетрудно подсчитать, что ровно 12 элементарных исходов не попадает в B_3° .

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

3) B_3 — абсолютная величина разности числа очков, выпавших на кубиках, меньше 3;

Решение. Можно это число вычислить несколько проще.

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6
1	A_{11}	A_{12}	A_{13}	$\cancel{A_{14}}$	$\cancel{A_{15}}$	$\cancel{A_{16}}$
2	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{24}	$\cancel{A_{25}}$	$\cancel{A_{26}}$
3	A_{31}	A_{32}	A_{33}	A_{34}	A_{35}	$\cancel{A_{36}}$
4	$\cancel{A_{41}}$	A_{42}	A_{43}	A_{44}	A_{45}	A_{46}
5	$\cancel{A_{51}}$	$\cancel{A_{52}}$	A_{53}	A_{54}	A_{55}	A_{56}
6	$\cancel{A_{61}}$	$\cancel{A_{62}}$	$\cancel{A_{63}}$	A_{64}	A_{65}	A_{66}

Таблица наводит на мысль, что проще было вычислить, сколько элементов из множества элементарных исходов не содержится в B_3° .

Следовательно, множество B_3° состоит из $36 - 12 = 24$ элементов.

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

4) B_4 — на белом кубике выпало больше очков, чем на черном.

Решение. Пусть...

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

4) B_4 — на белом кубике выпало больше очков, чем на черном.

Решение. Пусть наступило событие B_4 .

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

4) B_4 — на белом кубике выпало больше очков, чем на черном.

Решение. Пусть наступило событие B_4 .

Перебирая количество возможных вариантов значений n при $m = 1, 2, \dots, 6$ с тем, чтобы $A_{mn} \in B_4^\circ$, получаем искомое число с помощью формулы **суммы членов арифметической прогрессии**:

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

4) B_4 — на белом кубике выпало больше очков, чем на черном.

Решение. Пусть наступило событие B_4 .

Перебирая количество возможных вариантов значений n при $m = 1, 2, \dots, 6$ с тем, чтобы $A_{mn} \in B_4^\circ$, получаем искомое число с помощью формулы **суммы членов арифметической прогрессии**:

$$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 =$$

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

4) B_4 — на белом кубике выпало больше очков, чем на черном.

Решение. Пусть наступило событие B_4 .

Перебирая количество возможных вариантов значений n при $m = 1, 2, \dots, 6$ с тем, чтобы $A_{mn} \in B_4^\circ$, получаем искомое число с помощью формулы **суммы членов арифметической прогрессии**:

$$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \frac{5 \cdot 6}{2}.$$

Пример 16. Обозначим через A_{mn} событие, состоящее в том, что на белом кубике выпало m очков, а на черном — n очков.

Для каждого из следующих событий B_i вычислить количество элементов во множествах B_i° , составляющих эти события

4) B_4 — на белом кубике выпало больше очков, чем на черном.

Решение. Пусть наступило событие B_4 .

Перебирая количество возможных вариантов значений n при $m = 1, 2, \dots, 6$ с тем, чтобы $A_{mn} \in B_4^\circ$, получаем искомое число с помощью формулы суммы членов арифметической прогрессии:

$$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \frac{5 \cdot 6}{2}.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 17. В честь юбилея клиентам компании, посетившим сегодня ее офис, раздают памятные значки. Всего имеется n значков, каждый клиент может взять столько значков, сколько захочет. В данный день компанию посетят t клиентов, где $1 < t < n$. Найдите число возможных различных распределений значков 1) для последнего клиента; 2) для первых двух клиентов; в ситуации, когда

- а) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, и клиенты могут не брать значки;
- б) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, но каждый клиент берет как минимум один значок;
- в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

- 1) для последнего клиента;
- 2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

а) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, и клиенты могут не брать значки;

б) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, но каждый клиент берет как минимум один значок;

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

- 1) для последнего клиента;
- 2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

а) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, и клиенты могут не брать значки;

б) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, но каждый клиент берет как минимум один значок;

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

Множество исходов A_{pq} не является множеством элементарных исходов, поскольку события A_{pq} и A_{pr} не являются несовместными.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

- 1) для последнего клиента;
- 2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

а) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, и клиенты могут не брать значки;

б) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, но каждый клиент берет как минимум один значок;

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

В ситуации, когда все значки различаются при $q \neq r$ имеем $A_{pq} \neq A_{pr}$.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

- 1) для последнего клиента;
- 2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

а) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, и клиенты могут не брать значки;

б) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, но каждый клиент берет как минимум один значок;

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

В ситуации, когда все значки различаются при $q \neq r$ имеем $A_{pq} \neq A_{pr}$. В ситуации, когда значки неразличимы $A_{pq} = A_{pr}$.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

- 1) для последнего клиента;
- 2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

- а) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, и клиенты могут не брать значки;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .
Можно предложить различные модели распределения значков.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

- 1) для последнего клиента;
- 2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

- а) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, и клиенты могут не брать значки;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

Мы предлагаем следующую модель: каждое распределение значков соответствует строке $(k_1, k_2, \dots, k_m)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент. Теперь необходимо сформировать методику подсчета количества тех строк, которые соответствуют интересующим нас ситуациям.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков 1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

а) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, и клиенты могут не брать значки;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

$(k_1, k_2, \dots, k_m)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент.

Если клиенты имеют право не брать значок, то последнему из них могло достаться от 0 до n значков, всего n различных вариантов.

Переход к строкам не понадобился.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков 1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

а) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, и клиенты могут не брать значки;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

$(k_1, k_2, \dots, k_m)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент.

Если клиенты имеют право не брать значок, то последнему из них могло достаться от 0 до n значков, всего n различных вариантов.

Кстати, тот факт, что рассматривается последний клиент, никакого воздействия на характер подсчетов в этом случае не оказывает.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

б) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, но каждый клиент берет как минимум один значок;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

$(k_1, k_2, \dots, k_m)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

б) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, но каждый клиент берет как минимум один значок;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

$(k_1, k_2, \dots, k_m)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент.

Если же клиент обязан взять хотя бы один значок, то последнему осталось из них не более $n - t$ значков, поэтому для последнего клиента имеется ровно $n - t$ различных вариантов.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

а) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, и клиенты могут не брать значки;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

$(k_1, k_2, \dots, k_t)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент.

Теперь найдем число различных распределений значков для *первых двух клиентов*.

Рассмотрим сначала первую ситуацию (клиенты значки могут не брать).

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

а) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, и клиенты могут не брать значки;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

$(k_1, k_2, \dots, k_m)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент.

Если $k_1 = 0$, то для второго клиента имеется $(n + 1)$ возможностей (запас значков еще не тронут, и можно взять любое количество значков: от 0 до n штук).

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

а) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, и клиенты могут не брать значки;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

$(k_1, k_2, \dots, k_m)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент.

Если $k_1 = 0$, то для второго клиента имеется $(n + 1)$ возможностей.

Если $k_1 = 1$, то у второго клиента имеется n возможностей.

Продолжая этот подсчет, получаем, что искомое число равно, согласно формуле суммы членов арифметической прогрессии,

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

а) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, и клиенты могут не брать значки;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

$(k_1, k_2, \dots, k_m)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент.

Если $k_1 = 0$, то для второго клиента имеется $(n + 1)$ возможностей.

Если $k_1 = 1$, то у второго клиента имеется n возможностей.

Продолжая этот подсчет, получаем, что искомое число равно

$$(n + 1) + n + (n - 1) + \dots + 1 + 0 =$$

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

а) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, и клиенты могут не брать значки;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

$(k_1, k_2, \dots, k_m)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент.

Если $k_1 = 0$, то для второго клиента имеется $(n + 1)$ возможностей.

Если $k_1 = 1$, то у второго клиента имеется n возможностей.

Продолжая этот подсчет, получаем, что искомое число равно

$$(n + 1) + n + (n - 1) + \dots + 1 + 0 = (n + 2)(n + 1)/2.$$

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

б) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, но каждый клиент берет как минимум один значок;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

$(k_1, k_2, \dots, k_m)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент.

Если же каждый клиент берет хотя бы один значок, характер вычислений остается тот же, но несколько меняются числа.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

б) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, но каждый клиент берет как минимум один значок;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

$(k_1, k_2, \dots, k_m)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент.

Если же каждый клиент берет хотя бы один значок, характер вычислений остается тот же, но несколько меняются числа.

Следует учесть, что даже самому распоследнему клиенту должен остаться хотя бы один значок.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

б) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, но каждый клиент берет как минимум один значок;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

$(k_1, k_2, \dots, k_m)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент.

Получаем такой итог:

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

б) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, но каждый клиент берет как минимум один значок;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

$(k_1, k_2, \dots, k_m)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент.

Получаем такой итог:

$$(n - t) + (n - t - 1) + \dots + 1 =$$

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

б) каждый клиент считается уникальным, значки неразличимы, но каждый клиент берет как минимум один значок;

Решение. Пусть A_{pq} — событие, заключающееся в том, что клиент номер p взял значок с номером q .

$(k_1, k_2, \dots, k_m)$ где k_p — количество значков, которое взял p -й клиент.

Получаем такой итог:

$$(n - t) + (n - t - 1) + \dots + 1 = (n - t + 1)(n - t)/2.$$

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

- 1) для последнего клиента;
- 2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

- в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Теперь рассмотрим ситуацию, когда все значки уникальны.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

- 1) для последнего клиента;
- 2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

- в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Теперь рассмотрим ситуацию, когда все значки уникальны.

Существенное облегчение расчетов часто достигается за счет выбора удобной модели.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

- 1) для последнего клиента;
- 2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

- в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Теперь рассмотрим ситуацию, когда все значки уникальны.

Существенное облегчение расчетов часто достигается за счет выбора удобной модели.

В данном случае можно предложить перейти на язык матриц из t строк и n столбцов.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

- 1) для последнего клиента;
- 2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

- в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим в матрице M элемент m_{pq} равным 1, если p -й клиент взял значок с номером q , остальные коэффициенты будут равны 0.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Если никто из предыдущих клиентов значки не брал, то последний клиент мог

— также не брать значок — $\_$ вариант;

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Если никто из предыдущих клиентов значки не брал, то последний клиент мог

— также не брать значок — 1 вариант;

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Если никто из предыдущих клиентов значки не брал, то последний клиент мог

— также не брать значок — 1 вариант;

— мог взять один значок — t вариантов;

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Если никто из предыдущих клиентов значки не брал, то последний клиент мог

— также не брать значок — 1 вариант;

— мог взять один значок — n вариантов;

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Если никто из предыдущих клиентов значки не брал, то последний клиент мог

- также не брать значок — 1 вариант;
- мог взять один значок — n вариантов;
- мог взять 2 значка — ____ вариантов;

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Если никто из предыдущих клиентов значки не брал, то последний клиент мог

- также не брать значок — 1 вариант;
- мог взять один значок — n вариантов;
- мог взять 2 значка — C_n^2 вариантов;

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Если никто из предыдущих клиентов значки не брал, то последний клиент мог

- также не брать значок — 1 вариант;
- мог взять один значок — n вариантов;
- мог взять 2 значка — C_n^2 вариантов;
- ...;

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Если никто из предыдущих клиентов значки не брал, то последний клиент мог

- также не брать значок — 1 вариант;
- мог взять один значок — n вариантов;
- мог взять 2 значка — C_n^2 вариантов;
- ...;
- мог взять q значков — вариантов.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Если никто из предыдущих клиентов значки не брал, то последний клиент мог

- также не брать значок — 1 вариант;
- мог взять один значок — n вариантов;
- мог взять 2 значка — C_n^2 вариантов;
- ...;
- мог взять q значков — C_n^q вариантов.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Следовательно, общее число возможных распределений значков для последнего клиента равно (учитывая $n = C_n^1$)

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^q + \dots + C_n^n = \sum_{q=0}^n C_n^q =$$

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Следовательно, общее число возможных распределений значков для последнего клиента равно (учитывая $n = C_n^1$)

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^q + \dots + C_n^n = \sum_{q=0}^n C_n^q =$$

Оказывается, это жутковатое выражение можно преобразовать к удивительно приличному виду.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Следовательно, общее число возможных распределений значков для последнего клиента равно (учитывая $n = C_n^1$)

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^q + \dots + C_n^n = \sum_{q=0}^n C_n^q =$$

Согласно формуле для бинома Ньютона...

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Следовательно, общее число возможных распределений значков для последнего клиента равно (учитывая $n = C_n^1$)

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^q + \dots + C_n^n = \sum_{q=0}^n C_n^q = \sum_{q=0}^n C_n^q 1^q 1^{n-q} =$$

Согласно формуле для бинома Ньютона...

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Следовательно, общее число возможных распределений значков для последнего клиента равно (учитывая $n = C_n^1$)

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^q + \dots + C_n^n = \sum_{q=0}^n C_n^q = \sum_{q=0}^n C_n^q 1^q 1^{n-q} = (1+1)^n =$$

Согласно формуле для бинома Ньютона...

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков 1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Следовательно, общее число возможных распределений значков для последнего клиента равно (учитывая $n = C_n^1$)

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^q + \dots + C_n^n = \sum_{q=0}^n C_n^q = \sum_{q=0}^n C_n^q 1^q 1^{n-q} = (1+1)^n = 2^n.$$

Согласно формуле для бинома Ньютона...

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Следовательно, общее число возможных распределений значков для последнего клиента равно 2^n .

Кстати, это количество распределений значков можно было вычислить намного проще, если выбрать более удобную для этого случая модель.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

1) для последнего клиента;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Следовательно, общее число возможных распределений значков для последнего клиента равно 2^n .

Достаточно понять, что каждому такому распределению соответствует *подмножество* во множестве всех значков. Поэтому число таких распределений равно количеству всех подмножеств множества из n элементов. Можно доказать, что это число равно 2^n , что совпадает с полученным выше результатом.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Теперь найдем число возможных различных распределений значков для первых двух клиентов.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Если первый клиент не взял значок, то количество всех различных распределений значков для второго клиента равно (рассуждая аналогично предыдущему случаю) количеству всех подмножеств множества из n элементов, то есть равно 2^n .

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Если первый клиент не взял значок, то количество всех различных распределений значков для второго клиента равно 2^n .

Если первый клиент взял один значок (имеется ровно n различных вариантов такого выбора), то, независимо от того, какой значок он выбрал, для второго клиента число всех различных распределений значков равно количеству всех подмножеств множества из n элементов, то есть равно 2^{n-1} .

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Если первый клиент не взял значок, то количество всех различных распределений значков для второго клиента равно 2^n .

Если первый клиент взял один значок (имеется ровно n различных вариантов такого выбора), то для второго клиента число всех различных распределений значков равно 2^{n-1} .

Значит, число различных распределений значков в случае, когда первый клиент выбрал 1 значок, равно

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Если первый клиент не взял значок, то количество всех различных распределений значков для второго клиента равно 2^n .

Если первый клиент взял один значок (имеется ровно n различных вариантов такого выбора), то для второго клиента число всех различных распределений значков равно 2^{n-1} .

$$\underbrace{2^{n-1} + 2^{n-1} + \dots + 2^{n-1}}_{n \text{ слагаемых}} = n2^{n-1}.$$

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Если первый клиент не взял значок, то количество всех различных распределений значков для второго клиента равно 2^n .

Если первый клиент взял один значок, то число всех различных распределений значков для первых двух клиентов равно $n2^{n-1}$.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков
2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Итак, искомое число равно

2^n — если первый клиент не взял значок;

$n2^{n-1}$ — если первый клиент взял один значок;

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Итак, искомое число равно

2^n — если первый клиент не взял значок;

$n2^{n-1}$ — если первый клиент взял один значок;

Если первый клиент взял два значка (имеется ровно C_n^2 различных вариантов такого выбора), то каждый раз для второго клиента имеется 2^{n-2} различных вариантов.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Итак, искомое число равно

2^n — если первый клиент не взял значок;

$n2^{n-1}$ — если первый клиент взял один значок;

Если первый клиент взял два значка (имеется ровно C_n^2 различных вариантов такого выбора), то каждый раз для второго клиента имеется 2^{n-2} различных вариантов.

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Итак, искомое число равно

2^n — если первый клиент не взял значок;

$n2^{n-1}$ — если первый клиент взял один значок;

Если первый клиент взял два значка, то число всех различных распределений значков для первых двух клиентов равно

$$\underbrace{2^{n-2} + 2^{n-2} + \dots + 2^{n-2}}_{C_n^2 \text{ слагаемых}} = C_n^2 \cdot 2^{n-2}.$$

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Итак, искомое число равно

2^n — если первый клиент не взял значок;

$n2^{n-1}$ — если первый клиент взял один значок;

$C_n^2 \cdot 2^{n-2}$ — если первый клиент взял два значка;

Проложая этот процесс, получаем общее число возможных распределений значков для первых двух клиентов:

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Итак, искомое число равно

2^n — если первый клиент не взял значок;

$n2^{n-1}$ — если первый клиент взял один значок;

$C_n^2 \cdot 2^{n-2}$ — если первый клиент взял два значка;

Проложая этот процесс, получаем общее число возможных распределений значков для первых двух клиентов:

$$2^n + n \cdot 2^{n-1} + C_n^2 \cdot 2^{n-2} + \dots + C_n^{n-2} \cdot 2^2 + C_n^{n-1} \cdot 2 + C_n^0 \cdot 2^0.$$

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Итак, искомое число равно

$$2^n + n \cdot 2^{n-1} + C_n^2 \cdot 2^{n-2} + \dots + C_n^{n-2} \cdot 2^2 + C_n^{n-1} \cdot 2 + C_n^0 \cdot 2^0.$$

Это «невыразимой красоты» выражение можно преобразовать к приличному виду с помощью бинома Ньютона, учитывая $1 = C_n^0$ и $n = C_n^1$:

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков
2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Итак, искомое число равно

$$\begin{aligned} 2^n + n \cdot 2^{n-1} + C_n^2 \cdot 2^{n-2} + \dots + C_n^{n-2} \cdot 2^2 + C_n^{n-1} \cdot 2 + C_n^0 \cdot 2^0 = \\ = \sum_{q=0}^n C_n^q 2^q 1^{n-q} = \end{aligned}$$

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков
2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $t_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Итак, искомое число равно

$$\begin{aligned} 2^n + n \cdot 2^{n-1} + C_n^2 \cdot 2^{n-2} + \dots + C_n^{n-2} \cdot 2^2 + C_n^{n-1} \cdot 2 + C_n^0 \cdot 2^0 = \\ = \sum_{q=0}^n C_n^q 2^q 1^{n-q} = (2 + 1)^n = \end{aligned}$$

Пример 17. $1 < t < n$, где n — число значков, t — число клиентов. Найдите число возможных различных распределений значков

2) для первых двух клиентов;

в ситуации, когда

в) каждый клиент и каждый значок считаются уникальными, причем клиенты могут не брать значки.

Решение. Положим $m_{pq} = 1$, если клиент p взял значок q .

Итак, искомое число равно

$$\begin{aligned} 2^n + n \cdot 2^{n-1} + C_n^2 \cdot 2^{n-2} + \dots + C_n^{n-2} \cdot 2^2 + C_n^{n-1} \cdot 2 + C_n^0 \cdot 2^0 = \\ = \sum_{q=0}^n C_n^q 2^q 1^{n-q} = (2 + 1)^n = 3^n. \end{aligned}$$

Задача решена.

Вернёмся к лекции?

Задачи для самостоятельного решения

Задача XXI.8. (Ответ приведен на стр.3511.) В вагоне n пронумерованных сидений. В этом вагоне едут p землян и q инопланетян, причем $p + q \leq n$. Кондуктор не в состоянии отличить одного инопланетянина от другого, а вот землян он прекрасно различает. Сколько с точки зрения кондуктора существует различных способов разместить этих пассажиров по сиденьям?

Задача XXI.9. (Ответ приведен на стр.3514.) Имеется m юношей и n девушек. Они направляются отдыхать на две турбазы, причем каждая девушка и каждый юноша делают свой выбор независимо от мнения остальных. Вычислите, сколько существует различных вариантов распределения этих юношей и девушек по данным турбазам в каждом из двух случаев:

- 1) все юноши и все девушки уникальны;
- 2) нам не важно, кто именно поехал на ту или иную турбазу, важно лишь сколько юношей и сколько девушек находится на каждой из этих турбаз.

Пример 18. Рассмотрим множество элементарных исходов $\{U, V, W\}$, где U — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею тысячу долларов, V — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею миллион долларов, W — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы не выиграете ни тысячу, ни миллион долларов. Вычислим с помощью формулы классической вероятности вероятность того, что мы сегодня выиграем тысячу или миллион долларов.

Решение.

Пример 18. Рассмотрим множество элементарных исходов $\{U, V, W\}$, где U — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею тысячу долларов, V — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею миллион долларов, W — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы не выиграете ни тысячу, ни миллион долларов. Вычислим с помощью формулы классической вероятности вероятность того, что мы сегодня выиграем тысячу или миллион долларов.

Решение. Имеем $A = U + V$, поэтому $m = 2$, и, так как $n = 3$, то $p(A) =$

Пример 18. Рассмотрим множество элементарных исходов $\{U, V, W\}$, где U — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею тысячу долларов, V — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею миллион долларов, W — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы не выиграете ни тысячу, ни миллион долларов. Вычислим с помощью формулы классической вероятности вероятность того, что мы сегодня выиграем тысячу или миллион долларов.

Решение. Имеем $A = U + V$, поэтому $m = 2$, и, так как $n = 3$, то $p(A) = \frac{2}{3}$.

Пример 18. Рассмотрим множество элементарных исходов $\{U, V, W\}$, где U — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею тысячу долларов, V — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею миллион долларов, W — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы не выиграете ни тысячу, ни миллион долларов. Вычислим с помощью формулы классической вероятности вероятность того, что мы сегодня выиграем тысячу или миллион долларов.

Решение. Имеем $A = U + V$, поэтому $m = 2$, и, так как $n = 3$, то $p(A) = \frac{2}{3}$.

Пример 18. Рассмотрим множество элементарных исходов $\{U, V, W\}$, где U — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею тысячу долларов, V — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею миллион долларов, W — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы не выиграете ни тысячу, ни миллион долларов. Вычислим с помощью формулы классической вероятности вероятность того, что мы сегодня выиграем тысячу или миллион долларов.

Решение. $p(A) = \frac{2}{3}$.

Итак, с вероятностью $\frac{2}{3}$ мы сегодня получим неплохой выигрыш!

Пример 18. Рассмотрим множество элементарных исходов $\{U, V, W\}$, где U — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею тысячу долларов, V — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею миллион долларов, W — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы не выиграете ни тысячу, ни миллион долларов. Вычислим с помощью формулы классической вероятности вероятность того, что мы сегодня выиграем тысячу или миллион долларов.

Решение. $p(A) = \frac{2}{3}$.

Итак, с вероятностью $\frac{2}{3}$ мы сегодня получим неплохой выигрыш!

Неправда ли, жить стало лучше, жить стало веселее! Но не кажется ли Вам, что где-то, увы, ошибка?

Пример 18. Рассмотрим множество элементарных исходов $\{U, V, W\}$, где U — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею тысячу долларов, V — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею миллион долларов, W — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы не выиграете ни тысячу, ни миллион долларов. Вычислим с помощью формулы классической вероятности вероятность того, что мы сегодня выиграем тысячу или миллион долларов.

Решение. $p(A) = \frac{2}{3}$.

К сожалению наш вывод, действительно, чересчур оптимистичен: предлагаемые элементарные исходы трудно признать равновероятными, поэтому **формула классической вероятности** неприменима. Обидно, да?

Пример 18. Рассмотрим множество элементарных исходов $\{U, V, W\}$, где U — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею тысячу долларов, V — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы выиграете в лотерею миллион долларов, W — событие, заключающееся в том, что сегодня Вы не выиграете ни тысячу, ни миллион долларов. Вычислим с помощью формулы классической вероятности вероятность того, что мы сегодня выиграем тысячу или миллион долларов.

Решение. $p(A) = \frac{2}{3}$.

К сожалению наш вывод, действительно, чересчур оптимистичен: предлагаемые элементарные исходы трудно признать равновероятными, поэтому **формула классической вероятности** неприменима. Обидно, да? **Вернёмся к лекции** или рассмотрим **другой пример?**

Пример 19. *Подбрасываем 2 монеты. Найти вероятность того, что выпадет не более одной «решки».*

Решение.

Пример 19. *Подбрасываем 2 монеты. Найти вероятность того, что выпадет не более одной «решки».*

Решение. Можно было бы в качестве множества элементарных исходов взять события A_0, A_1, A_2 , где A_i — событие, заключающееся в том, что выпало i «решек».

Пример 19. *Подбрасываем 2 монеты. Найти вероятность того, что выпадет не более одной «решки».*

Решение. Можно было бы в качестве множества элементарных исходов взять события A_0, A_1, A_2 , где A_i — событие, заключающееся в том, что выпало i «решек».

Но этот выбор неудачен, так как эти события не равновозможны.

Пример 19. *Подбрасываем 2 монеты. Найти вероятность того, что выпадет не более одной «решки».*

Решение. Естественным представляется другой вариант, когда мы будем различать монеты между собой: $B_{00}, B_{01}, B_{10}, B_{11}$, где B_{ij} — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпало i «решек», а на второй — j «решек».

Пример 19. *Подбрасываем 2 монеты. Найти вероятность того, что выпадет не более одной «решки».*

Решение. Естественным представляется другой вариант, когда мы будем различать монеты между собой: $B_{00}, B_{01}, B_{10}, B_{11}$, где B_{ij} — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпало i «решек», а на второй — j «решек».

Обозначим через C событие из вопроса задачи.

Пример 19. *Подбрасываем 2 монеты. Найти вероятность того, что выпадет не более одной «решки».*

Решение. Естественным представляется другой вариант, когда мы будем различать монеты между собой: $B_{00}, B_{01}, B_{10}, B_{11}$, где B_{ij} — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпало i «решек», а на второй — j «решек».

Обозначим через C событие из вопроса задачи.

Тогда, очевидно, $C =$

Пример 19. *Подбрасываем 2 монеты. Найти вероятность того, что выпадет не более одной «решки».*

Решение. Естественным представляется другой вариант, когда мы будем различать монеты между собой: $B_{00}, B_{01}, B_{10}, B_{11}$, где B_{ij} — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпало i «решек», а на второй — j «решек».

Обозначим через C событие из вопроса задачи.

Тогда, очевидно, $C = B_{00} + B_{01} + B_{10}$, поэтому

Пример 19. *Подбрасываем 2 монеты. Найти вероятность того, что выпадет не более одной «решки».*

Решение. Естественным представляется другой вариант, когда мы будем различать монеты между собой: $B_{00}, B_{01}, B_{10}, B_{11}$, где B_{ij} — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпало i «решек», а на второй — j «решек».

Обозначим через C событие из вопроса задачи.

Тогда, очевидно, $C = B_{00} + B_{01} + B_{10}$, поэтому $p(C) =$

Пример 19. *Подбрасываем 2 монеты. Найти вероятность того, что выпадет не более одной «решки».*

Решение. Естественным представляется другой вариант, когда мы будем различать монеты между собой: $B_{00}, B_{01}, B_{10}, B_{11}$, где B_{ij} — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпало i «решек», а на второй — j «решек».

Обозначим через C событие из вопроса задачи.

Тогда, очевидно, $C = B_{00} + B_{01} + B_{10}$, поэтому $p(C) = \frac{3}{4}$.

Вернёмся к лекции?

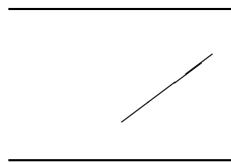
Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, начерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение.

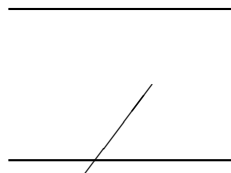
Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение.



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение.

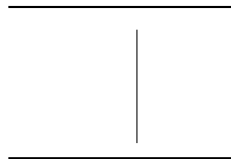


Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение.

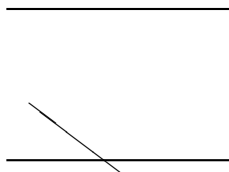
Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение.



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

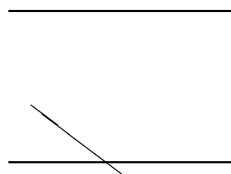
Решение.



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение.

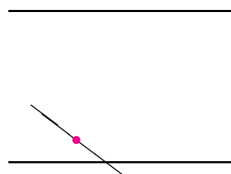
В качестве исхода эксперимента будем фиксировать расстояние x от центра иглы до ближайшей линии, и



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение.

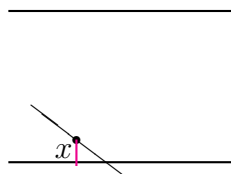
В качестве исхода эксперимента будем фиксировать расстояние x от центра иглы до ближайшей линии, и



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение.

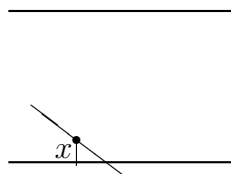
В качестве исхода эксперимента будем фиксировать расстояние x от центра иглы до ближайшей линии, и



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение.

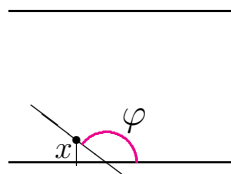
В качестве исхода эксперимента будем фиксировать расстояние x от центра иглы до ближайшей линии, и угол φ между линией и иглой.



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение.

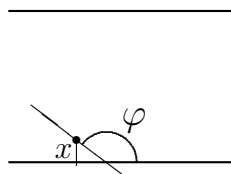
В качестве исхода эксперимента будем фиксировать расстояние x от центра иглы до ближайшей линии, и угол φ между линией и иглой.



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $\leq \varphi$

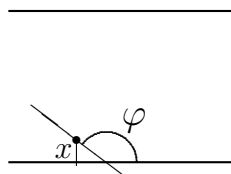
В качестве исхода эксперимента будем фиксировать расстояние x от центра иглы до ближайшей линии, и угол φ между линией и иглой.



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi$

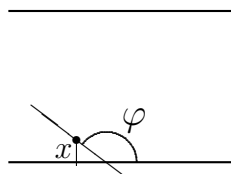
В качестве исхода эксперимента будем фиксировать расстояние x от центра иглы до ближайшей линии, и угол φ между линией и иглой.



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi <$

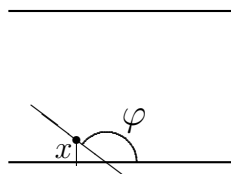
В качестве исхода эксперимента будем фиксировать расстояние x от центра иглы до ближайшей линии, и угол φ между линией и иглой.



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$;

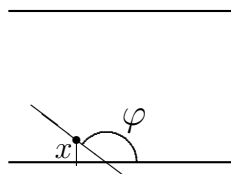
В качестве исхода эксперимента будем фиксировать расстояние x от центра иглы до ближайшей линии, и угол φ между линией и иглой.



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$;

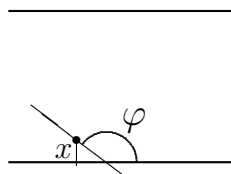
В качестве исхода эксперимента будем фиксировать расстояние x от центра иглы до ближайшей линии, и угол φ между линией и иглой.



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$

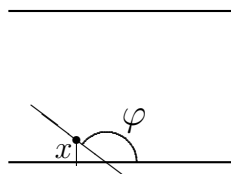
В качестве исхода эксперимента будем фиксировать расстояние x от центра иглы до ближайшей линии, и угол φ между линией и иглой.



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x$

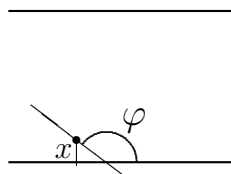
В качестве исхода эксперимента будем фиксировать расстояние x от центра иглы до ближайшей линии, и угол φ между линией и иглой.



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq$

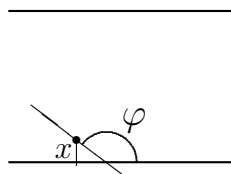
В качестве исхода эксперимента будем фиксировать расстояние x от центра иглы до ближайшей линии, и угол φ между линией и иглой.



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

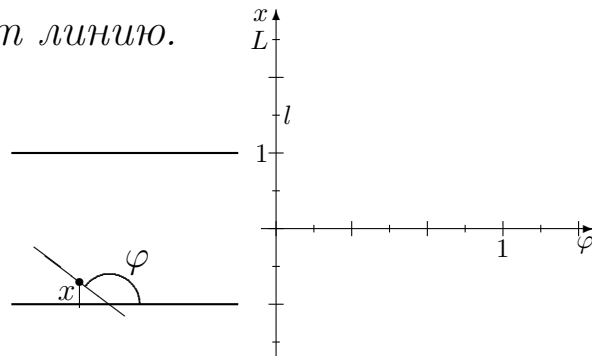
Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$,

В качестве исхода эксперимента будем фиксировать расстояние x от центра иглы до ближайшей линии, и угол φ между линией и иглой.



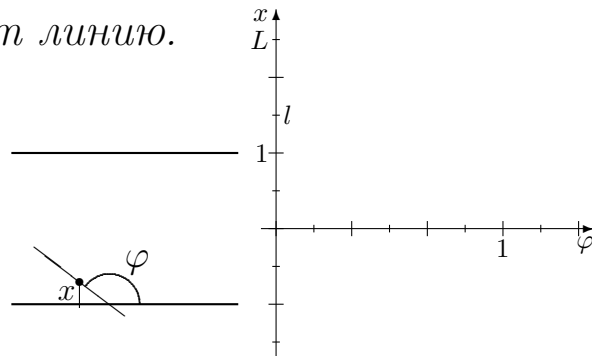
Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$,



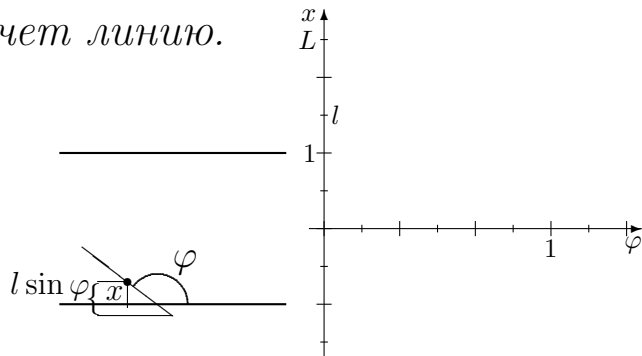
Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$,



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

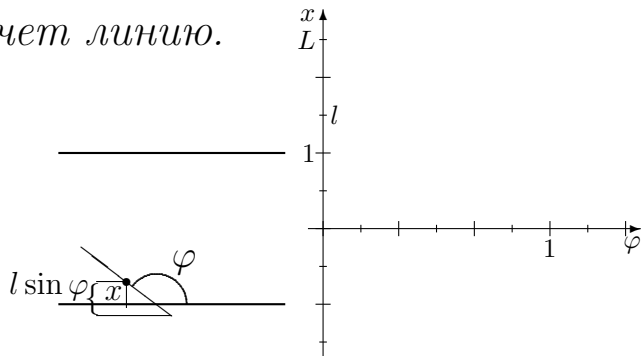
Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$,



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$,

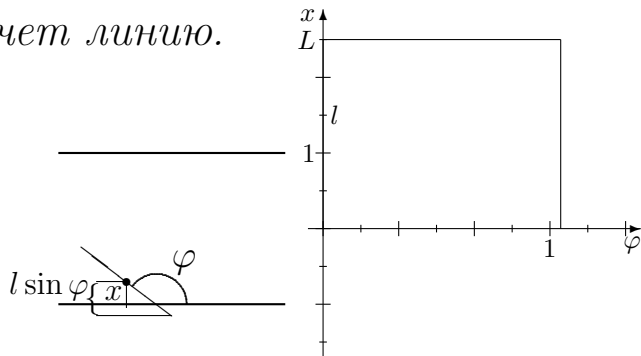
В качестве ПЭС можно взять прямоугольник со сторонами π и L .



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$,

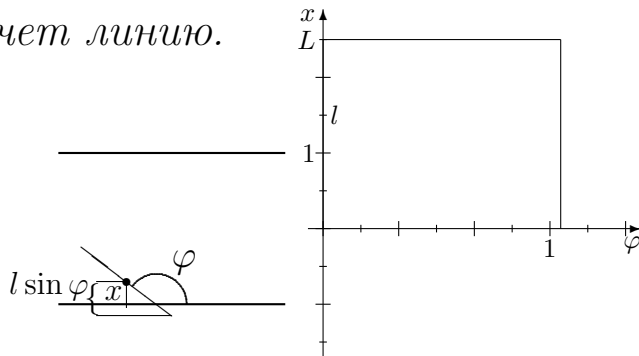
В качестве ПЭС можно взять прямоугольник со сторонами π и L .



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$,

В качестве ПЭС можно взять прямоугольник со сторонами π и L .



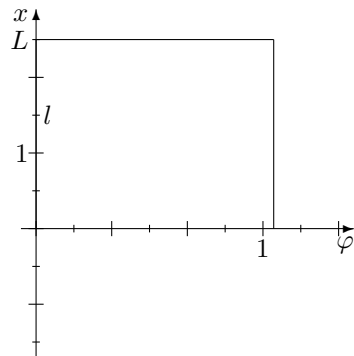
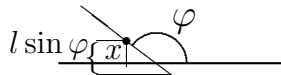
Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$,

Событие

$= \{\text{игла пересекает линию}\}$

наступает, как нетрудно сообразить, при условии...



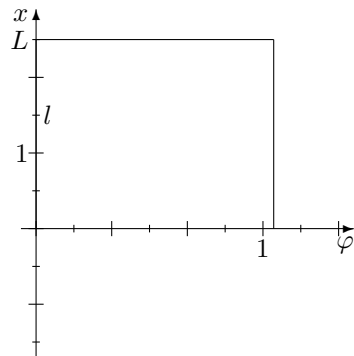
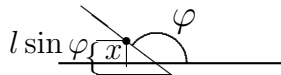
Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$, $x \leq l \sin \varphi$.

Событие

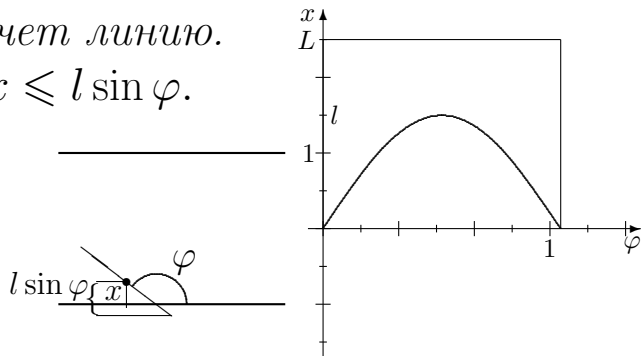
$= \{\text{игла пересекает линию}\}$

наступает, как нетрудно сообразить, при условии...



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

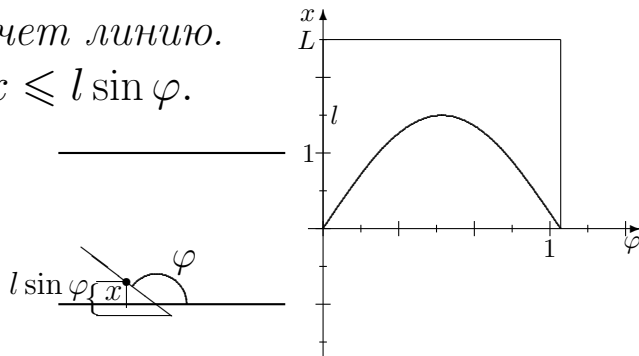
Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$, $x \leq l \sin \varphi$.



Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$, $x \leq l \sin \varphi$.

Вероятность $p(A)$ можно вычислить как отношение площадей «полуарки синуса»: $0 \leq x \leq l \sin \varphi$, и прямоугольника:

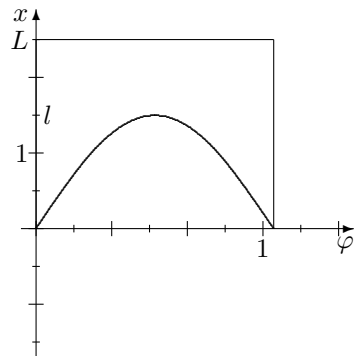
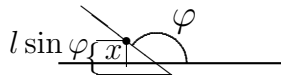


Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$, $x \leq l \sin \varphi$.

Вероятность $p(A)$ можно вычислить как отношение площадей «полуарки синуса»: $0 \leq x \leq l \sin \varphi$, и прямоугольника:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_A = \end{array} \right.$$

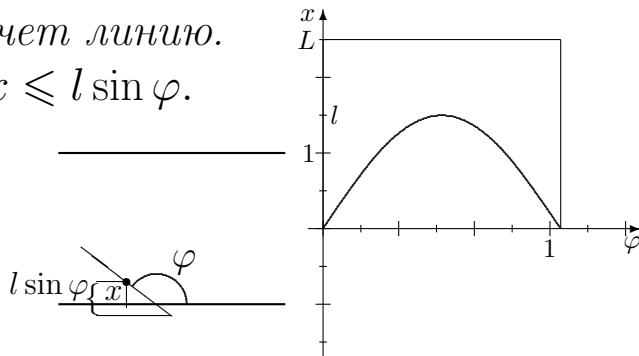


Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$, $x \leq l \sin \varphi$.

Вероятность $p(A)$ можно вычислить как отношение площадей «полуарки синуса»: $0 \leq x \leq l \sin \varphi$, и прямоугольника:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_A = l \int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi = 2l, \end{array} \right.$$

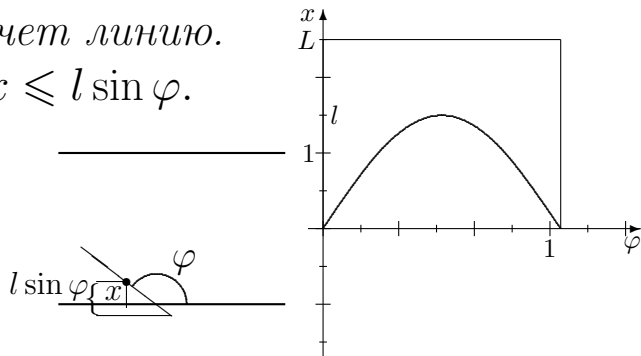


Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$, $x \leq l \sin \varphi$.

Вероятность $p(A)$ можно вычислить как отношение площадей «полуарки синуса»: $0 \leq x \leq l \sin \varphi$, и прямоугольника:

$$\begin{cases} S_A = l \int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi = 2l, \\ S_{\Omega} = \end{cases}$$

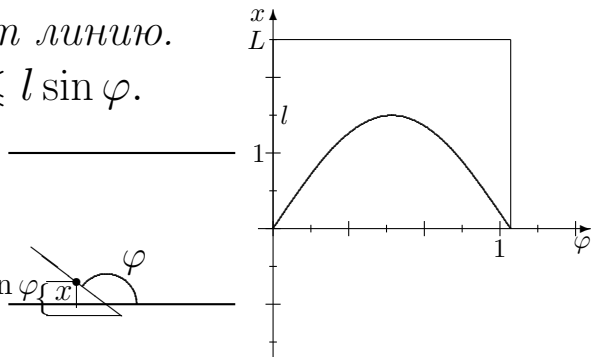


Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$, $x \leq l \sin \varphi$.

Вероятность $p(A)$ можно вычислить как отношение площадей «полуарки синуса»: $0 \leq x \leq l \sin \varphi$, и прямоугольника:

$$\begin{cases} S_A = l \int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi = 2l, \\ S_{\Omega} = \pi L \end{cases}$$

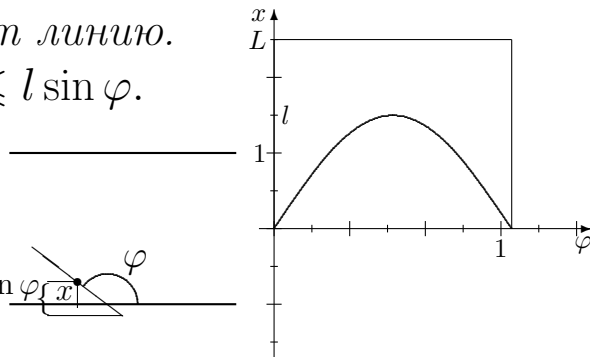


Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$, $x \leq l \sin \varphi$.

Вероятность $p(A)$ можно вычислить как отношение площадей «полуарки синуса»: $0 \leq x \leq l \sin \varphi$, и прямоугольника:

$$\begin{cases} S_A = l \int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi = 2l, \\ S_{\Omega} = \pi L \end{cases} \Rightarrow$$

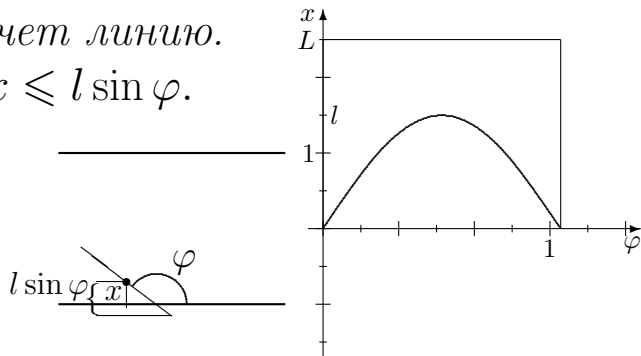


Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$, $x \leq l \sin \varphi$.

Вероятность $p(A)$ можно вычислить как отношение площадей «полуарки синуса»: $0 \leq x \leq l \sin \varphi$, и прямоугольника:

$$\begin{cases} S_A = l \int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi = 2l, \\ S_{\Omega} = \pi L \end{cases} \Rightarrow p(A) =$$

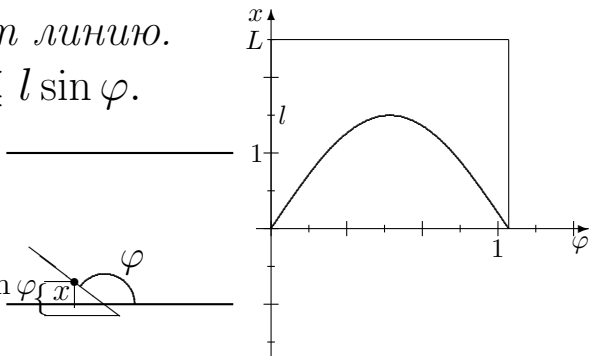


Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$, $x \leq l \sin \varphi$.

Вероятность $p(A)$ можно вычислить как отношение площадей «полуарки синуса»: $0 \leq x \leq l \sin \varphi$, и прямоугольника:

$$\begin{cases} S_A = l \int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi = 2l, \\ S_{\Omega} = \pi L \end{cases}$$



$$\Rightarrow p(A) = \frac{S_A}{S_{\Omega}} =$$

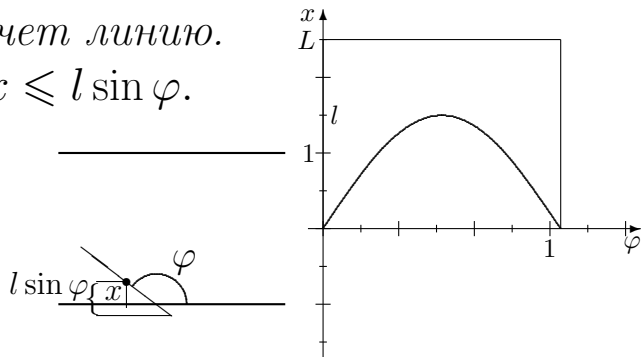
Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$, $x \leq l \sin \varphi$.

Вероятность $p(A)$ можно вычислить как отношение площадей «полуарки синуса»: $0 \leq x \leq l \sin \varphi$, и прямоугольника:

$$\begin{cases} S_A = l \int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi = 2l, \\ S_{\Omega} = \pi L \end{cases}$$

$$\Rightarrow p(A) = \frac{S_A}{S_{\Omega}} = \frac{2l}{\pi L}.$$



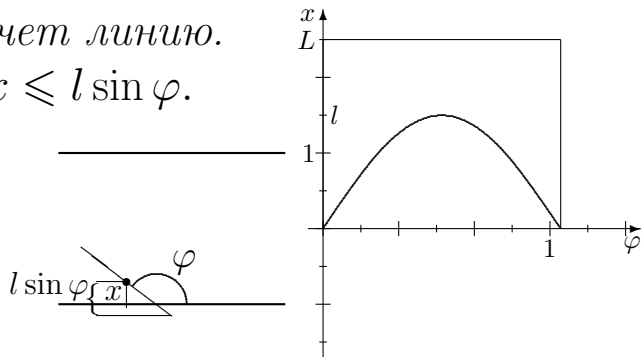
Пример 20. (задача Бюффона) На бесконечную плоскость, расчерченную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстояние $2L$, наудачу брошена игла длиной $2l$ ($l < L$). Найти вероятность того, что игла пересечет линию.

Решение. $0 \leq \varphi < \pi$; $0 \leq x \leq L$, $x \leq l \sin \varphi$.

Вероятность $p(A)$ можно вычислить как отношение площадей «полуарки синуса»: $0 \leq x \leq l \sin \varphi$, и прямоугольника:

$$\begin{cases} S_A = l \int_0^{\pi} \sin \varphi d\varphi = 2l, \\ S_{\Omega} = \pi L \end{cases}$$

$$\Rightarrow p(A) = \frac{S_A}{S_{\Omega}} = \frac{2l}{\pi L}.$$

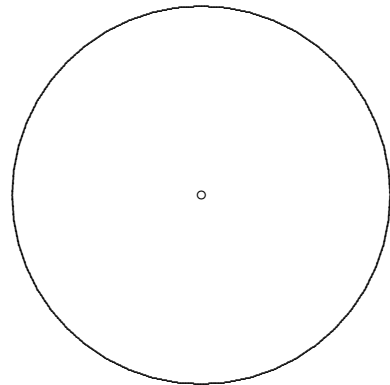


Вернёмся к лекции?

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

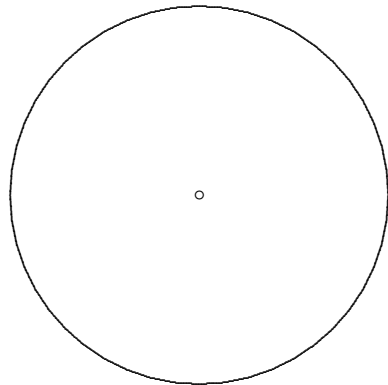
Решение. Парадокс состоит в неоднозначности величины вероятности.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.



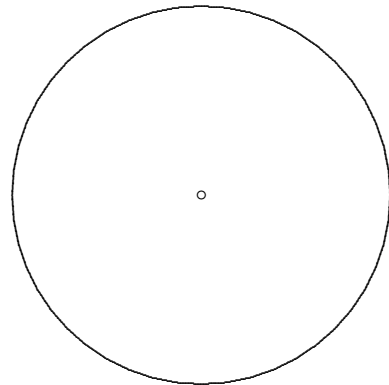
Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Первое решение. Обозначим радиус через R .



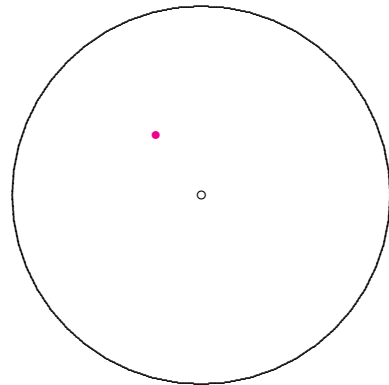
Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Первое решение. Ясно, что положение хорды однозначно определяется положением ее центра.



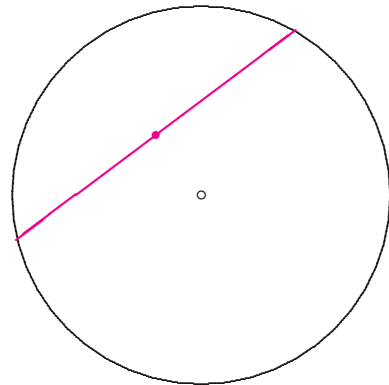
Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Первое решение. Ясно, что положение хорды однозначно определяется положением ее центра.



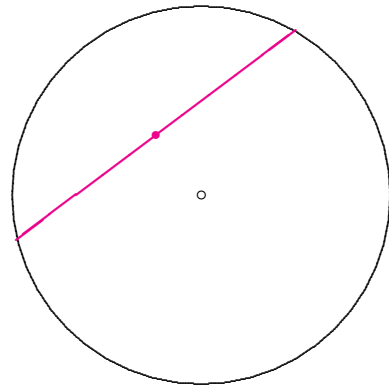
Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Первое решение. Ясно, что положение хорды однозначно определяется положением ее центра.



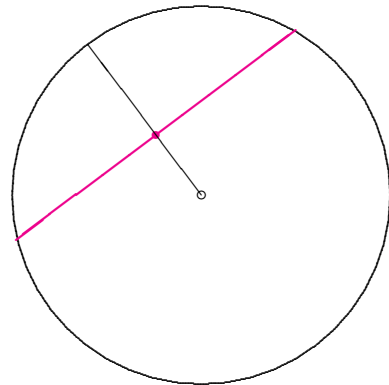
Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Первое решение. Таким образом, для того, чтобы длина хорды была больше длины стороны треугольника, надо, чтобы



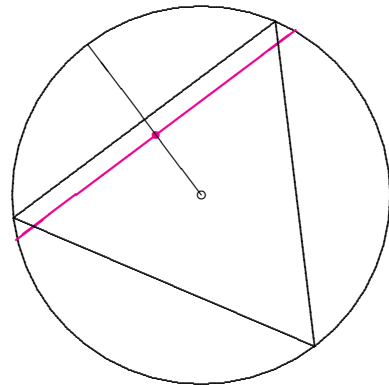
Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Первое решение. Таким образом, для того, чтобы длина хорды была больше длины стороны треугольника, надо, чтобы



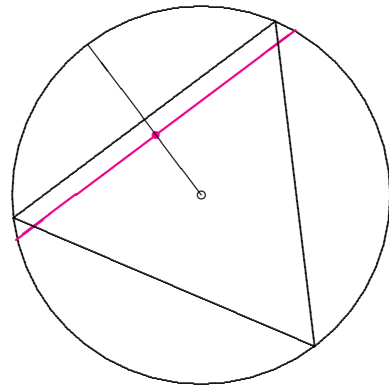
Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Первое решение. Таким образом, для того, чтобы длина хорды была больше длины стороны треугольника, надо, чтобы



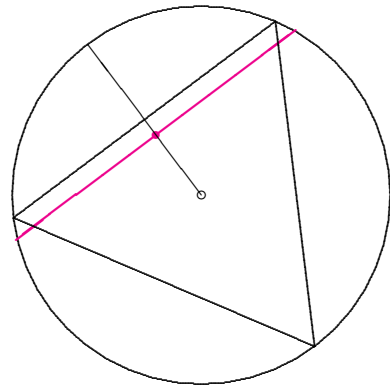
Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Первое решение. Таким образом, для того, чтобы длина хорды была больше длины стороны треугольника, надо, чтобы она находилась от центра окружности на расстоянии, меньшем



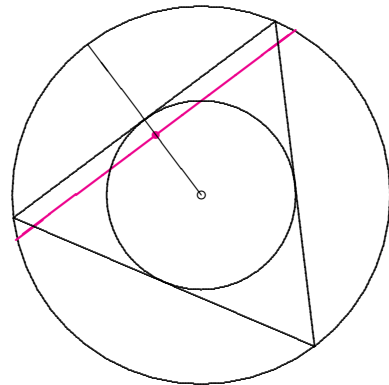
Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Первое решение. Таким образом, для того, чтобы длина хорды была больше длины стороны треугольника, надо, чтобы она находилась от центра окружности на расстоянии, меньшем $\frac{R}{2}$.



Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

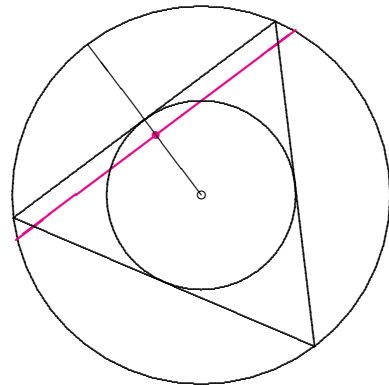
Первое решение. Таким образом, для того, чтобы длина хорды была больше длины стороны треугольника, надо, чтобы она находилась от центра окружности на расстоянии, меньшем $\frac{R}{2}$.



Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Первое решение. Таким образом, для того, чтобы длина хорды была больше длины стороны треугольника, надо, чтобы она находилась от центра окружности на расстоянии, меньшем $\frac{R}{2}$.

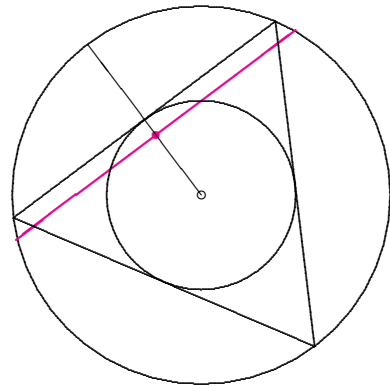
Значит, искомая вероятность равна



Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Первое решение. Таким образом, для того, чтобы длина хорды была больше длины стороны треугольника, надо, чтобы она находилась от центра окружности на расстоянии, меньшем $\frac{R}{2}$.

Значит, искомая вероятность равна $\frac{\pi(R/2)^2}{\pi R^2}$.

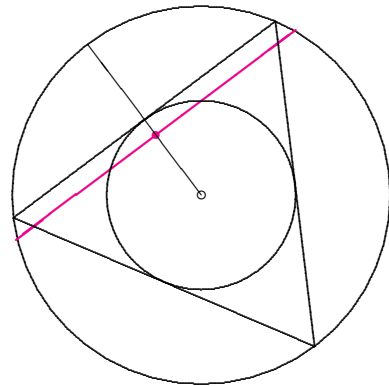


Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Первое решение. Таким образом, для того, чтобы длина хорды была больше длины стороны треугольника, надо, чтобы она находилась от центра окружности на расстоянии, меньшем $\frac{R}{2}$.

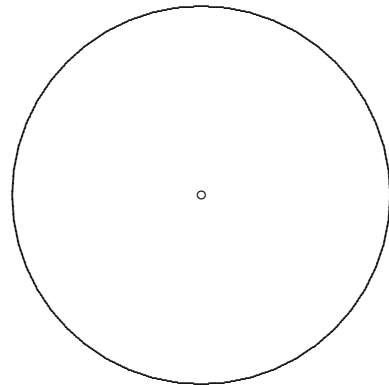
Значит, искомая вероятность равна $\frac{\pi(R/2)^2}{\pi R^2}$.

1) $\frac{1}{4}$.



Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

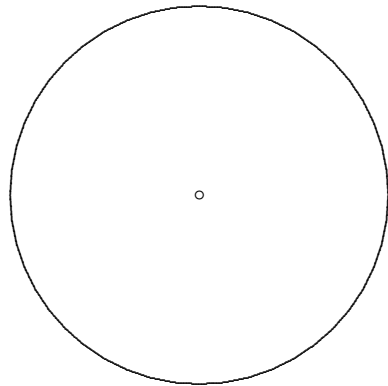
Второе решение.



1) $\frac{1}{4}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

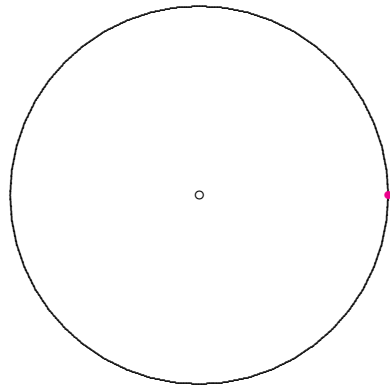
Второе решение. Зафиксируем один из концов хорды.



1) $\frac{1}{4}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

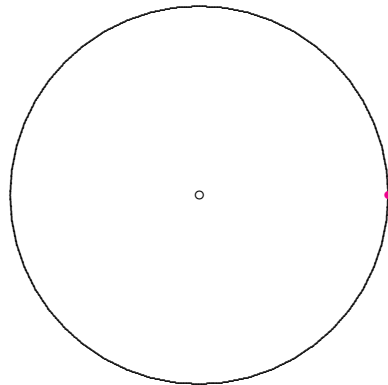
Второе решение. Зафиксируем один из концов хорды.



1) $\frac{1}{4}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

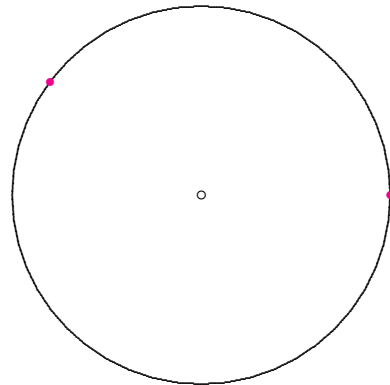
Второе решение. Изобразим второй конец хорды.



1) $\frac{1}{4}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

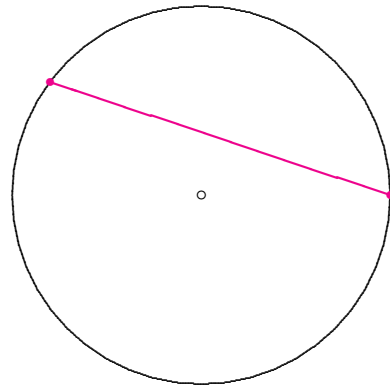
Второе решение. Изобразим второй конец хорды.



1) $\frac{1}{4}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Второе решение. Изобразим второй конец хорды.

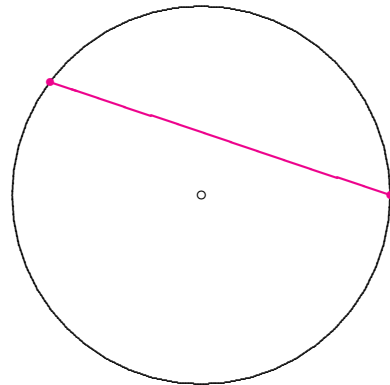


1) $\frac{1}{4}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Второе решение. Для того, чтобы хорда оказалась длиннее стороны вписанного равно-
стороннего треугольника надо, чтобы

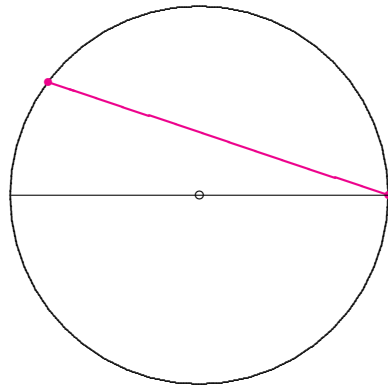
1) $\frac{1}{4}$.



Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Второе решение. Для того, чтобы хорда оказалась длиннее стороны вписанного равно-
стороннего треугольника надо, чтобы

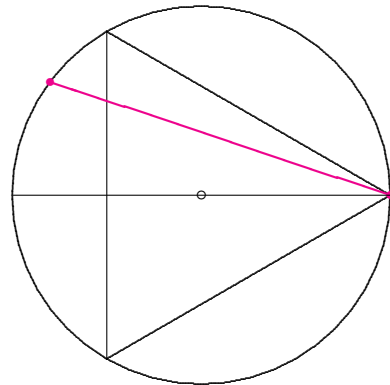
1) $\frac{1}{4}$.



Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Второе решение. Для того, чтобы хорда оказалась длиннее стороны вписанного равно-
стороннего треугольника надо, чтобы

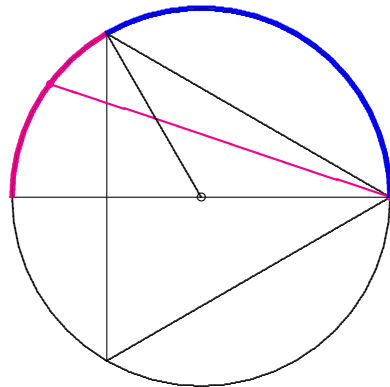
1) $\frac{1}{4}$.



Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

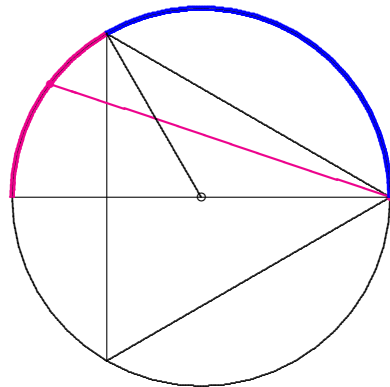
Второе решение. Для того, чтобы хорда оказалась длиннее стороны вписанного равно-
стороннего треугольника надо, чтобы

1) $\frac{1}{4}$.



Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

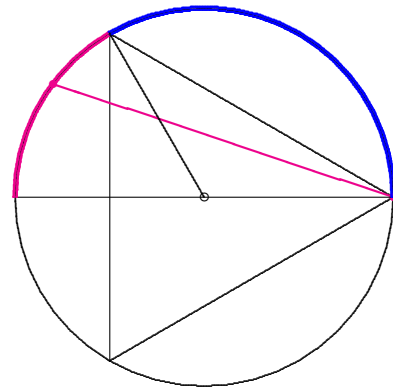
Второе решение. Для того, чтобы хорда оказалась длиннее стороны вписанного равно-
стороннего треугольника надо, чтобы
второй конец хорды попал на «малиновую» ду-
гу,



1) $\frac{1}{4}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

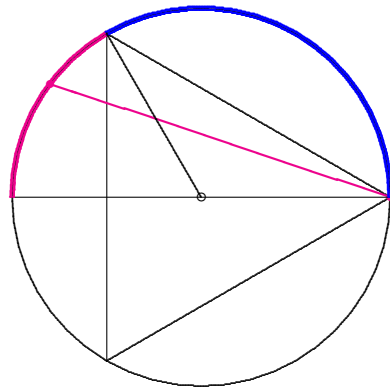
Второе решение. Для того, чтобы хорда оказалась длиннее стороны вписанного равно-
стороннего треугольника надо, чтобы
второй конец хорды попал на «малиновую» ду-
гу, которая составляет треть от полуокружно-
сти.



1) $\frac{1}{4}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

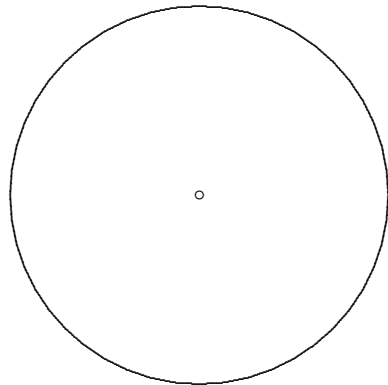
Второе решение. Для того, чтобы хорда оказалась длиннее стороны вписанного равностороннего треугольника надо, чтобы второй конец хорды попал на «малиновую» дугу, которая составляет треть от полуокружности.



- 1) $\frac{1}{4}$. 2) $\frac{1}{3}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

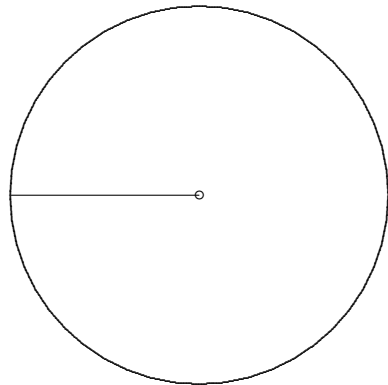
Третье решение.



1) $\frac{1}{4}$. 2) $\frac{1}{3}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

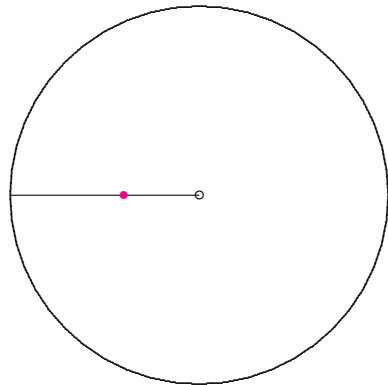
Третье решение. Зафиксируем случайно выбранную точку на радиусе и проведем через неё хорду перпендикулярно радиусу.



- 1) $\frac{1}{4}$. 2) $\frac{1}{3}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

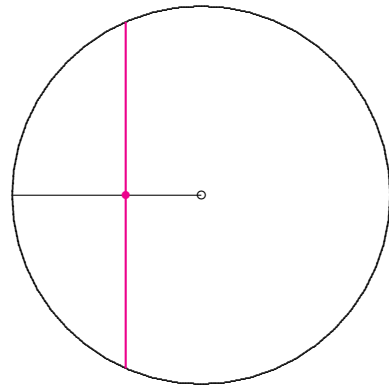
Третье решение. Зафиксируем случайно выбранную точку на радиусе и проведем через неё хорду перпендикулярно радиусу.



- 1) $\frac{1}{4}$. 2) $\frac{1}{3}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

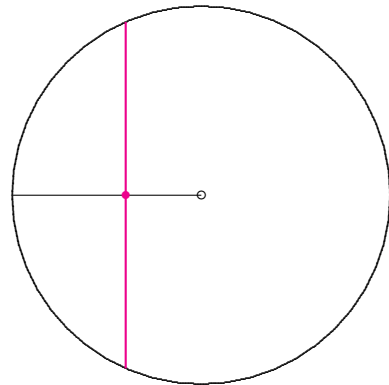
Третье решение. Зафиксируем случайно выбранную точку на радиусе и проведем через неё хорду перпендикулярно радиусу.



- 1) $\frac{1}{4}$. 2) $\frac{1}{3}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

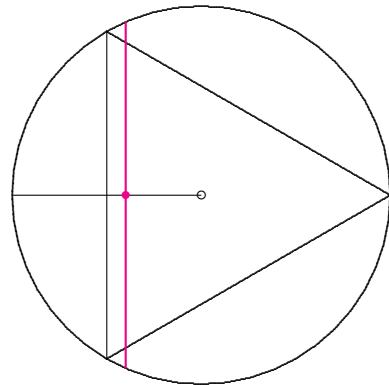
Третье решение. Для того, чтобы хорда была длиннее стороны вписанного равностороннего треугольника, надо, чтобы



- 1) $\frac{1}{4}$. 2) $\frac{1}{3}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

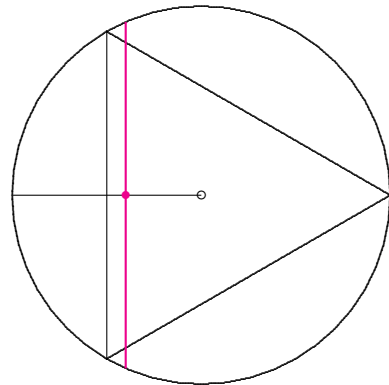
Третье решение. Для того, чтобы хорда была длиннее стороны вписанного равностороннего треугольника, надо, чтобы



- 1) $\frac{1}{4}$. 2) $\frac{1}{3}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Третье решение. Для того, чтобы хорда была длиннее стороны вписанного равностороннего треугольника, надо, чтобы точка была к центру окружности не дальше, чем середина радиуса.



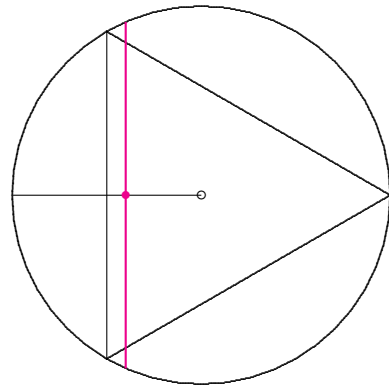
- 1) $\frac{1}{4}$. 2) $\frac{1}{3}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Третье решение. Для того, чтобы хорда была длиннее стороны вписанного равностороннего треугольника, надо, чтобы точка была к центру окружности не дальше, чем середина радиуса.

Значит, искомая вероятность равна

- 1) $\frac{1}{4}$. 2) $\frac{1}{3}$. 3) $\frac{1}{2}$.

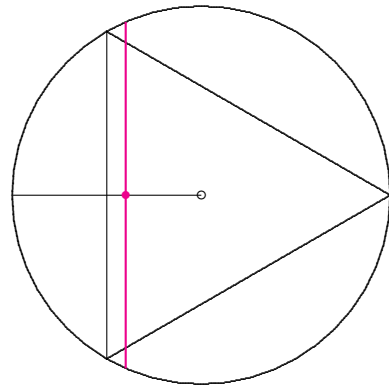


Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Третье решение. Для того, чтобы хорда была длиннее стороны вписанного равностороннего треугольника, надо, чтобы точка была к центру окружности не дальше, чем середина радиуса.

Значит, искомая вероятность равна $\frac{1}{2}$.

- 1) $\frac{1}{4}$. 2) $\frac{1}{3}$. 3) $\frac{1}{2}$.

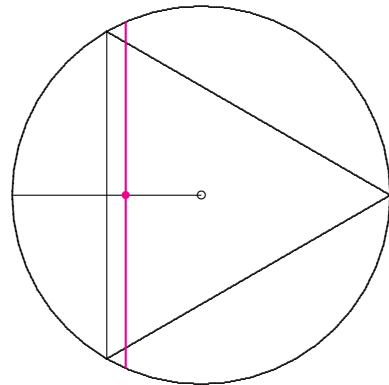


Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Третье решение. Для того, чтобы хорда была длиннее стороны вписанного равностороннего треугольника, надо, чтобы точка была к центру окружности не дальше, чем середина радиуса.

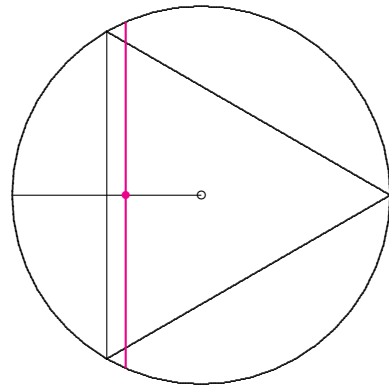
Значит, искомая вероятность равна $\frac{1}{2}$.

- 1) $\frac{1}{4}$. 2) $\frac{1}{3}$. 3) $\frac{1}{2}$.



Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Получили **ТРИ РАЗНЫХ ОТВЕТА!!!**

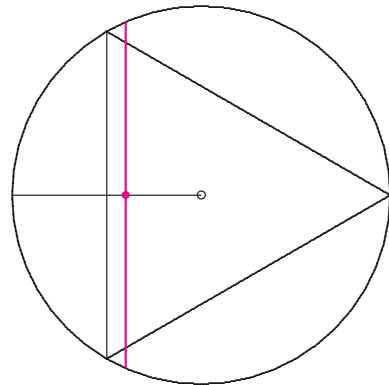


- 1) $\frac{1}{4}$. 2) $\frac{1}{3}$. 3) $\frac{1}{2}$.

Пример 21. (Парадокс Бертрана) Для некоторой окружности случайным образом выбирается хорда. Найти вероятность того, что хорда длиннее стороны правильного треугольника, вписанного в данную окружность.

Получили **ТРИ РАЗНЫХ ОТВЕТА!!!**

Вернёмся к лекции?



- 1) $\frac{1}{4}$. 2) $\frac{1}{3}$. 3) $\frac{1}{2}$.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду; б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение.

Пусть A — «это когда в первый и во второй раз достали карту одной масти».

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение.

Пусть A — «это когда в первый и во второй раз достали карту одной масти».

Как-то коряво звучит...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение.

Пусть A — «это когда в первый и во второй раз достали карту одной масти».

Как-то коряво звучит... Попробуем сформулировать корректно.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A —

Пусть A — «это когда в первый и во второй раз достали карту одной масти».

Как-то коряво звучит... Попробуем сформулировать корректно.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие,

Пусть A — «это когда в первый и во второй раз достали карту одной масти».

Как-то коряво звучит... Попробуем сформулировать корректно.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что

Пусть A — «это когда в первый и во второй раз достали карту одной масти».

Как-то коряво звучит... Попробуем сформулировать корректно.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз;

Пусть A — «это когда в первый и во второй раз достали карту одной масти».

Как-то коряво звучит... Попробуем сформулировать корректно.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз;

Пусть A — «это когда в первый и во второй раз достали карту одной масти».

Как-то коряво звучит... Попробуем сформулировать корректно.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

Пусть A — «это когда в первый и во второй раз достали карту одной масти».

Как-то коряво звучит... Попробуем сформулировать корректно.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

Все три карты одной масти...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$A \cdot B \cdot C$$

Все три карты одной масти...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) =$$

Все три карты одной масти...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) =$$

По формуле **вероятности произведения событий**...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot$$

По формуле **вероятности произведения событий**...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot p(B \cdot C | A) =$$

По формуле **вероятности произведения событий**...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot p(B \cdot C | A) =$$

Напомним, что $p(BC | A)$ — это

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot p(B \cdot C | A) =$$

Напомним, что $p(B \cdot C | A)$ — это вероятность наступления события $B \cdot C$ при условии, что A наступило.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A).$$

Напомним, что $p(B \cdot C | A)$ — это вероятность наступления события $B \cdot C$ при условии, что A наступило.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A \cdot B) =$$

Напомним, что $p(BC | A)$ — это вероятность наступления события $B \cdot C$ при условии, что A наступило.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A \cdot B) =$$

По **формуле классической вероятности**...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot B \cdot C) &= p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A \cdot B) = \\ &= \frac{9 - 1}{36 - 1}. \end{aligned}$$

По **формуле классической вероятности**...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot B \cdot C) &= p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A \cdot B) = \\ &= \frac{9-1}{36-1} \cdot \frac{9-2}{36-2}. \end{aligned}$$

По **формуле классической вероятности**...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot B \cdot C) &= p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A \cdot B) = \\ &= \frac{9-1}{36-1} \cdot \frac{9-2}{36-2} \cdot 1 = \end{aligned}$$

По **формуле классической вероятности**...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot B \cdot C) &= p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A \cdot B) = \\ &= \frac{9-1}{36-1} \cdot \frac{9-2}{36-2} \cdot 1 = \frac{4}{85}. \end{aligned}$$

По **формуле классической вероятности**...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot B \cdot C) &= p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A \cdot B) = \frac{4}{85} \\ &= \frac{9-1}{36-1} \cdot \frac{9-2}{36-2} \cdot 1 = \frac{4}{85}. \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A \cdot B) = \frac{4}{85}.$$

Можно было упростить расчеты, если учесть, что...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A \cdot B) = \frac{4}{85}.$$

$$A \cdot B \cdot C =$$

Если во второй и в третий раз достали карту той же масти, что и в первый, то в третий раз достали карту той же масти, что и во второй...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A \cdot B) = \frac{4}{85}.$$
$$A \cdot B \cdot C = A \cdot B =$$

Если во второй и в третий раз достали карту той же масти, что и в первый, то в третий раз достали карту той же масти, что и во второй...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A \cdot B) = \frac{4}{85}.$$
$$A \cdot B \cdot C = A \cdot B =$$

Если во второй раз достали карту той же масти, что и в первый, а в третий раз — той же масти, что и во второй, то в третий раз достали карту той же масти, что и в первый...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A \cdot B) = \frac{4}{85}.$$
$$A \cdot B \cdot C = A \cdot B = A \cdot C =$$

Если во второй раз достали карту той же масти, что и в первый, а в третий раз — той же масти, что и во второй, то в третий раз достали карту той же масти, что и в первый...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A \cdot B) = \frac{4}{85}.$$
$$A \cdot B \cdot C = A \cdot B = A \cdot C =$$

Если в третий раз достали карту той же масти, что и в первый, причем в третий раз — той же масти, что и во второй, то во второй раз достали карту той же масти, что и в первый...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A) \cdot p(B \cdot C | A) = p(A) \cdot p(B | A) \cdot p(C | A \cdot B) = \frac{4}{85}.$$
$$A \cdot B \cdot C = A \cdot B = A \cdot C = B \cdot C.$$

Если в третий раз достали карту той же масти, что и в первый, причем в третий раз — той же масти, что и во второй, то во второй раз достали карту той же масти, что и в первый...

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$A \cdot B \cdot C =$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$A \cdot B \cdot C = A \cdot B$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A \cdot B) =$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A \cdot B) = p(A).$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A \cdot B) = p(A) \cdot p(B|A) =$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A \cdot B) = p(A) \cdot p(B|A) =$$

По условию события A и B независимы.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A \cdot B) = p(A) \cdot p(B|A) = \frac{9}{36}.$$

По условию события A и B независимы.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A \cdot B) = p(A) \cdot p(B|A) = \frac{9}{36} \cdot \frac{9}{36} =$$

По условию события A и B независимы.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 1) все три карты будут одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot B \cdot C) = p(A \cdot B) = p(A) \cdot p(B|A) = \frac{9}{36} \cdot \frac{9}{36} = \frac{1}{16}.$$

По условию события A и B независимы.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot C$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot C) =$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot C) = p(A \cdot \overline{B}) + p(\overline{A} \cdot B) + p(\overline{A} \cdot C) =$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot C) &= p(A \cdot \overline{B}) + p(\overline{A} \cdot B) + p(\overline{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\overline{B} | A) + \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot C) &= p(A \cdot \overline{B}) + p(\overline{A} \cdot B) + p(\overline{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\overline{B}|A) + p(B) \cdot p(\overline{A}|B) + p(B) \cdot p(\overline{C}|B) = \\ &= \frac{9-1}{36-1}. \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \\ &= \frac{9 - 1}{36 - 1}. \end{aligned}$$

К третьему раз из колоды достали уже 2 карты, осталось

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \\ &= \frac{9 - 1}{36 - 1}. \end{aligned}$$

К третьему раз из колоды достали уже 2 карты, осталось $(36 - 2) = 34$,

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \\ &= \frac{9-1}{36-1}. \end{aligned}$$

К третьему раз из колоды достали уже 2 карты, осталось $(36 - 2) = 34$, причем карт того же цвета, что и у извлеченных карт, осталось

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \\ &= \frac{9-1}{36-1}. \end{aligned}$$

К третьему раз из колоды достали уже 2 карты, осталось $(36 - 2) = 34$, причем карт того же цвета, что и у извлеченных карт, осталось $(9 - 2) = 7$.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \\ &= \frac{9-1}{36-1} \cdot \frac{34-7}{34} + \end{aligned}$$

К третьему раз из колоды достали уже 2 карты, осталось $(36 - 2) = 34$, причем карт того же цвета, что и у извлеченных карт, осталось $(9 - 2) = 7$.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \\ &= \frac{9-1}{36-1} \cdot \frac{34-7}{34} + \frac{8}{35} \cdot \frac{27}{34} + \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned}
 p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\
 &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \\
 &= \frac{9-1}{36-1} \cdot \frac{34-7}{34} + \frac{8}{35} \cdot \frac{27}{34} + \frac{8}{35} \cdot \frac{27}{34} =
 \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда а) карты достают без возвращения в колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \\ &= \frac{9-1}{36-1} \cdot \frac{34-7}{34} + \frac{8}{35} \cdot \frac{27}{34} + \frac{8}{35} \cdot \frac{27}{34} = \frac{324}{595}. \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз;
 B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз;
 C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.
$$A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot C$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot C) =$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot C) = p(A \cdot \overline{B}) + p(\overline{A} \cdot B) + p(\overline{A} \cdot C) =$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot C) &= p(A \cdot \overline{B}) + p(\overline{A} \cdot B) + p(\overline{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\overline{B} | A) + \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B} | A) + p(B) \cdot p(\bar{A} | B) + \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \\ &= \frac{9}{36}. \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \\ &= \frac{9}{36} \cdot \frac{36-9}{36} + \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \\ &= \frac{9}{36} \cdot \frac{36-9}{36} + \frac{9}{36} \cdot \frac{27}{36} + \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \\ &= \frac{9}{36} \cdot \frac{36-9}{36} + \frac{9}{36} \cdot \frac{27}{36} + \frac{9}{36} \cdot \frac{27}{36} = \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned} p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\ &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \\ &= \frac{9}{36} \cdot \frac{36-9}{36} + \frac{9}{36} \cdot \frac{27}{36} + \frac{9}{36} \cdot \frac{27}{36} = \frac{3}{16}. \end{aligned}$$

Пример 22. Из карточной колоды в 36 карт трижды достают по одной карте. Найдите вероятность того, что 2) ровно две карты одной масти; в условиях, когда б) каждый раз вынутую карту возвращают и тасуют колоду.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что во второй раз достали карту той же масти, что и в первый раз; B — в третий раз была карта той же масти, что и в первый раз; C — в третий раз была карта той же масти, что и во второй раз.

$$\begin{aligned}
 p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B + \bar{A} \cdot C) &= p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(\bar{A} \cdot C) = \\
 &= p(A) \cdot p(\bar{B}|A) + p(B) \cdot p(\bar{A}|B) + p(B) \cdot p(\bar{C}|B) = \\
 &= \frac{9}{36} \cdot \frac{36-9}{36} + \frac{9}{36} \cdot \frac{27}{36} + \frac{9}{36} \cdot \frac{27}{36} = \frac{3}{16}.
 \end{aligned}$$

Вернемся к лекции?

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб; 2) хотя бы на одной из монет выпал герб.

Решение.

Пример 23. *Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.*

Решение.

Пусть A — «это когда на первой монете выпал герб».

Пример 23. *Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.*

Решение.

Пусть A — «это когда на первой монете выпал герб».
Как-то неграмотно... Сформулируйте нормально!

Пример 23. *Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.*

Решение. Пусть A —

Пусть A — «это когда на первой монете выпал герб».

Как-то неграмотно... Сформулируйте нормально!

Пример 23. *Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.*

Решение. Пусть A — событие,

Пусть A — «это когда на первой монете выпал герб».

Как-то неграмотно... Сформулируйте нормально!

Пример 23. *Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.*

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что

Пусть A — «это когда на первой монете выпал герб».

Как-то неграмотно... Сформулируйте нормально!

Пример 23. *Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.*

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб,

Пусть A — «это когда на первой монете выпал герб».

Как-то неграмотно... Сформулируйте нормально!

Пример 23. *Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что*
1) ровно на одной монете выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, C — ровно на одной монете выпал герб.

Пример 23. *Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что*
1) ровно на одной монете выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, C — ровно на одной монете выпал герб.

$$C =$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, C — ровно на одной монете выпал герб.

$$C = A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, C — ровно на одной монете выпал герб.

$$p(C)=p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B) =$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, C — ровно на одной монете выпал герб.

$$p(C) = p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B) = p(A \cdot \overline{B}) + p(\overline{A} \cdot B) =$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, C — ровно на одной монете выпал герб.

$$\begin{aligned} p(C) &= p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B) = p(A \cdot \overline{B}) + p(\overline{A} \cdot B) = \\ &= p(A)p(\overline{B}) + p(\overline{A})p(B) = \end{aligned}$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, C — ровно на одной монете выпал герб.

$$\begin{aligned} p(C) &= p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B) = p(A \cdot \overline{B}) + p(\overline{A} \cdot B) = \\ &= p(A)p(\overline{B}) + p(\overline{A})p(B) = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, C — ровно на одной монете выпал герб.

$$\begin{aligned} p(C) &= p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B) = p(A \cdot \overline{B}) + p(\overline{A} \cdot B) = \\ &= p(A)p(\overline{B}) + p(\overline{A})p(B) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \end{aligned}$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, C — ровно на одной монете выпал герб.

$$\begin{aligned} p(C) &= p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B) = p(A \cdot \overline{B}) + p(\overline{A} \cdot B) = \\ &= p(A)p(\overline{B}) + p(\overline{A})p(B) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \end{aligned}$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, C — ровно на одной монете выпал герб.

$$\begin{aligned} p(C) &= p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B) = p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) = \\ &= p(A)p(\bar{B}) + p(\bar{A})p(B) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, C — ровно на одной монете выпал герб.

$$\begin{aligned} p(C) &= p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B) = p(A \cdot \overline{B}) + p(\overline{A} \cdot B) = \\ &= p(A)p(\overline{B}) + p(\overline{A})p(B) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

В данном случае события $A \cdot \overline{B}$ и $\overline{A} \cdot B$ были

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, C — ровно на одной монете выпал герб.

$$\begin{aligned} p(C) &= p(A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B) = p(A \cdot \overline{B}) + p(\overline{A} \cdot B) = \\ &= p(A)p(\overline{B}) + p(\overline{A})p(B) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

В данном случае события $A \cdot \overline{B}$ и $\overline{A} \cdot B$ были несовместными, поэтому

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, C — ровно на одной монете выпал герб.

$$\begin{aligned} p(C) &= p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B) = p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) = \\ &= p(A)p(\bar{B}) + p(\bar{A})p(B) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

В данном случае события $A \cdot \bar{B}$ и $\bar{A} \cdot B$ были несовместными, поэтому вероятность суммы событий оказалась равной

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, C — ровно на одной монете выпал герб.

$$\begin{aligned} p(C) &= p(A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B) = p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) = \\ &= p(A)p(\bar{B}) + p(\bar{A})p(B) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

В данном случае события $A \cdot \bar{B}$ и $\bar{A} \cdot B$ были несовместными, поэтому вероятность суммы событий оказалась равной сумме вероятностей.

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
2) хотя бы на одной из монет выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, D — хотя бы на одной монете выпал герб.

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
2) хотя бы на одной из монет выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, D — хотя бы на одной монете выпал герб.

$$D =$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
2) хотя бы на одной из монет выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, D — хотя бы на одной монете выпал герб.

$$D = A + B$$

Пример 23. *Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
2) хотя бы на одной из монет выпал герб.*

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, D — хотя бы на одной монете выпал герб.

$$p(D)=p(A + B) =$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
2) хотя бы на одной из монет выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, D — хотя бы на одной монете выпал герб.

$$p(D)=p(A + B) =p(A) + p(B) - p(AB) =$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
2) хотя бы на одной из монет выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, D — хотя бы на одной монете выпал герб.

$$\begin{aligned} p(D) &= p(A + B) = p(A) + p(B) - p(AB) = \\ &= p(A) + p(B) - p(A)p(B) = \end{aligned}$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
2) хотя бы на одной из монет выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, D — хотя бы на одной монете выпал герб.

$$\begin{aligned} p(D) &= p(A + B) = p(A) + p(B) - p(AB) = \\ &= p(A) + p(B) - p(A)p(B) = \frac{1}{2} + \end{aligned}$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
2) хотя бы на одной из монет выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, D — хотя бы на одной монете выпал герб.

$$\begin{aligned} p(D) &= p(A + B) = p(A) + p(B) - p(AB) = \\ &= p(A) + p(B) - p(A)p(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \end{aligned}$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
2) хотя бы на одной из монет выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, D — хотя бы на одной монете выпал герб.

$$\begin{aligned} p(D) &= p(A + B) = p(A) + p(B) - p(AB) = \\ &= p(A) + p(B) - p(A)p(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \end{aligned}$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
2) хотя бы на одной из монет выпал герб.

Решение. Пусть A — событие, заключающееся в том, что на первой монете выпал герб, B — герб выпал на второй, D — хотя бы на одной монете выпал герб.

$$\begin{aligned} p(D) &= p(A + B) = p(A) + p(B) - p(AB) = \\ &= p(A) + p(B) - p(A)p(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

Пример 23. Бросают 2 монеты. Найти вероятность, что
1) ровно на одной монете выпал герб; 2) хотя бы на одной из монет выпал герб.

Решение. Вернемся к лекции?

Пример 24. *Имеются три одинакового вида урны. Известно, что в первой 2 белых и 3 черных шара, во второй — 4 белых и 1 черный шар, в третьей — 3 белых шара. Вам предложена одна из этих урн. Какова вероятность достать из нее белый шар?*

Решение.

Пример 24. *Имеются три одинакового вида урны. Известно, что в первой 2 белых и 3 черных шара, во второй — 4 белых и 1 черный шар, в третьей — 3 белых шара. Вам предложена одна из этих урн. Какова вероятность достать из нее белый шар?*

Решение. Применяем схему гипотез. Пусть H_i — выбрана урна с номером i . Вероятности гипотез в нашем случае равны по $1/3$. Вероятности события A в условиях каждой гипотезы легко вычисляются. По формуле полной вероятности получим

Пример 24. *Имеются три одинакового вида урны. Известно, что в первой 2 белых и 3 черных шара, во второй — 4 белых и 1 черный шар, в третьей — 3 белых шара. Вам предложена одна из этих урн. Какова вероятность достать из нее белый шар?*

Решение. Применяем схему гипотез. Пусть H_i — выбрана урна с номером i . Вероятности гипотез в нашем случае равны по $1/3$. Вероятности события A в условиях каждой гипотезы легко вычисляются. По формуле полной вероятности получим

$$p(A) =$$

Пример 24. *Имеются три одинакового вида урны. Известно, что в первой 2 белых и 3 черных шара, во второй — 4 белых и 1 черный шар, в третьей — 3 белых шара. Вам предложена одна из этих урн. Какова вероятность достать из нее белый шар?*

Решение. Применяем схему гипотез. Пусть H_i — выбрана урна с номером i . Вероятности гипотез в нашем случае равны по $1/3$. Вероятности события A в условиях каждой гипотезы легко вычисляются. По формуле полной вероятности получим

$$p(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} +$$

Пример 24. *Имеются три одинакового вида урны. Известно, что в первой 2 белых и 3 черных шара, во второй — 4 белых и 1 черный шар, в третьей — 3 белых шара. Вам предложена одна из этих урн. Какова вероятность достать из нее белый шар?*

Решение. Применяем схему гипотез. Пусть H_i — выбрана урна с номером i . Вероятности гипотез в нашем случае равны по $1/3$. Вероятности события A в условиях каждой гипотезы легко вычисляются. По формуле полной вероятности получим

$$p(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} +$$

Пример 24. *Имеются три одинакового вида урны. Известно, что в первой 2 белых и 3 черных шара, во второй — 4 белых и 1 черный шар, в третьей — 3 белых шара. Вам предложена одна из этих урн. Какова вероятность достать из нее белый шар?*

Решение. Применяем схему гипотез. Пусть H_i — выбрана урна с номером i . Вероятности гипотез в нашем случае равны по $1/3$. Вероятности события A в условиях каждой гипотезы легко вычисляются. По формуле полной вероятности получим

$$p(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} + \frac{1}{3} \cdot 1 =$$

Пример 24. *Имеются три одинакового вида урны. Известно, что в первой 2 белых и 3 черных шара, во второй — 4 белых и 1 черный шар, в третьей — 3 белых шара. Вам предложена одна из этих урн. Какова вероятность достать из нее белый шар?*

Решение. Применяем схему гипотез. Пусть H_i — выбрана урна с номером i . Вероятности гипотез в нашем случае равны по $1/3$. Вероятности события A в условиях каждой гипотезы легко вычисляются. По формуле полной вероятности получим

$$p(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{11}{15}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение.

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. Условия задачи укладываются в схему гипотез. Так как результат эксперимента уже известен, то следует применить формулу Байеса.

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. В качестве гипотез возьмем следующие события: H_1 — стрелок принадлежит к первой группе, H_2 — ко второй, H_3 — к третьей, H_4 — к четвертой, A — стрелок попал в мишень. Тогда

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. H_i — стрелок принадлежит к i -й группе.

$$p(A) =$$

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. H_i — стрелок принадлежит к i -й группе.

$$p(A) = p(H_1) p(A | H_1) +$$

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. H_i — стрелок принадлежит к i -й группе.

$$p(A) = p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) +$$

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. H_i — стрелок принадлежит к i -й группе.

$$p(A) = p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) + p(H_3) p(A | H_3) +$$

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. H_i — стрелок принадлежит к i -й группе.

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) + p(H_3) p(A | H_3) + \\ &+ p(H_4) p(A | H_4) = \end{aligned}$$

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. H_i — стрелок принадлежит к i -й группе.

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) + p(H_3) p(A | H_3) + \\ &+ p(H_4) p(A | H_4) = \frac{5}{18} \cdot 0.8 + \end{aligned}$$

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. H_i — стрелок принадлежит к i -й группе.

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) + p(H_3) p(A | H_3) + \\ &+ p(H_4) p(A | H_4) = \frac{5}{18} \cdot 0.8 + \frac{7}{18} \cdot 0.7 + \end{aligned}$$

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. H_i — стрелок принадлежит к i -й группе.

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) + p(H_3) p(A | H_3) + \\ &+ p(H_4) p(A | H_4) = \frac{5}{18} \cdot 0.8 + \frac{7}{18} \cdot 0.7 + \frac{4}{18} \cdot 0.6 + \end{aligned}$$

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. H_i — стрелок принадлежит к i -й группе.

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) + p(H_3) p(A | H_3) + \\ &+ p(H_4) p(A | H_4) = \frac{5}{18} \cdot 0.8 + \frac{7}{18} \cdot 0.7 + \frac{4}{18} \cdot 0.6 + \frac{2}{18} \cdot 0.5 = \end{aligned}$$

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. H_i — стрелок принадлежит к i -й группе.

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) + p(H_3) p(A | H_3) + \\ &+ p(H_4) p(A | H_4) = \frac{5}{18} \cdot 0.8 + \frac{7}{18} \cdot 0.7 + \frac{4}{18} \cdot 0.6 + \frac{2}{18} \cdot 0.5 = 41/60. \end{aligned}$$

$$p(H_1 | A) =$$

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. H_i — стрелок принадлежит к i -й группе.

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) + p(H_3) p(A | H_3) + \\ &+ p(H_4) p(A | H_4) = \frac{5}{18} \cdot 0.8 + \frac{7}{18} \cdot 0.7 + \frac{4}{18} \cdot 0.6 + \frac{2}{18} \cdot 0.5 = 41/60. \\ p(H_1 | A) &= \frac{\frac{5}{18} \cdot 0.8}{\frac{41}{60}} = \end{aligned}$$

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. H_i — стрелок принадлежит к i -й группе.

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) + p(H_3) p(A | H_3) + \\ &+ p(H_4) p(A | H_4) = \frac{5}{18} \cdot 0.8 + \frac{7}{18} \cdot 0.7 + \frac{4}{18} \cdot 0.6 + \frac{2}{18} \cdot 0.5 = 41/60. \\ p(H_1 | A) &= \frac{\frac{5}{18} \cdot 0.8}{\frac{41}{60}} = \frac{40}{123}. \end{aligned}$$

Пример 25. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 — с вероятностью 0,7; 4 — с вероятностью 0,6 и 2 с вероятностью 0,5. Выбранный из этих 18 стрелков по жребию стрелок произвел выстрел, и в мишень попал. Какова вероятность, что стрелок принадлежит к первой группе?

Решение. Заметим, что априорная вероятность того, что выбранный по жребию стрелок принадлежит к первой группе равна $\frac{5}{18} = 0.2777 \dots$. Если же известно, что этот стрелок попал, эта вероятность немного увеличилась: $\frac{40}{123} = 0.3252 \dots$, что естественно — в первой группе собрались все самые меткие стрелки, и известно, что выбранный стрелок попал.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **пример, являющийся основой для лабораторной работы?**

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

- 1)** Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.
- 2)** Пусть игрок набрал меньше 4 баллов. Найти вероятность того, что **2a)** в первый раз на обеих монет выпало по «орлу»; **2b)** в первый раз «орел» выпал только на одной монете; **2c)** в первый раз «орел» не выпал ни на одной монете.

Решение.

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение.

Применим **формулу «полной вероятности»**.

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение.

Пусть H_1 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска на обеих монетах выпало по «орлу».

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение.

Пусть H_1 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска на обеих монетах выпало по «орлу».

Пусть H_2 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска «орел» выпал только на одной из монет.

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение.

Пусть H_1 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска на обеих монетах выпало по «орлу».

Пусть H_2 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска «орел» выпал только на одной из монет.

Пусть H_3 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска на обеих монетах выпала «решка».

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла»,

Пусть H_1 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска на обеих монетах выпало по «орлу».

Пусть H_2 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска «орел» выпал только на одной из монет.

Пусть H_3 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска на обеих монетах выпала «решка».

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел»,

Пусть H_1 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска на обеих монетах выпало по «орлу».

Пусть H_2 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска «орел» выпал только на одной из монет.

Пусть H_3 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска на обеих монетах выпала «решка».

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть H_1 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска на обеих монетах выпало по «орлу».

Пусть H_2 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска «орел» выпал только на одной из монет.

Пусть H_3 — событие, заключающееся в том, что во время первого броска на обеих монетах выпала «решка».

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$p(A) =$$

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$p(A) =$$

По **формуле «полной вероятности»...**

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$p(A) = p(H_1) \cdot \dots$$

По **формуле «полной вероятности»...**

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$p(A) = p(H_1)p(A|H_1) + \dots$$

По **формуле «полной вероятности»...**

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$p(A) = p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + \dots$$

По **формуле «полной вероятности»...**

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$p(A) = p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) =$$

По **формуле «полной вероятности»...**

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$p(A) = p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) =$$

Для первого броска имеем равновозможные исходы:

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$p(A) = p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) =$$

Для первого броска имеем равновозможные исходы:

И1) на первой и второй монетах выпали «орлы»;

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$p(A) = p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) =$$

Для первого броска имеем равновозможные исходы:

И1) на первой и второй монетах выпали «орлы»;

И2) на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$p(A) = p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) =$$

Для первого броска имеем равновозможные исходы:

И1) на первой и второй монетах выпали «орлы»;

И2) на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;

И3) на первой монете выпала «решка», а на второй — «орел»;

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$p(A) = p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) =$$

Для первого броска имеем равновозможные исходы:

И1) на первой и второй монетах выпали «орлы»;

И2) на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;

И3) на первой монете выпала «решка», а на второй — «орел»;

И4) на первой и второй монетах выпали «решки».

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$p(A) = p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) =$$

Для первого броска имеем равновозможные исходы:

И1) на первой и второй монетах выпали «орлы»;

И2) на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;

И3) на первой монете выпала «решка», а на второй — «орел»;

И4) на первой и второй монетах выпали «решки».

По **формуле классической вероятности...**

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{0}{4}. \end{aligned}$$

Для первого броска имеем равновозможные исходы:

И1) на первой и второй монетах выпали «орлы»;

И2) на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;

И3) на первой монете выпала «решка», а на второй — «орел»;

И4) на первой и второй монетах выпали «решки».

По **формуле классической вероятности...**

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{2}{4} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 2. \end{aligned}$$

При выполнении гипотезы H_1 игроку уже за первый бросок начислили 4 балла, значит, он не мог за игру набрать меньше 4 баллов.

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot 1. \end{aligned}$$

При выполнении гипотезы H_1 игроку уже за первый бросок начислили 4 балла, значит, он не мог за игру набрать меньше 4 баллов.

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot 1. \end{aligned}$$

При выполнении гипотезы H_2 игроку за первый бросок начислили 2 балла. Поэтому для того, чтобы набрать не больше 3 баллов, ему надо набрать 0 или 1.

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot 1. \end{aligned}$$

При выполнении гипотезы H_2 игроку за первый бросок начислили 2 балла. Поэтому для того, чтобы набрать не больше 3 баллов, ему надо набрать 0 или 1.

Поэтому из 4-х равновозможных исходов для него актуальны только 3:

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot 1. \end{aligned}$$

При выполнении гипотезы H_2 игроку за первый бросок начислили 2 балла. Поэтому для того, чтобы набрать не больше 3 баллов, ему надо набрать 0 или 1.

Поэтому из 4-х равновозможных исходов для него актуальны только 3:

- а) «орел» на первой монете и «решка» на второй;
- б) «решка» на первой монете и «орел» на второй;
- в) «решка» на обеих монетах.

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot 1. \end{aligned}$$

При выполнении гипотезы H_2 игроку за первый бросок начислили 2 балла. Поэтому для того, чтобы набрать не больше 3 баллов, ему надо набрать 0 или 1.

Поэтому из 4-х равновозможных исходов для него актуальны только 3:

- а) «орел» на первой монете и «решка» на второй;
- б) «решка» на первой монете и «орел» на второй;
- в) «решка» на обеих монетах.

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot 1. \end{aligned}$$

При выполнении гипотезы H_3 игроку за первый бросок начислили

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \end{aligned}$$

При выполнении гипотезы H_3 игроку за первый бросок начислили 0 баллов.

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot 1. \end{aligned}$$

При выполнении гипотезы H_3 игроку за первый бросок начислили 0 баллов.

За каждого «орла» при втором броске дают 1 балл, значит, игрок не сможет набрать больше двух баллов, т.е. в этих условиях событие A

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot 1. \end{aligned}$$

При выполнении гипотезы H_3 игроку за первый бросок начислили 0 баллов.

За каждого «орла» при втором броске дают 1 балл, значит, игрок не сможет набрать больше двух баллов, т.е. в этих условиях событие A наступило.

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

1) Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot 1 = \end{aligned}$$

При выполнении гипотезы H_3 игроку за первый бросок начислили 0 баллов.

За каждого «орла» при втором броске дают 1 балл, значит, игрок не сможет набрать больше двух баллов, т.е. в этих условиях событие A наступило.

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{5}{8} = \end{aligned}$$

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов».

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{5}{8} = 0.625. \end{aligned}$$

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

1) *Найти вероятность того, что игрок набрал меньше 4 баллов.*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{5}{8} = 0.625. \end{aligned}$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2а)** в первый раз на обеих монет выпало по «орлу».

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

*2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2а)** в первый раз на обеих монет выпало по «орлу».*

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2а)** в первый раз на обеих монет выпало по «орлу».

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2а)** в первый раз на обеих монет выпало по «орлу».

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал < 4 баллов. Найти вероятность того, что **2а)** в первый раз на обеих монет выпало по «орлу».

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$p(H_1|A) =$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2а)** в первый раз на обеих монет выпало по «орлу».

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса**:

$$p(H_1|A) = \frac{p(H_1)p(A|H_1)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} =$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2а)** в первый раз на обеих монет выпало по «орлу».

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$p(H_1|A) = \frac{p(H_1)p(A|H_1)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} =$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2а)** в первый раз на обеих монет выпало по «орлу».

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов». Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$p(H_1|A) = \frac{p(H_1)p(A|H_1)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} = \frac{0}{0.625} =$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2а)** в первый раз на обеих монет выпало по «орлу».

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов». Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса**:

$$p(H_1|A) = \frac{p(H_1)p(A|H_1)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} = \frac{0}{0.625} = 0.$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2а)** в первый раз на обеих монет выпало по «орлу».

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$p(H_1|A) = \frac{p(H_1)p(A|H_1)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} = \frac{0}{0.625} = 0.$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2б)** в первый раз «орел» выпал только на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2б)** в первый раз «орел» выпал только на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$p(H_2|A) =$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2б)** в первый раз «орел» выпал только на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса**:

$$p(H_2|A) = \frac{p(H_2)p(A|H_2)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} =$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2б)** в первый раз «орел» выпал только на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$p(H_2|A) = \frac{p(H_2)p(A|H_2)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} =$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2б)** в первый раз «орел» выпал только на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса**:

$$\begin{aligned} p(H_2|A) &= \frac{p(H_2)p(A|H_2)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} = \\ &= \frac{(2/4) \cdot (3/4)}{5/8} = \end{aligned}$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2б)** в первый раз «орел» выпал только на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса**:

$$\begin{aligned} p(H_2|A) &= \frac{p(H_2)p(A|H_2)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} = \\ &= \frac{(2/4) \cdot (3/4)}{5/8} = 3/5 = \end{aligned}$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2б)** в первый раз «орел» выпал только на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$\begin{aligned} p(H_2|A) &= \frac{p(H_2)p(A|H_2)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} = \\ &= \frac{(2/4) \cdot (3/4)}{5/8} = 3/5 = 0.6. \end{aligned}$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2б)** в первый раз «орел» выпал только на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0, \quad p(H_2|A) = 0.6,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$\begin{aligned} p(H_2|A) &= \frac{p(H_2)p(A|H_2)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} = \\ &= \frac{(2/4) \cdot (3/4)}{5/8} = 3/5 = 0.6. \end{aligned}$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал < 4 баллов. Найти вероятность того, что **2с)** в первый раз «орел» не выпал ни на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0, \quad p(H_2|A) = 0.6,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал < 4 баллов. Найти вероятность того, что **2с)** в первый раз «орел» не выпал ни на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0, \quad p(H_2|A) = 0.6,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$p(H_3|A) =$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал < 4 баллов. Найти вероятность того, что **2с)** в первый раз «орел» не выпал ни на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0, \quad p(H_2|A) = 0.6,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$p(H_3|A) = \frac{p(H_3)p(A|H_3)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} =$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал < 4 баллов. Найти вероятность того, что **2с)** в первый раз «орел» не выпал ни на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0, \quad p(H_2|A) = 0.6,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$p(H_3|A) = \frac{p(H_3)p(A|H_3)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} =$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал < 4 баллов. Найти вероятность того, что **2с)** в первый раз «орел» не выпал ни на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0, \quad p(H_2|A) = 0.6,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$\begin{aligned} p(H_3|A) &= \frac{p(H_3)p(A|H_3)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} = \\ &= \frac{(1/4) \cdot 1}{5/8} = \end{aligned}$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал < 4 баллов. Найти вероятность того, что **2с)** в первый раз «орел» не выпал ни на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0, \quad p(H_2|A) = 0.6,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$\begin{aligned} p(H_3|A) &= \frac{p(H_3)p(A|H_3)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} = \\ &= \frac{(1/4) \cdot 1}{5/8} = 2/5 = \end{aligned}$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что **2с)** в первый раз «орел» не выпал ни на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0, \quad p(H_2|A) = 0.6,$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$\begin{aligned} p(H_3|A) &= \frac{p(H_3)p(A|H_3)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} = \\ &= \frac{(1/4) \cdot 1}{5/8} = 2/5 = 0.4. \end{aligned}$$

Пример 26. Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.

2) Пусть игрок набрал < 4 баллов. Найти вероятность того, что **2с)** в первый раз «орел» не выпал ни на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0, \quad p(H_2|A) = 0.6, \quad p(H_3|A) = 0.4.$$

Нам известен результат эксперимента: A наступило.

Значит, можно применить **формулу Байеса:**

$$\begin{aligned} p(H_3|A) &= \frac{p(H_3)p(A|H_3)}{p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3)} = \\ &= \frac{(1/4) \cdot 1}{5/8} = 2/5 = 0.4. \end{aligned}$$

Пример 26. *Игрок делает два броска пары монет. При первом броске за каждую монету, на которой выпал «орел», ему начисляется по два балла, а при втором броске — по одному баллу.*

2) Пусть игрок набрал <4 баллов. Найти вероятность того, что 2с) в первый раз «орел» не выпал ни на одной монете.

Решение. 1-й бросок: H_1 — 2 «орла», H_2 — 1 «орел», H_3 — 0 «орлов».

Пусть A — событие «игрок набрал меньше 4 баллов». $p(A) = 0.625 = 5/8$.

$$p(H_1|A) = 0, \quad p(H_2|A) = 0.6, \quad p(H_3|A) = 0.4.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение.

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. а) По **формуле Бернулли**:

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. а) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(2) =$$

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. а) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(2) = C_3^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) =$$

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. а) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(2) = C_3^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{3!}{2!} \cdot \frac{1}{36} \cdot \frac{5}{6} =$$

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. а) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(2) = C_3^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{3!}{2!} \cdot \frac{1}{36} \cdot \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 5}{36 \cdot 6} =$$

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. а) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(2) = C_3^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{3!}{2!} \cdot \frac{1}{36} \cdot \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 5}{36 \cdot 6} = \frac{5}{72}.$$

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. б) По **формуле Бернулли**:

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. б) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(m \leq 2) =$$

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. б) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(m \leq 2) = 1 - p_3(3) =$$

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. б) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(m \leq 2) = 1 - p_3(3) = 1 - C_3^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^0 =$$

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. б) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(m \leq 2) = 1 - p_3(3) = 1 - C_3^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^0 = 1 - \frac{3!}{3!} \cdot \frac{1}{216} =$$

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. б) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(m \leq 2) = 1 - p_3(3) = 1 - C_3^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^0 = 1 - \frac{3!}{3!} \cdot \frac{1}{216} = \frac{215}{216}.$$

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. б) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(m \leq 2) = 1 - p_3(3) = 1 - C_3^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^0 = 1 - \frac{3!}{3!} \cdot \frac{1}{216} = \frac{215}{216}.$$

Можно было и «по-честному»:

$$p_3(m \leq 2) =$$

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. б) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(m \leq 2) = 1 - p_3(3) = 1 - C_3^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^0 = 1 - \frac{3!}{3!} \cdot \frac{1}{216} = \frac{215}{216}.$$

Можно было и «по-честному»:

$$p_3(m \leq 2) = p_3(0) + p_3(1) + p_3(2) =$$

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. б) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(m \leq 2) = 1 - p_3(3) = 1 - C_3^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^0 = 1 - \frac{3!}{3!} \cdot \frac{1}{216} = \frac{215}{216}.$$

Можно было и «по-честному»:

$$\begin{aligned} p_3(m \leq 2) &= p_3(0) + p_3(1) + p_3(2) = \\ &= C_3^0 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^3 + C_3^1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 + \\ &+ C_3^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^1 = \end{aligned}$$

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. б) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(m \leq 2) = 1 - p_3(3) = 1 - C_3^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^0 = 1 - \frac{3!}{3!} \cdot \frac{1}{216} = \frac{215}{216}.$$

Можно было и «по-честному»:

$$\begin{aligned} p_3(m \leq 2) &= p_3(0) + p_3(1) + p_3(2) = \\ &= C_3^0 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^3 + C_3^1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 + \\ &+ C_3^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^1 = \frac{125}{216} + \frac{3 \cdot 25}{216} + \frac{3 \cdot 5}{216} = \end{aligned}$$

Пример 27. Найдите вероятность того, что в серии из трёх бросков кубика «шестёрка» выпадет: **а)** ровно 2 раза; **б)** не более 2 раз.

Решение. б) По **формуле Бернулли**:

$$p_3(m \leq 2) = 1 - p_3(3) = 1 - C_3^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^0 = 1 - \frac{3!}{3!} \cdot \frac{1}{216} = \frac{215}{216}.$$

Можно было и «по-честному»:

$$\begin{aligned} p_3(m \leq 2) &= p_3(0) + p_3(1) + p_3(2) = \\ &= C_3^0 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^3 + C_3^1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 + \\ &+ C_3^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^1 = \frac{125}{216} + \frac{3 \cdot 25}{216} + \frac{3 \cdot 5}{216} = \frac{215}{216}. \end{aligned}$$

Вернёмся к лекции?

Задачи для самостоятельного решения

Задача XXIII.10. (Ответ приведен на стр.3517.) Бросаются 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях выпадет одинаковое число очков, не большее 4.

Задача XXIII.11. (Ответ приведен на стр.3528.) На соревнованиях 6 волейбольных команд разбиты по жребию на две подгруппы (по 3 команды). Найти вероятность того, что две наиболее сильных команды окажутся в разных подгруппах.

Задача XXIII.12. (Ответ приведен на стр.3534.) В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Задача XXIII.13. (Ответ приведен на стр.3562.) Вокруг равностороннего треугольника ABC описана окружность O . Найти вероятность того, что наудачу выбранная точка из круга, ограниченного окружностью O , попадет в треугольник ABC .

Задача XXIV.14. (Ответ приведен на стр.3569.) Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Задача XXIV.15. (Ответ приведен на стр.3585.) Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Задача XXIV.16. (Ответ приведен на стр.3600.) Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Задача XXIV.17. (Ответ приведен на стр.3621.) В первой урне 2 чёрных и 3 белых шара, во второй урне — 3 чёрных и один белый шар. Из первой урны во вторую переложили шар. Какова теперь вероятность достать из второй урны белый шар?

Задача XXIV.18. (Ответ приведен на стр.3629.) В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров(по цвету).

Задача XXIV.19. (Ответ приведен на стр.3638.) В трёх урнах находятся по два шара: один чёрный и один белый. Из первой урны наудачу достают шар и перекладывают его во вторую урну, потом из второй урны наугад достают шар и перекладывают в третью. Какова вероятность достать из третьей урны белый шар?

Задача XXIV.20. (Ответ приведен на стр.3651.) Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Задача XXIV.21. (Ответ приведен на стр.3668.) В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Задача XXIV.22. (Ответ приведен на стр.3690.) Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей первого сорта, а второй — 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась первого сорта. Найти вероятность того, что эта деталь произведена на первом автомате.

Задача XXIV.23. (Ответ приведен на стр.3702.) В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что в урне сначала были только белые шары, если изначально все предположения о первоначальном составе шаров(по цвету) были равновозможны.

Задача XXIV.24. (Ответ приведен на стр.3713.) Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Задача XXIV.25. (Ответ приведен на стр.3734.) В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение.

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике.

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике.

Получаем совокупность исходов

$$A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}, A_{21}, A_{22}, \dots, A_{65}, A_{66},$$

причём $p(A_{ij}) =$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике.

Получаем совокупность исходов

$$A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}, A_{21}, A_{22}, \dots, A_{65}, A_{66},$$

причём
$$p(A_{ij}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} =$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике.

Получаем совокупность исходов

$$A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}, A_{21}, A_{22}, \dots, A_{65}, A_{66},$$

причём
$$p(A_{ij}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, если учесть, что нас интересует сумма баллов, выпавших на двух кубиках, естественно рассмотреть случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, если учесть, что нас интересует сумма баллов, выпавших на двух кубиках, естественно рассмотреть случайные события B_k , где $k = S(\omega)$. Получаем совокупность исходов

$$B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_9, B_{10}, B_{11}, B_{12}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, если учесть, что нас интересует сумма баллов, выпавших на двух кубиках, естественно рассмотреть случайные события B_k , где $k = S(\omega)$. Получаем совокупность исходов

$$B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_9, B_{10}, B_{11}, B_{12}.$$

Эти события не равновозможны.

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$											

$$B_2 =$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$											

$$B_2 = \langle S(\omega) = 2 \rangle =$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$											

$$B_2 = \langle S(\omega) = 2 \rangle = A_{11}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$										

$$B_2 = \langle S(\omega) = 2 \rangle = A_{11}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$										

$$B_3 =$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$										

$$B_3 = \langle S(\omega) = 3 \rangle =$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$										

$$B_3 = \langle S(\omega) = 3 \rangle = A_{12} + A_{21}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$									

$$B_3 = \langle S(\omega) = 3 \rangle = A_{12} + A_{21}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$									

$$B_4 =$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$									

$$B_4 = \langle S(\omega) = 4 \rangle =$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$									

$$B_4 = \langle S(\omega) = 4 \rangle = A_{13} + A_{22} + A_{21}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$								

$$B_4 = \langle S(\omega) = 4 \rangle = A_{13} + A_{22} + A_{21}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$								

$$B_5 =$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$								

$$B_5 = \langle S(\omega) = 5 \rangle =$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$								

$$B_5 = \langle S(\omega) = 5 \rangle = A_{14} + A_{23} + A_{32} + A_{41}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$							

$$B_5 = \langle S(\omega) = 5 \rangle = A_{14} + A_{23} + A_{32} + A_{41}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$							

$$B_6 = \langle S(\omega) = 6 \rangle = A_{15} + A_{24} + A_{33} + A_{42} + A_{51}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$						

$$B_6 = \langle S(\omega) = 6 \rangle = A_{15} + A_{24} + A_{33} + A_{42} + A_{51}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$						

$$B_7 = \langle S(\omega) = 7 \rangle = A_{16} + A_{25} + A_{34} + A_{43} + A_{52} + A_{61}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$					

$$B_7 = \langle S(\omega) = 7 \rangle = A_{16} + A_{25} + A_{34} + A_{43} + A_{52} + A_{61}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$					

$$B_8 = \langle S(\omega) = 8 \rangle = A_{26} + A_{35} + A_{44} + A_{53} + A_{62}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$				

$$B_8 = \langle S(\omega) = 8 \rangle = A_{26} + A_{35} + A_{44} + A_{53} + A_{62}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$				

$$B_9 = \langle S(\omega) = 9 \rangle = A_{36} + A_{45} + A_{54} + A_{63}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$			

$$B_9 = \langle S(\omega) = 9 \rangle = A_{36} + A_{45} + A_{54} + A_{63}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$			

$$B_{10} = \langle S(\omega) = 10 \rangle = A_{46} + A_{55} + A_{64}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$		

$$B_{10} = \langle S(\omega) = 10 \rangle = A_{46} + A_{55} + A_{64}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$		

$$B_{11} = \langle S(\omega) = 11 \rangle = A_{56} + A_{65}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	

$$B_{11} = \langle S(\omega) = 11 \rangle = A_{56} + A_{65}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	

$$B_{12} = \langle S(\omega) = 12 \rangle = A_{66}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Во-первых, напрашивается рассмотреть равновозможные исходы A_{ij} , где i — количество очков, выпавших на первом кубике, j — число баллов, выпавших на втором кубике, $p(A_{ij}) = \frac{1}{36}$.

Во-вторых, случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

$$B_{12} = \langle S(\omega) = 12 \rangle = A_{66}.$$

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Рассматриваются случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

B_k	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
$p(B_k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

Событие B_k можно представить в виде $S(\omega) = k$. Поэтому в этой таблице значений в первой строке обычно указывают только значение случайной величины, а не B_k .

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Рассматриваются случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p_k	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

Событие B_k можно представить в виде $S(\omega) = k$. Поэтому в этой таблице значений в первой строке обычно указывают только значение случайной величины, а не B_k .

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Рассматриваются случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p_k	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

Событие B_k можно представить в виде $S(\omega) = k$. Поэтому в этой таблице значений в первой строке обычно указывают только значение случайной величины, а не B_k .

Полученную таблицу называют **рядом распределения** случайной величины S .

Пример 28. Элементом ω генеральной совокупности является бросание двух игральных кубиков. Постройте множества элементарных исходов, связанные со случайной величиной S «сумма очков, выпавших на двух кубиках».

Решение. Рассматриваются случайные события B_k , где $k = S(\omega)$.

k	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p_k	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

Событие B_k можно представить в виде $S(\omega) = k$. Поэтому в этой таблице значений в первой строке обычно указывают только значение случайной величины, а не B_k .

Полученную таблицу называют **рядом распределения** случайной величины S . **Вернёмся к лекции?**

Пример 29. Пусть элементарное случайное событие ω состоит в измерении длины L заготовки лыжи. Можно ли задать СВ L с помощью вероятности событий $L(\omega) = a$.

Решение.

Пример 29. Пусть элементарное случайное событие ω состоит в измерении длины L заготовки лыжи. Можно ли задать СВ L с помощью вероятности событий $L(\omega) = a$.

Решение. Из-за неизбежных погрешностей изготовления у разных экземпляров таких заготовок длины несколько различаются.

Пример 29. Пусть элементарное случайное событие ω состоит в измерении длины L заготовки лыжи. Можно ли задать СВ L с помощью вероятности событий $L(\omega) = a$.

Решение. Из-за неизбежных погрешностей изготовления у разных экземпляров таких заготовок длины несколько различаются.

Чем точнее проводится измерение, тем меньше вероятность того, что результат измерения совпадет с заранее заданным числом. Поэтому при переходе к пределу («бесконечно точному» измерению) получаем, что вероятность получить в результате измерения в точности «загаданное заранее» число равна 0.

Пример 29. Пусть элементарное случайное событие ω состоит в измерении длины L заготовки лыжи. Можно ли задать СВ L с помощью вероятности событий $L(\omega) = a$.

Решение. Из-за неизбежных погрешностей изготовления у разных экземпляров таких заготовок длины несколько различаются.

Чем точнее проводится измерение, тем меньше вероятность того, что результат измерения совпадет с заранее заданным числом. Поэтому при переходе к пределу («бесконечно точному» измерению) получаем, что вероятность получить в результате измерения в точности «загаданное заранее» число равна 0.

Тем не менее, хотя в рассматриваемой ситуации вероятность события « $X = a$ » нулевая при любом a , но интуитивно очевидно, что вероятность события $a < X < b$ может оказаться ненулевой.

Пример 29. Пусть элементарное случайное событие ω состоит в измерении длины L заготовки лыжи. Можно ли задать СВ L с помощью вероятности событий $L(\omega) = a$.

Решение. Итак, хотя в рассматриваемой ситуации вероятность события « $X = a$ » нулевая при любом a , но интуитивно очевидно, что вероятность события $a < X < b$ может оказаться ненулевой.

Это считается одним из парадоксов теории вероятностей, хотя на самом деле этот парадокс вызван только *некорректностью применения* математического аппарата.

Вернёмся к лекции?

Пример 30. *Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.*

Пример 30. *Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.*

Решение.

Пример 30. *Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.*

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

Пример 30. *Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.*

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

Составим ряд распределения.

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k				
p_k				

Составим ряд распределения.

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1			
p_k				

Составим ряд распределения.

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2		
p_k				

Составим ряд распределения.

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	
p_k				

Составим ряд распределения.

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k				

Составим ряд распределения.

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k				

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k				

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$(k = 1) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k				

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$(k = 1) = (A_1) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k				

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$p(k = 1) = p(A_1) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k				

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$p(k = 1) = p(A_1) = 0.8.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8			

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$p(k = 1) = p(A_1) = 0.8.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8			

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$(k = 2) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8			

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$(k = 2) = (\overline{A_1}A_2) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8			

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$p(k = 2) = p(\overline{A_1}A_2) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8			

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$p(k = 2) = p(\overline{A_1}A_2) = p(\overline{A_1}) p(A_2) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8			

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$p(k = 2) = p(\overline{A_1}A_2) = p(\overline{A_1}) p(A_2) = (1 - 0.2)0.8 =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8			

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$p(k=2) = p(\overline{A_1}A_2) = p(\overline{A_1})p(A_2) = (1 - 0.8)0.8 = 0.16.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16		

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$p(k = 2) = p(\overline{A_1}A_2) = p(\overline{A_1})p(A_2) = (1 - 0.2)0.8 = 0.16.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16		

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$(k = 3) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16		

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$(k = 3) = (\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16		

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$p(k = 3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16		

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$p(k=3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) = p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(A_3) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16		

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$\begin{aligned}
 p(k=3) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) = p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(A_3) = \\
 &= (1 - 0.2)(1 - 0.2)0.8 =
 \end{aligned}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16		

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$p(k=3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) = p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(A_3) = \\ = (1 - 0.2)(1 - 0.2)0.8 = 0.032.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$p(k=3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) = p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(A_3) = \\ = (1 - 0.2)(1 - 0.2)0.8 = 0.032.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$(k = 4) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$(k = 4) = (\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) =$$

Пришлось делать четвертый выстрел! Значит, было 3 промаха!

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$p(k = 4) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) =$$

Пришлось делать четвертый выстрел! Значит, было 3 промаха!

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$p(k = 4) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$\begin{aligned} p(k=4) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) = \\ &= (1 - 0.2)(1 - 0.2)(1 - 0.2) = \end{aligned}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$\begin{aligned} p(k=4) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) = \\ &= (1 - 0.2)(1 - 0.2)(1 - 0.2) = 0.008. \end{aligned}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Обозначим через A_k событие, состоящее в том, что стрелок попал в мишень k -том выстрелом.

$$\begin{aligned} p(k=4) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) = \\ &= (1 - 0.2)(1 - 0.2)(1 - 0.2) = 0.008. \end{aligned}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.

Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

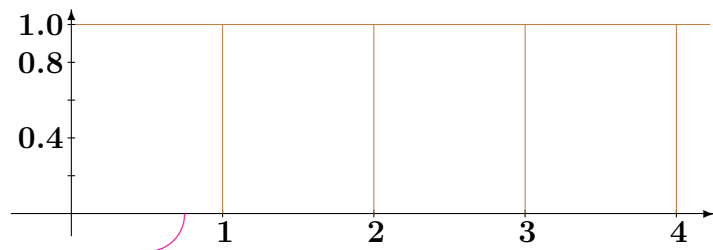
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x \leq 1$.

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

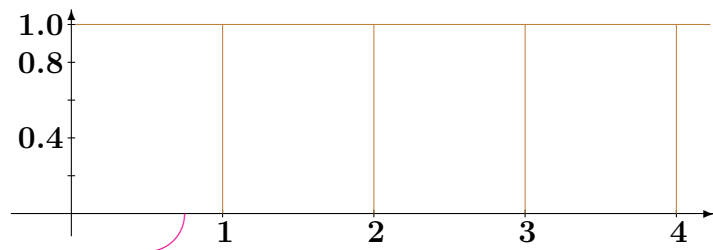
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x \leq 1$.

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

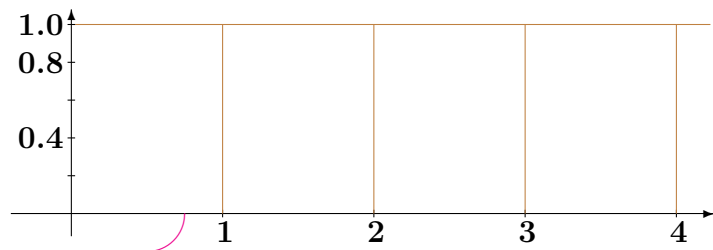
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x \leq 1$.

$$F_k(x) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

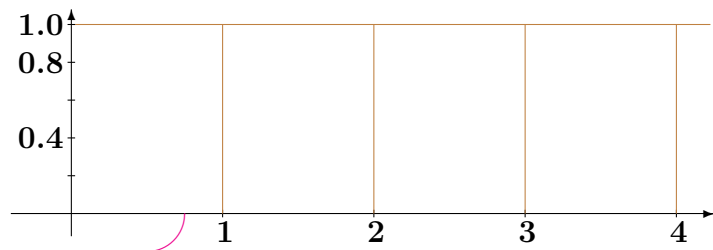
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x \leq 1$.

$$F_k(x) = p(k < x) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

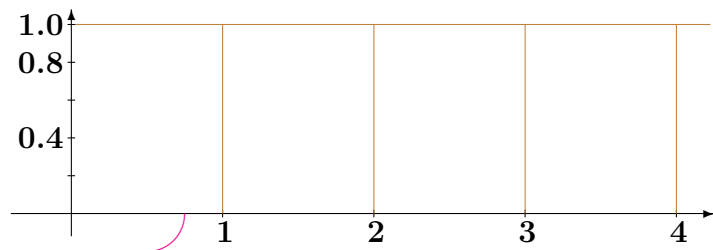
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x \leq 1$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \leq 1) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

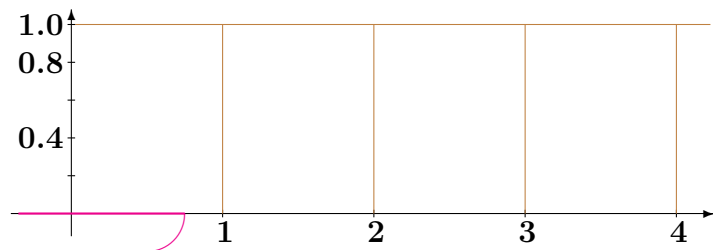
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x \leq 1$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \leq 1) = 0.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

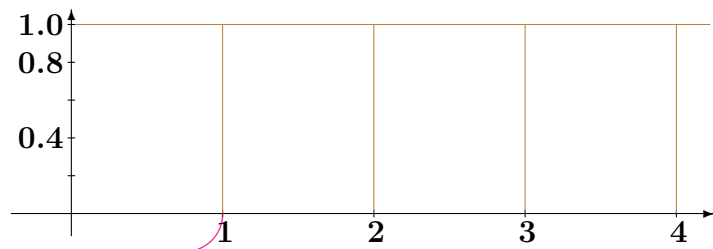
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x \leq 1$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \leq 1) = 0.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

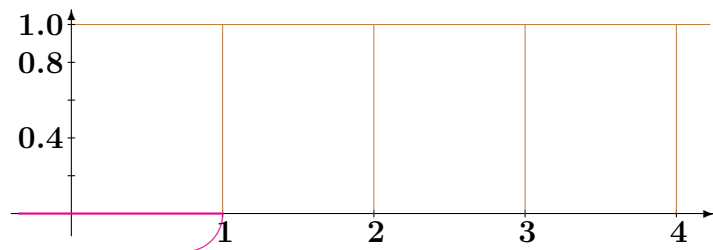
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x \leq 1$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \leq 1) = 0.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

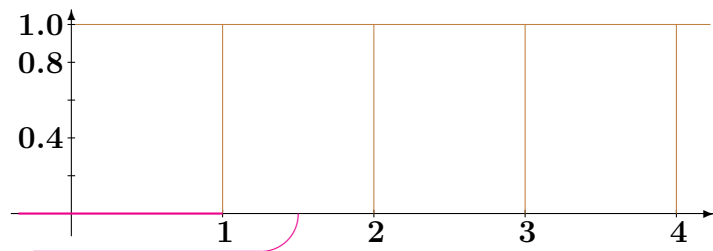
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x \leq 1$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \leq 1) = 0.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

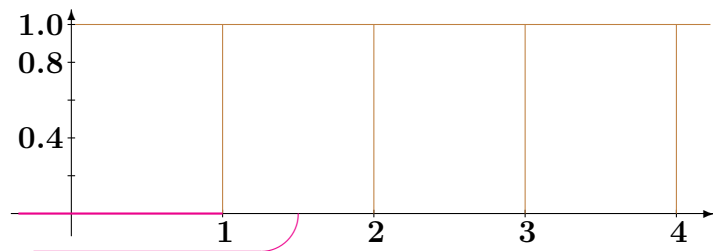
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $1 < x \leq 2$.

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

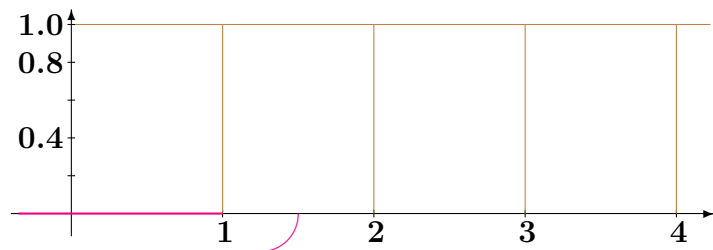
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $1 < x \leq 2$.

$$F_k(x) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

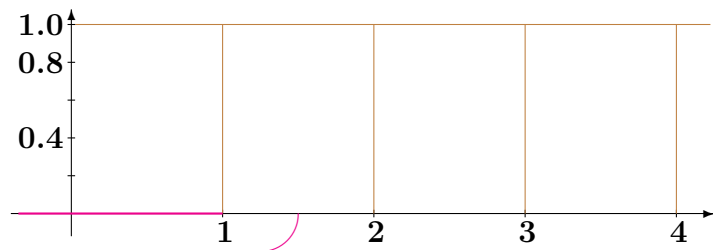
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $1 < x \leq 2$.

$$F_k(x) = p(k < x) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

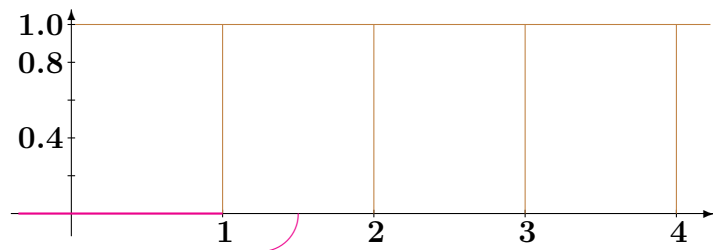
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $1 < x \leq 2$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (1; 2]) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

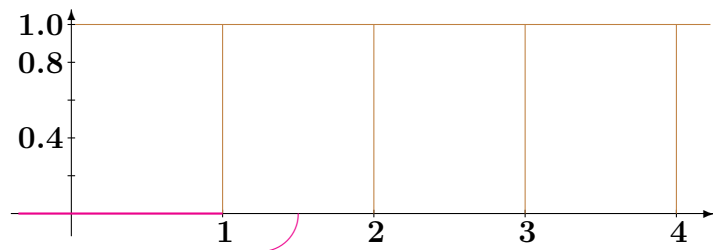
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $1 < x \leq 2$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (1; 2]) = p(x = 1) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

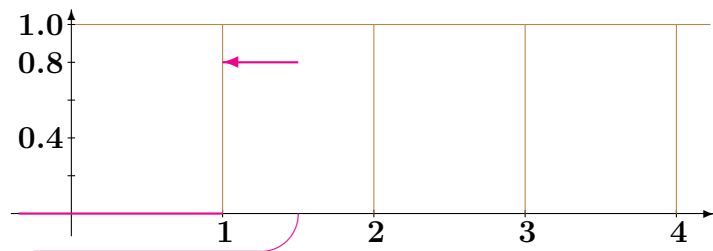
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $1 < x \leq 2$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (1; 2]) = p(x = 1) = 0.8.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

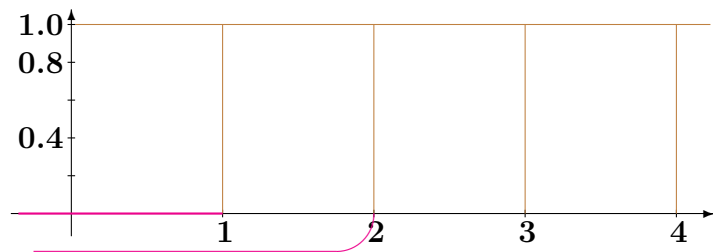
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $1 < x \leq 2$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (1; 2]) = p(x = 1) = 0.8.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

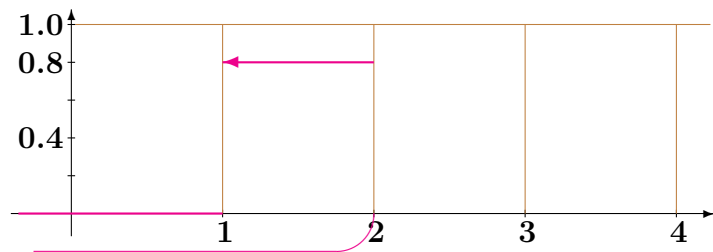
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $1 < x \leq 2$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (1; 2]) = p(x = 1) = 0.8.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

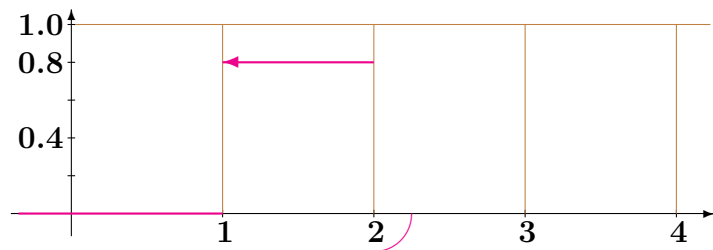
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $1 < x \leq 2$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (1; 2]) = p(x = 1) = 0.8.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

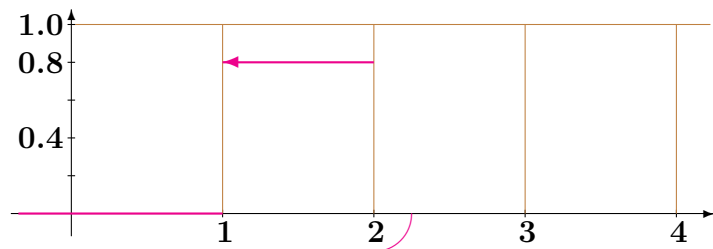
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $2 < x \leq 3$.

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

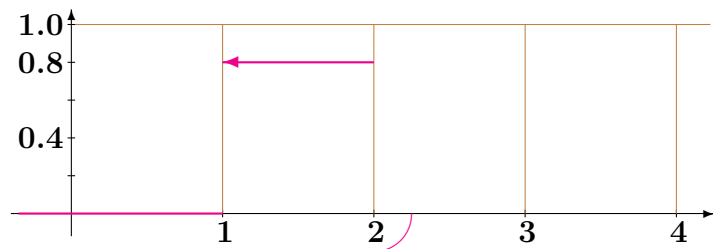
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $2 < x \leq 3$.

$$F_k(x) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

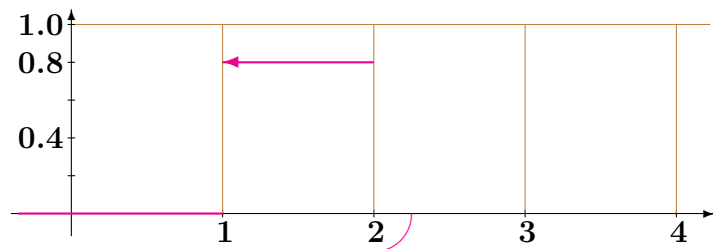
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $2 < x \leq 3$.

$$F_k(x) = p(k < x) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

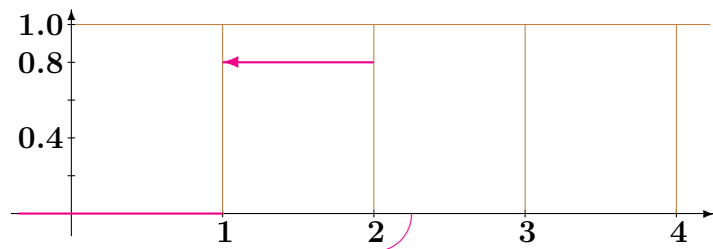
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $2 < x \leq 3$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (2, 3]) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

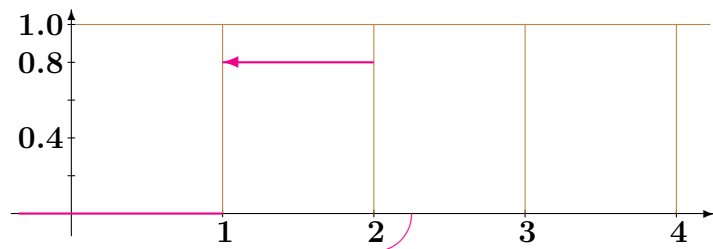
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $2 < x \leq 3$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (2, 3]) = p(\text{«}x = 1\text{»} + \text{«}x = 2\text{»}) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

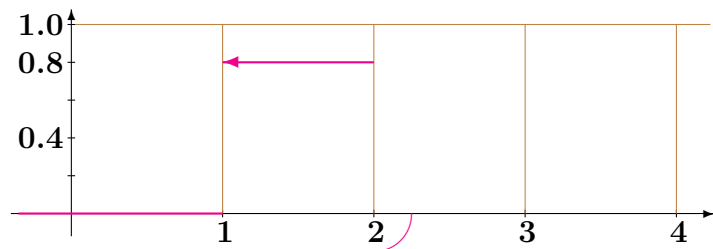
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $2 < x \leq 3$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (2, 3]) = p(\text{«}x = 1\text{»} + \text{«}x = 2\text{»}) = 0.8 + 0.16 =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

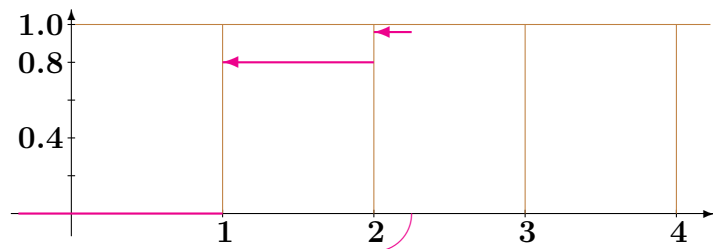
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $2 < x \leq 3$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (2, 3]) = p(\text{«}x = 1\text{»} + \text{«}x = 2\text{»}) = 0.8 + 0.16 = 0.96.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

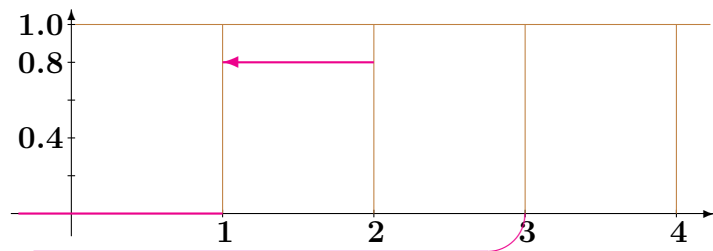
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $2 < x \leq 3$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (2, 3]) = p(\text{«}x = 1\text{»} + \text{«}x = 2\text{»}) = 0.8 + 0.16 = 0.96.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

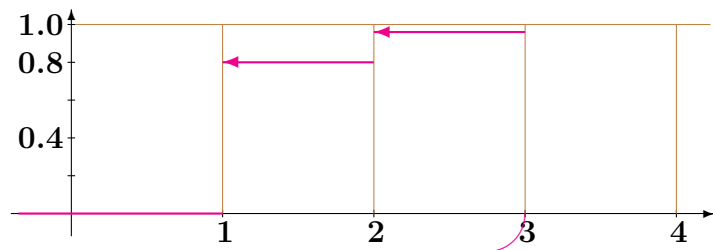
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $2 < x \leq 3$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (2, 3]) = p(\text{«}x = 1\text{»} + \text{«}x = 2\text{»}) = 0.8 + 0.16 = 0.96.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

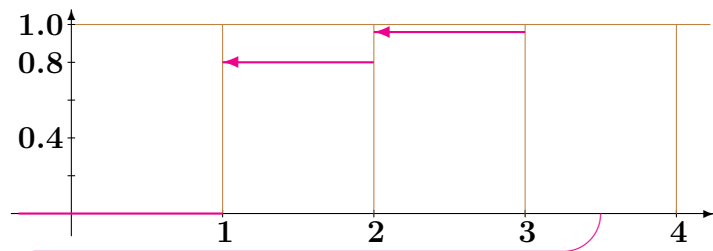
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $2 < x \leq 3$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (2, 3]) = p(\text{«}x = 1\text{»} + \text{«}x = 2\text{»}) = 0.8 + 0.16 = 0.96.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

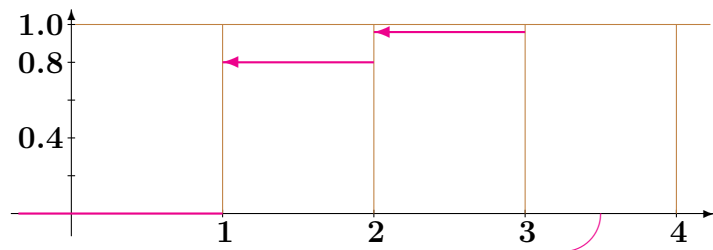
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $3 < x \leq 4$.

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

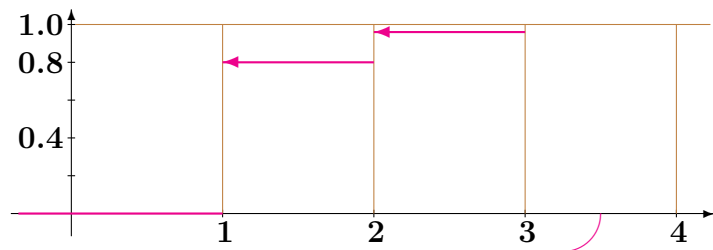
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $3 < x \leq 4$.

$$F_k(x) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

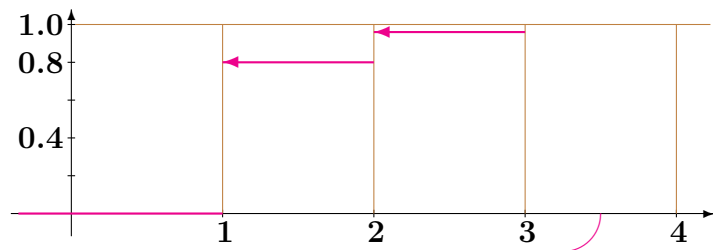
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $3 < x \leq 4$.

$$F_k(x) = p(k < x) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

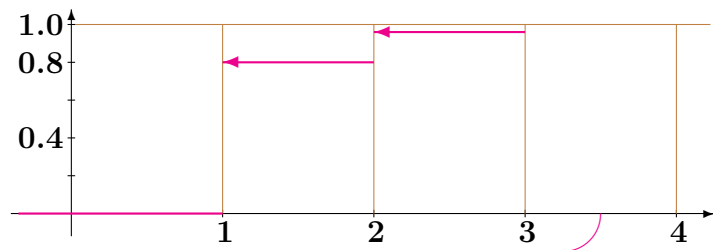
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $3 < x \leq 4$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (2; 3]) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

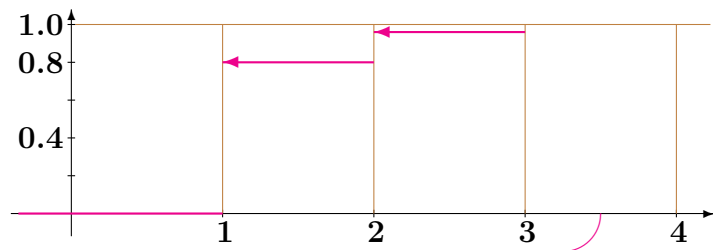
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $3 < x \leq 4$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (2; 3]) = \\ = p(\langle x = 1 \rangle + \langle x = 2 \rangle + \langle x = 3 \rangle)$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

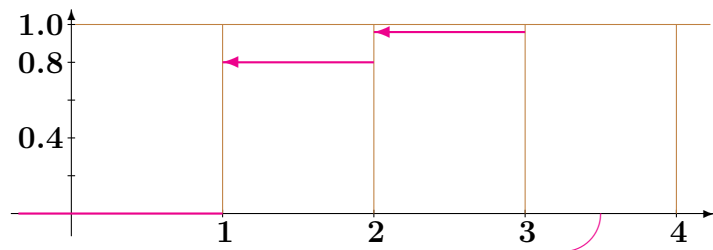
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $3 < x \leq 4$.

$$\begin{aligned}
 F_k(x) &= p(k < x) = p(k < x \in (2; 3]) = \\
 &= p(\langle x = 1 \rangle + \langle x = 2 \rangle + \langle x = 3 \rangle)0.8 + 0.16 + 0.032 =
 \end{aligned}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

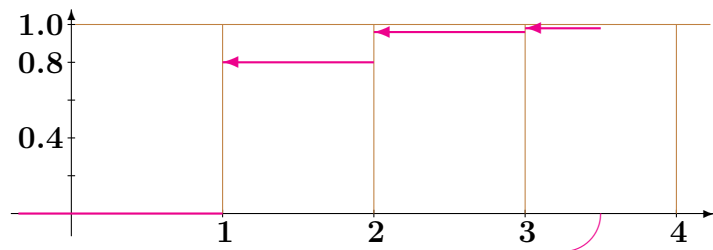
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $3 < x \leq 4$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (2; 3]) = \\ = p(\langle x = 1 \rangle + \langle x = 2 \rangle + \langle x = 3 \rangle)0.8 + 0.16 + 0.032 = 0.992.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

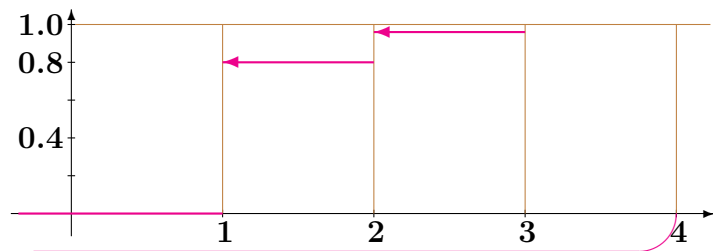
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $3 < x \leq 4$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k < x \in (2; 3]) = \\ = p(\langle x = 1 \rangle + \langle x = 2 \rangle + \langle x = 3 \rangle)0.8 + 0.16 + 0.032 = 0.992.$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

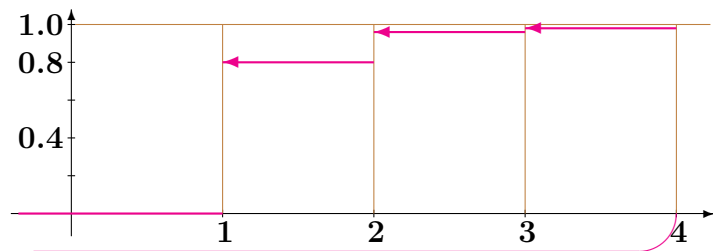
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $3 < x \leq 4$.

$$\begin{aligned}
 F_k(x) &= p(k < x) = p(k < x \in (2; 3]) = \\
 &= p(\langle x = 1 \rangle + \langle x = 2 \rangle + \langle x = 3 \rangle)0.8 + 0.16 + 0.032 = 0.992.
 \end{aligned}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

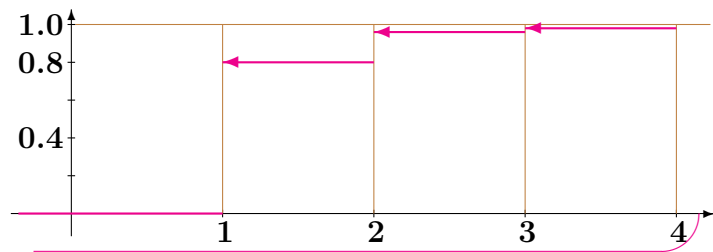
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $3 < x \leq 4$.

$$\begin{aligned}
 F_k(x) &= p(k < x) = p(k < x \in (2; 3]) = \\
 &= p(\langle x = 1 \rangle + \langle x = 2 \rangle + \langle x = 3 \rangle)0.8 + 0.16 + 0.032 = 0.992.
 \end{aligned}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

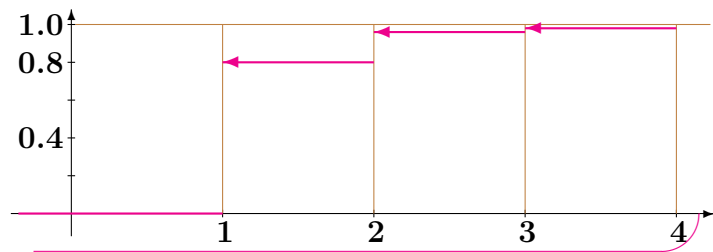
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x > 4$.

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

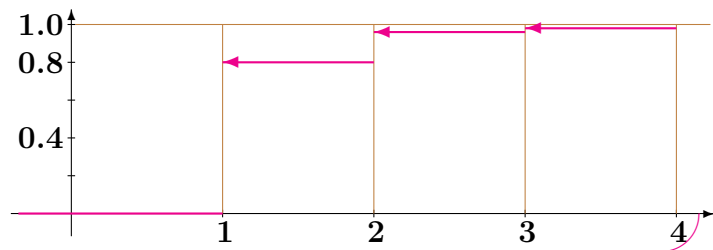
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x > 4$.

$$F_k(x) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

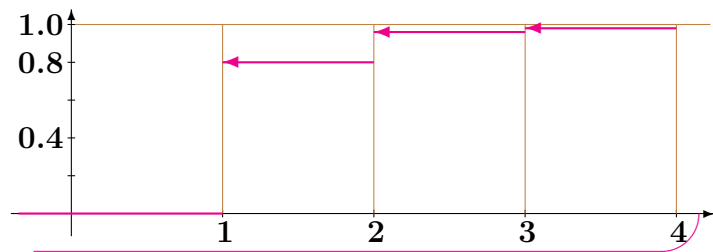
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x > 4$.

$$F_k(x) = p(k < x) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

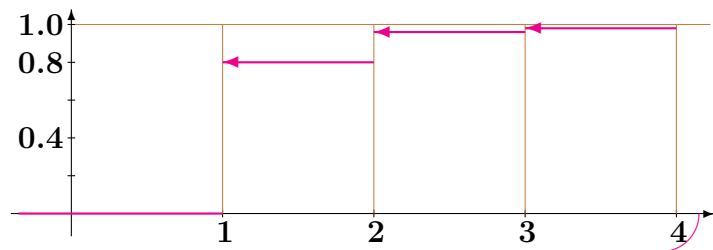
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x > 4$.

$$F_k(x) = p(k < x) = p(k \leq 4 < x) =$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

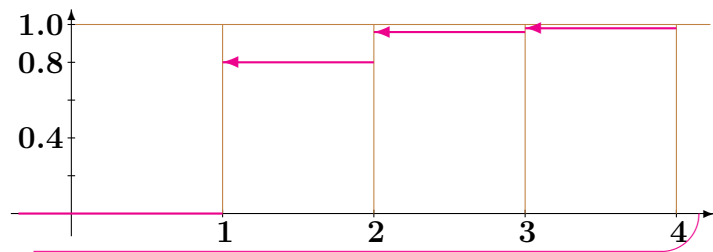
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x > 4$.

$$\begin{aligned}
 F_k(x) &= p(k < x) = p(k \leq 4 < x) = \\
 &= p(\langle x = 1 \rangle + \langle x = 2 \rangle + \langle x = 3 \rangle + \langle x = 4 \rangle) =
 \end{aligned}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

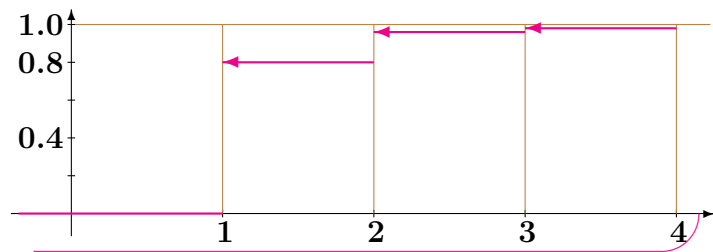
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x > 4$.

$$\begin{aligned}
 F_k(x) &= p(k < x) = p(k \leq 4 < x) = \\
 &= p(\langle x = 1 \rangle + \langle x = 2 \rangle + \langle x = 3 \rangle + \langle x = 4 \rangle) = \\
 &= 0.8 + 0.16 + 0.032 + 0.008 =
 \end{aligned}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

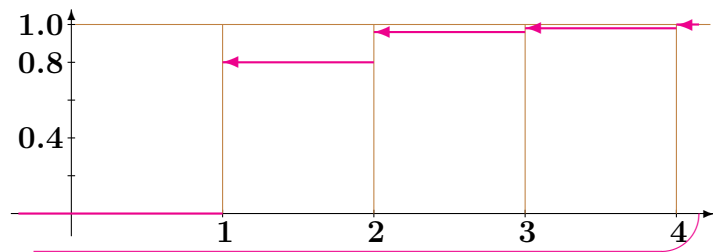
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x > 4$.

$$\begin{aligned}
 F_k(x) &= p(k < x) = p(k \leq 4 < x) = \\
 &= p(\langle x = 1 \rangle + \langle x = 2 \rangle + \langle x = 3 \rangle + \langle x = 4 \rangle) = \\
 &= 0.8 + 0.16 + 0.032 + 0.008 = 1.
 \end{aligned}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

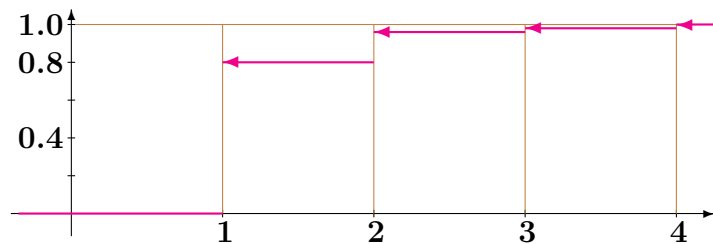
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x > 4$.

$$\begin{aligned}
 F_k(x) &= p(k < x) = p(k \leq 4 < x) = \\
 &= p(\langle x = 1 \rangle + \langle x = 2 \rangle + \langle x = 3 \rangle + \langle x = 4 \rangle) = \\
 &= 0.8 + 0.16 + 0.032 + 0.008 = 1.
 \end{aligned}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

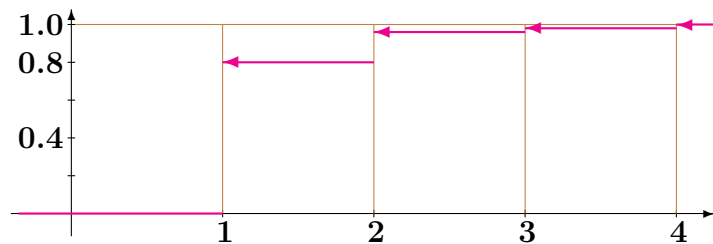
Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

Пусть $x > 4$.

$$\begin{aligned}
 F_k(x) &= p(k < x) = p(k \leq 4 < x) = \\
 &= p(\langle x = 1 \rangle + \langle x = 2 \rangle + \langle x = 3 \rangle + \langle x = 4 \rangle) = \\
 &= 0.8 + 0.16 + 0.032 + 0.008 = 1.
 \end{aligned}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

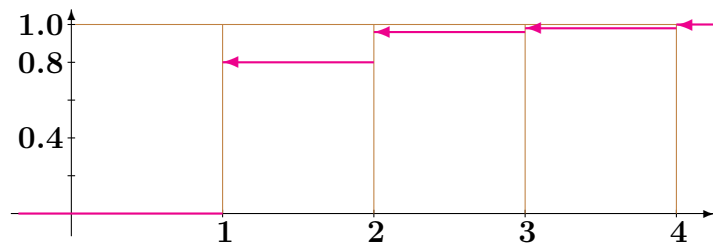
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

$$F_k(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ 0.8, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ 0.96, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 0.992, & \text{если } 2 < x \leq 3, \\ 1.0, & \text{если } 3 < x \leq 4, \\ 1.0, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

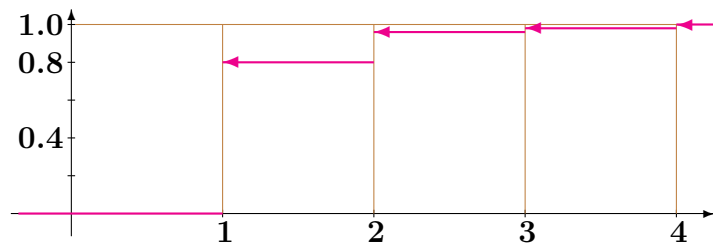
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

$$F_k(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ 0.8, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 0.96, & \text{если } 2 < x \leq 3, \\ 0.992, & \text{если } 3 < x \leq 4, \\ 1, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

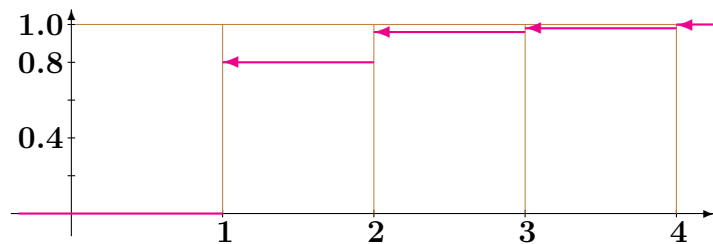
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

$$F_k(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ 0.8, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 0.96, & \text{если } 2 < x \leq 3, \\ 0.992, & \text{если } 3 < x \leq 4, \\ 1.0, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

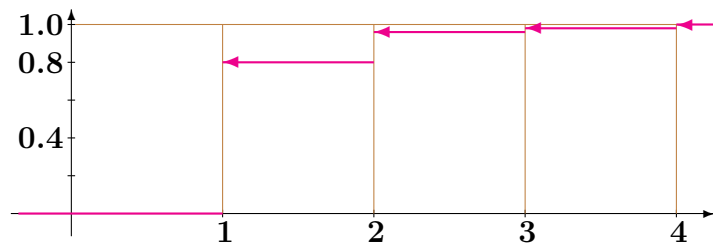
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

$$F_k(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ 0.8, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 0.96, & \text{если } 2 < x \leq 3, \\ & \text{если } 3 < x \leq 4, \\ & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

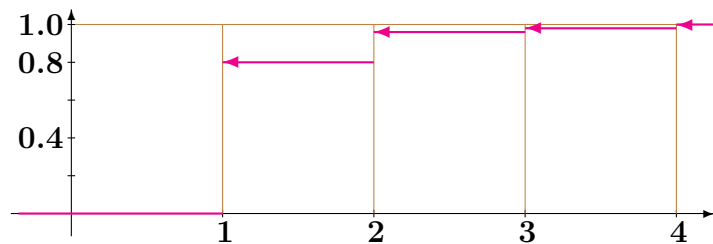
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

$$F_k(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ 0.8, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 0.96, & \text{если } 2 < x \leq 3, \\ 0.992, & \text{если } 3 < x \leq 4, \\ 1, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

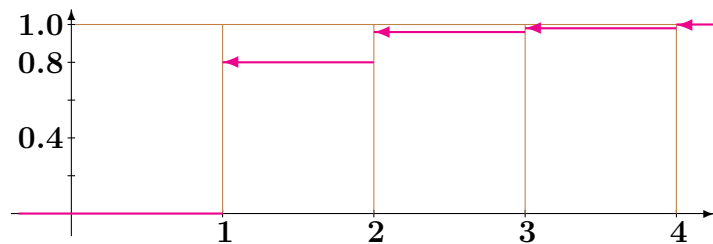
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

$$F_k(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ 0.8, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 0.96, & \text{если } 2 < x \leq 3, \\ 0.992, & \text{если } 3 < x \leq 4, \\ 1, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

Пример 30. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания или до исчерпания боекомплекта из 4 патронов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.8. Найти закон распределения количества сделанных выстрелов.



Решение. Пусть k — количество сделанных выстрелов.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Составим ряд распределения.

Найдем функцию распределения.

$$F_k(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ 0.8, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 0.96, & \text{если } 2 < x \leq 3, \\ 0.992, & \text{если } 3 < x \leq 4, \\ 1, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение.

Пример 31. *Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.*

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						

$$(X = 0) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						

$$(X = 0) = (\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						

$$p(X = 0) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						

$$p(X = 0) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(\overline{A_4}) \cdot p(\overline{A_5}) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						

$$\begin{aligned}
 p(X = 0) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(\overline{A_4}) \cdot p(\overline{A_5}) = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =
 \end{aligned}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						

$$\begin{aligned}
 p(X = 0) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(\overline{A_4}) \cdot p(\overline{A_5}) = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}.
 \end{aligned}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32					

$$\begin{aligned}
 p(X = 0) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(\overline{A_4}) \cdot p(\overline{A_5}) = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}.
 \end{aligned}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32					

Результат испытания не зависит от результатов предыдущих испытаний.

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32					

Результат испытания не зависит от результатов предыдущих испытаний.

Вероятность при любом испытании постоянна и равна $\frac{1}{2}$.

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32					

Результат испытания не зависит от результатов предыдущих испытаний.

Вероятность при любом испытании постоянна и равна $\frac{1}{2}$.

Значит, испытания проводятся по схеме Бернулли.

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32					

$$p_5(1) =$$

Результат испытания не зависит от результатов предыдущих испытаний.

Вероятность при любом испытании постоянна и равна $\frac{1}{2}$.

Значит, испытания проводятся по схеме Бернулли.

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32					

$$p_5(1) = C_5^1.$$

Результат испытания не зависит от результатов предыдущих испытаний.

Вероятность при любом испытании постоянна и равна $\frac{1}{2}$.

Значит, испытания проводятся по схеме Бернулли.

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32					

$$p_5(1) = C_5^1 \cdot \frac{1}{2}.$$

Результат испытания не зависит от результатов предыдущих испытаний.

Вероятность при любом испытании постоянна и равна $\frac{1}{2}$.

Значит, испытания проводятся по схеме Бернулли.

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32					

$$p_5(1) = C_5^1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 =$$

Результат испытания не зависит от результатов предыдущих испытаний.

Вероятность при любом испытании постоянна и равна $\frac{1}{2}$.

Значит, испытания проводятся по схеме Бернулли.

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32				

$$p_5(1) = C_5^1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{5}{32}$$

Результат испытания не зависит от результатов предыдущих испытаний.

Вероятность при любом испытании постоянна и равна $\frac{1}{2}$.

Значит, испытания проводятся по схеме Бернулли.

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32				

По формуле Бернулли:

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32				

По формуле Бернулли:

$$p_5(2) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32				

По формуле Бернулли:

$$p_5(2) = C_5^2.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32				

По формуле Бернулли:

$$p_5(2) = C_5^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32				

По формуле Бернулли:

$$p_5(2) = C_5^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32				

По формуле Бернулли:

$$p_5(2) = C_5^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot \frac{1}{32}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32				

По формуле Бернулли:

$$p_5(2) = C_5^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot \frac{1}{32}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32	10/32			

По формуле Бернулли:

$$p_5(2) = C_5^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot \frac{1}{32}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32	10/32			

По формуле Бернулли:

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32	10/32			

По формуле Бернулли:

$$p_5(3) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32	10/32			

По формуле Бернулли:

$$p_5(3) = C_5^3.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32	10/32			

По формуле Бернулли:

$$p_5(3) = C_5^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32	10/32			

По формуле Бернулли:

$$p_5(3) = C_5^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32	10/32			

По формуле Бернулли:

$$p_5(3) = C_5^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{1}{32}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32	10/32			

По формуле Бернулли:

$$p_5(3) = C_5^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{1}{32}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32	10/32	10/32		

По формуле Бернулли:

$$p_5(3) = C_5^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{1}{32}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32	10/32	10/32		

Аналогично, по формуле Бернулли получаем...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32	10/32	10/32	5/32	

Аналогично, по формуле Бернулли получаем...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	1/32	5/32	10/32	10/32	5/32	1/32

Аналогично, по формуле Бернулли получаем...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$						

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$						

$$(Y = 0) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$						

$$(Y = 0) = (\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$						

$$p(Y = 0) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$						

$$\begin{aligned}
 p(Y = 0) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = \\
 &= p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(\overline{A_4}) \cdot p(\overline{A_5}) =
 \end{aligned}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$						

$$\begin{aligned}
 p(Y = 0) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = \\
 &= p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(\overline{A_4}) \cdot p(\overline{A_5}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =
 \end{aligned}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$						

$$\begin{aligned}
 p(Y = 0) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = \\
 &= p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(\overline{A_4}) \cdot p(\overline{A_5}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}.
 \end{aligned}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32					

$$\begin{aligned}
 p(Y = 0) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = \\
 &= p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(\overline{A_4}) \cdot p(\overline{A_5}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}.
 \end{aligned}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32					

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32					

$$(Y = 1) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32					

$$(Y = 1) = (A_1) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32					

$$p(Y = 1) = p(A_1) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32					

$$p(Y = 1) = p(A_1) = \frac{1}{2}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2				

$$p(Y = 1) = p(A_1) = \frac{1}{2}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2				

$$(Y = 2) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2				

$$(Y = 2) = (\overline{A_1} \cdot A_2) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2				

$$p(Y = 2) = p(\overline{A_1} \cdot A_2) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2				

$$p(Y = 2) = p(\overline{A_1} \cdot A_2) = p(\overline{A_1}) \cdot p(A_2) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2				

$$p(Y = 2) = p(\overline{A_1} \cdot A_2) = p(\overline{A_1}) \cdot p(A_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2				

$$p(Y = 2) = p(\overline{A_1} \cdot A_2) = p(\overline{A_1}) \cdot p(A_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4			

$$p(Y = 2) = p(\overline{A_1} \cdot A_2) = p(\overline{A_1}) \cdot p(A_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4			

$$(Y = 3) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4			

$$(Y = 3) = (\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4			

$$p(Y = 3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4			

$$p(Y = 3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(A_3) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4			

$$p(Y = 3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(A_3) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4			

$$p(Y = 3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(A_3) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8		

$$p(Y = 3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(A_3) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8		

$$(Y = 4) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8		

$$(Y = 4) = (\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot A_4) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8		

$$p(Y = 4) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot A_4) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8		

$$p(Y = 4) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot A_4) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(A_4) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8		

$$\begin{aligned}
 p(Y = 4) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot A_4) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(A_4) = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =
 \end{aligned}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8		

$$\begin{aligned}
 p(Y = 4) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot A_4) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(A_4) = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}.
 \end{aligned}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8	1/16	

$$\begin{aligned}
 p(Y = 4) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot A_4) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(A_4) = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}.
 \end{aligned}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8	1/16	

$$(Y = 5) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8	1/16	

$$(Y = 5) = (\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot A_5) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8	1/16	

$$p(Y = 5) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot A_5) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8	1/16	

$$\begin{aligned}
 p(Y = 5) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot A_5) = \\
 &= p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(\overline{A_4}) \cdot p(A_5) =
 \end{aligned}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8	1/16	

$$\begin{aligned}
 p(Y = 5) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot A_5) = \\
 &= p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(\overline{A_4}) \cdot p(A_5) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =
 \end{aligned}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8	1/16	

$$\begin{aligned}
 p(Y = 5) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot A_5) = \\
 &= p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(\overline{A_4}) \cdot p(A_5) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}.
 \end{aligned}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Y = x_i)$	1/32	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32

$$\begin{aligned}
 p(Y = 5) &= p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot A_5) = \\
 &= p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) \cdot p(\overline{A_4}) \cdot p(A_5) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}.
 \end{aligned}$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$						

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$						

$$p(Z = 0) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$						

$$p(Z = 0) = 0.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0					

$$p(Z = 0) = 0.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0					

$$p(Z = 1) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0					

$$p(Z = 1) =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна.

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0					

$$p(Z = 1) =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0					

$$p(Z = 1) =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0					

$$p(Z = 1) = p_5(2) + p_5(3) =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0					

$$p(Z = 1) = p_5(2) + p_5(3) = C_5^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 + C_5^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0					

$$\begin{aligned}
 p(Z = 1) &= p_5(2) + p_5(3) = C_5^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 + C_5^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \\
 &= \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 =
 \end{aligned}$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0					

$$\begin{aligned}
 p(Z = 1) &= p_5(2) + p_5(3) = C_5^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 + C_5^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \\
 &= \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{20}{32}.
 \end{aligned}$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32				

$$\begin{aligned}
 p(Z = 1) &= p_5(2) + p_5(3) = C_5^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 + C_5^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \\
 &= \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{20}{32}.
 \end{aligned}$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32				

$$p(Z = 2) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32				

$$p(Z = 2) = 0.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0			

$$p(Z = 2) = 0.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0			

$$p(Z = 3) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0			

$$p(Z = 3) =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна.

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0			

$$p(Z = 3) =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0			

$$p(Z = 3) =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0			

$$p(Z = 3) = p_5(1) + p_5(4) =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0			

$$p(Z = 3) = p_5(1) + p_5(4) = C_5^1 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + C_5^4 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^0 =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0			

$$\begin{aligned}
 p(Z = 3) &= p_5(1) + p_5(4) = C_5^1 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + C_5^4 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \\
 &= \frac{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 =
 \end{aligned}$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0			

$$\begin{aligned}
 p(Z = 3) &= p_5(1) + p_5(4) = C_5^1 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + C_5^4 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \\
 &= \frac{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{10}{32}.
 \end{aligned}$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0	10/32		

$$\begin{aligned}
 p(Z = 3) &= p_5(1) + p_5(4) = C_5^1 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + C_5^4 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \\
 &= \frac{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{10}{32}.
 \end{aligned}$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0	10/32	0	

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0	10/32	0	

$$p(Z = 5) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0	10/32	0	

$$p(Z = 5) =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна.

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0	10/32	0	

$$p(Z = 5) =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0	10/32	0	

$$p(Z = 5) =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0	10/32	0	

$$p(Z = 5) = p_5(0) + p_5(5) =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0	10/32	0	

$$p(Z = 5) = p_5(0) + p_5(5) = C_5^0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + C_5^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^0 =$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0	10/32	0	

$$\begin{aligned}
 p(Z = 5) &= p_5(0) + p_5(5) = C_5^0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + C_5^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \\
 &= 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 =
 \end{aligned}$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0	10/32	0	

$$\begin{aligned}
 p(Z = 5) &= p_5(0) + p_5(5) = C_5^0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + C_5^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \\
 &= 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{2}{32}.
 \end{aligned}$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(Z = x_i)$	0	20/32	0	10/32	0	2/32

$$\begin{aligned}
 p(Z = 5) &= p_5(0) + p_5(5) = C_5^0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + C_5^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \\
 &= 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{2}{32}.
 \end{aligned}$$

События A_i независимы и вероятность наступления каждого из них постоянна. Значит, испытания проходят по схеме Бернулли.

По формуле Бернулли...

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0							
1							
2							
3							
4							
5							

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0							
1							
2							
3							
4							
5							

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$((X = 0) \cdot (Y = 0)) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0							
1							
2							
3							
4							
5							

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$((X = 0) \cdot (Y = 0)) = (\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0							
1							
2							
3							
4							
5							

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X = 0) \cdot (Y = 0)) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0							
1							
2							
3							
4							
5							

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X=0) \cdot (Y=0)) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0							
1							
2							
3							
4							
5							

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X = 0) \cdot (Y = 0)) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32						
1							
2							
3							
4							
5							

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X = 0) \cdot (Y = 0)) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0					
1							
2							
3							
4							
5							

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1							
2							
3							
4							
5							

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0						
2							
3							
4							
5							

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0						
2	0						
3							
4							
5							

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0						
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0						
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$((X = 1) \cdot (Y = 1)) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0						
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$((X = 1) \cdot (Y = 1)) = (A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0						
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X = 1) \cdot (Y = 1)) = p(A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0						
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X = 1) \cdot (Y = 1)) = p(A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = p(A_1) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) p(\overline{A_4}) p(\overline{A_5}) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0						
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X = 1) \cdot (Y = 1)) = p(A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = p(A_1) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) p(\overline{A_4}) p(\overline{A_5}) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32					
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X = 1) \cdot (Y = 1)) = p(A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = p(A_1) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) p(\overline{A_4}) p(\overline{A_5}) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32					
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$((X = 1) \cdot (Y = 2)) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32					
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$((X = 1) \cdot (Y = 2)) = (\overline{A_1} \cdot A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32					
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X = 1) \cdot (Y = 2)) = p(\overline{A_1} \cdot A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32					
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X = 1) \cdot (Y = 2)) = p(\overline{A_1} \cdot A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = p(\overline{A_1}) p(A_2) p(\overline{A_3}) p(\overline{A_4}) p(\overline{A_5}) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32					
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X = 1) \cdot (Y = 2)) = p(\overline{A_1} \cdot A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = p(\overline{A_1}) p(A_2) p(\overline{A_3}) p(\overline{A_4}) p(\overline{A_5}) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32					
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X=1) \cdot (Y=2)) = p(\overline{A_1} \cdot A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = p(\overline{A_1}) p(A_2) p(\overline{A_3}) p(\overline{A_4}) p(\overline{A_5}) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32				
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X = 1) \cdot (Y = 2)) = p(\overline{A_1} \cdot A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = p(\overline{A_1}) p(A_2) p(\overline{A_3}) p(\overline{A_4}) p(\overline{A_5}) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$((X = 2) \cdot (Y = 1)) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$((X = 2) \cdot (Y = 1)) = (A_1 \cdot (A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5} + \dots)) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X = 2) \cdot (Y = 1)) = p(A_1 \cdot (A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5} + \dots)) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X = 2) \cdot (Y = 1)) = p(A_1 \cdot (A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5} + \dots)) = p(A_1) \cdot C_4^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X=2) \cdot (Y=1)) = p(A_1 \cdot (A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5} + \dots)) = p(A_1) \cdot C_4^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0						
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X=2) \cdot (Y=1)) = p(A_1 \cdot (A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5} + \dots)) = p(A_1) \cdot C_4^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{8}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32					
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X=2) \cdot (Y=1)) = p(A_1 \cdot (A_2 \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5} + \dots)) = p(A_1) \cdot C_4^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{8}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32					
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$((X=2) \cdot (Y=2)) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32					
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$((X=2) \cdot (Y=2)) = (\overline{A_1} \cdot A_2 \cdot (A_3 \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5} + \dots)) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32					
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X=2) \cdot (Y=2)) = p(\overline{A_1} \cdot A_2 \cdot (A_3 \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5} + \dots)) =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32					
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X=2) \cdot (Y=2)) = p(\overline{A_1} \cdot A_2 \cdot (A_3 \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5} + \dots)) = p(\overline{A_1}) \cdot p(A_2) \cdot C_3^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32					
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X=2) \cdot (Y=2)) = p(\overline{A_1} \cdot A_2 \cdot (A_3 \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5} + \dots)) = p(\overline{A_1}) \cdot p(A_2) \cdot C_3^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 =$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32					
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X=2) \cdot (Y=2)) = p(\overline{A_1} \cdot A_2 \cdot (A_3 \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5} + \dots)) = p(\overline{A_1}) \cdot p(A_2) \cdot C_3^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{3}{32}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32				
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

$$p((X=2) \cdot (Y=2)) = p(\overline{A_1} \cdot A_2 \cdot (A_3 \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5} + \dots)) = p(\overline{A_1}) \cdot p(A_2) \cdot C_3^1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{3}{32}.$$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32			
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32		
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0						
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32					
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32	3/32				
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32	3/32	1/32			
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32	3/32	1/32	0		
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	
4	0						
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	
4	0	4/32					
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	
4	0	4/32	1/32				
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	
4	0	4/32	1/32	0			
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	
4	0	4/32	1/32	0	0	0	
5	0						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	
4	0	4/32	1/32	0	0	0	
5	0	1/32					

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	
4	0	4/32	1/32	0	0	0	
5	0	1/32	0				

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	
4	0	4/32	1/32	0	0	0	
5	0	1/32	0	0	0	0	

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	
4	0	4/32	1/32	0	0	0	
5	0	1/32	0	0	0	0	

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	
4	0	4/32	1/32	0	0	0	
5	0	1/32	0	0	0	0	

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	
4	0	4/32	1/32	0	0	0	
5	0	1/32	0	0	0	0	

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	
4	0	4/32	1/32	0	0	0	
5	0	1/32	0	0	0	0	

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	10/32
4	0	4/32	1/32	0	0	0	
5	0	1/32	0	0	0	0	

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	10/32
4	0	4/32	1/32	0	0	0	5/32
5	0	1/32	0	0	0	0	

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	10/32
4	0	4/32	1/32	0	0	0	5/32
5	0	1/32	0	0	0	0	1/32

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	10/32
4	0	4/32	1/32	0	0	0	5/32
5	0	1/32	0	0	0	0	1/32
$p(Y = y_j)$							

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	10/32
4	0	4/32	1/32	0	0	0	5/32
5	0	1/32	0	0	0	0	1/32
$p(Y = y_j)$	1/32						

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	10/32
4	0	4/32	1/32	0	0	0	5/32
5	0	1/32	0	0	0	0	1/32
$p(Y = y_j)$	1/32	16/32					

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	10/32
4	0	4/32	1/32	0	0	0	5/32
5	0	1/32	0	0	0	0	1/32
$p(Y=y_j)$	1/32	16/32	8/32				

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	10/32
4	0	4/32	1/32	0	0	0	5/32
5	0	1/32	0	0	0	0	1/32
$p(Y = y_j)$	1/32	16/32	8/32	4/32	2/32	1/32	

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	10/32
4	0	4/32	1/32	0	0	0	5/32
5	0	1/32	0	0	0	0	1/32
$p(Y = y_j)$	1/32	16/32	8/32	4/32	2/32	1/32	1

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	10/32
4	0	4/32	1/32	0	0	0	5/32
5	0	1/32	0	0	0	0	1/32
$p(Y=y_j)$	1/32	16/32	8/32	4/32	2/32	1/32	1

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	10/32
4	0	4/32	1/32	0	0	0	5/32
5	0	1/32	0	0	0	0	1/32
$p(Y=y_j)$	1/32	16/32	8/32	4/32	2/32	1/32	1

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	1/32	5/32	10/32	10/32	5/32	1/32
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	1/32	16/32	8/32	4/32	2/32	1/32

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	10/32
4	0	4/32	1/32	0	0	0	5/32
5	0	1/32	0	0	0	0	1/32
$p(Y = y_j)$	1/32	16/32	8/32	4/32	2/32	1/32	1

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	10/32
4	0	4/32	1/32	0	0	0	5/32
5	0	1/32	0	0	0	0	1/32
$p(Y=y_j)$	1/32	16/32	8/32	4/32	2/32	1/32	1

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$
y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Пример 31. Проводится серия из 5 бросков монеты. Найти законы распределения случайных величин: X — число выпавших «орлов» в серии из 5 бросков; Y — номер броска, когда впервые выпал «орел», причем если выпали только «решки», то $Y=0$; Z — модуль разности между числом «орлов» и числом «решек» в серии.

Решение. Пусть A_i наступило, если на i -м броске выпал «орел».

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5	$p(X=x_i)$
0	1/32	0	0	0	0	0	1/32
1	0	1/32	1/32	1/32	1/32	1/32	5/32
2	0	4/32	3/32	2/32	1/32	0	10/32
3	0	6/32	3/32	1/32	0	0	10/32
4	0	4/32	1/32	0	0	0	5/32
5	0	1/32	0	0	0	0	1/32
$p(Y=y_j)$	1/32	16/32	8/32	4/32	2/32	1/32	1

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

y_j	0	1	2	3	4	5
$p(Y=y_j)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{4}{32}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{1}{32}$

Вернёмся к лекции?

Пример 32. *Случайная величина задана функцией распределения*

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

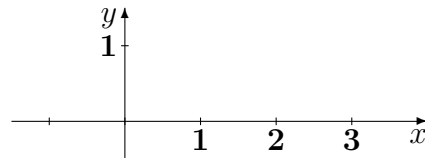
Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Пример 32. *Случайная величина задана функцией распределения*

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Построим график функции F .



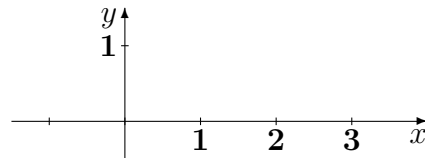
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Построим график функции F .

Если $x \leq 0$, то



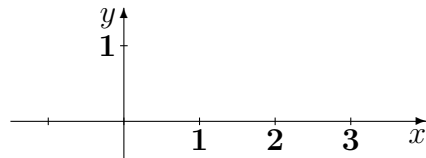
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Построим график функции F .

Если $x \leq 0$, то



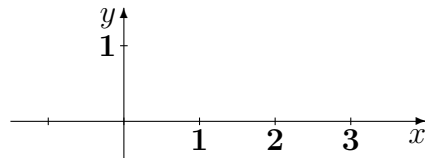
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Построим график функции F .

Если $x \leq 0$, то $F(x) = 0$.



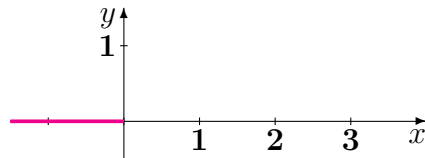
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Построим график функции F .

Если $x \leq 0$, то $F(x) = 0$.



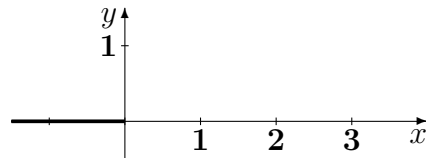
Пример 32. *Случайная величина задана функцией распределения*

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Построим график функции F .

Если $0 < x \leq 3$, то



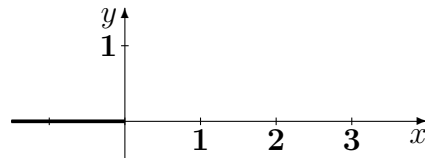
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Построим график функции F .

Если $0 < x \leq 3$, то



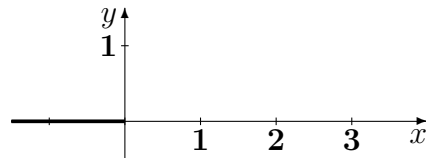
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Построим график функции F .

Если $0 < x \leq 3$, то $F(x) = \frac{x^2}{9}$.



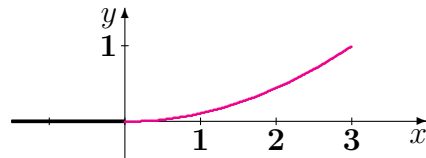
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Построим график функции F .

Если $0 < x \leq 3$, то $F(x) = \frac{x^2}{9}$.



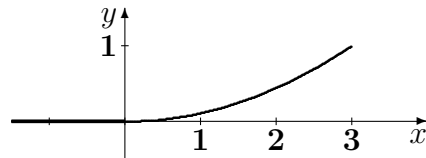
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Построим график функции F .

Если $x > 3$, то



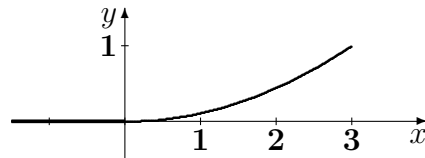
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Построим график функции F .

Если $x > 3$, то

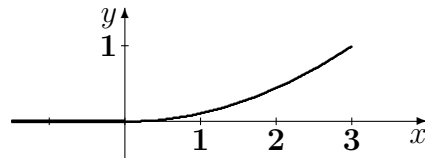


Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Построим график функции F .
Если $x > 3$, то $F(x) = 1$.

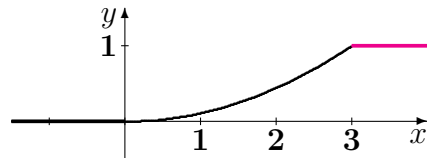


Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Построим график функции F .
Если $x > 3$, то $F(x) = 1$.

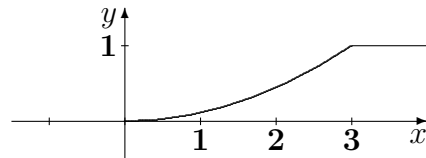


Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$,

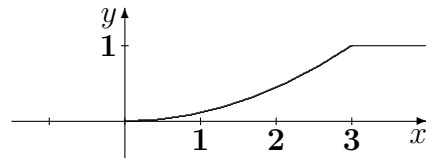


Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

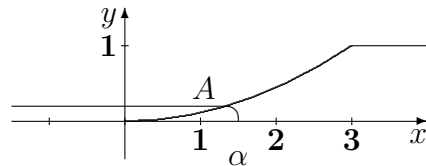


Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

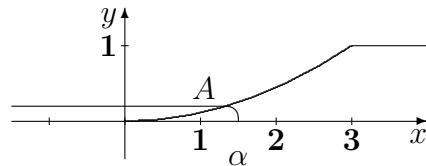


Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$,

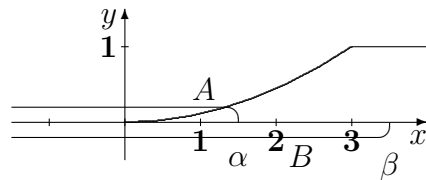


Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$,

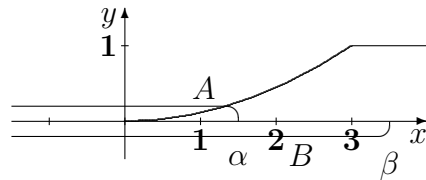


Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

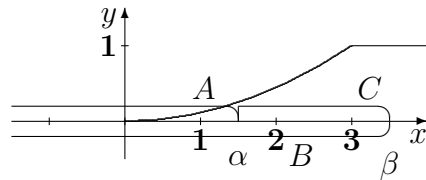


Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

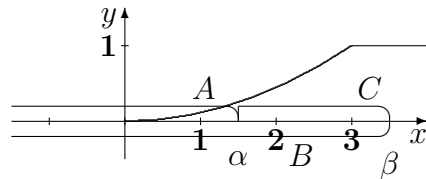


Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B =$



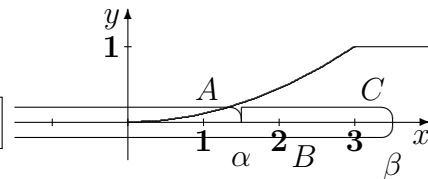
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \ll X < \alpha \gg$,

$B \sim \ll X < \beta \gg$, $C \sim \ll \alpha \leq X < \beta \gg$, $B = A + C$

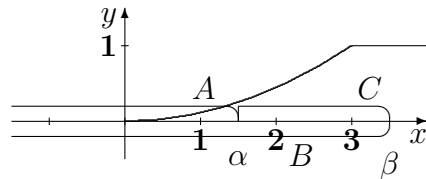


Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(B) = p(A + C),$$

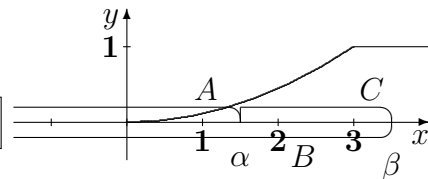
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(B) = p(A + C),$$

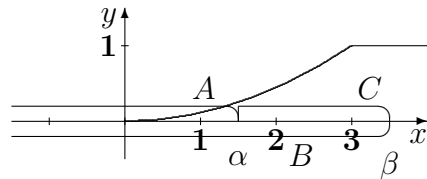
Так как события A и C несовместны, то...

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(B) = p(A + C), \quad p(B) = p(A) + p(C), \quad \text{откуда}$$

Так как события A и C несовместны, то...

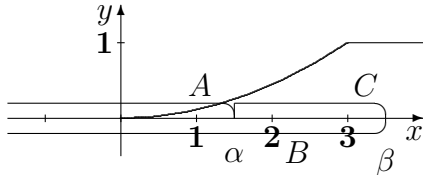
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$p(B) = p(A + C)$, $p(B) = p(A) + p(C)$, откуда

$p(C) = p(B) - p(A)$.

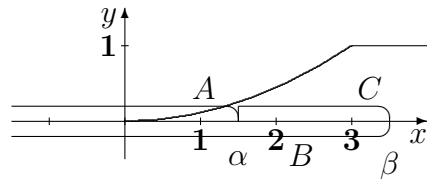
Так как события A и C несовместны, то...

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(B) = p(A + C), \quad p(B) = p(A) + p(C), \quad \text{откуда}$$

$$p(C) = p(B) - p(A).$$

По определению функции распределения

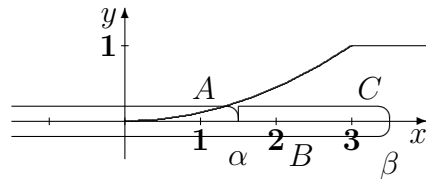
$$p(A) =$$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(B) = p(A + C), \quad p(B) = p(A) + p(C), \quad \text{откуда}$$

$$p(C) = p(B) - p(A).$$

По определению функции распределения

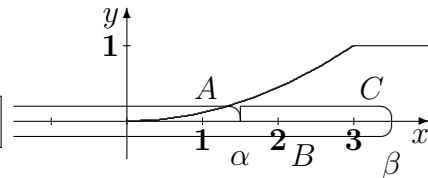
$$p(A) = p(X < \alpha) =$$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(B) = p(A + C), \quad p(B) = p(A) + p(C), \quad \text{откуда}$$

$$p(C) = p(B) - p(A).$$

По определению функции распределения

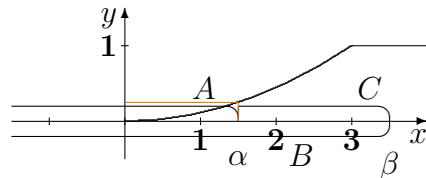
$$p(A) = p(X < \alpha) = F(\alpha),$$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(B) = p(A + C), \quad p(B) = p(A) + p(C), \quad \text{откуда}$$

$$p(C) = p(B) - p(A).$$

По определению функции распределения

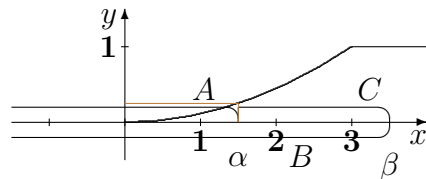
$$p(A) = p(X < \alpha) = F(\alpha),$$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(B) = p(A + C), \quad p(B) = p(A) + p(C), \quad \text{откуда}$$

$$p(C) = p(B) - p(A).$$

По определению функции распределения

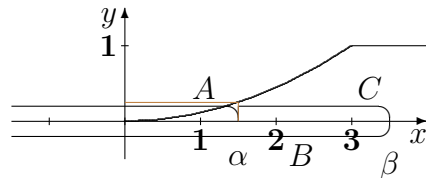
$$p(A) = p(X < \alpha) = F(\alpha), \quad p(B) =$$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(B) = p(A + C), \quad p(B) = p(A) + p(C), \quad \text{откуда}$$

$$p(C) = p(B) - p(A).$$

По определению функции распределения

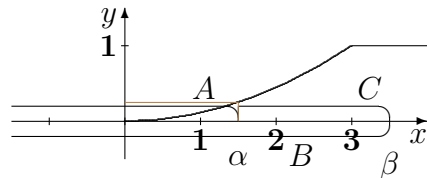
$$p(A) = p(X < \alpha) = F(\alpha), \quad p(B) = p(X < \beta) =$$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(B) = p(A + C), \quad p(B) = p(A) + p(C), \quad \text{откуда}$$

$$p(C) = p(B) - p(A).$$

По определению функции распределения

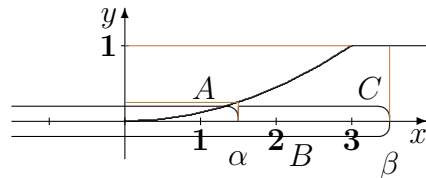
$$p(A) = p(X < \alpha) = F(\alpha), \quad p(B) = p(X < \beta) = F(\beta).$$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(B) = p(A + C), \quad p(B) = p(A) + p(C), \quad \text{откуда}$$

$$p(C) = p(B) - p(A).$$

По определению функции распределения

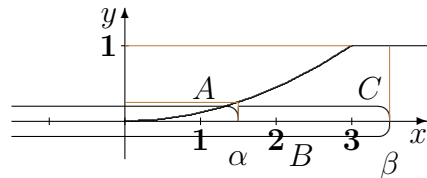
$$p(A) = p(X < \alpha) = F(\alpha), \quad p(B) = p(X < \beta) = F(\beta).$$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,
 $B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

$$p(B) = p(A + C), \quad p(B) = p(A) + p(C), \quad \text{откуда}$$

$$p(C) = p(B) - p(A).$$

По определению функции распределения

$$p(A) = p(X < \alpha) = F(\alpha), \quad p(B) = p(X < \beta) = F(\beta).$$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

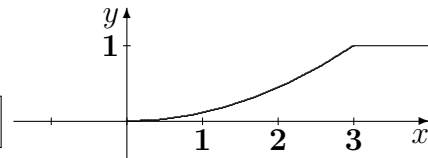
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$

$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$



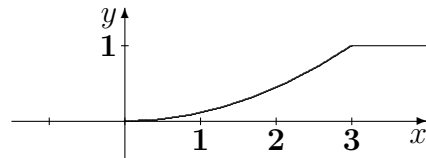
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Если $\alpha < \beta \leq 0$, то

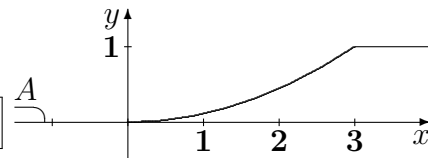
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Если $\alpha < \beta \leq 0$, то

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

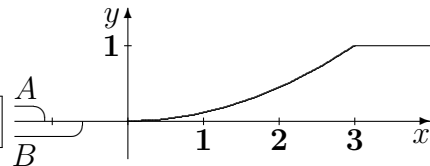
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Если $\alpha < \beta \leq 0$, то

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

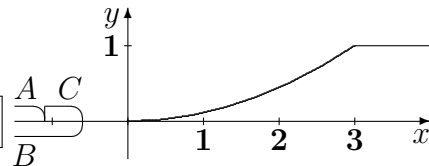
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Если $\alpha < \beta \leq 0$, то

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

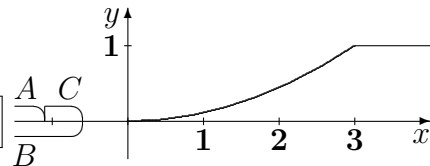
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Если $\alpha < \beta \leq 0$, то $p(C) =$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

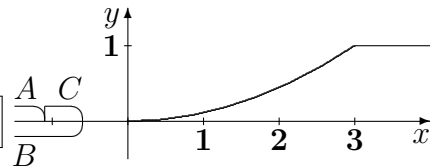
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Если $\alpha < \beta \leq 0$, то $p(C) = F(\beta) - F(\alpha) =$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

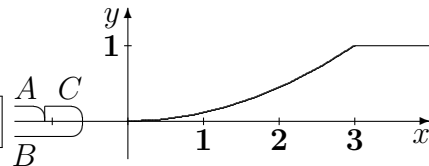
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Если $\alpha < \beta \leq 0$, то $p(C) = F(\beta) - F(\alpha) = 0$.

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

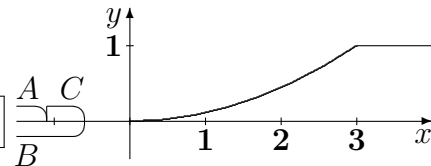
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Случайная величина X не может принять значение, меньшее 0.

Если $\alpha < \beta \leq 0$, то $p(C) = F(\beta) - F(\alpha) = 0$.

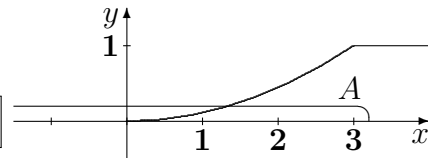
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \ll X < \alpha \gg$,

$B \sim \ll X < \beta \gg$, $C \sim \ll \alpha \leq X < \beta \gg$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Случайная величина X не может принять значение, меньшее 0.

Если $3 < \alpha < \beta$, то

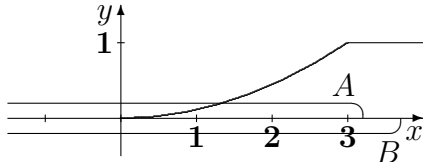
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Случайная величина X не может принять значение, меньшее 0.

Если $3 < \alpha < \beta$, то

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

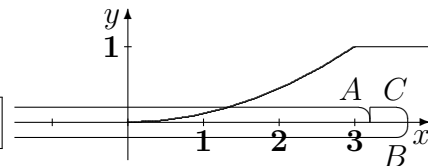
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Случайная величина X не может принять значение, меньшее 0.

Если $3 < \alpha < \beta$, то

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

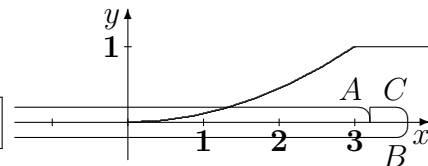
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Случайная величина X не может принять значение, меньшее 0.

Если $3 < \alpha < \beta$, то $p(C) =$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

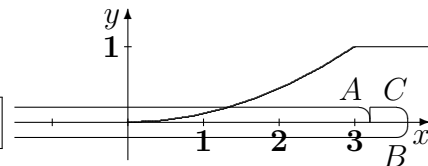
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Случайная величина X не может принять значение, меньшее 0.

Если $3 < \alpha < \beta$, то $p(C) = F(\beta) - F(\alpha) =$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

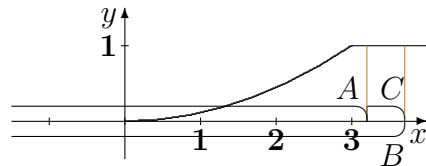
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Случайная величина X не может принять значение, меньшее 0.

Если $3 < \alpha < \beta$, то $p(C) = F(\beta) - F(\alpha) =$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

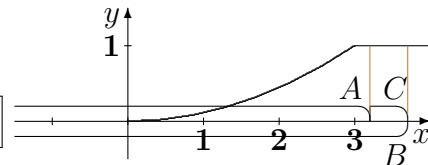
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Случайная величина X не может принять значение, меньшее 0.

Если $3 < \alpha < \beta$, то $p(C) = F(\beta) - F(\alpha) = 1 - 1 =$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

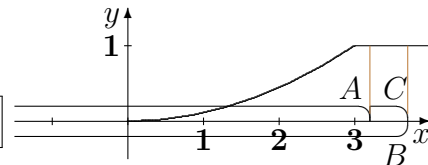
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Случайная величина X не может принять значение, меньшее 0.

Если $3 < \alpha < \beta$, то $p(C) = F(\beta) - F(\alpha) = 1 - 1 = 0$.

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

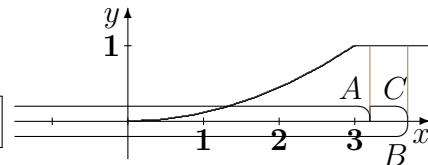
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Случайная величина X не может принять значение, меньшее 0.

Случайная величина X не может принять значение, большее 3.

Если $3 < \alpha < \beta$, то $p(C) = F(\beta) - F(\alpha) = 1 - 1 = 0$.

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

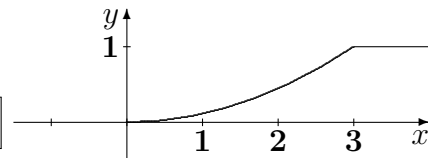
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$

$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$



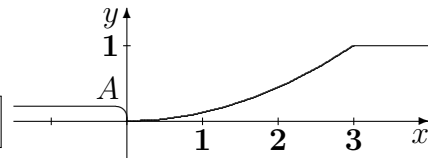
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Возьмем $\alpha = 0$, $\beta = 0.5$.

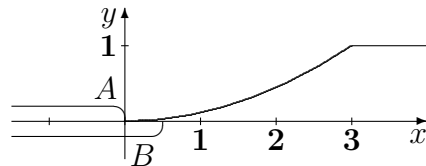
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Возьмем $\alpha = 0$, $\beta = 0.5$.

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

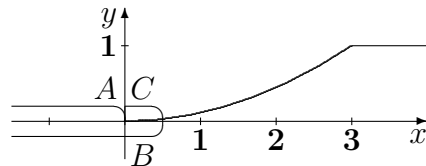
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Возьмем $\alpha = 0$, $\beta = 0.5$.

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

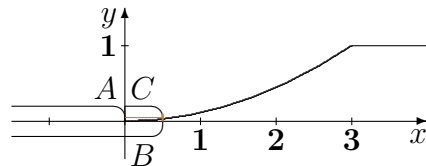
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Возьмем $\alpha = 0$, $\beta = 0.5$.

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

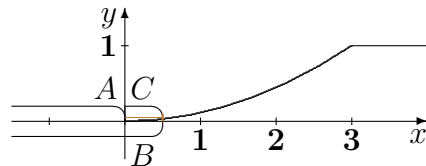
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$B = A + C$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Возьмем $\alpha = 0$, $\beta = 0.5$.

$$p(0 \leq X < 0.5) =$$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

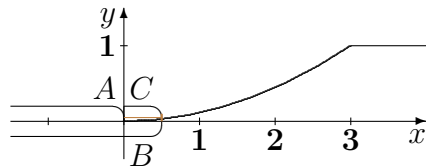
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Возьмем $\alpha = 0$, $\beta = 0.5$.

$$p(0 \leq X < 0.5) = F(0.5) - F(0) =$$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

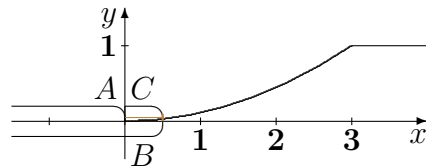
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Возьмем $\alpha = 0$, $\beta = 0.5$.

$$p(0 \leq X < 0.5) = F(0.5) - F(0) = \frac{1}{36}.$$

Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

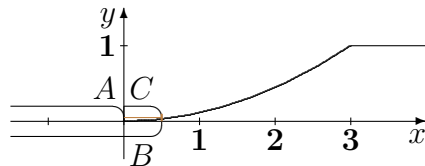
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$,

$$\boxed{B = A + C}$$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

$$p(0 \leq X < 0.5) = \frac{1}{36}.$$

Возьмем $\alpha = 0$, $\beta = 0.5$.

$$p(0 \leq X < 0.5) = F(0.5) - F(0) = \frac{1}{36}.$$

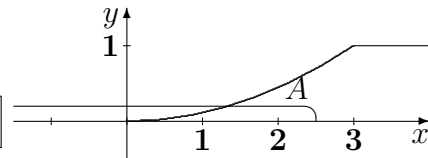
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

$$p(0 \leq X < 0.5) = \frac{1}{36}.$$

Теперь возьмем $\alpha = 2.5$, $\beta = 3$.

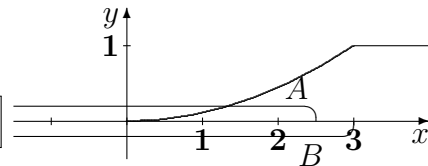
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

$$p(0 \leq X < 0.5) = \frac{1}{36}.$$

Теперь возьмем $\alpha = 2.5$, $\beta = 3$.

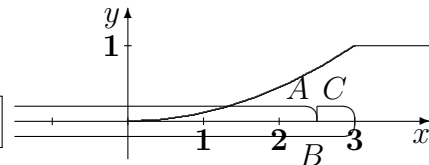
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

$$p(0 \leq X < 0.5) = \frac{1}{36}.$$

Теперь возьмем $\alpha = 2.5$, $\beta = 3$.

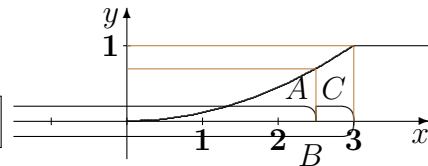
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

$$p(0 \leq X < 0.5) = \frac{1}{36}.$$

Теперь возьмем $\alpha = 2.5$, $\beta = 3$.

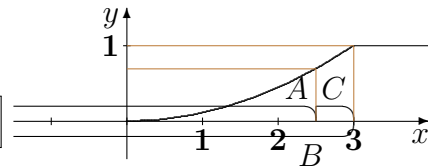
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

$$p(0 \leq X < 0.5) = \frac{1}{36}.$$

Теперь возьмем $\alpha = 2.5$, $\beta = 3$.

$$p(2.5 \leq X < 3) =$$

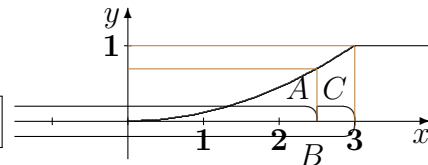
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

$$p(0 \leq X < 0.5) = \frac{1}{36}.$$

Теперь возьмем $\alpha = 2.5$, $\beta = 3$.

$$p(2.5 \leq X < 3) = F(3) - F(2.5) =$$

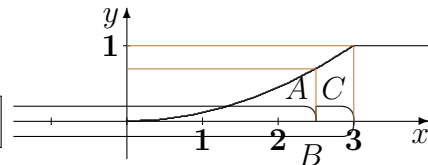
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

$$p(0 \leq X < 0.5) = \frac{1}{36}.$$

Теперь возьмем $\alpha = 2.5$, $\beta = 3$.

$$p(2.5 \leq X < 3) = F(3) - F(2.5) = 1 - \frac{25}{36} =$$

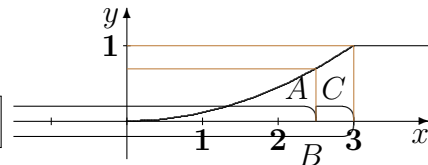
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

$$p(0 \leq X < 0.5) = \frac{1}{36}.$$

Теперь возьмем $\alpha = 2.5$, $\beta = 3$.

$$p(2.5 \leq X < 3) = F(3) - F(2.5) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}.$$

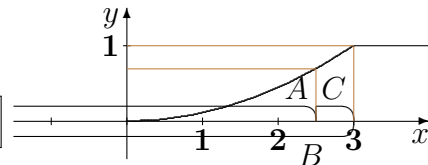
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

$$p(0 \leq X < 0.5) = \frac{1}{36}. \quad p(2.5 \leq X < 3) = \frac{11}{36}.$$

Теперь возьмем $\alpha = 2.5$, $\beta = 3$.

$$p(2.5 \leq X < 3) = F(3) - F(2.5) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}.$$

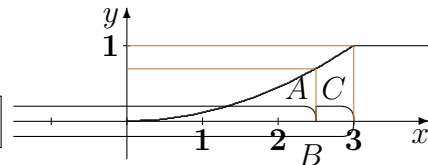
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

$$p(0 \leq X < 0.5) = \frac{1}{36}. \quad p(2.5 \leq X < 3) = \frac{11}{36}.$$

Значит, при малых значениях dx имеем, что

$F'(x) dx$ примерно равно

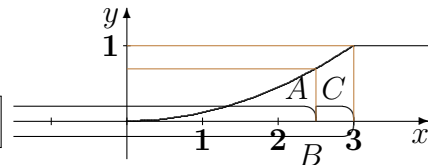
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

$$p(0 \leq X < 0.5) = \frac{1}{36}. \quad p(2.5 \leq X < 3) = \frac{11}{36}.$$

Значит, при малых значениях dx имеем, что

$F'(x) dx$ примерно равно вероятности, что $X \in [x; x + dx)$.

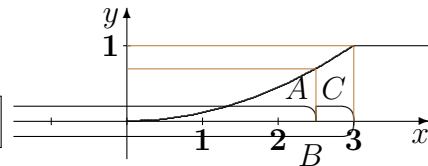
Пример 32. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Укажите множество возможных значений этой случайной величины. Найдите ее плотность распределения.

Решение. Пусть $\alpha < \beta$, $A \sim \langle X < \alpha \rangle$,

$B \sim \langle X < \beta \rangle$, $C \sim \langle \alpha \leq X < \beta \rangle$, $B = A + C$



$$p(C) = F(\beta) - F(\alpha).$$

$$p(0 \leq X < 0.5) = \frac{1}{36}. \quad p(2.5 \leq X < 3) = \frac{11}{36}.$$

Значит, при малых значениях dx имеем, что

$F'(x) dx$ примерно равно вероятности, что $X \in [x; x + dx)$.

Вернёмся к лекции?

Пример 33. *Игрок подбрасывает монетку. Если выпал «орел», он подбрасывает монетку еще один раз, при этом ему начисляют 2 балла за выпавшего при втором броске «орла» и 0 баллов в противном случае. Если же при первом броске выпала «решка», то после этого монета подбрасывается дважды, причем если при втором и третьем броске хотя бы раз выпал «орел», то игроку начисляются 2 балла, а в противном случае засчитывается 0. Выяснить, являются ли зависимыми величина X — количество начисленных баллов, и величина Y — число бросков, выполненных игроком за один сеанс этой игры.*

Решение.

Пример 33. *Первый бросок:*

*если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.*

Решение.

Пример 33. *Первый бросок:*

*если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.*

Решение. $X \in \{ ; \}$, $Y \in \{ ; \}$.

Пример 33. *Первый бросок:*

*если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.*

Решение. $X \in \{0; \quad \}$, $Y \in \{ \quad ; \quad \}$.

Пример 33. *Первый бросок:*

*если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.*

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{ ; \}$.

Пример 33. *Первый бросок:*

*если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.*

Решение. $X \in \{0; 2\}, \quad Y \in \{2; \infty\}.$

Пример 33. *Первый бросок:*

*если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.*

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

x_i		y_i				
$p(Y = y_j)$						

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

x_i		y_i				
0						
$p(Y = y_j)$						

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

x_i		y_i				
0						
2						
$p(Y = y_j)$						

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

x_i		y_i		2			
0							
2							
$p(Y = y_j)$							

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		
0						
2						
$p(Y = y_j)$						

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		
0	$p(X=0, Y=y_j)$					
2	$p(X=2, Y=y_j)$					
$p(Y = y_j)$						

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$				
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$				
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$				
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$(X=0, Y=2) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$				
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$(X=0, Y=2) = (A_1 \cdot \overline{A_2}) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$				
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=0, Y=2) = p(A_1 \cdot \overline{A_2}) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$				
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=0, Y=2) = p(A_1 \cdot \overline{A_2}) = p(A_1) \cdot p(\overline{A_2}) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$				
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=0, Y=2) = p(A_1 \cdot \overline{A_2}) = p(A_1) \cdot p(\overline{A_2}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$				
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=0, Y=2) = p(A_1 \cdot \overline{A_2}) = p(A_1) \cdot p(\overline{A_2}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25			
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=0, Y=2) = p(A_1 \cdot \overline{A_2}) = p(A_1) \cdot p(\overline{A_2}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25			
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$(X=0, Y=3) =$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25			
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$(X=0, Y=3) = (\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25			
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=0, Y=3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25			
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=0, Y=3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25			
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=0, Y=3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25			
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=0, Y=3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=0, Y=3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$(X=2, Y=2) =$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
 если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
 хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
 баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$(X=2, Y=2) = (A_1 \cdot A_2) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=2, Y=2) = p(A_1 \cdot A_2) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=2, Y=2) = p(A_1 \cdot A_2) = p(A_1) \cdot p(A_2|A_1) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=2, Y=2) = p(A_1 \cdot A_2) = p(A_1) \cdot p(A_2|A_1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$				
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=2, Y=2) = p(A_1 \cdot A_2) = p(A_1) \cdot p(A_2|A_1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25			
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=2, Y=2) = p(A_1 \cdot A_2) = p(A_1) \cdot p(A_2|A_1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25			
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$(X=2, Y=3) =$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25			
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$(X=2, Y=3) = \left(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \right) =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25			
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=2, Y=3) = p\left(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}\right) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25			
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=2, Y=3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25			
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=2, Y=3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25			
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=2, Y=3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}.$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3	
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125	
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375	
$p(Y = y_j)$					

A_i — на i -м броске выпал «орел».

$$p(X=2, Y=3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}.$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
 если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
 хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
 баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .
 $(X = 0) =$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$(X = 0) = ((X=0) \cdot Д) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .
 $(X = 0) = ((X=0) \cdot \text{Д}) = ((X=0) \cdot ((Y=2)+(Y=3))) =$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .
 $(X = 0) = ((X=0) \cdot \mathbf{Д}) = ((X=0) \cdot ((Y=2)+(Y=3))) = ((X=0) \cdot (Y=2)) +$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$(X = 0) = ((X=0) \cdot \text{Д}) = ((X=0) \cdot ((Y=2)+(Y=3))) = ((X=0) \cdot (Y=2)) + ((X=0) \cdot (Y=3)) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$p(X = 0) = p((X=0) \cdot \text{Д}) = p((X=0) \cdot ((Y=2)+(Y=3))) = p((X=0) \cdot (Y=2)) + p((X=0) \cdot (Y=3)) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$\begin{aligned}
 p(X=0) &= p((X=0) \cdot \text{Д}) = p((X=0) \cdot ((Y=2)+(Y=3))) = p((X=0) \cdot (Y=2)) + p((X=0) \cdot (Y=3)) = \\
 &= 0.25 + 0.125 =
 \end{aligned}$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .
 $p(X=0) = p((X=0) \cdot \text{Д}) = p((X=0) \cdot ((Y=2)+(Y=3))) = p((X=0) \cdot (Y=2)) + p((X=0) \cdot (Y=3)) = 0.25 + 0.125 = 0.375$.

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .
 $p(X=0) = p((X=0) \cdot \text{Д}) = p((X=0) \cdot ((Y=2)+(Y=3))) = p((X=0) \cdot (Y=2)) + p((X=0) \cdot (Y=3)) = 0.25 + 0.125 = 0.375$.

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .
 $(X = 2) =$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$(X = 2) = ((X=2) \cdot Д) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$(X = 2) = ((X=2) \cdot \text{Д}) = ((X=2) \cdot ((Y=2)+(Y=3))) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$(X = 2) = ((X=2) \cdot \text{Д}) = ((X=2) \cdot ((Y=2)+(Y=3))) = ((X=2) \cdot (Y=2)) + ((X=0) \cdot (Y=3)) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$p(X = 2) = p((X=2) \cdot \text{Д}) = p((X=2) \cdot ((Y=2)+(Y=3))) = p((X=2) \cdot (Y=2)) + p((X=0) \cdot (Y=3)) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$\begin{aligned}
 p(X=2) &= p((X=2) \cdot \text{Д}) = p((X=2) \cdot ((Y=2)+(Y=3))) = p((X=2) \cdot (Y=2)) + p((X=0) \cdot (Y=3)) = \\
 &= 0.25 + 0.375 =
 \end{aligned}$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$p(X=2) = p((X=2) \cdot \text{Д}) = p((X=2) \cdot ((Y=2)+(Y=3))) = p((X=2) \cdot (Y=2)) + p((X=0) \cdot (Y=3)) = 0.25 + 0.375 = 0.625.$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$p(X=2) = p((X=2) \cdot \text{Д}) = p((X=2) \cdot ((Y=2)+(Y=3))) = p((X=2) \cdot (Y=2)) + p((X=0) \cdot (Y=3)) = 0.25 + 0.375 = 0.625.$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .
 $p(Y = 2) =$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .
 $p(Y = 2) = p(D \cdot (Y=2)) =$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$p(Y = 2) = p(\mathcal{D} \cdot (Y=2)) = p(((X=0)+(X=2)) \cdot (Y=2)) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$p(Y = 2) = p(\mathcal{D} \cdot (Y=2)) = p(((X=0)+(X=2)) \cdot (Y=2)) = p((X=0) \cdot (Y=2)) + p((X=2) \cdot (Y=2)) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .
 $p(Y = 2) = p(\mathcal{D} \cdot (Y=2)) = p(((X=0)+(X=2)) \cdot (Y=2)) = p((X=0) \cdot (Y=2)) + p((X=2) \cdot (Y=2)) = 0.25 + 0.25 =$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$						

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$p(Y = 2) = p(\underline{Д} \cdot (Y=2)) = p(((X=0)+(X=2)) \cdot (Y=2)) = p((X=0) \cdot (Y=2)) + p((X=2) \cdot (Y=2)) = 0.25 + 0.25 = 0.5.$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5				

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$p(Y = 2) = p(\underline{Д} \cdot (Y=2)) = p(((X=0)+(X=2)) \cdot (Y=2)) = p((X=0) \cdot (Y=2)) + p((X=2) \cdot (Y=2)) = 0.25 + 0.25 = 0.5.$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5				

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .
 $p(Y = 3) =$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5				

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .
 $p(Y = 3) = p(D \cdot (Y=3)) =$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5				

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$p(Y = 3) = p(\mathcal{D} \cdot (Y=3)) = p(((X=0)+(X=2)) \cdot (Y=3)) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5				

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$p(Y = 3) = p(\text{Д} \cdot (Y=3)) = p(((X=0)+(X=2)) \cdot (Y=3)) = p((X=0) \cdot (Y=3)) + p((X=2) \cdot (Y=3)) =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5				

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$\begin{aligned}
 p(Y = 3) &= p(\mathcal{D} \cdot (Y=3)) = p(((X=0)+(X=2)) \cdot (Y=3)) = p((X=0) \cdot (Y=3)) + p((X=2) \cdot (Y=3)) = \\
 &= 0.125 + 0.375 =
 \end{aligned}$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5				

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$p(Y = 3) = p(\mathcal{D} \cdot (Y=3)) = p(((X=0)+(X=2)) \cdot (Y=3)) = p((X=0) \cdot (Y=3)) + p((X=2) \cdot (Y=3)) = 0.125 + 0.375 = 0.5.$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

$$p(Y = 3) = p(\mathcal{D} \cdot (Y=3)) = p(((X=0)+(X=2)) \cdot (Y=3)) = p((X=0) \cdot (Y=3)) + p((X=2) \cdot (Y=3)) = 0.125 + 0.375 = 0.5.$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
 если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
 хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
 баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем безусловные законы распределения случайных величин X и Y .

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$		$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 2$.

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 2$.

$$p(X = 0 | Y = 2) =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 2$.

$$p(X = 0 | Y = 2) = \frac{p((X = 0) \cdot (Y = 2))}{p(Y = 2)} =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 2$.

$$p(X = 0 | Y = 2) = \frac{p((X = 0) \cdot (Y = 2))}{p(Y = 2)} =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 2$.

$$p(X = 0 | Y = 2) = \frac{p((X = 0) \cdot (Y = 2))}{p(Y = 2)} = \frac{0.25}{0.5} =$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25		0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 2$.

$$p(X = 0 | Y = 2) = \frac{p((X = 0) \cdot (Y = 2))}{p(Y = 2)} = \frac{0.25}{0.5} = 0.5.$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 2$.

$$p(X = 0 | Y = 2) = \frac{p((X = 0) \cdot (Y = 2))}{p(Y = 2)} = \frac{0.25}{0.5} = 0.5.$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 2$.

$$p(X = 2 | Y = 2) =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 2$.

$$p(X = 2 | Y = 2) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 2))}{p(Y = 2)} =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 2$.

$$p(X = 2 | Y = 2) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 2))}{p(Y = 2)} =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 2$.

$$p(X = 2 | Y = 2) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 2))}{p(Y = 2)} = \frac{0.25}{0.5} =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25		0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 2$.

$$p(X = 2 | Y = 2) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 2))}{p(Y = 2)} = \frac{0.25}{0.5} = 0.5.$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$		
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 2$.

$$p(X = 2 | Y = 2) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 2))}{p(Y = 2)} = \frac{0.25}{0.5} = 0.5.$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 3$.

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 3$.

$$p(X = 0 | Y = 3) =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 3$.

$$p(X = 0 | Y = 3) = \frac{p((X = 0) \cdot (Y = 3))}{p(Y = 3)} =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
 если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
 хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
 баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 3$.

$$p(X = 0 | Y = 3) = \frac{p((X = 0) \cdot (Y = 3))}{p(Y = 3)} =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 3$.

$$p(X = 0 | Y = 3) = \frac{p((X = 0) \cdot (Y = 3))}{p(Y = 3)} = \frac{0.125}{0.5} =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125		0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 3$.

$$p(X = 0 | Y = 3) = \frac{p((X = 0) \cdot (Y = 3))}{p(Y = 3)} = \frac{0.125}{0.5} = 0.25.$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 3$.

$$p(X = 0 | Y = 3) = \frac{p((X = 0) \cdot (Y = 3))}{p(Y = 3)} = \frac{0.125}{0.5} = 0.25.$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 3$.

$$p(X = 2 | Y = 3) =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 3$.

$$p(X = 2 | Y = 3) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 3))}{p(Y = 3)} =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 3$.

$$p(X = 2 | Y = 3) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 3))}{p(Y = 3)} =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 3$.

$$p(X = 2 | Y = 3) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 3))}{p(Y = 3)} = \frac{0.375}{0.5} =$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375		0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 3$.

$$p(X = 2 | Y = 3) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 3))}{p(Y = 3)} = \frac{0.375}{0.5} = 0.75.$$

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Найдем условный закон распределения случайной величины X при $Y = 3$.

$$p(X = 2 | Y = 3) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 3))}{p(Y = 3)} = \frac{0.375}{0.5} = 0.75.$$

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Вывод: условный закон распределения X при $Y = 2$ и

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Вывод: условный закон распределения X при $Y = 2$ и

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Вывод: условный закон распределения X при $Y = 2$ и безусловный закон распределения величины X

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Вывод: условный закон распределения X при $Y = 2$ и безусловный закон распределения величины X

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Вывод: условный закон распределения X при $Y = 2$ и безусловный закон распределения величины X не совпадают.

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Вывод: условный закон распределения X при $Y = 2$ и безусловный закон распределения величины X не совпадают. Значит, величины X и Y

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Вывод: условный закон распределения X при $Y = 2$ и безусловный закон распределения величины X не совпадают. Значит, величины X и Y зависимы.

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Ответ получен, но в качестве «бонуса» найдем также условный закон распределения величины Y при $X = 0$.

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$					
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Ответ получен, но в качестве «бонуса» найдем также условный закон распределения величины Y при $X = 0$.

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3				
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Ответ получен, но в качестве «бонуса» найдем также условный закон распределения величины Y при $X = 0$.

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Ответ получен, но в качестве «бонуса» найдем также условный закон распределения величины Y при $X = 0$.

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i		2		3		$p(X=x_i)$
x_i		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Наконец, найдем условный закон распределения величины Y при $X = 2$.

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=2)$					
$p(Y=y_j)$		0.5		0.5		1

Наконец, найдем условный закон распределения величины Y при $X = 2$.

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=0)$					
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Наконец, найдем условный закон распределения величины Y при $X = 2$.

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»;
 если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если
 хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число
 баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=0)$	0.4				
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Наконец, найдем условный закон распределения величины Y при $X = 2$.

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=0)$	0.4		0.6		
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Наконец, найдем условный закон распределения величины Y при $X = 2$.

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=2)$	0.4		0.6		
$p(Y=y_j)$		0.5		0.5		1

Наконец, найдем условный закон распределения величины Y при $X = 2$.

Величины X и Y зависимы!

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=2)$	0.4		0.6		
$p(Y=y_j)$		0.5		0.5		1

$X = 0$ и $X = 2$ образуют полную группу событий и несовместны.

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=2)$	0.4		0.6		
$p(Y=y_j)$		0.5		0.5		1

$X = 0$ и $X = 2$ образуют полную группу событий и несовместны.

Вероятность суммы этих событий равна сумме вероятностей и равна 1.

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=2)$	0.4		0.6		
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

$X = 0$ и $X = 2$ образуют полную группу событий и несовместны.

Вероятность суммы этих событий равна сумме вероятностей и равна 1.

Это же верно для условных вероятностей!

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=2)$	0.4		0.6		
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

$X = 0$ и $X = 2$ образуют полную группу событий и несовместны.

Вероятность суммы этих событий равна сумме вероятностей и равна 1.

Это же верно для условных вероятностей!

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=2)$	0.4		0.6		
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

$X = 0$ и $X = 2$ образуют полную группу событий и несовместны.

Вероятность суммы этих событий равна сумме вероятностей и равна 1.

Это же верно для условных вероятностей!

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=2)$	0.4		0.6		
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

$X = 0$ и $X = 2$ образуют полную группу событий и несовместны.

Вероятность суммы этих событий равна сумме вероятностей и равна 1.

Это же верно для условных вероятностей!

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=2)$	0.4		0.6		
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

$X = 0$ и $X = 2$ образуют полную группу событий и несовместны.

Вероятность суммы этих событий равна сумме вероятностей и равна 1.

Аналогично с законами распределения Y .

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=2)$	0.4		0.6		
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

$X = 0$ и $X = 2$ образуют полную группу событий и несовместны.

Вероятность суммы этих событий равна сумме вероятностей и равна 1.

Аналогично с законами распределения Y .

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=2)$	0.4		0.6		
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

$X = 0$ и $X = 2$ образуют полную группу событий и несовместны.

Вероятность суммы этих событий равна сумме вероятностей и равна 1.

Аналогично с законами распределения Y .

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=0)$	0.4		0.6		
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

$X = 0$ и $X = 2$ образуют полную группу событий и несовместны.

Вероятность суммы этих событий равна сумме вероятностей и равна 1.

Аналогично с законами распределения Y .

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=2)$	0.4		0.6		
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

$X = 0$ и $X = 2$ образуют полную группу событий и несовместны.

Вероятность суммы этих событий равна сумме вероятностей и равна 1.

Так можно проверить правильность вычисления ряда распределения.

Пример 33. Первый бросок:

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=2)$	0.4		0.6		
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

$X = 0$ и $X = 2$ образуют полную группу событий и несовместны.

Вероятность суммы этих событий равна сумме вероятностей и равна 1.

Так можно проверить правильность вычисления ряда распределения.

Пример 33. *Первый бросок:*

если «орел», то на втором броске 2 балла за «орла» и 0 за «решку»; если «решка», то добавляют 2 броска и начисляют 2 балла, если хотя бы раз выпал «орел», иначе начисляют 0 баллов. X — число баллов, Y — число бросков.

Решение. $X \in \{0; 2\}$, $Y \in \{2; 3\}$.

y_i x_i		2		3		$p(X=x_i)$
		$p(X=x_i, Y=2)$	$p(X=x_i Y=2)$	$p(X=x_i, Y=3)$	$p(X=x_i Y=3)$	
0	$p(X=0, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.125	0.25	0.375
	$p(Y=y_j X=0)$	2/3		1/3		
2	$p(X=2, Y=y_j)$	0.25	0.5	0.375	0.75	0.625
	$p(Y=y_j X=2)$	0.4		0.6		
$p(Y = y_j)$		0.5		0.5		1

Вернемся к лекции?

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Ясно, что постановка задачи некорректна:

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Ясно, что постановка задачи некорректна: не указаны характеристики и отношения, по которым проводится сравнение,

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Ясно, что постановка задачи некорректна: не указаны характеристики и отношения, по которым проводится сравнение, критерии сравнения и др.

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Ясно, что постановка задачи некорректна: не указаны характеристики и отношения, по которым проводится сравнение, критерии сравнения и др.

Поэтому требуемые критерии надо выбрать самостоятельно.

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение.

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Зададим закон распределения

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Зададим закон распределения рядом распределения.

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	
$p(X = k)$	

k	
$p(Y = k)$	

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0
$p(X = k)$	

k	
$p(Y = k)$	

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0 100
$p(X = k)$	

k	
$p(Y = k)$	

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0 100
$p(X = k)$	

k	0
$p(Y = k)$	

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0	100
$p(X = k)$		

k	0	1000
$p(Y = k)$		

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0 100
$p(X = k)$	0,9

k	0 1000
$p(Y = k)$	

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$		

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$	0,99	

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$	0,99	0,01

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$	0,99	0,01

У нас сейчас имеется только один «интеграционный» параметр: математическое ожидание.

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$	0,99	0,01

$$M[X] =$$

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$	0,99	0,01

$$\mathbf{M}[X] = 0 \cdot 0,9 + 100 \cdot 0,1 =$$

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$	0,99	0,01

$$M[X] = 0 \cdot 0,9 + 100 \cdot 0,1 = 10,$$

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$	0,99	0,01

$$\mathbf{M}[X] = 0 \cdot 0,9 + 100 \cdot 0,1 = 10, \quad \mathbf{M}[Y] =$$

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$	0,99	0,01

$$\mathbf{M}[X] = 0 \cdot 0,9 + 100 \cdot 0,1 = 10, \quad \mathbf{M}[Y] = 0 \cdot 0,99 + 1000 \cdot 0,01 =$$

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$	0,99	0,01

$$\mathbf{M}[X] = 0 \cdot 0,9 + 100 \cdot 0,1 = 10, \quad \mathbf{M}[Y] = 0 \cdot 0,99 + 1000 \cdot 0,01 = 10.$$

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. Составим ряды распределения:

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$	0,99	0,01

$$\mathbf{M}[X] = 0 \cdot 0,9 + 100 \cdot 0,1 = 10, \quad \mathbf{M}[Y] = 0 \cdot 0,99 + 1000 \cdot 0,01 = 10.$$

Математическое ожидание выигрыша составляет по 10 рублей.

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. $\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[Y] = 10$.

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$	0,99	0,01

$$\mathbf{M}[X] = 0 \cdot 0,9 + 100 \cdot 0,1 = 10, \quad \mathbf{M}[Y] = 0 \cdot 0,99 + 1000 \cdot 0,01 = 10.$$

Математическое ожидание выигрыша составляет по 10 рублей.

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. $\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[Y] = 10$.

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$	0,99	0,01

Итак, математические ожидания совпали, но эти лотереи различаются кардинально!

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. $\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[Y] = 10$.

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$	0,99	0,01

Итак, математические ожидания совпали, но эти лотереи различаются кардинально!

Значит, нужны новые «интеграционные» параметры.

Пример 34. Сравнить лотереи, в которых участвует по 100 билетов и суммарный выигрыш составляет 1000 рублей, но в первой лотерее имеем 10 билетов с выигрышем по 100 рублей, а во второй — все 1000 рублей приходятся на один билет. Случайное событие состоит в том, что куплен 1 билет лотереи.

Решение. $M[X] = M[Y] = 10$.

k	0	100
$p(X = k)$	0,9	0,1

k	0	1000
$p(Y = k)$	0,99	0,01

Итак, математические ожидания совпали, но эти лотереи различаются кардинально!

Значит, нужны новые «интеграционные» параметры.

Вернёмся к лекции?

Пример 35. Для *примера 30*
со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

Решение.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Пример 35. Для *примера 30*
со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

Решение. $\mathbf{M}[k] =$

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Пример 35. Для *примера 30*
 со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1 \cdot \quad + 2 \cdot \quad + 3 \cdot \quad + 4 \cdot \quad =$

Пример 35. Для *примера 30*
со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1 \cdot 0.8 + 2 \cdot 0.16 + 3 \cdot 0.032 + 4 \cdot 0.008 =$

Пример 35. Для *примера 30*
со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1 \cdot 0.8 + 2 \cdot 0.16 + 3 \cdot 0.032 + 4 \cdot 0.008 = 1.248$.

Пример 35. Для *примера 30*
со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1 \cdot 0.8 + 2 \cdot 0.16 + 3 \cdot 0.032 + 4 \cdot 0.008 = 1.248$.

Это правдоподобно, так как наблюдаемые значения 1,2,3,4 величины X не меньше 1, причем наиболее вероятное значение равно 1.

Пример 35. Для *примера 30*
со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1 \cdot 0.8 + 2 \cdot 0.16 + 3 \cdot 0.032 + 4 \cdot 0.008 = 1.248$.

Это правдоподобно, так как наблюдаемые значения 1,2,3,4 величины X не меньше 1, причем наиболее вероятное значение равно 1.

Вероятность появления значения 2 намного меньше ($0.16 \ll 0.8$), а остальные значения совсем маловероятны.

Пример 35. Для *примера 30*
со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1 \cdot 0.8 + 2 \cdot 0.16 + 3 \cdot 0.032 + 4 \cdot 0.008 = 1.248$.

Это правдоподобно, так как наблюдаемые значения 1,2,3,4 величины X не меньше 1, причем наиболее вероятное значение равно 1.

Вероятность появления значения 2 намного меньше ($0.16 \ll 0.8$), а остальные значения совсем маловероятны.

Именно поэтому $\mathbf{M}[k]$ «чуть больше» 1.

Пример 35. Для *примера 30*
со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1 \cdot 0.8 + 2 \cdot 0.16 + 3 \cdot 0.032 + 4 \cdot 0.008 = 1.248$.

Для вычисления дисперсии найдем ряд распределения СВ $k - \mathbf{M}[k]$ и $(k - \mathbf{M}[k])^2$:

Пример 35. Для *примера 30*

со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1 \cdot 0.8 + 2 \cdot 0.16 + 3 \cdot 0.032 + 4 \cdot 0.008 = 1.248$.

Для вычисления дисперсии найдем ряд распределения СВ $k - \mathbf{M}[k]$ и $(k - \mathbf{M}[k])^2$:

$(k - M[k])^2$				
$k - M[k]$				
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Пример 35. Для *примера 30*

со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1 \cdot 0.8 + 2 \cdot 0.16 + 3 \cdot 0.032 + 4 \cdot 0.008 = 1.248$.

Для вычисления дисперсии найдем ряд распределения СВ $k - \mathbf{M}[k]$ и $(k - \mathbf{M}[k])^2$:

$(k - M[k])^2$				
$k - M[k]$	-0.248	0.752	1.752	2.752
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Пример 35. Для *примера 30*

со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1 \cdot 0.8 + 2 \cdot 0.16 + 3 \cdot 0.032 + 4 \cdot 0.008 = 1.248$.

Для вычисления дисперсии найдем ряд распределения СВ $k - \mathbf{M}[k]$ и $(k - \mathbf{M}[k])^2$:

$(k - M[k])^2$	0.061504	0.565504	3.069504	7.573504
$k - M[k]$	-0.248	0.752	1.752	2.752
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Пример 35. Для *примера 30*

со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1 \cdot 0.8 + 2 \cdot 0.16 + 3 \cdot 0.032 + 4 \cdot 0.008 = 1.248$.

Для вычисления дисперсии найдем ряд распределения СВ $k - \mathbf{M}[k]$ и $(k - \mathbf{M}[k])^2$:

$(k - M[k])^2$	0.061504	0.565504	3.069504	7.573504
$k - M[k]$	-0.248	0.752	1.752	2.752
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

$\mathbf{D}[k] =$

Пример 35. Для *примера 30*

со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1 \cdot 0.8 + 2 \cdot 0.16 + 3 \cdot 0.032 + 4 \cdot 0.008 = 1.248$.

Для вычисления дисперсии найдем ряд распределения СВ $k - \mathbf{M}[k]$ и $(k - \mathbf{M}[k])^2$:

$(k - M[k])^2$	0.061504	0.565504	3.069504	7.573504
$k - M[k]$	-0.248	0.752	1.752	2.752
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

$$\mathbf{D}[k] = 0.061504 \cdot 0.8 + 0.565504 \cdot 0.16 + 3.069504 \cdot 0.032 + 7.573504 \cdot 0.008 =$$

Пример 35. Для *примера 30*

со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1 \cdot 0.8 + 2 \cdot 0.16 + 3 \cdot 0.032 + 4 \cdot 0.008 = 1.248$.

Для вычисления дисперсии найдем ряд распределения СВ $k - \mathbf{M}[k]$ и $(k - \mathbf{M}[k])^2$:

$(k - M[k])^2$	0.061504	0.565504	3.069504	7.573504
$k - M[k]$	-0.248	0.752	1.752	2.752
k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

$$\begin{aligned}\mathbf{D}[k] &= 0.061504 \cdot 0.8 + 0.565504 \cdot 0.16 + 3.069504 \cdot 0.032 + 7.573504 \cdot 0.008 = \\ &= 0.298496.\end{aligned}$$

Пример 35. Для *примера 30*
со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1.248$, $\mathbf{D}[k] = 0.298496$.

Следовательно, $\sigma[k] \approx 0.546$.

Пример 35. Для *примера 30*
со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1.248$, $\mathbf{D}[k] = 0.298496$, $\sigma[k] \approx 0.546$.

Этот результат является, по крайней мере, правдоподобным, поскольку наиболее вероятное значение величины X равно 1, и отличается от математического ожидания 1.248 только лишь на 0.248.

Пример 35. Для *примера 30*

со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1.248$, $\mathbf{D}[k] = 0.298496$, $\sigma[k] \approx 0.546$.

Этот результат является, по крайней мере, правдоподобным, поскольку наиболее вероятное значение величины X равно 1, и отличается от математического ожидания 1.248 только лишь на 0.248.

Значение $\sigma[X]$ намного больше числа 0.248 (более, чем в два раза!), так как отклонения от $\mathbf{M}[X]$ других возможных значений величины X очень велики, и их воздействие на значение $\sigma[X]$ оказывается весьма заметным (учтите, что при вычислении $\mathbf{D}[X]$ суммируются произведения вероятностей даже не на сами отклонения, а на их квадраты!).

Пример 35. Для *примера 30*
со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1.248$, $\mathbf{D}[k] = 0.298496$, $\sigma[k] \approx 0.546$.

Заметим, что

$$\mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 =$$

Пример 35. Для *примера 30*

со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1.248$, $\mathbf{D}[k] = 0.298496$, $\sigma[k] \approx 0.546$.

Заметим, что

$$\mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = 1 \cdot 0.8 + 4 \cdot 0.16 + 9 \cdot 0.032 + 16 \cdot 0.008 - 1.248 \cdot 1.248 =$$

Пример 35. Для *примера 30*

со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1.248$, $\mathbf{D}[k] = 0.298496$, $\sigma[k] \approx 0.546$.

Заметим, что

$$\begin{aligned}\mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 &= 1 \cdot 0.8 + 4 \cdot 0.16 + 9 \cdot 0.032 + 16 \cdot 0.008 - 1.248 \cdot 1.248 = \\ &= 0.298496 =\end{aligned}$$

Пример 35. Для *примера 30*

со стрелком вычислить $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$.

k	1	2	3	4
p_k	0.8	0.16	0.032	0.008

Решение. $\mathbf{M}[k] = 1.248$, $\mathbf{D}[k] = 0.298496$, $\sigma[k] \approx 0.546$.

Заметим, что

$$\begin{aligned}\mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 &= 1 \cdot 0.8 + 4 \cdot 0.16 + 9 \cdot 0.032 + 16 \cdot 0.008 - 1.248 \cdot 1.248 = \\ &= 0.298496 = \mathbf{D}[X].\end{aligned}$$

Случайно ли это?

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

найти **плотность распределения**
вероятностей, **математическое**
ожидание, **дисперсию** и **среднее**
квадратическое отклонение.

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
 вероятностей, **математическое**
ожидание, дисперсию и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.
$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} \text{при } x < 0, \\ \text{при } 0 < x < 3, \\ \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
вероятностей, **математическое**
ожидание, **дисперсию** и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.
$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ & \text{при } 0 < x < 3, \\ & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
 вероятностей, **математическое**
ожидание, **дисперсию** и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.
$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
 вероятностей, **математическое**
ожидание, **дисперсию** и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.
$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание**, **дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$M[X] =$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
 вероятностей, **математическое**
ожидание, **дисперсию** и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx =$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
 вероятностей, **математическое**
ожидание, **дисперсию** и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^0 x \cdot 0 dx +$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание, дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^0 x \cdot 0 dx + \int_0^3 x \frac{2x}{9} dx +$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
 вероятностей, **математическое**
ожидание, дисперсию и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^0 x \cdot 0 dx + \int_0^3 x \frac{2x}{9} dx + \int_3^{+\infty} x \cdot 0 dx =$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
 вероятностей, **математическое**
ожидание, дисперсию и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^0 x \cdot 0 dx + \int_0^3 x \frac{2x}{9} dx + \int_3^{+\infty} x \cdot 0 dx = \frac{2}{27} x^3 \Big|_0^3 =$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
 вероятностей, **математическое**
ожидание, дисперсию и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^0 x \cdot 0 dx + \int_0^3 x \frac{2x}{9} dx + \int_3^{+\infty} x \cdot 0 dx = \frac{2}{27} x^3 \Big|_0^3 = 2.$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения вероятностей, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

$$\mathbf{M}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^0 x \cdot 0 dx + \int_0^3 x \frac{2x}{9} dx + \int_3^{+\infty} x \cdot 0 dx = \frac{2}{27} x^3 \Big|_0^3 = 2.$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
 вероятностей, **математическое**
ожидание, дисперсию и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

Этот результат совершенно естественный, так как наблюдаемые значения величины X принадлежат интервалу $(0; 3)$, причем вероятность появления значений, близких к 3, выше, чем значений, близких к 1.

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
вероятностей, **математическое**
ожидание, **дисперсию** и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

С вероятностью 0.64 наблюдаемые значения будут больше 1.8.

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
 вероятностей, **математическое**
ожидание, дисперсию и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

С вероятностью 0.64 наблюдаемые значения будут больше 1.8.

В самом деле, пусть x_0 — такое число, что $p(X \geq x_0) = 0.64$. Событие $X \geq x_0$ является обратным к событию $X < x_0$, поэтому $x_0 > 0$ и вероятность события $X \geq x_0$ равна...

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
вероятностей, математическое
ожидание, дисперсию и среднее
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

С вероятностью 0.64 наблюдаемые значения будут больше 1.8.

$$0.64 = p(X \geq x_0) =$$

В самом деле, пусть x_0 — такое число, что $p(X \geq x_0) = 0.64$. Событие $X \geq x_0$ является обратным к событию $X < x_0$, поэтому $x_0 > 0$ и вероятность события $X \geq x_0$ равна...

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения вероятностей, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

С вероятностью 0.64 наблюдаемые значения будут больше 1.8.

$$0.64 = p(X \geq x_0) = 1 - p(X < x_0) =$$

В самом деле, пусть x_0 — такое число, что $p(X \geq x_0) = 0.64$. Событие $X \geq x_0$ является обратным к событию $X < x_0$, поэтому $x_0 > 0$ и вероятность события $X \geq x_0$ равна...

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание, дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение.**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

С вероятностью 0.64 наблюдаемые значения будут больше 1.8.

$$0.64 = p(X \geq x_0) = 1 - p(X < x_0) = 1 - F(x_0) =$$

В самом деле, пусть x_0 — такое число, что $p(X \geq x_0) = 0.64$. Событие $X \geq x_0$ является обратным к событию $X < x_0$, поэтому $x_0 > 0$ и вероятность события $X \geq x_0$ равна...

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения вероятностей, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

С вероятностью 0.64 наблюдаемые значения будут больше 1.8.

$$0.64 = p(X \geq x_0) = 1 - p(X < x_0) = 1 - F(x_0) = 1 - \frac{x_0^2}{9},$$

В самом деле, пусть x_0 — такое число, что $p(X \geq x_0) = 0.64$. Событие $X \geq x_0$ является обратным к событию $X < x_0$, поэтому $x_0 > 0$ и вероятность события $X \geq x_0$ равна...

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
вероятностей, математическое
ожидание, дисперсию и среднее
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

С вероятностью 0.64 наблюдаемые значения будут больше 1.8.

$$0.64 = p(X \geq x_0) = 1 - p(X < x_0) = 1 - F(x_0) = 1 - \frac{x_0^2}{9},$$

откуда $\begin{cases} x_0^2 = \\ x_0 > 0, \end{cases}$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения вероятностей, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

С вероятностью 0.64 наблюдаемые значения будут больше 1.8.

$$0.64 = p(X \geq x_0) = 1 - p(X < x_0) = 1 - F(x_0) = 1 - \frac{x_0^2}{9},$$

откуда $\begin{cases} x_0^2 = 0.36 \cdot 9, \\ x_0 > 0, \end{cases}$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
вероятностей, **математическое**
ожидание, **дисперсию** и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

С вероятностью 0.64 наблюдаемые значения будут больше 1.8.

$$0.64 = p(X \geq x_0) = 1 - p(X < x_0) = 1 - F(x_0) = 1 - \frac{x_0^2}{9},$$

откуда $\begin{cases} x_0^2 = 0.36 \cdot 9, \\ x_0 > 0, \end{cases}$ то есть $x_0 = 1.8$.

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения вероятностей, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

$$\mathbf{D}[X] =$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения вероятностей, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] =$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
 вероятностей, **математическое**
ожидание, дисперсию и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - 2)^2 f(x) dx =$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
 вероятностей, **математическое**
ожидание, дисперсию и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - 2)^2 f(x) dx = \int_0^3 (x - 2)^2 \cdot \frac{2x}{9} dx =$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения**
 $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$ **вероятностей, математическое**
ожидание, дисперсию и среднее
квадратическое отклонение.

Решение. $\begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}[X] &= \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - 2)^2 f(x) dx = \int_0^3 (x - 2)^2 \cdot \frac{2x}{9} dx = \\ &= \frac{1}{18} \cdot 3^4 - \end{aligned}$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание, дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}[X] &= \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - 2)^2 f(x) dx = \int_0^3 (x - 2)^2 \cdot \frac{2x}{9} dx = \\ &= \frac{1}{18} \cdot 3^4 - \frac{8}{27} \cdot 3^3 + \end{aligned}$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения**
 $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$ **вероятностей, математическое**
ожидание, дисперсию и среднее
квадратическое отклонение.

Решение. $\mathbf{M}[X] = 2,$

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}[X] &= \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - 2)^2 f(x) dx = \int_0^3 (x - 2)^2 \cdot \frac{2x}{9} dx = \\ &= \frac{1}{18} \cdot 3^4 - \frac{8}{27} \cdot 3^3 + \frac{4}{9} \cdot 3^2 = \end{aligned}$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
 найти **плотность распределения**
вероятностей, **математическое**
ожидание, **дисперсию** и **среднее**
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad \mathbf{M}[X] = 2,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}[X] &= \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - 2)^2 f(x) dx = \int_0^3 (x - 2)^2 \cdot \frac{2x}{9} dx = \\ &= \frac{1}{18} \cdot 3^4 - \frac{8}{27} \cdot 3^3 + \frac{4}{9} \cdot 3^2 = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание, дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$\mathbf{M}[X] = 2,$
 $\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 =$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}[X] &= \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - 2)^2 f(x) dx = \int_0^3 (x - 2)^2 \cdot \frac{2x}{9} dx = \\ &= \frac{1}{18} \cdot 3^4 - \frac{8}{27} \cdot 3^3 + \frac{4}{9} \cdot 3^2 = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание**, **дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 =$$

Следовательно, $\sigma[X] = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7$.

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание**, **дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \sigma[X] = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 =$$

Следовательно, $\sigma[X] = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7$.

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание, дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \sigma[X] = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 =$$

Значение $\sigma[X]$ является правдоподобным, так как $\mathbf{M}[X] = 2$, а наблюдаемые значения величины X принадлежат интервалу $(0; 3)$.

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание, дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \sigma[X] = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 =$$

Значение $\sigma[X]$ является правдоподобным, так как $\mathbf{M}[X] = 2$, а наблюдаемые значения величины X принадлежат интервалу $(0; 3)$.

Кроме того, **как мы отмечали выше**, с вероятностью 0.64 эти значения больше 1.8.

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание**, **дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \sigma[X] = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 =$$

Снова замечаем, что

$$\mathbf{M} [X^2] - \mathbf{M}[X]^2 =$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание, дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \sigma[X] = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 =$$

Снова замечаем, что

$$\mathbf{M} [X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - 2^2 =$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание**, **дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \sigma[X] = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 =$$

Снова замечаем, что

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - 2^2 = \\ &= \int_{-\infty}^0 x^2 0 dx + \int_0^3 x^2 \frac{2x}{9} dx + \int_3^{+\infty} x^2 0 dx - 4 = \end{aligned}$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения вероятностей, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \sigma[X] = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 =$$

Снова замечаем, что

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - 2^2 = \\ &= \int_{-\infty}^0 x^2 0 dx + \int_0^3 x^2 \frac{2x}{9} dx + \int_3^{+\infty} x^2 0 dx - 4 = \frac{1}{18} x^4 \Big|_0^3 - 4 = \end{aligned}$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения вероятностей, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \sigma[X] = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 =$$

Снова замечаем, что

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - 2^2 = \\ &= \int_{-\infty}^0 x^2 0 dx + \int_0^3 x^2 \frac{2x}{9} dx + \int_3^{+\infty} x^2 0 dx - 4 = \frac{1}{18} x^4 \Big|_0^3 - 4 = \frac{1}{2} = \end{aligned}$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание**, **дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \sigma[X] = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 =$$

Снова замечаем, что

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - 2^2 = \\ &= \int_{-\infty}^0 x^2 0 dx + \int_0^3 x^2 \frac{2x}{9} dx + \int_3^{+\infty} x^2 0 dx - 4 = \frac{1}{18} x^4 \Big|_0^3 - 4 = \frac{1}{2} = \mathbf{D}[X]. \end{aligned}$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание**, **дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \sigma[X] = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 =$$

Снова замечаем, что

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - 2^2 = \mathbf{D}[X]. \\ &= \int_{-\infty}^0 x^2 0 dx + \int_0^3 x^2 \frac{2x}{9} dx + \int_3^{+\infty} x^2 0 dx - 4 = \frac{1}{18} x^4 \Big|_0^3 - 4 = \frac{1}{2} = \mathbf{D}[X]. \end{aligned}$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$
вероятностей, математическое
ожидание, дисперсию и среднее
квадратическое отклонение.

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \sigma[X] = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 =$$

Снова замечаем, что

$$\mathbf{M} [X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - 2^2 = \mathbf{D}[X].$$

Вновь экспериментально подтверждается правило

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = \mathbf{M} [X^2] - \mathbf{M}[X]^2.$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание, дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, & \sigma[X] &= \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7, \\ \mathbf{D}[X] &= \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 = \\ &= \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2. \end{aligned}$$

Снова замечаем, что

$$\mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - 2^2 = \mathbf{D}[X].$$

Вновь экспериментально подтверждается правило

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2.$$

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения вероятностей, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, & \sigma[X] &= \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7, \\ \mathbf{D}[X] &= \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 = \\ &= \mathbf{M} [X^2] - \mathbf{M}[X]^2. \end{aligned}$$

Снова замечаем, что

$$\mathbf{M} [X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - 2^2 = \mathbf{D}[X].$$

Вновь экспериментально подтверждается правило

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M} [(X - \mathbf{M}[X])^2] = \mathbf{M} [X^2] - \mathbf{M}[X]^2.$$

Видимо, это не случайно?

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание**, **дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, & \sigma[X] &= \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7, \\ \mathbf{D}[X] &= \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 = \\ &= \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2. \end{aligned}$$

Снова замечаем, что

$$\mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - 2^2 = \mathbf{D}[X].$$

Вернёмся к лекции?

Пример 36. Для СВ из **прим. 32** с **функцией распределения** найти **плотность распределения** вероятностей, **математическое ожидание**, **дисперсию** и **среднее квадратическое отклонение**.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1, & \text{при } x > 3, \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ \frac{2x}{9}, & \text{при } 0 < x < 3, \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, & \sigma[X] &= \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.7, \\ \mathbf{D}[X] &= \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = 1/2 = \\ &= \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2. \end{aligned}$$

Снова замечаем, что

$$\mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - 2^2 = \mathbf{D}[X].$$

Вернёмся к лекции?

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение.

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Нам надо найти закон распределения. Обычно он задается либо с помощью функции распределения $F_X(x) = p(X \leq x)$, либо, для непрерывной СВ, плотностью распределения $f_X(x) = F'_X(x)$, либо, для дискретной СВ, рядом распределения. В данном случае, очевидно, последний способ является наиболее приемлемым.

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Для составления ряда распределения надо найти $p(X = x_2)$ и сами значения x_1 и x_2 . Первое найти легко: если A — событие, заключающееся в том, что $X = x_1$, а B — событие, заключающееся в том, что $X = x_2$, то, по условию, $A + B$ — достоверное событие.

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Так как события A и B несовместны, то

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Так как события A и B несовместны, то

$$1 =$$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Так как события A и B несовместны, то

$$1 = p(A + B) =$$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Так как события A и B несовместны, то $1 = p(A + B) = p(A) + p(B)$.

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Так как события A и B несовместны, то

$$1 = p(A + B) = p(A) + p(B).$$

По условию $p(A) =$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Так как события A и B несовместны, то

$$1 = p(A + B) = p(A) + p(B).$$

По условию $p(A) = p(X = x_1) =$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Так как события A и B несовместны, то

$$1 = p(A + B) = p(A) + p(B).$$

По условию $p(A) = p(X = x_1) = 0.8$.

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Так как события A и B несовместны, то

$$1 = p(A + B) = p(A) + p(B).$$

По условию $p(A) = p(X = x_1) = 0.8$.

Следовательно, $p(X = x_2) =$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Так как события A и B несовместны, то

$$1 = p(A + B) = p(A) + p(B).$$

По условию $p(A) = p(X = x_1) = 0.8$.

Следовательно, $p(X = x_2) = p(B) =$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Так как события A и B несовместны, то

$$1 = p(A + B) = p(A) + p(B).$$

По условию $p(A) = p(X = x_1) = 0.8$.

Следовательно, $p(X = x_2) = p(B) = 1 - p(A) =$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Так как события A и B несовместны, то

$$1 = p(A + B) = p(A) + p(B).$$

По условию $p(A) = p(X = x_1) = 0.8$.

Следовательно, $p(X = x_2) = p(B) = 1 - p(A) = 0.2$.

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Осталось найти значения x_1 и x_2 . По определению математического ожидания и формуле для дисперсии имеем

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Осталось найти значения x_1 и x_2 . По определению математического ожидания и формуле для дисперсии имеем

$$\begin{cases} 3.2 = \\ 0.16 = \end{cases}$$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Осталось найти значения x_1 и x_2 . По определению математического ожидания и формуле для дисперсии имеем

$$\begin{cases} 3.2 = \mathbf{M}[X] = \\ 0.16 = \mathbf{D}[X] = \end{cases}$$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Осталось найти значения x_1 и x_2 . По определению математического ожидания и формуле для дисперсии имеем

$$\begin{cases} 3.2 = \mathbf{M}[X] = x_1 p_1 + x_2 p_2 = \\ 0.16 = \mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \end{cases}$$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Осталось найти значения x_1 и x_2 . По определению математического ожидания и формуле для дисперсии имеем

$$\begin{cases} 3.2 = \mathbf{M}[X] = x_1 p_1 + x_2 p_2 = x_1 \cdot 0.8 + x_2 \cdot 0.2 \\ 0.16 = \mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = x_1^2 \cdot 0.8 + x_2^2 \cdot 0.2 - 3.2^2 \end{cases}$$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Осталось найти значения x_1 и x_2 . По определению математического ожидания и формуле для дисперсии имеем

$$\begin{cases} 3.2 = \mathbf{M}[X] = x_1 p_1 + x_2 p_2 = x_1 \cdot 0.8 + x_2 \cdot 0.2 \\ 0.16 = \mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = x_1^2 \cdot 0.8 + x_2^2 \cdot 0.2 - 3.2^2 \end{cases}$$

Напомним, что *определение* дисперсии имеет вид:
 $\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2]$.

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Осталось найти значения x_1 и x_2 . По определению математического ожидания и формуле для дисперсии имеем

$$\begin{cases} 3.2 = \mathbf{M}[X] = x_1 p_1 + x_2 p_2 = x_1 \cdot 0.8 + x_2 \cdot 0.2 \\ 0.16 = \mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = x_1^2 \cdot 0.8 + x_2^2 \cdot 0.2 - 3.2^2 \end{cases}$$

Напомним, что *определение* дисперсии имеет вид:
 $\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2]$.

Но справедлива формула $\mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2$.

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Решим полученную систему уравнений. Из первого уравнения $x_2 = 16 - 4x_1$, откуда, подставляя во второе уравнение исходной системы, получаем $x_1^2 \cdot 0.8 + (16 - 4x_1)^2 \cdot 0.2 - 3.2^2 = 0.16$.

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Решим полученную систему уравнений. Из первого уравнения $x_2 = 16 - 4x_1$, откуда, подставляя во второе уравнение исходной системы, получаем $x_1^2 \cdot 0.8 + (16 - 4x_1)^2 \cdot 0.2 - 3.2^2 = 0.16$.

$$4x_1^2 - 25.6x + 40.8 = 0$$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Решим полученную систему уравнений. Из первого уравнения $x_2 = 16 - 4x_1$, откуда, подставляя во второе уравнение исходной системы, получаем $x_1^2 \cdot 0.8 + (16 - 4x_1)^2 \cdot 0.2 - 3.2^2 = 0.16$.

$$4x_1^2 - 25.6x + 40.8 = 0, \quad \frac{4}{5}(x - 3)(5x - 17).$$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Решим полученную систему уравнений.

Значит, либо $x_1 = 3$, либо $x_1 = \frac{17}{5}$.

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Решим полученную систему уравнений.

Значит, либо $x_1 = 3$, либо $x_1 = \frac{17}{5}$.

В первом случае $x_2 =$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Решим полученную систему уравнений.

Значит, либо $x_1 = 3$, либо $x_1 = \frac{17}{5}$.

В первом случае $x_2 = 16 - 4 \cdot 3 =$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Решим полученную систему уравнений.

Значит, либо $x_1 = 3$, либо $x_1 = \frac{17}{5}$.

В первом случае $x_2 = 16 - 4 \cdot 3 = 4 \quad 3 = x_1$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Решим полученную систему уравнений.

Значит, либо $x_1 = 3$, либо $x_1 = \frac{17}{5}$.

В первом случае $x_2 = 16 - 4 \cdot 3 = 4 > 3 = x_1$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Решим полученную систему уравнений.

Значит, либо $x_1 = 3$, либо $x_1 = \frac{17}{5}$.

В первом случае $x_2 = 16 - 4 \cdot 3 = 4 > 3 = x_1$,

а во втором — $x_2 =$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Решим полученную систему уравнений.

Значит, либо $x_1 = 3$, либо $x_1 = \frac{17}{5}$.

В первом случае $x_2 = 16 - 4 \cdot 3 = 4 > 3 = x_1$,

а во втором — $x_2 = 16 - 4 \cdot \frac{17}{5} =$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Решим полученную систему уравнений.

Значит, либо $x_1 = 3$, либо $x_1 = \frac{17}{5}$.

В первом случае $x_2 = 16 - 4 \cdot 3 = 4 > 3 = x_1$,

а во втором — $x_2 = 16 - 4 \cdot \frac{17}{5} = \frac{12}{5} < \frac{17}{5} = x_1$

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Решим полученную систему уравнений.

Значит, либо $x_1 = 3$, либо $x_1 = \frac{17}{5}$.

В первом случае $x_2 = 16 - 4 \cdot 3 = 4 > 3 = x_1$,

а во втором — $x_2 = 16 - 4 \cdot \frac{17}{5} = \frac{12}{5} < \frac{17}{5} = x_1$.

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Решим полученную систему уравнений.

Значит, либо $x_1 = 3$, либо $x_1 = \frac{17}{5}$.

В первом случае $x_2 = 16 - 4 \cdot 3 = 4 > 3 = x_1$,

а во втором — $x_2 = 16 - 4 \cdot \frac{17}{5} = \frac{12}{5} < \frac{17}{5} = x_1$.

Значит, второй случай противоречит условию задачи.

Пример 37. Дискретная случайная величина X может принимать только 2 значения: x_1, x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известно, что $p(X = x_1) = 0.8$, $\mathbf{M}[X] = 3.2$, $\mathbf{D}[X] = 0.16$. Найти закон распределения этой случайной величины.

Решение. Решим полученную систему уравнений.

Значит, либо $x_1 = 3$, либо $x_1 = \frac{17}{5}$.

В первом случае $x_2 = 16 - 4 \cdot 3 = 4 > 3 = x_1$,

а во втором — $x_2 = 16 - 4 \cdot \frac{17}{5} = \frac{12}{5} < \frac{17}{5} = x_1$.

Значит, второй случай противоречит условию задачи.

Ответ:

x_i	3	4
p_i	0.8	0.2

.

Вернёмся к лекции?

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение.

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение.

Так как случайная величина — непрерывная, то

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение.

Так как случайная величина — непрерывная, то $p(X = 2) = 0$.

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

Так как случайная величина — непрерывная, то $p(X = 2) = 0$.

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$p(2 < X < 11) =$

Согласно определению функции распределения и формулы для функции распределения нормально распределенной СВ...

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$p(2 < X < 11) =$$

Согласно определению функции распределения и формулы для функции распределения нормально распределенной СВ...
($X < 11$) =

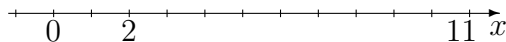
Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$p(2 < X < 11) =$

Согласно определению функции распределения и формулы для функции распределения нормально распределенной СВ...

$(X < 11) =$



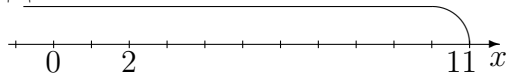
Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$p(2 < X < 11) =$$

Согласно определению функции распределения и формулы для функции распределения нормально распределенной СВ...

$$(X < 11) =$$



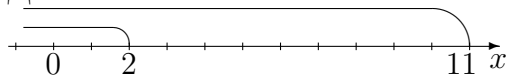
Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$p(2 < X < 11) =$$

Согласно определению функции распределения и формулы для функции распределения нормально распределенной СВ...

$$(X < 11) =$$



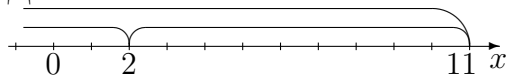
Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$p(2 < X < 11) =$$

Согласно определению функции распределения и формулы для функции распределения нормально распределенной СВ...

$$(X < 11) =$$



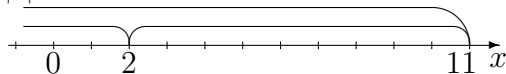
Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$p(2 < X < 11) =$$

Согласно определению функции распределения и формулы для функции распределения нормально распределенной СВ...

$$(X < 11) = (X < 2) +$$



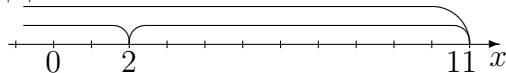
Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$p(2 < X < 11) =$$

Согласно определению функции распределения и формулы для функции распределения нормально распределенной СВ...

$$(X < 11) = (X < 2) + (X = 2) +$$



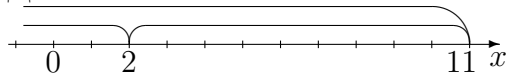
Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$p(2 < X < 11) =$$

Согласно определению функции распределения и формулы для функции распределения нормально распределенной СВ...

$$(X < 11) = (X < 2) + (X = 2) + (2 < X < 11)$$



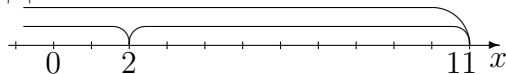
Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$p(2 < X < 11) =$$

Согласно определению функции распределения и формулы для функции распределения нормально распределенной СВ...

$$p(X < 11) = p((X < 2) + (X = 2) + (2 < X < 11)) =$$



Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

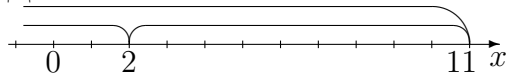
Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$p(2 < X < 11) =$$

Согласно определению функции распределения и формулы для функции распределения нормально распределенной СВ...

$$p(X < 11) = p((X < 2) + (X = 2) + (2 < X < 11)) =$$

$$= p(X < 2) + p(X = 2) + p(2 < X < 11).$$



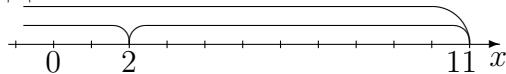
Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$p(2 < X < 11) = p(X < 11) - (p(X < 2) + p(X = 2)) =$$

Согласно определению функции распределения и формулы для функции распределения нормально распределенной СВ...

$$\begin{aligned} p(X < 11) &= p((X < 2) + (X = 2) + (2 < X < 11)) = \\ &= p(X < 2) + p(X = 2) + p(2 < X < 11). \end{aligned}$$



Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$\begin{aligned} p(2 < X < 11) &= p(X < 11) - (p(X < 2) + p(X = 2)) = \\ &= F(11) - F(2) = \end{aligned}$$

Согласно определению функции распределения и формулы для функции распределения нормально распределенной СВ...

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$\begin{aligned} p(2 < X < 11) &= p(X < 11) - (p(X < 2) + p(X = 2)) = \\ &= F(11) - F(2) = \\ &= \Phi\left(\frac{11 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{2 - a}{\sigma}\right) = \end{aligned}$$

Согласно определению функции распределения и формулы для функции распределения нормально распределенной СВ...

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$\begin{aligned} p(2 < X < 11) &= p(X < 11) - (p(X < 2) + p(X = 2)) = \\ &= F(11) - F(2) = \\ &= \Phi\left(\frac{11 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{2 - a}{\sigma}\right) = \end{aligned}$$

Значения функции $\Phi(x) =$

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$\begin{aligned} p(2 < X < 11) &= p(X < 11) - (p(X < 2) + p(X = 2)) = \\ &= F(11) - F(2) = \\ &= \Phi\left(\frac{11 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{2 - a}{\sigma}\right) = \end{aligned}$$

Значения функции $\Phi(x) = \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt,$

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$\begin{aligned} p(2 < X < 11) &= p(X < 11) - (p(X < 2) + p(X = 2)) = \\ &= F(11) - F(2) = \\ &= \Phi\left(\frac{11-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{2-a}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{11-4}{5}\right) - \Phi\left(\frac{2-4}{5}\right) = \end{aligned}$$

Значения функции $\Phi(x) = \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$,

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$\begin{aligned} p(2 < X < 11) &= p(X < 11) - (p(X < 2) + p(X = 2)) = \\ &= F(11) - F(2) = \\ &= \Phi\left(\frac{11-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{2-a}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{11-4}{5}\right) - \Phi\left(\frac{2-4}{5}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{7}{5}\right) - \Phi\left(-\frac{2}{5}\right) = \end{aligned}$$

Значения функции $\Phi(x) = \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$,

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$\begin{aligned} p(2 < X < 11) &= p(X < 11) - (p(X < 2) + p(X = 2)) = \\ &= F(11) - F(2) = \\ &= \Phi\left(\frac{11-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{2-a}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{11-4}{5}\right) - \Phi\left(\frac{2-4}{5}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{7}{5}\right) - \Phi\left(-\frac{2}{5}\right) = \Phi\left(\frac{7}{5}\right) + \Phi\left(\frac{2}{5}\right) = \end{aligned}$$

Значения функции $\Phi(x) = \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$,

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$\begin{aligned} p(2 < X < 11) &= p(X < 11) - (p(X < 2) + p(X = 2)) = \\ &= F(11) - F(2) = \\ &= \Phi\left(\frac{11-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{2-a}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{11-4}{5}\right) - \Phi\left(\frac{2-4}{5}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{7}{5}\right) - \Phi\left(-\frac{2}{5}\right) = \Phi\left(\frac{7}{5}\right) + \Phi\left(\frac{2}{5}\right) = \end{aligned}$$

Значения функции $\Phi(x) = \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$, находим численно...

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$\begin{aligned} p(2 < X < 11) &= p(X < 11) - (p(X < 2) + p(X = 2)) = \\ &= F(11) - F(2) = \\ &= \Phi\left(\frac{11-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{2-a}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{11-4}{5}\right) - \Phi\left(\frac{2-4}{5}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{7}{5}\right) - \Phi\left(-\frac{2}{5}\right) = \Phi\left(\frac{7}{5}\right) + \Phi\left(\frac{2}{5}\right) = 0.419 + 0.155 = \end{aligned}$$

Значения функции $\Phi(x) = \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$, находим численно...

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$\begin{aligned} p(2 < X < 11) &= p(X < 11) - (p(X < 2) + p(X = 2)) = \\ &= F(11) - F(2) = \\ &= \Phi\left(\frac{11-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{2-a}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{11-4}{5}\right) - \Phi\left(\frac{2-4}{5}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{7}{5}\right) - \Phi\left(-\frac{2}{5}\right) = \Phi\left(\frac{7}{5}\right) + \Phi\left(\frac{2}{5}\right) = 0.419 + 0.155 = 0.574. \end{aligned}$$

Значения функции $\Phi(x) = \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$, находим численно...

Пример 38. Известны математическое ожидание $a = \mathbf{M}[X] = 4$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma[X] = 5$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания значения этой величины в интервал $(2; 11)$.

Решение. $p(X = 2) = 0$.

$$\begin{aligned} p(2 < X < 11) &= p(X < 11) - (p(X < 2) + p(X = 2)) = \\ &= F(11) - F(2) = 0.574. \\ &= \Phi\left(\frac{11-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{2-a}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{11-4}{5}\right) - \Phi\left(\frac{2-4}{5}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{7}{5}\right) - \Phi\left(-\frac{2}{5}\right) = \Phi\left(\frac{7}{5}\right) + \Phi\left(\frac{2}{5}\right) = 0.419 + 0.155 = 0.574. \end{aligned}$$

Вернёмся к лекции?

Пример 39. *Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.*

Решение.

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{пуасс.}}(X' = x_i)$						

Рассмотрим события...

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел».

Рассмотрим события...

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел».

(трижды выпал «орел») =

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел».

$$(\text{трижды выпал «орел»}) = (A_1 * A_2 * A_3) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел».

$$p(\text{трижды выпал «орел»}) = p(A_1 * A_2 * A_3) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел».

$$p(\text{трижды выпал «орел»}) = p(A_1 * A_2 * A_3) = p(A_1) \cdot p(A_2) \cdot p(A_3) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел».

$$p(\text{трижды выпал «орел»}) = p(A_1 * A_2 * A_3) = p(A_1) \cdot p(A_2) \cdot p(A_3) = \frac{1}{8}.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

$$p(\text{трижды выпал «орел»}) = p(A_1 * A_2 * A_3) = p(A_1) \cdot p(A_2) \cdot p(A_3) = \frac{1}{8}.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Результат каждой серии не зависит от результата других серий.

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Результат каждой серии не зависит от результата других серий.

Вероятность трехкратного выпадения «орла» постоянна (и равна $1/8$).

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

Результат каждой серии не зависит от результата других серий.

Вероятность трехкратного выпадения «орла» постоянна (и равна $1/8$).

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(0) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(0) = C_5^0 \left(\frac{1}{8}\right)^0 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-0} =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(0) = C_5^0 \left(\frac{1}{8}\right)^0 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-0} = \frac{7^5}{8^5} \approx$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$p(X = x_i)$						
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(0) = C_5^0 \left(\frac{1}{8}\right)^0 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-0} = \frac{7^5}{8^5} \approx 0,366.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$					
$p(X = x_i)$	0.51291					
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(0) = C_5^0 \left(\frac{1}{8}\right)^0 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-0} = \frac{7^5}{8^5} \approx 0,366.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$					
$p(X = x_i)$	0.51291					
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(1) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$					
$p(X = x_i)$	0.51291					
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(1) = C_5^1 \left(\frac{1}{8}\right) \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-1} =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$					
$p(X = x_i)$	0.51291					
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(1) = C_5^1 \left(\frac{1}{8}\right) \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-1} = 5 \cdot \frac{7^4}{8^5} \approx$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$					
$p(X = x_i)$	0.51291					
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(1) = C_5^1 \left(\frac{1}{8}\right) \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-1} = 5 \cdot \frac{7^4}{8^5} \approx 0,366.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$				
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636				
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(1) = C_5^1 \left(\frac{1}{8}\right) \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-1} = 5 \cdot \frac{7^4}{8^5} \approx 0,366.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$				
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636				
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(2) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$				
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636				
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(2) = C_5^2 \left(\frac{1}{8}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-2} =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$				
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636				
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(2) = C_5^2 \left(\frac{1}{8}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-2} = 10 \cdot \frac{7^3}{8^5} \approx$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$				
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636				
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(2) = C_5^2 \left(\frac{1}{8}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-2} = 10 \cdot \frac{7^3}{8^5} \approx 0,105.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$			
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468			
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(2) = C_5^2 \left(\frac{1}{8}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-2} = 10 \cdot \frac{7^3}{8^5} \approx 0,105.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$			
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468			
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(3) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$			
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468			
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(3) = C_5^3 \left(\frac{1}{8}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-3} =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$			
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468			
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(3) = C_5^3 \left(\frac{1}{8}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-3} = 10 \cdot \frac{7^2}{8^5} \approx$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$			
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468			
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(3) = C_5^3 \left(\frac{1}{8}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-3} = 10 \cdot \frac{7^2}{8^5} \approx 0,015.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$		
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495		
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(3) = C_5^3 \left(\frac{1}{8}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-3} = 10 \cdot \frac{7^2}{8^5} \approx 0,015.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$		
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495		
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(4) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$		
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495		
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(4) = C_5^4 \left(\frac{1}{8}\right)^4 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-4} =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$		
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495		
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(4) = C_5^4 \left(\frac{1}{8}\right)^4 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-4} = 5 \cdot \frac{7}{8^5} \approx$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$		
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495		
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(4) = C_5^4 \left(\frac{1}{8}\right)^4 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-4} = 5 \cdot \frac{7}{8^5} \approx$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(4) = C_5^4 \left(\frac{1}{8}\right)^4 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-4} = 5 \cdot \frac{7}{8^5} \approx 0,00104.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(5) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(5) = C_5^5 \left(\frac{1}{8}\right)^5 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-5} =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(5) = C_5^5 \left(\frac{1}{8}\right)^5 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-5} = \frac{1}{8^5} \approx$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(5) = C_5^5 \left(\frac{1}{8}\right)^5 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-5} = \frac{1}{8^5} \approx 0,00003.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$p_5(5) = C_5^5 \left(\frac{1}{8}\right)^5 \left(1 - \frac{1}{8}\right)^{5-5} = \frac{1}{8^5} \approx 0,00003.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

Аппроксимируем этот закон с помощью закона Пуассона с теми же параметрами распределения.

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = \quad \mathbf{D}[X] =$$

Для формуле для параметров биномиального закона распределения $p_n(X) =$

имеем $\mathbf{M}[X] = \quad \mathbf{D}[X] =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = \quad \mathbf{D}[X] =$$

Для формуле для параметров биномиального закона распределения $p_n(X) = C_n^X \cdot p^X \cdot q^{n-X}$

имеем $\mathbf{M}[X] = \quad \mathbf{D}[X] =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = \quad \mathbf{D}[X] =$$

Для формуле для параметров биномиального закона распределения $p_n(X) = C_n^X \cdot p^X \cdot q^{n-X}$

имеем $\mathbf{M}[X] = np, \quad \mathbf{D}[X] =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot$$

$$\mathbf{D}[X] =$$

Для формуле для параметров биномиального закона распределения $p_n(X) = C_n^X \cdot p^X \cdot q^{n-X}$

$$\text{имеем } \mathbf{M}[X] = np, \quad \mathbf{D}[X] =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \quad \mathbf{D}[X] =$$

Для формуле для параметров биномиального закона распределения $p_n(X) = C_n^X \cdot p^X \cdot q^{n-X}$

имеем $\mathbf{M}[X] = np$, $\mathbf{D}[X] =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \qquad \mathbf{D}[X] =$$

Для формуле для параметров биномиального закона распределения $p_n(X) = C_n^X \cdot p^X \cdot q^{n-X}$

имеем $\mathbf{M}[X] = np$, $\mathbf{D}[X] =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \qquad \mathbf{D}[X] =$$

Для формуле для параметров биномиального закона распределения $p_n(X) = C_n^X \cdot p^X \cdot q^{n-X}$

имеем $\mathbf{M}[X] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$,

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \qquad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{7}{8} = \frac{35}{64}$$

Для формуле для параметров биномиального закона распределения $p_n(X) = C_n^X \cdot p^X \cdot q^{n-X}$

имеем $\mathbf{M}[X] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$,

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \qquad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8}.$$

Для формуле для параметров биномиального закона распределения $p_n(X) = C_n^X \cdot p^X \cdot q^{n-X}$

имеем $\mathbf{M}[X] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$,

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \qquad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) =$$

Для формуле для параметров биномиального закона распределения $p_n(X) = C_n^X \cdot p^X \cdot q^{n-X}$

имеем $\mathbf{M}[X] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$,

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \qquad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64}$$

Для формуле для параметров биномиального закона распределения $p_n(X) = C_n^X \cdot p^X \cdot q^{n-X}$

имеем $\mathbf{M}[X] = np$, $\mathbf{D}[X] = npq$,

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \qquad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64}$$

Для формуле для параметров случайной величины X' , распределенной по закону Пуассона (с теми же характеристиками закона распределения) $p_n(X') =$, имеем $\mathbf{M}[X'] =$

$$\mathbf{D}[X'] =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \qquad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64}$$

Для формуле для параметров случайной величины X' , распределенной по закону Пуассона (с теми же характеристиками закона распределения) $p_n(X') = \frac{\lambda^{X'}}{X'!} e^{-\lambda}$, имеем $\mathbf{M}[X'] =$

$\mathbf{D}[X'] =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \qquad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64}$$

Для формуле для параметров случайной величины X' , распределенной по закону Пуассона (с теми же характеристиками закона распределения) $p_n(X') = \frac{\lambda^{X'}}{X'!} e^{-\lambda}$, имеем $\mathbf{M}[X'] = \lambda$,

$\mathbf{D}[X'] =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = \mathbf{M}[X'], \quad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64}$$

Для формуле для параметров случайной величины X' , распределенной по закону Пуассона (с теми же характеристиками закона распределения) $p_n(X') = \frac{\lambda^{X'}}{X'!} e^{-\lambda}$, имеем $\mathbf{M}[X'] = \lambda$,

$\mathbf{D}[X'] =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \quad \lambda = \mathbf{M}[X'], \quad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64}$$

Для формуле для параметров случайной величины X' , распределенной по закону Пуассона (с теми же характеристиками закона распределения) $p_n(X') = \frac{\lambda^{X'}}{X'!} e^{-\lambda}$, имеем $\mathbf{M}[X'] = \lambda$,

$\mathbf{D}[X'] =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = \lambda = \mathbf{M}[X'], \quad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64}$$

Для формуле для параметров случайной величины X' , распределенной по закону Пуассона (с теми же характеристиками закона распределения) $p_n(X') = \frac{\lambda^{X'}}{X'!} e^{-\lambda}$, имеем $\mathbf{M}[X'] = \lambda$,

$\mathbf{D}[X'] =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = \lambda = \mathbf{M}[X'], \quad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64}$$

Для формуле для параметров случайной величины X' , распределенной по закону Пуассона (с теми же характеристиками закона распределения) $p_n(X') = \frac{\lambda^{X'}}{X'!} e^{-\lambda}$, имеем $\mathbf{M}[X'] = \lambda$,

$$\mathbf{D}[X'] = \lambda,$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = \lambda = \mathbf{M}[X'], \quad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64} \quad \mathbf{D}[X'].$$

Для формуле для параметров случайной величины X' , распределенной по закону Пуассона (с теми же характеристиками закона распределения) $p_n(X') = \frac{\lambda^{X'}}{X'!} e^{-\lambda}$, имеем $\mathbf{M}[X'] = \lambda$,

$$\mathbf{D}[X'] = \lambda,$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = \lambda = \mathbf{M}[X'], \quad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64} \quad \lambda = \mathbf{D}[X'].$$

Для формуле для параметров случайной величины X' , распределенной по закону Пуассона (с теми же характеристиками закона распределения) $p_n(X') = \frac{\lambda^{X'}}{X'!} e^{-\lambda}$, имеем $\mathbf{M}[X'] = \lambda$,

$$\mathbf{D}[X'] = \lambda,$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = \lambda = \mathbf{M}[X'], \quad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64} \approx \lambda = \mathbf{D}[X'].$$

Для формуле для параметров случайной величины X' , распределенной по закону Пуассона (с теми же характеристиками закона распределения) $p_n(X') = \frac{\lambda^{X'}}{X'!} e^{-\lambda}$, имеем $\mathbf{M}[X'] = \lambda$,

$$\mathbf{D}[X'] = \lambda,$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$						

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = \lambda = \mathbf{M}[X'], \quad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64} \approx \lambda = \mathbf{D}[X'].$$

Для упрощения вычислений возьмем в качестве λ значение $\frac{5}{8}$.

Закон Пуассона: $p_n(X') = \frac{\lambda^{X'}}{X'!} e^{-\lambda}.$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526					

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = \lambda = \mathbf{M}[X'], \quad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64} \approx \lambda = \mathbf{D}[X'].$$

Для упрощения вычислений возьмем в качестве λ значение $\frac{5}{8}$.

Закон Пуассона: $p_n(X') = \frac{\lambda^{X'}}{X'!} e^{-\lambda}.$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = \lambda = \mathbf{M}[X'], \quad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64} \approx \lambda = \mathbf{D}[X'].$$

Для упрощения вычислений возьмем в качестве λ значение $\frac{5}{8}$.

Закон Пуассона: $p_n(X') = \frac{\lambda^{X'}}{X'!} e^{-\lambda}.$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $\mathbf{M}[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043

A_i — при i -м броске выпал «орел». $p(\text{трижды «орел»}) = 1/8$.

Испытания проходят по схеме Бернулли.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = \lambda = \mathbf{M}[X'], \quad \mathbf{D}[X] = 5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{35}{64} \approx \lambda = \mathbf{D}[X'].$$

Для упрощения вычислений возьмем в качестве λ значение $\frac{5}{8}$.

Закон Пуассона: $p_n(X') = \frac{\lambda^{X'}}{X'!} e^{-\lambda}$.

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$						

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$						

$F_X(0) =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$						

$$F_X(0) = p(\quad) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$						

$$F_X(0) = p(X < 0) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$						

$$F_X(0) = p(X < 0) = 0.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0					

$$F_X(0) = p(X < 0) = 0.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0					

$F_X(1) =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0					

$$F_X(1) = p(\quad) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0					

$$F_X(1) = p(X < 1) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0					

$$F_X(1) = p(X < 1) = p(X = 0).$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291				

$$F_X(1) = p(X < 1) = p(X = 0).$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291				

$F_X(2) =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291				

$$F_X(2) = p(\quad) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291				

$$F_X(2) = p(X < 2) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291				

$$F_X(2) = p(X < 2) = p(X = 0) + p(X = 1).$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927			

$$F_X(2) = p(X < 2) = p(X = 0) + p(X = 1).$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927			

$F_X(3) =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927			

$$F_X(3) = p(\quad) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927			

$$F_X(3) = p(X < 3) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927			

$$F_X(3) = p(X < 3) = p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2).$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395		

$$F_X(3) = p(X < 3) = p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2).$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395		

$F_X(4) =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395		

$$F_X(4) = p(\quad) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395		

$$F_X(4) = p(X < 4) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395		

$$F_X(4) = p(X < 4) = p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3).$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	

$$F_X(4) = p(X < 4) = p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3).$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	

$F_X(5) =$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	

$$F_X(5) = p(\quad) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	

$$F_X(5) = p(X < 5) =$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	

$$F_X(5) = p(X < 5) = p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3) + p(X = 4).$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

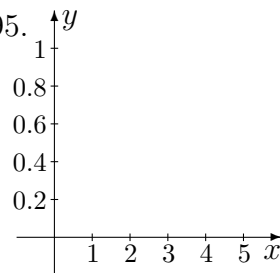
x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997

$$F_X(5) = p(X < 5) = p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3) + p(X = 4).$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

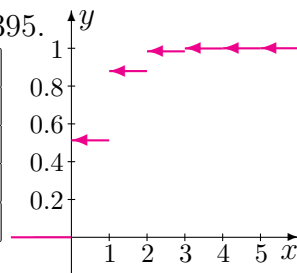
x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997



Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

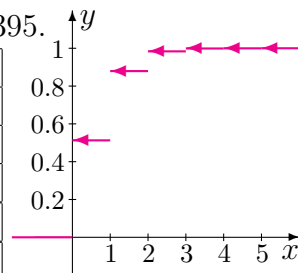
x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997



Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

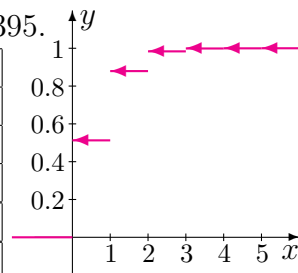
x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$						



Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

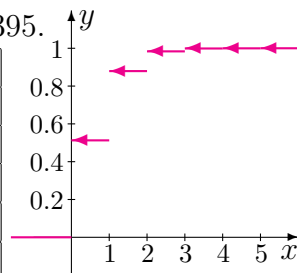
x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0					



Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

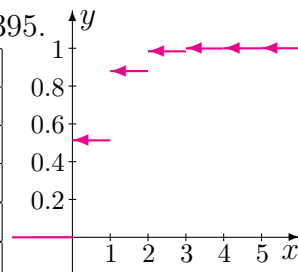
x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0					



Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

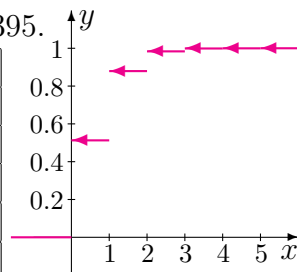
x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526				



Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

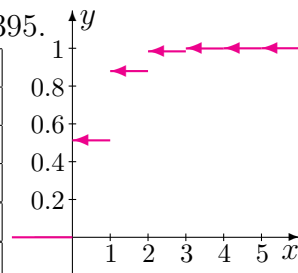
x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526				



Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

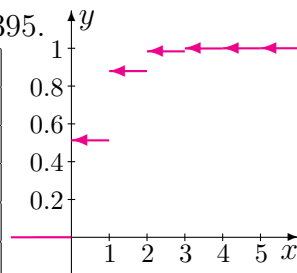
x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526	0.86980			



Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

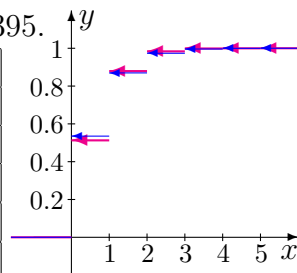
x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526	0.86980	0.97434	0.99612	0.99953



Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

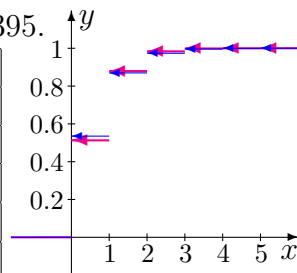
x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526	0.86980	0.97434	0.99612	0.99953



Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

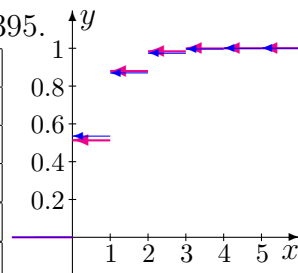
x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526	0.86980	0.97434	0.99612	0.99953
$F_{X''}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right)$						



Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526	0.86980	0.97434	0.99612	0.99953
$F_{X''}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right)$						

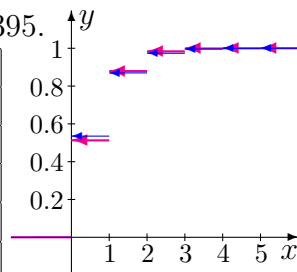


$$F_{\text{норм}, a, \sigma}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right) \approx$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526	0.86980	0.97434	0.99612	0.99953
$F_{X''}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right)$						

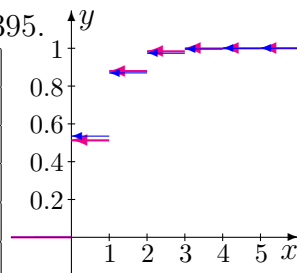


$$F_{\text{норм}, a, \sigma}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right) \approx \Phi\left(\frac{\frac{x_i + x_{i-1}}{2} - \frac{5}{8}}{2 \cdot 0.7395}\right) \approx$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526	0.86980	0.97434	0.99612	0.99953
$F_{X''}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right)$						

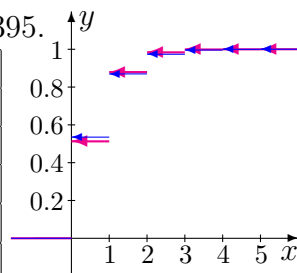


$$F_{\text{норм}, a, \sigma}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right) \approx \Phi\left(\frac{\frac{x_i + x_{i-1}}{2} - \frac{5}{8}}{2 \cdot 0.7395}\right) \approx 0,5 + \int_0^x \exp\left(\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right) dx.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526	0.86980	0.97434	0.99612	0.99953
$F_{X''}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right)$	—					

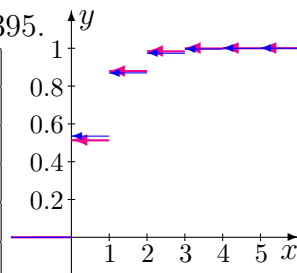


$$F_{\text{норм}, a, \sigma}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right) \approx \Phi\left(\frac{\frac{x_i + x_{i-1}}{2} - \frac{5}{8}}{2 \cdot 0.7395}\right) \approx 0,5 + \int_0^x \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right) dx.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526	0.86980	0.97434	0.99612	0.99953
$F_{X''}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right)$	—	0.43289	0.88164	0.99439	0.99995	1

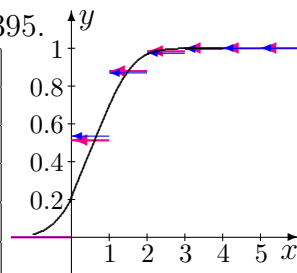


$$F_{\text{норм.}, a, \sigma}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right) \approx \Phi\left(\frac{\frac{x_i + x_{i-1}}{2} - \frac{5}{8}}{2 \cdot 0.7395}\right) \approx 0,5 + \int_0^x \exp\left(\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right) dx.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526	0.86980	0.97434	0.99612	0.99953
$F_{X''}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right)$	—	0.43289	0.88164	0.99439	0.99995	1

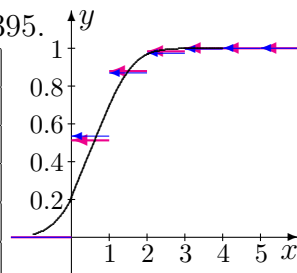


$$F_{\text{норм.}, a, \sigma}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right) \approx \Phi\left(\frac{\frac{x_i + x_{i-1}}{2} - \frac{5}{8}}{2 \cdot 0.7395}\right) \approx 0,5 + \int_0^x \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right) dx.$$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526	0.86980	0.97434	0.99612	0.99953
$F_{X''}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right)$	—	0.43289	0.88164	0.99439	0.99995	1

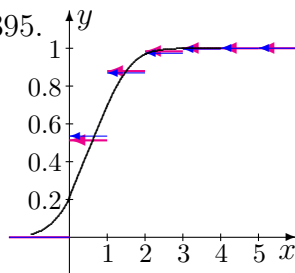


Видно, что $F_X(x_i) \approx$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526	0.86980	0.97434	0.99612	0.99953
$F_{X''}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right)$	—	0.43289	0.88164	0.99439	0.99995	1

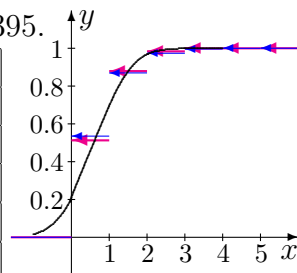


Видно, что $F_X(x_i) \approx F_{X'}(x_i) \approx$

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526	0.86980	0.97434	0.99612	0.99953
$F_{X''}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right)$	—	0.43289	0.88164	0.99439	0.99995	1



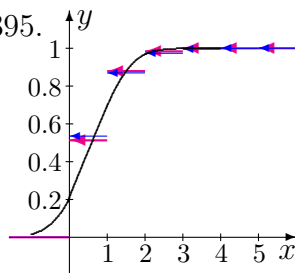
Видно, что $F_X(x_i) \approx F_{X'}(x_i) \approx F_{\text{норм.}a,\sigma}\left(\frac{x_i - x_{i-1}}{2}\right)$.

В последнем случае корректировка **интегральной теоремы Лапласа** потребовалась из-за малого числа серий (должно быть не 5, а, как минимум, 30).

Пример 39. Проводится 5 серий по 3 броска монеты. X — количество серий, в которых трижды выпал «орел». Найти закон распределения величины X и аппроксимировать этот закон с помощью закона Пуассона и нормального закона.

Решение. $M[X] = \lambda = a = 5/8 = 0.625$, $\sigma[X] = \sigma = \sqrt{35/64} \approx 0.7395$.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	$7^5/8^5$	$5 \cdot 7^4/8^5$	$10 \cdot 7^3/8^5$	$10 \cdot 7^2/8^5$	$35/8^5$	$1/8^5$
$p(X = x_i)$	0.51291	0.36636	0.10468	0.01495	0.00107	0.00003
$p_{\text{Пуасс.}}(X' = x_i)$	0.53526	0.33454	0.10454	0.02178	0.00340	0.00043
$F_X(x_i)$	0	0.51291	0.87927	0.98395	0.9989	0.99997
$F_{X'}(x_i)$	0	0.53526	0.86980	0.97434	0.99612	0.99953
$F_{X''}\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right)$	—	0.43289	0.88164	0.99439	0.99995	1



Видно, что $F_X(x_i) \approx F_{X'}(x_i) \approx F_{\text{норм.}a,\sigma}\left(\frac{x_i - x_{i-1}}{2}\right)$.

Вернемся к лекции?

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	
$p((10/K) = k_i)$	
(k_{i-1}, k_i)	
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	

Найдем варианты величины $60/K$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	
$p((10/K) = k_i)$	
(k_{i-1}, k_i)	
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	

Найдем варианты величины $60/K$.

Ясно, что $K \in \{ \quad \quad \quad \}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	
$p((10/K) = k_i)$	
(k_{i-1}, k_i)	
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	

Найдем варианты величины $60/K$.

Ясно, что $K \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	
$p((10/K) = k_i)$	
(k_{i-1}, k_i)	
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	

Найдем варианты величины $60/K$.

Ясно, что $K \in \{\textcolor{yellow}{1}; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	
$p((10/K) = k_i)$	
(k_{i-1}, k_i)	
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	

Найдем варианты величины $60/K$

Ясно, что $K \in \{1, 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	60
$p((10/K) = k_i)$	
(k_{i-1}, k_i)	
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	

Найдем варианты величины $60/K$

Ясно, что $K \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	60
$p((10/K) = k_i)$	
(k_{i-1}, k_i)	
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	

Найдем варианты величины $60/K$

Ясно, что $K \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	30	60
$p((10/K) = k_i)$		
(k_{i-1}, k_i)		
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$		

Найдем варианты величины $60/K$

Ясно, что $K \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	30	60
$p((10/K) = k_i)$		
(k_{i-1}, k_i)		
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$		

Найдем варианты величины $60/K$

Ясно, что $K \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$			
(k_{i-1}, k_i)			
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$			

Найдем варианты величины $60/K$

Ясно, что $K \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$			
(k_{i-1}, k_i)			
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$			

Найдем варианты величины $60/K$

Ясно, что $K \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$				
(k_{i-1}, k_i)				
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$				

Найдем варианты величины $60/K$

Ясно, что $K \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$				
(k_{i-1}, k_i)				
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$				

Найдем варианты величины $60/K$

Ясно, что $K \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$					
(k_{i-1}, k_i)					
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$					

Найдем варианты величины $60/K$

Ясно, что $K \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$					
(k_{i-1}, k_i)					
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$					

Найдем варианты величины $60/K$.

Ясно, что $K \in \{1; 2; 3; 4; 5; \text{6}\}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$						
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Найдем варианты величины $60/K$.

Ясно, что $K \in \{1; 2; 3; 4; 5; \text{6}\}$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$						
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие,

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$						
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие,

Какой шаблон применяется для описания события?

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$						
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие,

Какой шаблон применяется для описания события?

Надо описать

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$						
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что

Какой шаблон применяется для описания события?

Надо описать

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$						
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что

Какой шаблон применяется для описания события?

Надо описать условия наступления события.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$						
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

Какой шаблон применяется для описания события?

Надо описать условия наступления события.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$						
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 10) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$						
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 10) = (K = 6) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$						
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 10) = (K = 6) = (\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$						
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$p((60/K) = 10) = p(K = 6) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$						
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 10) &= p(K = 6) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) p(\overline{A_4}) p(\overline{A_5}) =
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$						
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 10) &= p(K = 6) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) p(\overline{A_4}) p(\overline{A_5}) = \frac{1}{2^5}.
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125					
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 10) &= p(K = 6) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot \overline{A_5}) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) p(\overline{A_4}) p(\overline{A_5}) = \frac{1}{2^5}.
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125					
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 12) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125					
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 12) = (K = 5) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125					
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 12) = (K = 5) = (\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot A_5) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125					
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$p((60/K) = 12) = p(K = 5) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot A_5) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125					
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 12) &= p(K = 5) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot A_5) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) p(\overline{A_4}) p(A_5) =
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125					
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 12) &= p(K = 5) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot A_5) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) p(\overline{A_4}) p(A_5) = \frac{1}{2^5}.
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125				
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 12) &= p(K = 5) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4} \cdot A_5) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) p(\overline{A_4}) p(A_5) = \frac{1}{2^5}.
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125				
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 15) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125				
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 15) = (K = 4) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125				
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 15) = (K = 4) = (\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot A_4) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125				
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$p((60/K) = 15) = p(K = 4) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot A_4) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125				
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 15) &= p(K = 4) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot A_4) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) p(A_4) =
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125				
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 15) &= p(K = 4) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot A_4) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) p(A_4) = \frac{1}{2^4}.
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625			
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 15) &= p(K = 4) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot A_4) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(\overline{A_3}) p(A_4) = \frac{1}{2^4}.
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625			
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 20) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625			
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 20) = (K = 3) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625			
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 20) = (K = 3) = (\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625			
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$p((60/K) = 20) = p(K = 3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625			
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 20) &= p(K = 3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(A_3) =
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625			
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 20) &= p(K = 3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(A_3) = \frac{1}{2^3}.
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125		
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 20) &= p(K = 3) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(\overline{A_2}) p(A_3) = \frac{1}{2^3}.
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125		
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 30) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125		
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 30) = (K = 2) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125		
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 30) = (K = 2) = (\overline{A_1} \cdot A_2) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125		
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$p((60/K) = 30) = p(K = 2) = p(\overline{A_1} \cdot A_2) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125		
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 30) &= p(K = 2) = p(\overline{A_1} \cdot A_2) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(A_2) =
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125		
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 30) &= p(K = 2) = p(\overline{A_1} \cdot A_2) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(A_2) = \frac{1}{2^2}.
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$\begin{aligned}
 p((60/K) = 30) &= p(K = 2) = p(\overline{A_1} \cdot A_2) = \\
 &= p(\overline{A_1}) p(A_2) = \frac{1}{2^2}.
 \end{aligned}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 60) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 60) = (K = 1) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$((60/K) = 60) = (K = 1) = (A_1) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$p((60/K) = 60) = p(K = 1) = p(A_1) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$p((60/K) = 60) = p(K = 1) = p(A_1) = \frac{1}{2}.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на i -м броске выпал «орел».

$$p((60/K) = 60) = p(K = 1) = p(A_1) = \frac{1}{2}.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

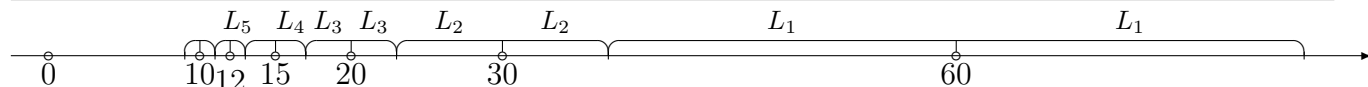
$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

Возьмем варианты величины $60/K$ за середины отрезков.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

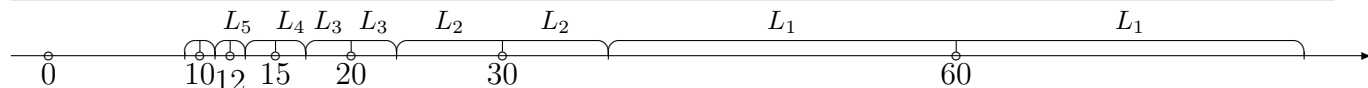


Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



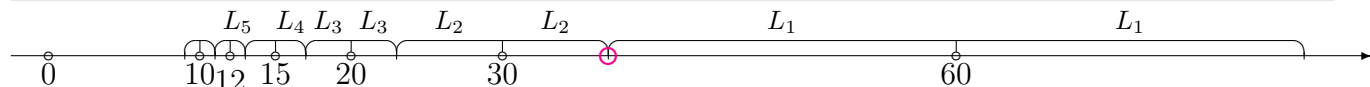
Пусть длина отрезка с серединой в точке $10/k_i$ равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

Вычисляя двумя способами граничную точку отрезка, получаем систему уравнений

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

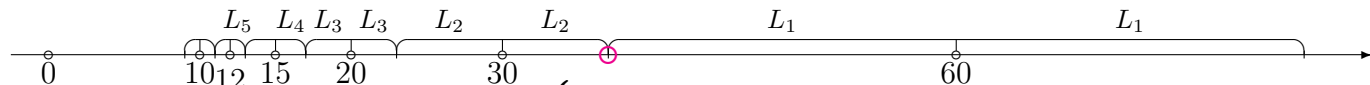


Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



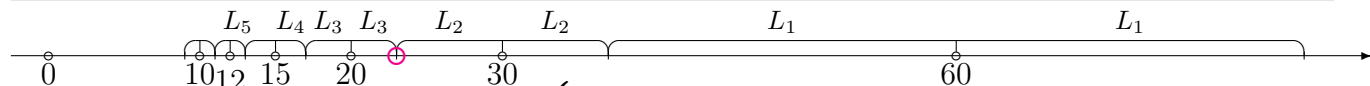
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\left\{ \begin{array}{l} 60 - L_1 = 30 + L_2, \end{array} \right.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



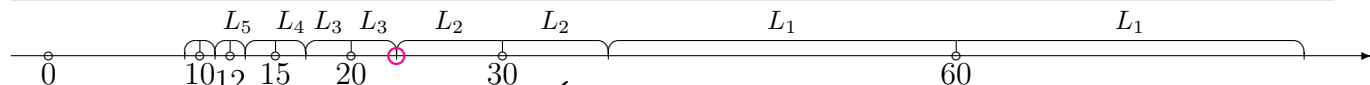
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\left\{ \begin{array}{l} 60 - L_1 = 30 + L_2, \end{array} \right.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



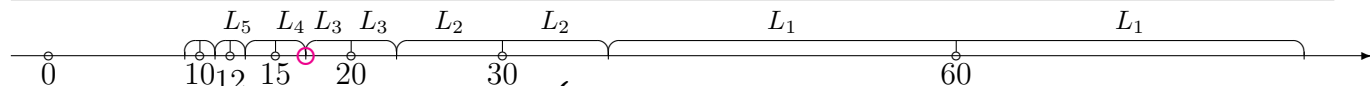
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\begin{cases} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \end{cases}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



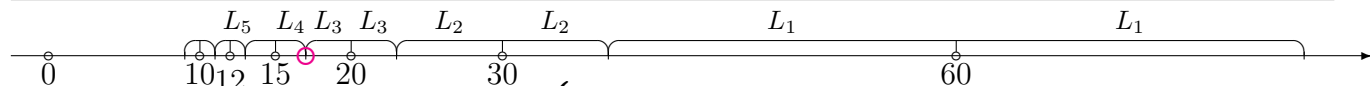
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\begin{cases} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \end{cases}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



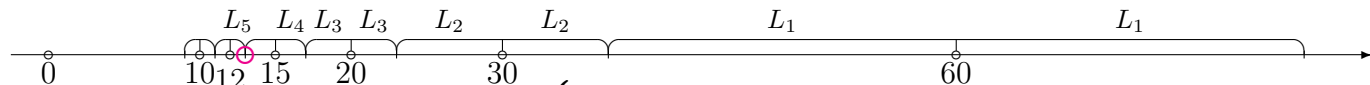
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\left\{ \begin{array}{l} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \end{array} \right.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



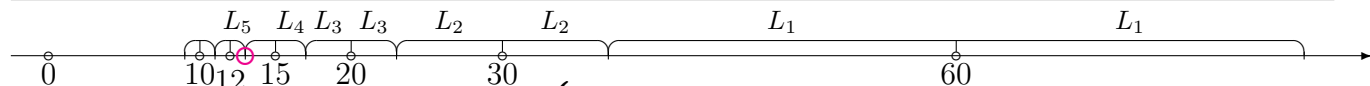
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\left\{ \begin{array}{l} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \end{array} \right.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



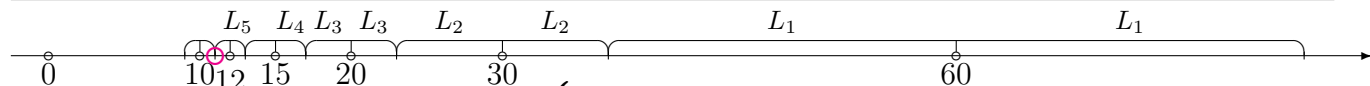
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\begin{cases} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \end{cases}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



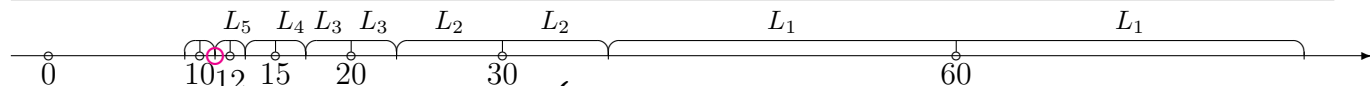
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\begin{cases} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \end{cases}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



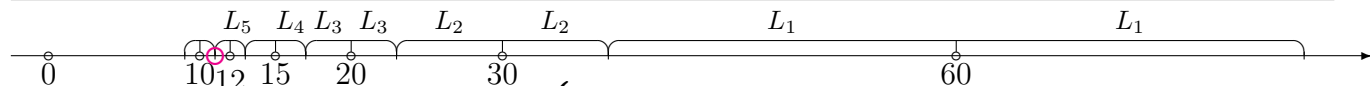
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\begin{cases} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \\ 12 - L_5 = 10 + L_6 = \end{cases}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



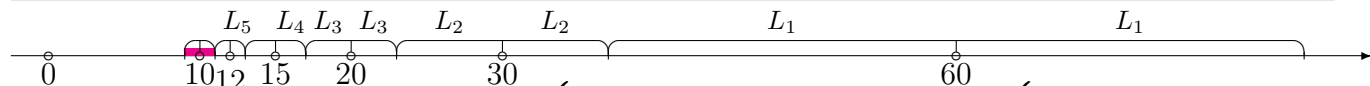
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\begin{cases} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \\ 12 - L_5 = 10 + L_6 = 10 + L_5, \end{cases}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)						
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



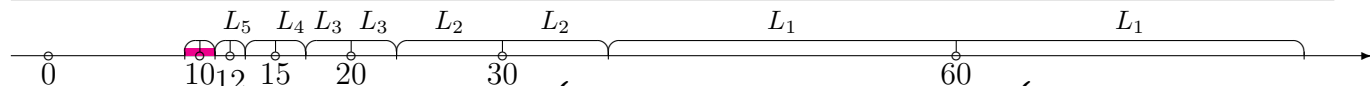
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\left\{ \begin{array}{l} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \\ 12 - L_5 = 10 + L_6 = 10 + L_5, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} L_5 = L_6 = 1. \end{array} \right.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)					
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



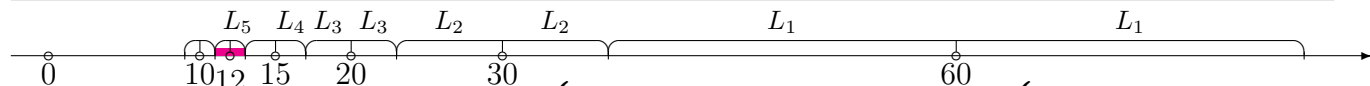
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\left\{ \begin{array}{l} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \\ 12 - L_5 = 10 + L_6 = 10 + L_5, \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} L_5 = L_6 = 1. \end{array} \right.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)				
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



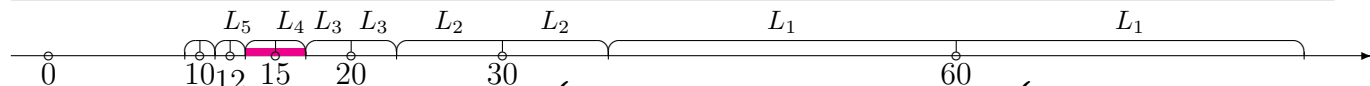
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\left\{ \begin{array}{l} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \\ 12 - L_5 = 10 + L_6 = 10 + L_5, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} L_5 = L_6 = 1. \end{array} \right.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)				
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



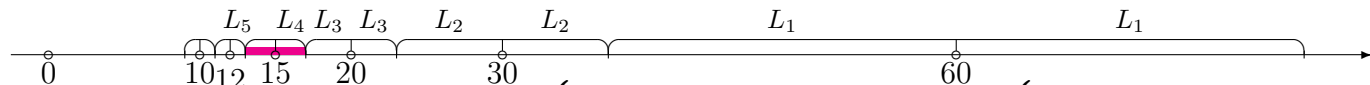
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\begin{cases} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \\ 12 - L_5 = 10 + L_6 = 10 + L_5, \end{cases} \quad \begin{cases} L_4 = 2, \\ L_5 = L_6 = 1. \end{cases}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)			
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



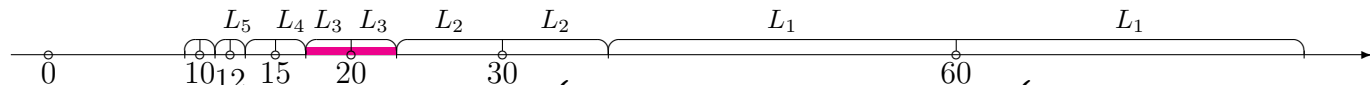
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\begin{cases} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \\ 12 - L_5 = 10 + L_6 = 10 + L_5, \end{cases} \quad \begin{cases} L_4 = 2, \\ L_5 = L_6 = 1. \end{cases}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)			
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



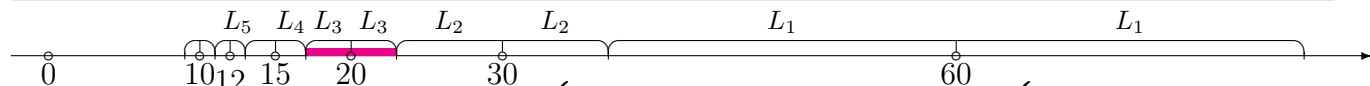
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\begin{cases} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \\ 12 - L_5 = 10 + L_6 = 10 + L_5, \end{cases} \quad \begin{cases} L_3 = 3, \\ L_4 = 2, \\ L_5 = L_6 = 1. \end{cases}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)		
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



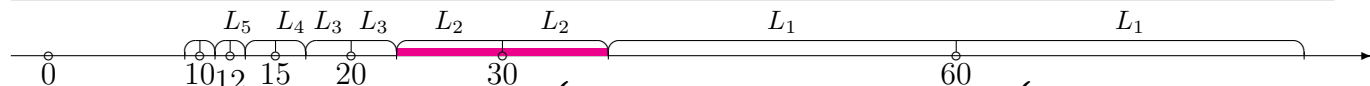
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\begin{cases} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \\ 12 - L_5 = 10 + L_6 = 10 + L_5, \end{cases} \quad \begin{cases} L_3 = 3, \\ L_4 = 2, \\ L_5 = L_6 = 1. \end{cases}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)		
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



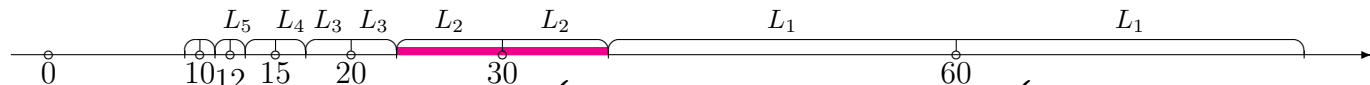
Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\begin{cases} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \\ 12 - L_5 = 10 + L_6 = 10 + L_5, \end{cases} \quad \begin{cases} L_2 = 7, \\ L_3 = 3, \\ L_4 = 2, \\ L_5 = L_6 = 1. \end{cases}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\begin{cases} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \\ 12 - L_5 = 10 + L_6 = 10 + L_5, \end{cases} \quad \begin{cases} L_2 = 7, \\ L_3 = 3, \\ L_4 = 2, \\ L_5 = L_6 = 1. \end{cases}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\begin{cases} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \\ 12 - L_5 = 10 + L_6 = 10 + L_5, \end{cases} \quad \begin{cases} L_1 = 23, \\ L_2 = 7, \\ L_3 = 3, \\ L_4 = 2, \\ L_5 = L_6 = 1. \end{cases}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						



Пусть длина отрезка
с серединой в точке $10/k_i$
равна $2L_i$ и $L_5 = L_6$.

$$\begin{cases} 60 - L_1 = 30 + L_2, \\ 30 - L_2 = 20 + L_3, \\ 20 - L_3 = 15 + L_4, \\ 15 - L_4 = 12 + L_5, \\ 12 - L_5 = 10 + L_6 = 10 + L_5, \end{cases} \quad \begin{cases} L_1 = 23, \\ L_2 = 7, \\ L_3 = 3, \\ L_4 = 2, \\ L_5 = L_6 = 1. \end{cases}$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

$$p(x \in (9; 11)) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

$$p(x \in (9; 11)) = \frac{11 - 9}{83 - 9} =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

$$p(x \in (9; 11)) = \frac{11 - 9}{83 - 9} = \frac{1}{37} \approx$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$						

$$p(x \in (9; 11)) = \frac{11 - 9}{83 - 9} = \frac{1}{37} \approx 0.027.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027					

$$p(x \in (9; 11)) = \frac{11 - 9}{83 - 9} = \frac{1}{37} \approx 0.027.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027				

$$p(x \in (9; 11)) = \frac{11 - 9}{83 - 9} = \frac{1}{37} \approx 0.027.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027				

$$p(x \in (13; 17)) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027				

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{17 - 13}{83 - 9} =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027				

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{17 - 13}{83 - 9} = \frac{2}{37} \approx$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027				

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{17 - 13}{83 - 9} = \frac{2}{37} \approx 0.054.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054			

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{17 - 13}{83 - 9} = \frac{2}{37} \approx 0.054.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054			

$$p(x \in (13; 17)) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054			

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{23 - 17}{83 - 9} =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054			

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{23 - 17}{83 - 9} = \frac{3}{37} \approx$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054			

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{23 - 17}{83 - 9} = \frac{3}{37} \approx 0.081.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054	0.081		

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{23 - 17}{83 - 9} = \frac{3}{37} \approx 0.081.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054	0.081		

$$p(x \in (13; 17)) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054	0.081		

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{37 - 23}{83 - 9} =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054	0.081		

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{37 - 23}{83 - 9} = \frac{7}{37} \approx$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054	0.081		

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{37 - 23}{83 - 9} = \frac{7}{37} \approx 0.189.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054	0.081	0.189	

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{37 - 23}{83 - 9} = \frac{7}{37} \approx 0.189.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054	0.081	0.189	

$$p(x \in (13; 17)) =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054	0.081	0.189	

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{83 - 37}{83 - 9} =$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054	0.081	0.189	

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{83 - 37}{83 - 9} = \frac{23}{37} \approx$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054	0.081	0.189	

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{83 - 37}{83 - 9} = \frac{23}{37} \approx 0.622.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054	0.081	0.189	0.622

$$p(x \in (13; 17)) = \frac{83 - 37}{83 - 9} = \frac{23}{37} \approx 0.622.$$

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054	0.081	0.189	0.622

Как видим, принятый нами вариант приближения не очень удачен.

Пример 40. Пусть K — количество бросков в серии, завершающейся либо выпадением «орла», либо после шестого броска, если «орел» не выпал раньше. Найти закон распределения величины $60/K$ и сравнить этот закон с равномерным законом.

Решение.

$10/k_i$	10	12	15	20	30	60
$p((10/K) = k_i)$	0.03125	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.5
(k_{i-1}, k_i)	(9; 11)	(11; 13)	(13; 17)	(17; 23)	(23; 37)	(37; 83)
$p(X \in (k_{i-1}, k_i))$	0.027	0.027	0.054	0.081	0.189	0.622

Вернемся к лекции?

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Например, если на первой монете выпала «решка», а на второй — «орел», то $(X, Y) = (1, 0)$, а если на обеих монетах — по «орлу», то $(X, Y) = (2, 1)$. Найти закон распределения случайной величины (X, Y) и условный закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение.

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Закон распределения случайной величины (X, Y) можно задать таблицей.

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2
0			
1			

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (0, 0)) = ?$

$Y \backslash X$	0	1	2
0			
1			

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (0, 0)) = ?$

$Y \backslash X$	0	1	2
0			
1			

$$X = 0 \Rightarrow$$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (0, 0)) = ?$

$Y \backslash X$	0	1	2
0			
1			

$X = 0 \Rightarrow$ орёл не выпал нигде $\Rightarrow$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (0, 0)) = ?$

$Y \backslash X$	0	1	2
0			
1			

$X = 0 \Rightarrow$ орёл не выпал нигде $\Rightarrow Y \neq 0$.

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (0, 0)) = ?$

$Y \backslash X$	0	1	2
0			
1			

$X = 0 \Rightarrow$ орёл не выпал нигде $\Rightarrow Y \neq 0$.

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (0, 0)) = 0$

$Y \backslash X$	0	1	2
0			
1			

$X = 0 \Rightarrow$ орёл не выпал нигде $\Rightarrow Y \neq 0$.

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (0, 0)) = 0$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0		
1			

$X = 0 \Rightarrow$ орёл не выпал нигде $\Rightarrow Y \neq 0$.

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 0)) =$

$=$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0		
1			

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 0)) =$
 $= p(\text{«орёл,решка»} + \text{«решка,орёл»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0		
1			

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 0)) =$
 $= p(\text{«орёл,решка»} + \text{«решка,орёл»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0		
1			

$= p(\text{на первой «орёл»}) p(\text{на второй «решка»}) +$
 $+ p(\text{на первой «решка»}) p(\text{на второй орёл}) =$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 0)) =$
 $= p(\text{«орёл,решка»} + \text{«решка,орёл»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0		
1			

$$= p(\text{на первой «орёл»}) p(\text{на второй «решка»}) +$$

$$+ p(\text{на первой «решка»}) p(\text{на второй орёл}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 0)) =$
 $= p(\text{«орёл,решка»} + \text{«решка,орёл»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0		
1			

$$= p(\text{на первой «орёл»}) p(\text{на второй «решка»}) +$$

$$+ p(\text{на первой «решка»}) p(\text{на второй орёл}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 0)) =$
 $= p(\text{«орёл,решка»} + \text{«решка,орёл»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	
1			

$$= p(\text{на первой «орёл»}) p(\text{на второй «решка»}) +$$

$$+ p(\text{на первой «решка»}) p(\text{на второй орёл}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (2, 0)) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	
1			

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (2, 0)) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	
1			

$X = 2 \Rightarrow$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (2, 0)) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	
1			

$X = 2 \Rightarrow$ на всех монетах выпал орёл $\Rightarrow$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (2, 0)) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	
1			

$X = 2 \Rightarrow$ на всех монетах выпал орёл $\Rightarrow Y \neq 0$.

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (2, 0)) = 0$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	
1			

$X = 2 \Rightarrow$ на всех монетах выпал орёл $\Rightarrow Y \neq 0$.

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (2, 0)) = 0$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1			

$X = 2 \Rightarrow$ на всех монетах выпал орёл $\Rightarrow Y \neq 0$.

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (0, 1)) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1			

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (0, 1)) =$
 $= p(\text{«решка,решка»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1			

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (0, 1)) =$

$= p(\text{«решка,решка»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1			

$= p(\text{на первой «решка»}) p(\text{на второй «решка»}) =$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (0, 1)) =$

$= p(\text{«решка,решка»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1			

$= p(\text{на первой «решка»}) p(\text{на второй «решка»}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (0, 1)) =$

$= p(\text{«решка,решка»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1			

$= p(\text{на первой «решка»}) p(\text{на второй «решка»}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (0, 1)) =$

$= p(\text{«решка,решка»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4		

$= p(\text{на первой «решка»}) p(\text{на второй «решка»}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 1)) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4		

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 1)) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4		

$X = 1 \Rightarrow$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 1)) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4		

$X = 1 \Rightarrow$ только на одной монете выпал орёл $\Rightarrow$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 1)) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4		

$X = 1 \Rightarrow$ только на одной монете выпал орёл $\Rightarrow Y \neq 1$.

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 1)) = 0$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4		

$X = 1 \Rightarrow$ только на одной монете выпал орёл $\Rightarrow Y \neq 1$.

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 1)) = 0$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	

$X = 1 \Rightarrow$ только на одной монете выпал орёл $\Rightarrow Y \neq 1$.

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 2)) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 2)) =$
 $= p(\text{«орёл,орёл»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 2)) =$
 $= p(\text{«орёл,орёл»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	

$= p(\text{на первой «орёл»}) p(\text{на второй орёл}) =$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 2)) =$
 $= p(\text{«орёл,орёл»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	

$$= p(\text{на первой «орёл»}) p(\text{на второй орёл}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 2)) =$
 $= p(\text{«орёл,орёл»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	

$$= p(\text{на первой «орёл»}) p(\text{на второй орёл}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. $p((X, Y) = (1, 2)) =$
 $= p(\text{«орёл,орёл»}) =$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$= p(\text{на первой «орёл»}) p(\text{на второй орёл}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения $CB(X, Y)$ и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения $CB(X, Y)$ и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$p(Y(\omega) = 1) =$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i Y(\omega) = 1)$			

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$p(Y(\omega) = 1) =$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i Y(\omega) = 1)$			

$$= p(\langle (X, Y) = (0, 1) \rangle + \langle (X, Y) = (1, 1) \rangle + \langle (X, Y) = (2, 1) \rangle) =$$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$p(Y(\omega) = 1) =$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i Y(\omega) = 1)$			

$$\begin{aligned}
 &= p(\langle (X, Y) = (0, 1) \rangle + \langle (X, Y) = (1, 1) \rangle + \langle (X, Y) = (2, 1) \rangle) = \\
 &= p(\langle (X, Y) = (0, 1) \rangle) + p(\langle (X, Y) = (1, 1) \rangle) + p(\langle (X, Y) = (2, 1) \rangle).
 \end{aligned}$$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$p(Y(\omega) = 1) = \frac{1}{2},$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i Y(\omega) = 1)$			

$$\begin{aligned}
 &= p(\langle (X, Y) = (0, 1) \rangle + \langle (X, Y) = (1, 1) \rangle + \langle (X, Y) = (2, 1) \rangle) = \\
 &= p(\langle (X, Y) = (0, 1) \rangle) + p(\langle (X, Y) = (1, 1) \rangle) + p(\langle (X, Y) = (2, 1) \rangle).
 \end{aligned}$$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$$p(Y(\omega) = 1) = \frac{1}{2},$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i Y(\omega) = 1)$			

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения $CB(X, Y)$ и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$p(Y(\omega) = 1) = \frac{1}{2},$$

$$p(X(\omega) = 0 \mid Y(\omega) = 1) =$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$			

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$\begin{aligned}
 p(Y(\omega) = 1) &= \frac{1}{2}, \\
 p(X(\omega) = 0 \mid Y(\omega) = 1) &= \\
 &= \frac{p((X, Y) = (0, 1))}{p(Y(\omega) = 1)} =
 \end{aligned}$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$			

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$p(Y(\omega) = 1) = \frac{1}{2},$$

$$p(X(\omega) = 0 \mid Y(\omega) = 1) =$$

$$= \frac{p((X, Y) = (0, 1))}{p(Y(\omega) = 1)} = \frac{1/4}{1/2} =$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$			

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$p(Y(\omega) = 1) = \frac{1}{2},$$

$$p(X(\omega) = 0 \mid Y(\omega) = 1) =$$

$$= \frac{p((X, Y) = (0, 1))}{p(Y(\omega) = 1)} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{1}{2}.$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$			

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$p(Y(\omega) = 1) = \frac{1}{2},$$

$$p(X(\omega) = 0 \mid Y(\omega) = 1) =$$

$$= \frac{p((X, Y) = (0, 1))}{p(Y(\omega) = 1)} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{1}{2}.$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$	$\frac{1}{2}$		

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$p(Y(\omega) = 1) = \frac{1}{2},$$

$$p(X(\omega) = 1 \mid Y(\omega) = 1) =$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$	$\frac{1}{2}$		

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$\begin{aligned}
 p(Y(\omega) = 1) &= \frac{1}{2}, \\
 p(X(\omega) = 1 \mid Y(\omega) = 1) &= \\
 &= \frac{p((X, Y) = (1, 1))}{p(Y(\omega) = 1)} =
 \end{aligned}$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$	$\frac{1}{2}$		

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл, орёл» или «решка, решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл, решка» или «решка, орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$\begin{aligned}
 p(Y(\omega) = 1) &= \frac{1}{2}, \\
 p(X(\omega) = 1 \mid Y(\omega) = 1) &= \\
 &= \frac{p((X, Y) = (1, 1))}{p(Y(\omega) = 1)} = \frac{0}{1/2} =
 \end{aligned}$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$	$\frac{1}{2}$		

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$\begin{aligned}
 p(Y(\omega) = 1) &= \frac{1}{2}, \\
 p(X(\omega) = 1 \mid Y(\omega) = 1) &= \\
 &= \frac{p((X, Y) = (1, 1))}{p(Y(\omega) = 1)} = \frac{0}{1/2} = 0.
 \end{aligned}$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$	$\frac{1}{2}$		

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$\begin{aligned}
 p(Y(\omega) = 1) &= \frac{1}{2}, \\
 p(X(\omega) = 1 \mid Y(\omega) = 1) &= \\
 &= \frac{p((X, Y) = (1, 1))}{p(Y(\omega) = 1)} = \frac{0}{1/2} = 0.
 \end{aligned}$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$	$\frac{1}{2}$	0	

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения $CB(X, Y)$ и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

$$p(Y(\omega) = 1) = \frac{1}{2},$$

$$p(X(\omega) = 2 \mid Y(\omega) = 1) =$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$	$\frac{1}{2}$	0	

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$\begin{aligned}
 p(Y(\omega) = 1) &= \frac{1}{2}, \\
 p(X(\omega) = 2 \mid Y(\omega) = 1) &= \\
 &= \frac{p((X, Y) = (2, 1))}{p(Y(\omega) = 1)} =
 \end{aligned}$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$	$\frac{1}{2}$	0	

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$\begin{aligned}
 p(Y(\omega) = 1) &= \frac{1}{2}, \\
 p(X(\omega) = 2 \mid Y(\omega) = 1) &= \\
 &= \frac{p((X, Y) = (2, 1))}{p(Y(\omega) = 1)} = \frac{1/4}{1/2} =
 \end{aligned}$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$	$\frac{1}{2}$	0	

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$p(Y(\omega) = 1) = \frac{1}{2},$$

$$p(X(\omega) = 2 \mid Y(\omega) = 1) =$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$	$\frac{1}{2}$	0	

$$= \frac{p((X, Y) = (2, 1))}{p(Y(\omega) = 1)} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{1}{2}.$$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$
 X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

$$p(Y(\omega) = 1) = \frac{1}{2},$$

$$p(X(\omega) = 2 \mid Y(\omega) = 1) =$$

$$= \frac{p((X, Y) = (2, 1))}{p(Y(\omega) = 1)} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{1}{2}.$$

x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i \mid Y(\omega) = 1)$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$

Пример 41. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = \begin{cases} 1, & \text{если «орёл,орёл» или «решка,решка»,} \\ 0, & \text{если «орёл,решка» или «решка,орёл»,} \end{cases}$ X — количество выпавших «орлов». Найти закон распределения СВ (X, Y) и закон распределения величины X при условии $Y = 1$.

Решение. Обозначим через A_{ij} событие, заключающееся в том, что $(X(\omega), Y(\omega)) = (x_i, y_j)$.

$$p(Y(\omega) = 1) = \frac{1}{2},$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

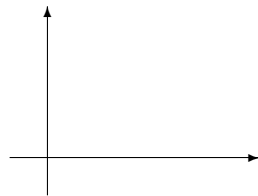
x_i	0	1	2
$p(X(\omega) = x_i Y(\omega) = 1)$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$

Вернёмся к лекции?

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41**). Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

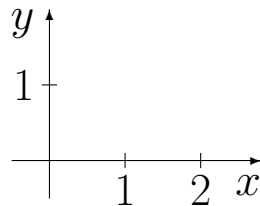
Решение.



$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение.

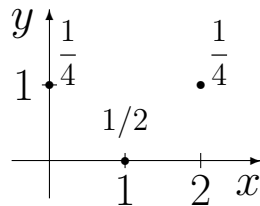


$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

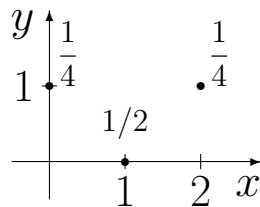
Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$



Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :



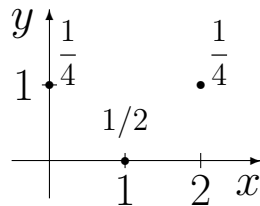
$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$\frac{1}{2}$	0
1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :

$$\mathbf{M} [Y | X = 0] =$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

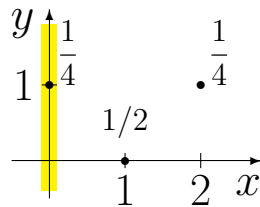


Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :

$$\mathbf{M} [Y | X = 0] =$$

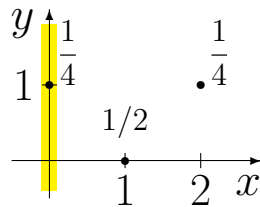
$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$



Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :

$$\mathbf{M} [Y | X = 0] = 1.$$

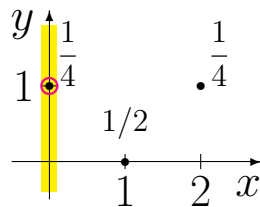


$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :

$$\mathbf{M} [Y | X = 0] = 1.$$

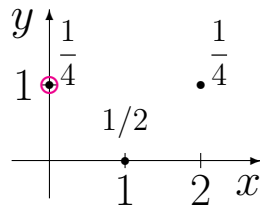


$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :

$$\mathbf{M} [Y \mid X = 0] = 1.$$



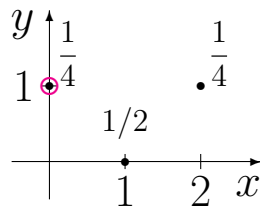
$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :

$$\mathbf{M} [Y | X = 1] =$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

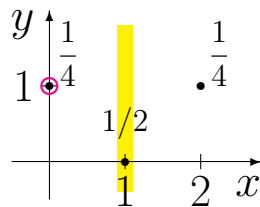


Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :

$$\mathbf{M} [Y | X = 1] =$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

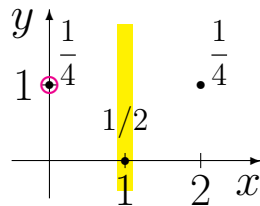


Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :

$$\mathbf{M} [Y | X = 1] = 0.$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

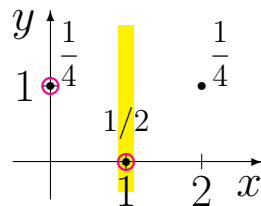


Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :

$$\mathbf{M} [Y \mid X = 1] = 0.$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

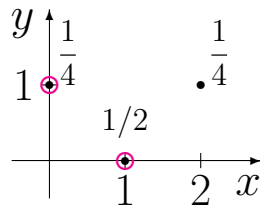


Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :

$$\mathbf{M} [Y | X = 2] =$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

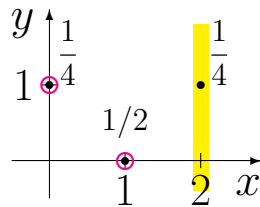


Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :

$$\mathbf{M} [Y | X = 2] =$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

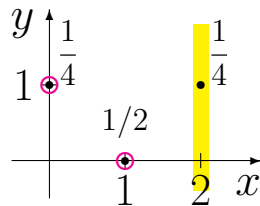


Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :

$$\mathbf{M} [Y | X = 2] = 1.$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

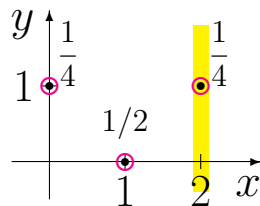


Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :

$$\mathbf{M} [Y | X = 2] = 1.$$

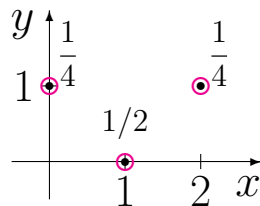
$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$



Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Сначала найдём регрессию Y по X :

$$\mathbf{M} [Y \mid X = 2] = 1.$$

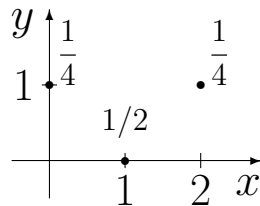


$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

Получили регрессию Y по X (точки отмечены малиновыми окружностями).

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Теперь найдём регрессию X по Y :



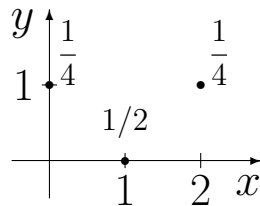
$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$\frac{1}{2}$	0
1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Теперь найдём регрессию X по Y :

$$\mathbf{M} [X | Y = 0] =$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

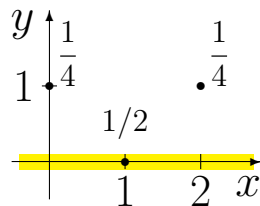


Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Теперь найдём регрессию X по Y :

$$\mathbf{M} [X | Y = 0] =$$

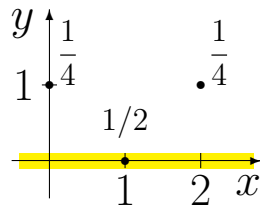
$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$



Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Теперь найдём регрессию X по Y :

$$\mathbf{M} [X | Y = 0] = 1.$$

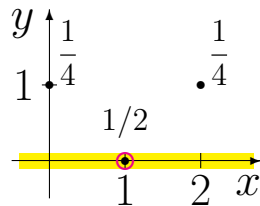


$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Теперь найдём регрессию X по Y :

$$\mathbf{M} [X | Y = 0] = 1.$$



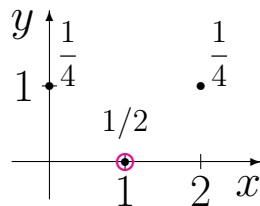
$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Теперь найдём регрессию X по Y :

$$\mathbf{M} [X | Y = 0] = 1.$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

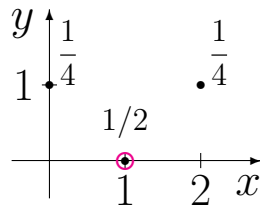


Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Теперь найдём регрессию X по Y :

$$\mathbf{M} [X | Y = 1] =$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

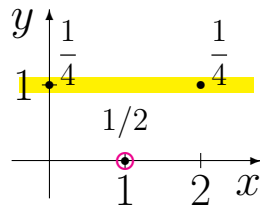


Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Теперь найдём регрессию X по Y :

$$\mathbf{M} [X | Y = 1] =$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

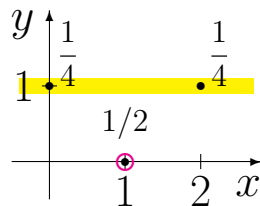


Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Теперь найдём регрессию X по Y :

$$\mathbf{M} [X | Y = 1] = 1.$$

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

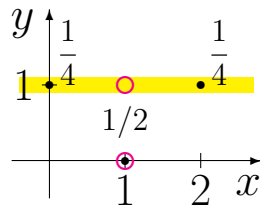


Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Теперь найдём регрессию X по Y :

$$\mathbf{M} [X | Y = 1] = 1.$$

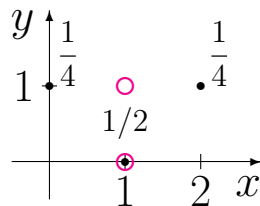
$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$



Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Теперь найдём регрессию X по Y :

$$\mathbf{M} [X | Y = 1] = 1.$$

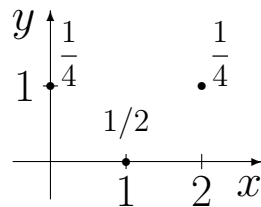


$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

Получили регрессию X по Y (точки отмечены малиновыми окружностями).

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

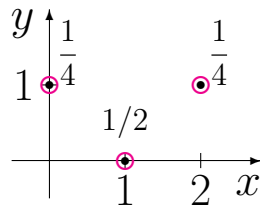
Решение. Для наглядности соответствующие точки регрессии соединяют отрезками, и получают **ломаную регрессии**.



$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Для наглядности соответствующие точки регрессии соединяют отрезками, и получают **ломаную регрессии**.

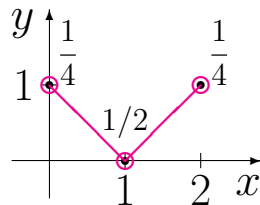


$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

Например, для регрессии Y по X

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Для наглядности соответствующие точки регрессии соединяют отрезками, и получают **ломаную регрессии**.



$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

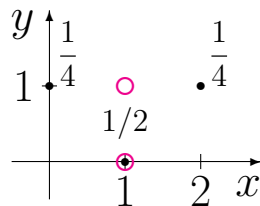
Например, для регрессии Y по X получаем эту ломаную.

Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Для наглядности соответствующие точки регрессии соединяют отрезками, и получают **ломаную регрессии**.

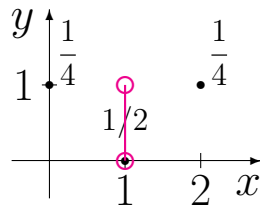
$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	$1/2$	0
1	$1/4$	0	$1/4$

А для регрессии X по Y



Пример 42. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y .

Решение. Для наглядности соответствующие точки регрессии соединяют отрезками, и получают ломаную регрессии.



$Y \backslash X$	0	1	2
0	0	1/2	0
1	1/4	0	1/4

А для регрессии X по Y
— такую ломаную.

Вернёмся к лекции?

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	
1	1/4	0	1/4	

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_j)$				

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] =$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1 \cdot 1 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot 1/4 =$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1 \cdot 1 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot 1/4 = 1/2,$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1 \cdot 1 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot 1/4 = 1/2,$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1 \cdot 1 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot 1/4 = 1/2, \quad \mathbf{M}[X] =$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1 \cdot 1 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot 1/4 = 1/2, \quad \mathbf{M}[X] = 1,$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1,$$

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1 \cdot 1 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot 1/4 = 1/2, \quad \mathbf{M}[X] = 1,$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1,$$

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1 \cdot 1 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot 1/4 = 1/2, \quad \mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] =$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1,$$

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1 \cdot 1 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot 1/4 = 1/2, \quad \mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1 \cdot 1 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot 1/4 = 1/2, \quad \mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] =$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 =$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} - 1 =$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{2},$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \frac{1}{2},$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{2},$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \frac{1}{2},$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{2}, \quad \mathbf{D}[Y] =$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \frac{1}{2},$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{2}, \quad \mathbf{D}[Y] = 1/2 - 1/4 =$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \frac{1}{2},$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{2}, \quad \mathbf{D}[Y] = 1/2 - 1/4 = 1/4.$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \frac{1}{2}, \quad \mathbf{D}[Y] = 1/4.$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}[X]^2 = \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{2}, \quad \mathbf{D}[Y] = 1/2 - 1/4 = 1/4.$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \frac{1}{2}, \quad \mathbf{D}[Y] = 1/4.$$

$$k[X, Y] =$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найдите $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \frac{1}{2}, \quad \mathbf{D}[Y] = 1/4.$$

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] =$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найдите $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \frac{1}{2}, \quad \mathbf{D}[Y] = 1/4.$$

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] = 0,$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найдите $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \frac{1}{2}, \quad \mathbf{D}[Y] = 1/4.$$

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] = 0, \quad r[X, Y] =$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найдите $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение.

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \frac{1}{2}, \quad \mathbf{D}[Y] = 1/4.$$

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] = 0, \quad r[X, Y] = \frac{k[X, Y]}{\sqrt{1/2} \cdot \sqrt{1/4}} =$$

Пример 43. Подбрасываем две монеты, и получаем случайную величину (X, Y) , где $Y = 1$, если на обеих монетах «орел» или на обеих монетах «решка», и $Y = 0$ в противном случае, X — количество баллов, полученных за бросок, если за «орла», выпавшего на каждой из монет, засчитывается по 1 очку, а за «решку» баллы не насчитываются (см. **пример 41** и **пример 42**). Найти $k[X, Y]$ и $r[X, Y]$.

Решение. Вернёмся к лекции?

$Y \backslash X$	0	1	2	$p(Y = y_i)$
0	0	1/2	0	1/2
1	1/4	0	1/4	1/2
$p(X = x_i)$	1/4	1/2	1/4	1

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{M}[X] = 1, \quad \mathbf{M}[Y] = 1/2,$$

$$\mathbf{D}[X] = \frac{1}{2}, \quad \mathbf{D}[Y] = 1/4.$$

$$k[X, Y] = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] = 0, \quad r[X, Y] = \frac{k[X, Y]}{\sqrt{1/2} \cdot \sqrt{1/4}} = 0.$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Для того, чтобы найти условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$, надо вычислить

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Для того, чтобы найти условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$, надо вычислить вероятности событий $X = x_i$ при условии $Y = 5$.

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Для того, чтобы найти условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$, надо вычислить вероятности событий $X = x_i$ при условии $Y = 5$.

Ясно, что будем использовать формулу условной вероятности.

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Для того, чтобы найти условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$, надо вычислить вероятности событий $X = x_i$ при условии $Y = 5$.

Ясно, что будем использовать формулу условной вероятности. Поэтому сначала найдем $p(Y = 5)$.

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) =$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$
 $+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$
 $+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$
 $+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= 0 +$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$
 $+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= 0 + 0.1 +$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$
 $+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= 0 + 0.1 + 0.1 +$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$
 $+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= 0 + 0.1 + 0.1 + 0.05 =$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$
 $+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= 0 + 0.1 + 0.1 + 0.05 = 0.25.$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

$$\begin{aligned}
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) = \\
 &= 0 + 0.1 + 0.1 + 0.05 = 0.25.
 \end{aligned}$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$				

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$				

$$p(X = 5 | Y = 5) =$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$				

$$p(X = 5 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} =$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$				

$$p(X = 5 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} = \frac{0}{0.25} =$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$				

$$p(X = 5 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} = \frac{0}{0.25} = 0.$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0			

$$p(X = 5 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} = \frac{0}{0.25} = 0.$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0			

$$p(X = 10 | Y = 5) =$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0			

$$p(X = 10 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} =$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0			

$$p(X = 10 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} = \frac{0.1}{0.25} =$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0			

$$p(X = 10 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} = \frac{0.1}{0.25} = 0.4.$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4		

$$p(X = 10 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} = \frac{0.1}{0.25} = 0.4.$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4		

$$p(X = 15 | Y = 5) =$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4		

$$p(X = 15 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} =$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4		

$$p(X = 15 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} = \frac{0.1}{0.25} =$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4		

$$p(X = 15 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} = \frac{0.1}{0.25} = 0.4.$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4	0.4	

$$p(X = 15 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} = \frac{0.1}{0.25} = 0.4.$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4	0.4	

$$p(X = 20 | Y = 5) =$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4	0.4	

$$p(X = 20 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} =$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4	0.4	

$$p(X = 20 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} = \frac{0.05}{0.25} =$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4	0.4	

$$p(X = 20 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} = \frac{0.05}{0.25} = 0.2.$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4	0.4	0.2

$$p(X = 20 | Y = 5) = \frac{p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle)}{p(Y = 5)} = \frac{0.05}{0.25} = 0.2.$$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4	0.4	0.2

Мы получили искомый закон.

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4	0.4	0.2

Мы получили искомый закон.

Можно проверить результат с помощью очевидного свойства...

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4	0.4	0.2

События « $X = 5$ », « $X = 10$ », « $X = 15$ » и « $X = 20$ » попарно несовместны и образуют полную систему событий.

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4	0.4	0.2

События « $X = 5$ », « $X = 10$ », « $X = 15$ » и « $X = 20$ » попарно несовместны и образуют полную систему событий.

Значит, с одной стороны вероятность суммы этих событий равна 1 и, с другой стороны, она равна сумме вероятностей.

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4	0.4	0.2

События « $X = 5$ », « $X = 10$ », « $X = 15$ » и « $X = 20$ » попарно несовместны и образуют полную систему событий.

Значит, с одной стороны вероятность суммы этих событий равна 1 и, с другой стороны, она равна сумме вероятностей.

Действительно, $0 + 0.4 + 0.4 + 0.2 =$

Пример 44. *1) Найдите условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$.*

2) Постройте регрессию Y по X и регрессию X по Y .

3) Постройте линейную регрессию Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение. Имеем, в силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, что $p(Y = 5) = 0.25$.

x_i	5	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0	0.4	0.4	0.2

События « $X = 5$ », « $X = 10$ », « $X = 15$ » и « $X = 20$ » попарно несовместны и образуют полную систему событий.

Значит, с одной стороны вероятность суммы этих событий равна 1 и, с другой стороны, она равна сумме вероятностей.

Действительно, $0 + 0.4 + 0.4 + 0.2 = 1$.

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение.

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 0) =$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 0) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle +$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 0) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle +$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 0) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle +$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 0) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) =$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 0) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) +$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

Решение. $p(Y = 0) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) +$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

Решение. $p(Y = 0) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) +$
 $+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) +$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 0) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) =
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

Решение. $p(Y = 0) =$

$$\begin{aligned}
 & p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \\
 & + \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) = \\
 & = p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + \\
 & + p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) = \\
 & = 0.1 +
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

Решение. $p(Y = 0) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) +$
 $+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) =$
 $= 0.1 + 0.2 +$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 0) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) = \\
 &= 0.1 + 0.2 + 0.1 +
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

Решение. $p(Y = 0) =$

$$\begin{aligned}
 & p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \\
 & + \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) = \\
 & = p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + \\
 & + p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) = \\
 & = 0.1 + 0.2 + 0.1 + 0 =
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0		
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 0) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) = \\
 &= 0.1 + 0.2 + 0.1 + 0 = 0.4.
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 0) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 0 \rangle) = \\
 &= 0.1 + 0.2 + 0.1 + 0 = 0.4.
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 5) =$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 5) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 5) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 5) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 5) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 5) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 5) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

Решение. $p(Y = 5) =$

$$p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$$

$$+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$$

$$= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$$

$$+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 5) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 5) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) = \\
 &= 0 +
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

Решение. $p(Y = 5) =$

$$\begin{aligned}
 & p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \\
 & + \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) = \\
 & = p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + \\
 & + p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) = \\
 & = 0 + 0.1 +
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 5) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) = \\
 &= 0 + 0.1 + 0.1 +
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 5) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) = \\
 &= 0 + 0.1 + 0.1 + 0.05 =
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05		
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

Решение. $p(Y = 5) =$

$$\begin{aligned}
 & p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \\
 & + \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) = \\
 & = p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + \\
 & + p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) = \\
 & = 0 + 0.1 + 0.1 + 0.05 = 0.25.
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

Решение. $p(Y = 5) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) +$
 $+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 5 \rangle) =$
 $= 0 + 0.1 + 0.1 + 0.05 = 0.25.$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 10) =$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 10) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle +$

Пример 44.

2) Постройте

регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 10) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle +$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 10) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle +$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $p(Y = 10) =$
 $p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle +$
 $+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) =$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 10) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) +
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 10) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) +
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 10) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) +
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 10) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) =
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 10) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= 0 +
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 10) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= 0 + 0.1 +
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 10) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= 0 + 0.1 + 0.2 +
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 10) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= 0 + 0.1 + 0.2 + 0.05 =
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05		
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 10) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= 0 + 0.1 + 0.2 + 0.05 = 0.35.
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

$$\begin{aligned}
 &\text{Решение. } p(Y = 10) = \\
 &p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \\
 &+ \langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle + \langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= p(\langle X = 5 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 10 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + \\
 &+ p(\langle X = 15 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) + p(\langle X = 20 \rangle \cdot \langle Y = 10 \rangle) = \\
 &= 0 + 0.1 + 0.2 + 0.05 = 0.35.
 \end{aligned}$$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

Решение. $\mathbf{M} \left[X \middle|_{Y=0} \right] =$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=0}] =$

По формуле условной вероятности...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=0}] =$

$$= 5 \cdot \frac{0.1}{0.4} +$$

По формуле условной вероятности...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=0}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0.1}{0.4} + 10 \cdot \frac{0.2}{0.4} +$

По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=0}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0.1}{0.4} + 10 \cdot \frac{0.2}{0.4} + 15 \cdot \frac{0.1}{0.4} +$

По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=0}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0.1}{0.4} + 10 \cdot \frac{0.2}{0.4} + 15 \cdot \frac{0.1}{0.4} + 20 \cdot \frac{0}{0.4} =$

По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $\mathbf{M} [X|_{Y=0}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0.1}{0.4} + 10 \cdot \frac{0.2}{0.4} + 15 \cdot \frac{0.1}{0.4} + 20 \cdot \frac{0}{0.4} = 10.$

По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=0}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0.1}{0.4} + 10 \cdot \frac{0.2}{0.4} + 15 \cdot \frac{0.1}{0.4} + 20 \cdot \frac{0}{0.4} = 10.$

По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

Решение. $\mathbf{M} \left[X \middle|_{Y=5} \right] =$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=5}] =$

По формуле условной вероятности...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=5}] =$

$$= 5 \cdot \frac{0}{0.25} +$$

По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $\mathbf{M} [X|_{Y=5}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0}{0.25} + 10 \cdot \frac{0.1}{0.25} +$

По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $\mathbf{M} [X|_{Y=5}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0}{0.25} + 10 \cdot \frac{0.1}{0.25} + 15 \cdot \frac{0.1}{0.25} +$

По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$						

Решение. $\mathbf{M} [X|_{Y=5}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0}{0.25} + 10 \cdot \frac{0.1}{0.25} + 15 \cdot \frac{0.1}{0.25} + 20 \cdot \frac{0.05}{0.25} =$
По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=5}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0}{0.25} + 10 \cdot \frac{0.1}{0.25} + 15 \cdot \frac{0.1}{0.25} + 20 \cdot \frac{0.05}{0.25} = 14.$

По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=5}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0}{0.25} + 10 \cdot \frac{0.1}{0.25} + 15 \cdot \frac{0.1}{0.25} + 20 \cdot \frac{0.05}{0.25} = 14.$

По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

Решение. $\mathbf{M} \left[X \middle|_{Y=10} \right] =$

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=10}] =$

По формуле условной вероятности...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=10}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0}{0.35} +$

По формуле условной вероятности...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=10}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0}{0.35} + 10 \cdot \frac{0.1}{0.35} +$

По формуле условной вероятности...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=10}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0}{0.35} + 10 \cdot \frac{0.1}{0.35} + 15 \cdot \frac{0.2}{0.35} +$

По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=10}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0}{0.35} + 10 \cdot \frac{0.1}{0.35} + 15 \cdot \frac{0.2}{0.35} + 20 \cdot \frac{0.05}{0.35} =$
 По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=10}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0}{0.35} + 10 \cdot \frac{0.1}{0.35} + 15 \cdot \frac{0.2}{0.35} + 20 \cdot \frac{0.05}{0.35} = 14.29.$

По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение. $M[X|_{Y=10}] =$
 $= 5 \cdot \frac{0}{0.35} + 10 \cdot \frac{0.1}{0.35} + 15 \cdot \frac{0.2}{0.35} + 20 \cdot \frac{0.05}{0.35} = 14.29.$

По **формуле условной вероятности...**

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$						
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение.

Аналогично, «действуя по столбцам», получаем...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1					
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение.

Аналогично, «действуя по столбцам», получаем...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40				
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение.

Аналогично, «действуя по столбцам», получаем...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40			
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение.

Аналогично, «действуя по столбцам», получаем...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1		
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение.

Аналогично, «действуя по столбцам», получаем...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1		
$M[Y _{X=x_i}]$						

Решение.

Аналогично, «действуя по столбцам», получаем...

Проверим, суммируя вероятности в столбце $p(Y = y_i)$ и в строчке $p(X = x_i)$...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$						

Решение.

Аналогично, «действуя по столбцам», получаем...

Проверим, суммируя вероятности в столбце $p(Y = y_i)$ и в строчке $p(X = x_i)$...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	
$M[Y _{X=x_i}]$	0.0					

Решение.

Аналогично, «действуя по столбцам», получаем...

Пример 44.

*2) Постройте
регрессию*

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle _{Y=y_i} \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	
$\mathbf{M} \left[Y \middle _{X=x_i} \right]$	0.0	3.75				

Решение.

Аналогично, «действуя по столбцам», получаем...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	
$M[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25			

Решение.

Аналогично, «действуя по столбцам», получаем...

Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	
$M[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.

Аналогично, «действуя по столбцам», получаем...

Пример 44.

2) Постройте

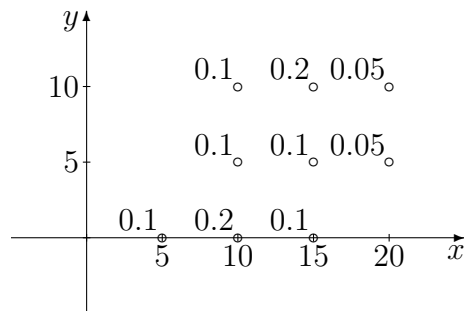
регрессию

Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} [X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	
$\mathbf{M} [Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.



Пример 44.

2) Постройте
регрессию

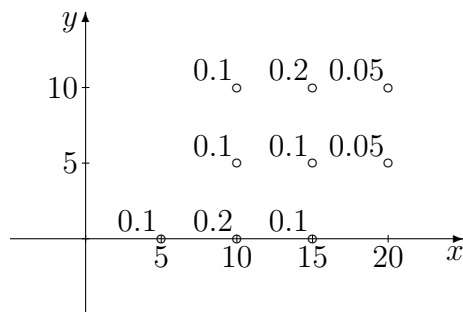
Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	
$M[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.

— ломаная регрессии Y по X ;



Пример 44.

2) Постройте
регрессию

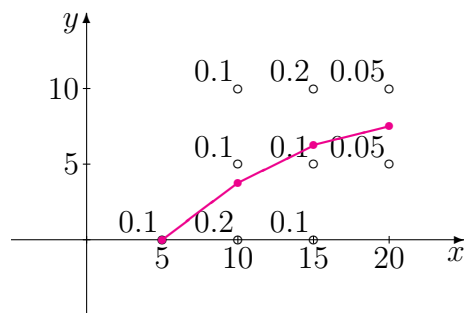
Y по X

и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	
$M[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.

— ломаная регрессии Y по X ;



Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

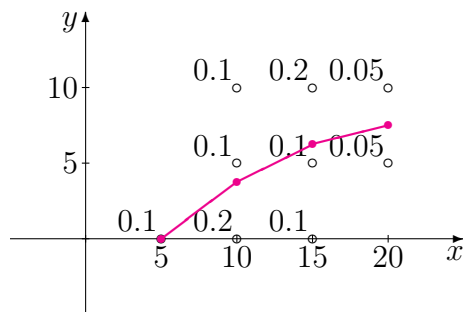
и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	
$M[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.

— ломаная регрессии Y по X ;

— ломаная регрессии X по Y ;



Пример 44.

2) Постройте
регрессию

Y по X

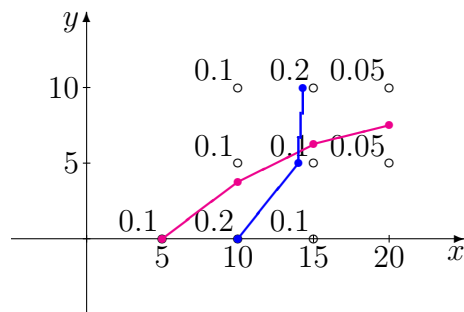
и X по Y .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	
$M[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.

— ломаная регрессии Y по X ;

— ломаная регрессии X по Y ;



Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M} \left[X \middle Y=y_i \right]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	
$\mathbf{M} \left[Y \middle X=x_i \right]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] =$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] =$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] =$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot 0.1 +$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] =$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot 0.1 + 10 \cdot 0.4 +$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] =$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot 0.1 + 10 \cdot 0.4 + 15 \cdot 0.4 +$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] =$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot 0.1 + 10 \cdot 0.4 + 15 \cdot 0.4 + 20 \cdot 0.1 =$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] =$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot 0.1 + 10 \cdot 0.4 + 15 \cdot 0.4 + 20 \cdot 0.1 = 12.5.$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5		

Решение.

$$\mathbf{M}[X] = 5 \cdot 0.1 + 10 \cdot 0.4 + 15 \cdot 0.4 + 20 \cdot 0.1 = 12.5.$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] =$	

Решение.

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] =$	

Решение.

$\mathbf{M}[Y] =$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] =$	

Решение.

$$\mathbf{M}[Y] = 0 \cdot 0.1 +$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$M[X] = 12.5$
$M[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$M[Y] =$	

Решение.

$$M[Y] = 0 \cdot 0.1 + 5 \cdot 0.4 +$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] =$	

Решение.

$$\mathbf{M}[Y] = 0 \cdot 0.1 + 5 \cdot 0.4 + 10 \cdot 0.4 =$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] =$	

Решение.

$$\mathbf{M}[Y] = 0 \cdot 0.1 + 5 \cdot 0.4 + 10 \cdot 0.4 = 4.75.$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[Y] = 0 \cdot 0.1 + 5 \cdot 0.4 + 10 \cdot 0.4 = 4.75.$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] =$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X \cdot Y] &= \\ &= 5 \cdot 0 \cdot 0.1 + \end{aligned}$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X \cdot Y] &= \\ &= 5 \cdot 0 \cdot 0.1 + 5 \cdot 5 \cdot 0 + \end{aligned}$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X \cdot Y] = \\ = 5 \cdot 0 \cdot 0.1 + 5 \cdot 5 \cdot 0 + 5 \cdot 10 \cdot 0 + \end{aligned}$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}[X \cdot Y] &= \\
 &= 5 \cdot 0 \cdot 0.1 + 5 \cdot 5 \cdot 0 + 5 \cdot 10 \cdot 0 + \\
 &+ 10 \cdot 0 \cdot 0.2 + 10 \cdot 5 \cdot 0.1 + 10 \cdot 10 \cdot 0.1 +
 \end{aligned}$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}[X \cdot Y] = & \\
 = & 5 \cdot 0 \cdot 0.1 + 5 \cdot 5 \cdot 0 + 5 \cdot 10 \cdot 0 + \\
 & + 10 \cdot 0 \cdot 0.2 + 10 \cdot 5 \cdot 0.1 + 10 \cdot 10 \cdot 0.1 + \\
 & + 15 \cdot 0 \cdot 0.1 + 15 \cdot 5 \cdot 0.1 + 15 \cdot 10 \cdot 0.2 +
 \end{aligned}$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}[X \cdot Y] &= \\
 &= 5 \cdot 0 \cdot 0.1 + 5 \cdot 5 \cdot 0 + 5 \cdot 10 \cdot 0 + \\
 &+ 10 \cdot 0 \cdot 0.2 + 10 \cdot 5 \cdot 0.1 + 10 \cdot 10 \cdot 0.1 + \\
 &+ 15 \cdot 0 \cdot 0.1 + 15 \cdot 5 \cdot 0.1 + 15 \cdot 10 \cdot 0.2 + \\
 &+ 20 \cdot 0 \cdot 0 + 20 \cdot 5 \cdot 0.05 + 20 \cdot 10 \cdot 0.05 \approx
 \end{aligned}$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}[X \cdot Y] &= \\
 &= 5 \cdot 0 \cdot 0.1 + 5 \cdot 5 \cdot 0 + 5 \cdot 10 \cdot 0 + \\
 &+ 10 \cdot 0 \cdot 0.2 + 10 \cdot 5 \cdot 0.1 + 10 \cdot 10 \cdot 0.1 + \\
 &+ 15 \cdot 0 \cdot 0.1 + 15 \cdot 5 \cdot 0.1 + 15 \cdot 10 \cdot 0.2 + \\
 &+ 20 \cdot 0 \cdot 0 + 20 \cdot 5 \cdot 0.05 + 20 \cdot 10 \cdot 0.05 \approx 67,5.
 \end{aligned}$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}[X \cdot Y] &= 67.5, \\
 &= 5 \cdot 0 \cdot 0.1 + 5 \cdot 5 \cdot 0 + 5 \cdot 10 \cdot 0 + \\
 &+ 10 \cdot 0 \cdot 0.2 + 10 \cdot 5 \cdot 0.1 + 10 \cdot 10 \cdot 0.1 + \\
 &+ 15 \cdot 0 \cdot 0.1 + 15 \cdot 5 \cdot 0.1 + 15 \cdot 10 \cdot 0.2 + \\
 &+ 20 \cdot 0 \cdot 0 + 20 \cdot 5 \cdot 0.05 + 20 \cdot 10 \cdot 0.05 \approx 67,5.
 \end{aligned}$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] =$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] =$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X \cdot Y] &= 67.5, \quad k[X, Y] = \\ &= \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] = \end{aligned}$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X \cdot Y] &= 67.5, \quad k[X, Y] = \\ &= \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] = 67.5 - 12.5 \cdot 4.75 = \end{aligned}$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X \cdot Y] &= 67.5, \quad k[X, Y] = \\ &= \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] = 67.5 - 12.5 \cdot 4.75 = 8.125. \end{aligned}$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X \cdot Y] &= 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125, \\ &= \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] = 67.5 - 12.5 \cdot 4.75 = 8.125. \end{aligned}$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] =$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] =$$

$$= \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}^2[X] =$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] =$$

$$= \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}^2[X] = 5^2 \cdot 0.1 +$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] =$$

$$= \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}^2[X] = 5^2 \cdot 0.1 + 10^2 \cdot 0.4 +$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] =$$

$$= \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}^2[X] = 5^2 \cdot 0.1 + 10^2 \cdot 0.4 + 15^2 \cdot 0.4 +$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] =$$

$$= \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}^2[X] = 5^2 \cdot 0.1 + 10^2 \cdot 0.4 + 15^2 \cdot 0.4 + 20^2 \cdot 0.1 -$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] =$$

$$= \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}^2[X] = 5^2 \cdot 0.1 + 10^2 \cdot 0.4 + 15^2 \cdot 0.4 + 20^2 \cdot 0.1 - 12.5^2 =$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] =$$

$$= \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}^2[X] = 5^2 \cdot 0.1 + 10^2 \cdot 0.4 + 15^2 \cdot 0.4 + 20^2 \cdot 0.1 - 12.5^2 = 16.25.$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] = 16.25,$$

$$= \mathbf{M}[X^2] - \mathbf{M}^2[X] = 5^2 \cdot 0.1 + 10^2 \cdot 0.4 + 15^2 \cdot 0.4 + 20^2 \cdot 0.1 - 12.5^2 = 16.25.$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] = 16.25, \quad \mathbf{D}[Y] =$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] = 16.25, \quad \mathbf{D}[Y] =$$

$$= \mathbf{M}[Y^2] - \mathbf{M}^2[Y] =$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] = 16.25, \quad \mathbf{D}[Y] =$$

$$= \mathbf{M}[Y^2] - \mathbf{M}^2[Y] = 0^2 \cdot 0.4 +$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X \cdot Y] &= 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125, \\ \mathbf{D}[X] &= 16.25, \quad \mathbf{D}[Y] = \\ &= \mathbf{M}[Y^2] - \mathbf{M}^2[Y] = 0^2 \cdot 0.4 + 5^2 \cdot 0.25 + \end{aligned}$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] = 16.25, \quad \mathbf{D}[Y] =$$

$$= \mathbf{M}[Y^2] - \mathbf{M}^2[Y] = 0^2 \cdot 0.4 + 5^2 \cdot 0.25 + 10^2 \cdot 0.35 -$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] = 16.25, \quad \mathbf{D}[Y] =$$

$$= \mathbf{M}[Y^2] - \mathbf{M}^2[Y] = 0^2 \cdot 0.4 + 5^2 \cdot 0.25 + 10^2 \cdot 0.35 - 4.75^2 =$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] = 16.25, \quad \mathbf{D}[Y] =$$

$$= \mathbf{M}[Y^2] - \mathbf{M}^2[Y] = 0^2 \cdot 0.4 + 5^2 \cdot 0.25 + 10^2 \cdot 0.35 - 4.75^2 = 18.69.$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] = 16.25, \quad \mathbf{D}[Y] = 18.69.$$

$$= \mathbf{M}[Y^2] - \mathbf{M}^2[Y] = 0^2 \cdot 0.4 + 5^2 \cdot 0.25 + 10^2 \cdot 0.35 - 4.75^2 = 18.69.$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$M[X] = 12.5$
$M[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$M[Y] = 4.75$	

Решение.

$$M[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$D[X] = 16.25, \quad D[Y] = 18.69.$$

Запишем **уравнение линейной регрессии Y по X :**

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$M[X] = 12.5$
$M[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$M[Y] = 4.75$	

Решение.

$$M[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$D[X] = 16.25, \quad D[Y] = 18.69.$$

Запишем **уравнение линейной регрессии Y по X :**

$$y =$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] = 16.25, \quad \mathbf{D}[Y] = 18.69.$$

Запишем **уравнение линейной регрессии Y по X :**

$$y = (x - 12.5) +$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] = 16.25, \quad \mathbf{D}[Y] = 18.69.$$

Запишем **уравнение линейной регрессии Y по X :**

$$y = \frac{8.125}{16.25}(x - 12.5) +$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] = 16.25, \quad \mathbf{D}[Y] = 18.69.$$

Запишем **уравнение линейной регрессии Y по X :**

$$y = \frac{8.125}{16.25}(x - 12.5) + 4.75$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$M[X] = 12.5$
$M[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$M[Y] = 4.75$	

Решение.

$y =$

$$M[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$D[X] = 16.25, \quad D[Y] = 18.69.$$

Запишем **уравнение линейной регрессии Y по X :**

$$y = \frac{8.125}{16.25}(x - 12.5) + 4.75$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$$y = 0.5x -$$

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] = 16.25, \quad \mathbf{D}[Y] = 18.69.$$

Запишем **уравнение линейной регрессии Y по X :**

$$y = \frac{8.125}{16.25}(x - 12.5) + 4.75$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$y = 0.5x - 1.5$ — **линейная регрессия Y по X .**

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = 67.5, \quad k[X, Y] = 8.125,$$

$$\mathbf{D}[X] = 16.25, \quad \mathbf{D}[Y] = 18.69.$$

Запишем **уравнение линейной регрессии Y по X :**

$$y = \frac{8.125}{16.25}(x - 12.5) + 4.75$$

Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

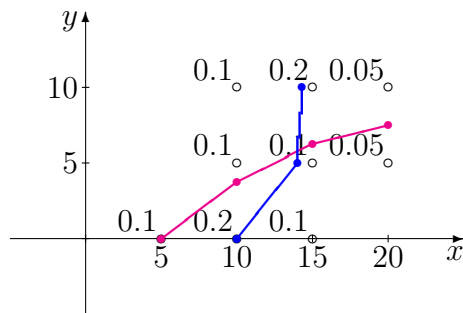
$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$M[X] = 12.5$
$M[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$M[Y] = 4.75$	

Решение.

$y = 0.5x - 1.5$ — линейная регрессия Y по X .

— ломаная регрессии Y по X ;

— ломаная регрессии X по Y ;



Пример 44.

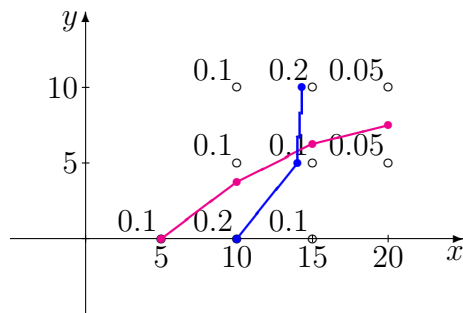
3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$\mathbf{M}[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$\mathbf{M}[X] = 12.5$
$\mathbf{M}[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$\mathbf{M}[Y] = 4.75$	

Решение.

$y = 0.5x - 1.5$ — **линейная регрессия Y по X .**

- ломаная регрессии Y по X ;
- ломаная регрессии X по Y ;
- линейная регрессия Y по X .



Пример 44.

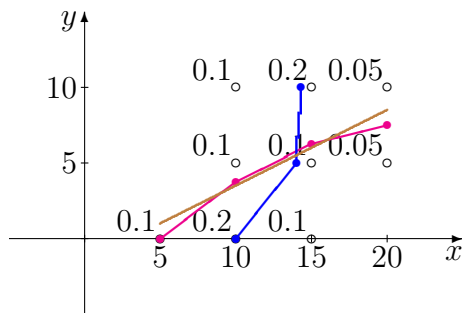
3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$M[X] = 12.5$
$M[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$M[Y] = 4.75$	

Решение.

$y = 0.5x - 1.5$ — линейная регрессия Y по X .

- ломаная регрессии Y по X ;
- ломаная регрессии X по Y ;
- линейная регрессия Y по X .



Пример 44.

3) Постройте
линейную
регрессию
 Y по X .

$y_j \backslash x_i$	5	10	15	20	$p(Y = y_i)$	$M[X _{Y=y_i}]$
0	0.1	0.2	0.1	0	0.40	10
5	0	0.1	0.1	0.05	0.25	14
10	0	0.1	0.2	0.05	0.35	14.29
$p(X = x_i)$	0.1	0.40	0.40	0.1	1	$M[X] = 12.5$
$M[Y _{X=x_i}]$	0.0	3.75	6.25	7.5	$M[Y] = 4.75$	

Решение.

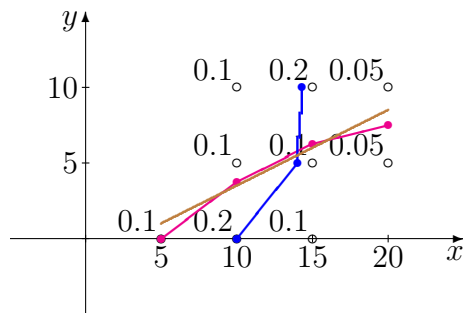
$y = 0.5x - 1.5$ — **линейная регрессия Y по X .**

— ломаная регрессии Y по X ;

— ломаная регрессии X по Y ;

— линейная регрессия Y по X .

Пример решен.



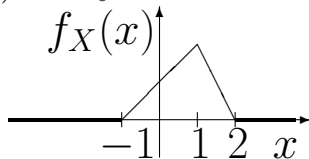
Задачи для самостоятельного решения

Задача XXV.26. (Ответ приведен на стр.3762.) Приведите примеры случайных величин, которые можно рассматривать в условиях эксперимента, в котором рублёвая монета подбрасывается до тех пор пока не выпадет орёл.

Задача XXV.27. (Ответ приведен на стр.3766.) Пусть генеральная совокупность — множество всех взрослых людей. В качестве случайной величины $t(\omega)$ возьмем вес человека ω в некоторый момент времени. Укажите приблизительно (можно очень приблизительно) значение $\mathbf{M}[t]$ и $\sigma[t]$.

Задача XXV.28. (Ответ приведен на стр.3768.) Рассмотрим множество всех едущих легковых автомобилей, $n(\omega)$ — количество людей в салоне автомобиля ω . Укажите приблизительно значение $\mathbf{M}[m]$ и $\sigma[m]$.

Задача XXV.29. (Ответ приведен на стр.3770.) График плотности вероятности $f_X(x)$ случайной величины X имеет вид:



Укажите множество всех значений, которые может принимать эта случайная величина на элементах генеральной совокупности. Укажите примерные значения величин $\mathbf{M}[X]$ и $\sigma[X]$.

Задача XXV.30. (Ответ приведен на стр.3772.) Некто подбрасывает монету до первого появления «орла», но не более четырех раз (т.е. если даже все 4 раза выпадала «решка», эксперимент все равно прекращается). Найдите закон распределения числа X бросков монеты, математическое ожидание этой величины, ее дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

Задача XXV.31. (Ответ приведен на стр.3774.) Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Задача XXV.32. (Ответ приведен на стр.3827.)

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Задача XXV.33. (Ответ приведен на стр.3860.) Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Задача XXV.34. (Ответ приведен на стр.4004.) (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер N в меню у тигра распределен

по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Задача XXV.35. (Ответ приведен на стр.4038.) (Предложена Ю.Б. Мельниковым)

Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $\frac{1}{2}$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $\frac{1}{3}$, для третьей головы вероятность угоститься баранинкой равна $\frac{1}{6}$.

а) Найдите, минимально возможное число плошек, которое готовят любимому Змею верные и старательные слуги.

Задача XXV.36. (Ответ приведен на стр.4048.) (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься баранинкой равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Задача XXV.37. (Ответ приведен на стр.4084.) (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Пример 45. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания μ нормального распределения с надежностью 0.95, зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75.11$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 12$, если объем выборки равен 144.

Решение.

Пример 45. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания μ нормального распределения с надежностью 0.95, зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75.11$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 12$, если объем выборки равен 144.

Решение. Так как объем выборки достаточно велик, то, по теореме Ляпунова, можно считать, что случайная величина $\bar{x}$ распределена на генеральной совокупности выборок объема 144 по нормальному закону.

Пример 45. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания μ нормального распределения с надежностью 0.95, зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75.11$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 12$, если объем выборки равен 144.

Решение. Так как объем выборки достаточно велик, то, по теореме Ляпунова, можно считать, что случайная величина $\bar{x}$ распределена на генеральной совокупности выборок объема 144 по нормальному закону.

Как известно, $\mathbf{M}[\bar{x}] = \mathbf{M}[X]$,

Пример 45. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания μ нормального распределения с надежностью 0.95, зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75.11$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 12$, если объем выборки равен 144.

Решение. Так как объем выборки достаточно велик, то, по теореме Ляпунова, можно считать, что случайная величина $\bar{x}$ распределена на генеральной совокупности выборок объема 144 по нормальному закону.

Как известно, $\mathbf{M}[\bar{x}] = \mathbf{M}[X]$,

и дисперсия случайной величины $\bar{x}$ связана с дисперсией случайной величины X законом: $\mathbf{D}[\bar{x}] = \frac{1}{n}\mathbf{D}[X]$.

Пример 45. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания μ нормального распределения с надежностью 0.95, зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75.11$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 12$, если объем выборки равен 144.

Решение. Так как объем выборки достаточно велик, то, по теореме Ляпунова, можно считать, что случайная величина $\bar{x}$ распределена на генеральной совокупности выборок объема 144 по нормальному закону.

Как известно, $\mathbf{M}[\bar{x}] = \mathbf{M}[X]$,

и дисперсия случайной величины $\bar{x}$ связана с дисперсией случайной величины X законом: $\mathbf{M}[\mathbf{D}[\bar{x}]] = \frac{1}{n}\mathbf{D}[X]$.

Для нашего случая получаем $\mathbf{D}[\bar{x}] \approx \frac{1}{n}D[X] = \frac{1}{144}12^2 = 1$.

Пример 45. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью 0.95, зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75.11$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 12$, если объем выборки равен 144.

Решение. Так как объем выборки достаточно велик, то, по теореме Ляпунова, можно считать, что случайная величина $\bar{x}$ распределена на генеральной совокупности выборок объема 144 по нормальному закону.

Как известно, $\mathbf{M}[\bar{x}] = \mathbf{M}[X]$,

и дисперсия случайной величины $\bar{x}$ связана с дисперсией случайной величины X законом: $\mathbf{D}[\bar{x}] = \frac{1}{n}\mathbf{D}[X]$.

Для нашего случая получаем $\mathbf{D}[\bar{x}] \approx \frac{1}{n}D[X] = \frac{1}{144}12^2 = 1$.

Нам надо найти такое значение параметра t , чтобы

$$p(\bar{x} - t < a < \bar{x} + t) = 0.95$$

Пример 45. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания μ нормального распределения с надежностью 0.95, зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75.11$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 12$, если объем выборки равен 144.

Решение. Так как $\bar{x}$ распределена «приблизительно» по нормальному закону, то

Пример 45. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью 0.95 , зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75.11$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 12$, если объем выборки равен 144 .

Решение. Так как $\bar{x}$ распределена «приблизительно» по нормальному закону, то

$$0.95 = p(a < \bar{x} + t) - p(a < \bar{x} - t) + p(\bar{x} = a - t) = F_{\bar{x}}(\bar{x} + t) - F_{\bar{x}}(\bar{x} - t) =$$

Пример 45. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью 0.95 , зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75.11$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 12$, если объем выборки равен 144 .

Решение. Так как $\bar{x}$ распределена «приблизительно» по нормальному закону, то

$$\begin{aligned} 0.95 &= p(a < \bar{x} + t) - p(a < \bar{x} - t) + p(\bar{x} = a - t) = F_{\bar{x}}(\bar{x} + t) - F_{\bar{x}}(\bar{x} - t) = \\ &= \Phi\left(\frac{t}{\sigma/\sqrt{144}}\right) - \Phi\left(-\frac{t}{\sigma/\sqrt{144}}\right) = 2\Phi(t). \end{aligned}$$

Пример 45. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью 0.95, зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75.11$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 12$, если объем выборки равен 144.

Решение. Так как $\bar{x}$ распределена «приблизительно» по нормальному закону, то

$$\begin{aligned} 0.95 &= p(a < \bar{x} + t) - p(a < \bar{x} - t) + p(\bar{x} = a - t) = F_{\bar{x}}(\bar{x} + t) - F_{\bar{x}}(\bar{x} - t) = \\ &= \Phi\left(\frac{t}{\sigma/\sqrt{144}}\right) - \Phi\left(-\frac{t}{\sigma/\sqrt{144}}\right) = 2\Phi(t). \end{aligned}$$

По таблице для функции $\Phi(x) = \int_0^x e^{t^2/2} dt$, находим $t = 1.96$.

Пример 45. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью 0.95, зная выборочную среднюю $\bar{x} = 75.11$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma = 12$, если объем выборки равен 144.

Решение. Так как $\bar{x}$ распределена «приблизительно» по нормальному закону, то

$$\begin{aligned} 0.95 &= p(a < \bar{x} + t) - p(a < \bar{x} - t) + p(\bar{x} = a - t) = F_{\bar{x}}(\bar{x} + t) - F_{\bar{x}}(\bar{x} - t) = \\ &= \Phi\left(\frac{t}{\sigma/\sqrt{144}}\right) - \Phi\left(-\frac{t}{\sigma/\sqrt{144}}\right) = 2\Phi(t). \end{aligned}$$

По таблице для функции $\Phi(x) = \int_0^x e^{t^2/2} dt$, находим $t = 1.96$.

Ответ. Доверительный интервал равен (73.15; 77.07)

Вернёмся к лекции?

Пример 46. Проводится подбрасывание трех монет, X — количество очков, причем за каждого выпавшего «орла» получаем 1 очко, а за «решку» — 0 очков. Таким образом, в каждом эксперименте X принимает значения 0, 1, 2, 3. Всего было проведено 20 экспериментов, получили следующий вариационный ряд:

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Отметим, что вопрос поставлен некорректно:

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Отметим, что вопрос поставлен некорректно: методами статистики можно ответить на вопрос этой задачи только с той или иной вероятностью.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Отметим, что вопрос поставлен некорректно: методами статистики можно ответить на вопрос этой задачи только с той или иной вероятностью.

Объем выборки равен $4+8+10+3=25$.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Отметим, что вопрос поставлен некорректно: методами статистики можно ответить на вопрос этой задачи только с той или иной вероятностью.

Объем выборки равен $4+8+10+3=25$.

Биномиальный закон содержит один параметр:

p — вероятность появления события A в отдельном эксперименте (в данном случае A — выпадение «герба» на монете).

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Отметим, что вопрос поставлен некорректно: методами статистики можно ответить на вопрос этой задачи только с той или иной вероятностью.

Объем выборки равен $4+8+10+3=25$.

Биномиальный закон содержит один параметр:

p — вероятность появления события A в отдельном эксперименте (в данном случае A — выпадение «герба» на монете). Мы должны были бы найти p по вариационному ряду, но, для сокращения времени, мы примем $p = \frac{1}{2}$ — точное значение вероятности, а не его точечная оценка (вычислить p по выборке не очень просто).

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Подробно покажем, как найти теоретическое значение частоты для варианты 0.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Подробно покажем, как найти теоретическое значение частоты для варианты 0.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

При броске трех монет возможны следующие равновероятные элементарные исходы:

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

***Проверить**, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.*

Решение.

При броске трех монет возможны следующие равновероятные элементарные исходы:

1) на всех монетах — «решка» (т.е. $X = 0$);

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

При броске трех монет возможны следующие равновероятные элементарные исходы:

- 1) на всех монетах — «решка» (т.е. $X = 0$);
- 2) на первой монете «орел», на остальных — «решка»;

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

При броске трех монет возможны следующие равновероятные элементарные исходы:

- 1) на всех монетах — «решка» (т.е. $X = 0$);
- 2) на первой монете «орел», на остальных — «решка»;
- 3) на второй монете — «орел», на остальных — решка и т.д.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

***Проверить**, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.*

Решение.

При броске трех монет возможны следующие равновероятные элементарные исходы:

- 1) на всех монетах — «решка» (т.е. $X = 0$);
- 2) на первой монете «орел», на остальных — «решка»;
- 3) на второй монете — «орел», на остальных — решка и т.д.

Всего получается равновероятных элементарных исходов.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

При броске трех монет возможны следующие равновероятные элементарные исходы:

- 1) на всех монетах — «решка» (т.е. $X = 0$);
- 2) на первой монете «орел», на остальных — «решка»;
- 3) на второй монете — «орел», на остальных — решка и т.д.

Всего получается 8 равновероятных элементарных исходов.

Благоприятный исход, при котором наступает событие $X = 0$, всего один (на всех трех монетах выпала «решка»).

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Вероятность события $X = 0$ в каждом эксперименте равна

При броске трех монет возможны следующие равновероятные элементарные исходы:

- 1) на всех монетах — «решка» (т.е. $X = 0$);
- 2) на первой монете «орел», на остальных — «решка»;
- 3) на второй монете — «орел», на остальных — решка и т.д.

Всего получается 8 равновероятных элементарных исходов.

Благоприятный исход, при котором наступает событие $X = 0$, всего один (на всех трех монетах выпала «решка»).

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Вероятность события $X = 0$ в каждом эксперименте равна $1/8$.

При броске трех монет возможны следующие равновероятные элементарные исходы:

- 1) на всех монетах — «решка» (т.е. $X = 0$);
- 2) на первой монете «орел», на остальных — «решка»;
- 3) на второй монете — «орел», на остальных — решка и т.д.

Всего получается 8 равновероятных элементарных исходов.

Благоприятный исход, при котором наступает событие $X = 0$, всего один (на всех трех монетах выпала «решка»).

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Вероятность события $X = 0$ в каждом эксперименте равна $1/8$.

Всего таких экспериментов было проведено 25.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Вероятность события $X = 0$ в каждом эксперименте равна $1/8$.

Всего таких экспериментов было проведено 25.

Случайная величина Y — количество появлений события $X = 0$ в серии из 25 испытаний, распределена по закону.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Вероятность события $X = 0$ в каждом эксперименте равна $1/8$.

Всего таких экспериментов было проведено 25.

Случайная величина Y — количество появлений события $X = 0$ в серии из 25 испытаний, распределена по закону.

(См.определение **биномиального закона**).

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Вероятность события $X = 0$ в каждом эксперименте равна $1/8$.

Всего таких экспериментов было проведено 25.

Случайная величина Y — количество появлений события $X = 0$ в серии из 25 испытаний, распределена по биномиальному закону. (См.определение **биномиального закона**).

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Вероятность события $X = 0$ в каждом эксперименте равна $1/8$.

Всего таких экспериментов было проведено 25.

Случайная величина Y — количество появлений события $X = 0$ в серии из 25 испытаний, распределена по биномиальному закону.

Для случайной величины, распределенной по **биномиальному закону**, как известно, математическое ожидание равно произведению количества экспериментов на вероятность успеха в каждом.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Вероятность события $X = 0$ в каждом эксперименте равна $1/8$. $\mathbf{M}[Y] =$

Всего таких экспериментов было проведено 25.

Случайная величина Y — количество появлений события $X = 0$ в серии из 25 испытаний, распределена по биномиальному закону.

Для случайной величины, распределенной по **биномиальному закону**, как известно, математическое ожидание равно произведению количества экспериментов на вероятность успеха в каждом.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Вероятность события $X = 0$ в каждом эксперименте равна $1/8$. $M[Y] = 25 \cdot \frac{1}{8} =$

Всего таких экспериментов было проведено 25.

Случайная величина Y — количество появлений события $X = 0$ в серии из 25 испытаний, распределена по биномиальному закону.

Для случайной величины, распределенной по **биномиальному закону**, как известно, математическое ожидание равно произведению количества экспериментов на вероятность успеха в каждом.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Вероятность события $X = 0$ в каждом эксперименте равна $1/8$. $M[Y] = 25 \cdot \frac{1}{8} = \frac{25}{8}$.

Всего таких экспериментов было проведено 25.

Случайная величина Y — количество появлений события $X = 0$ в серии из 25 испытаний, распределена по биномиальному закону.

Для случайной величины, распределенной по **биномиальному закону**, как известно, математическое ожидание равно произведению количества экспериментов на вероятность успеха в каждом.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение. Вероятность события $X = 0$ в каждом эксперименте равна $1/8$. $\mathbf{M}[Y] = 25 \cdot \frac{1}{8} = \frac{25}{8}$.

Всего таких экспериментов было проведено 25.

Случайная величина Y — количество появлений события $X = 0$ в серии из 25 испытаний, распределена по биномиальному закону.

Значит, «среднеожидаемое количество» n'_1 наступлений события $X = 0$ в серии из 25 испытаний равно $25/8$.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8			
$(n_k - n'_k)^2$				

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8			
$(n_k - n'_k)^2$				

Аналогично вычисляются теоретические частоты и для остальных значений случайной величины X .

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8		
$(n_k - n'_k)^2$				

Аналогично вычисляются теоретические частоты и для остальных значений случайной величины X .

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	
$(n_k - n'_k)^2$				

Аналогично вычисляются теоретические частоты и для остальных значений случайной величины X .

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$				

Аналогично вычисляются теоретические частоты и для остальных значений случайной величины X .

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64			

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64		

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

$$\chi^2 =$$

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

$$\chi^2 = \frac{49/64}{25/8} + \frac{121/64}{75/8} + \frac{25/64}{75/8} + \frac{1/64}{25/8} \approx$$

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

$$\chi^2 = \frac{49/64}{25/8} + \frac{121/64}{75/8} + \frac{25/64}{75/8} + \frac{1/64}{25/8} \approx 0.493333333333.$$

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

$$\chi^2 = \frac{49/64}{25/8} + \frac{121/64}{75/8} + \frac{25/64}{75/8} + \frac{1/64}{25/8} \approx 0.493333333333.$$

Единственный параметр биномиального закона распределения — это p . **Значит,**
 $k =$

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

$$\chi^2 = \frac{49/64}{25/8} + \frac{121/64}{75/8} + \frac{25/64}{75/8} + \frac{1/64}{25/8} \approx 0.493333333333.$$

Единственный параметр биномиального закона распределения — это p . **Значит,**

$$k = 4 - 1 - 1 =$$

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

$$\chi^2 = \frac{49/64}{25/8} + \frac{121/64}{75/8} + \frac{25/64}{75/8} + \frac{1/64}{25/8} \approx 0.493333333333.$$

Единственный параметр биномиального закона распределения — это p . **Значит**,

$$k = 4 - 1 - 1 = 2.$$

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

$$k = 2.$$

$$\chi^2 = \frac{49/64}{25/8} + \frac{121/64}{75/8} + \frac{25/64}{75/8} + \frac{1/64}{25/8} \approx 0.493333333333.$$

Единственный параметр биномиального закона распределения — это p . **Значит,**

$$k = 4 - 1 - 1 = 2.$$

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

$$k = 2.$$

$$\chi^2 = \frac{49/64}{25/8} + \frac{121/64}{75/8} + \frac{25/64}{75/8} + \frac{1/64}{25/8} \approx 0.493333333333.$$

Следовательно, **критическое значение** равно $K =$ при уровне значимости 0.05.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

$$k = 2.$$

$$\chi^2 = \frac{49/64}{25/8} + \frac{121/64}{75/8} + \frac{25/64}{75/8} + \frac{1/64}{25/8} \approx 0.493333333333.$$

Следовательно, **критическое значение** равно $K = 6$ при уровне значимости 0.05.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

$$\chi^2 = \frac{49/64}{25/8} + \frac{121/64}{75/8} + \frac{25/64}{75/8} + \frac{1/64}{25/8} \approx 0.493333333333.$$

Следовательно, **критическое значение** равно $K = 6$ при уровне значимости 0.05.

$$k = 2.$$

$$K = 6 \text{ при УЗ } 0.05.$$

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

$$\chi^2 = \frac{49/64}{25/8} + \frac{121/64}{75/8} + \frac{25/64}{75/8} + \frac{1/64}{25/8} \approx 0.493333333333.$$

Критическое значение равно $K =$ при уровне значимости 0.95.

$$k = 2.$$

$$K = 6 \text{ при УЗ } 0.05.$$

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

$$k = 2.$$

$$K = 6 \text{ при УЗ } 0.05.$$

$$\chi^2 = \frac{49/64}{25/8} + \frac{121/64}{75/8} + \frac{25/64}{75/8} + \frac{1/64}{25/8} \approx 0.493333333333.$$

Критическое значение равно $K = 0.103$ при уровне значимости 0.95.

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

$$\chi^2 = \frac{49/64}{25/8} + \frac{121/64}{75/8} + \frac{25/64}{75/8} + \frac{1/64}{25/8} \approx 0.493333333333.$$

Критическое значение равно $K = 0.103$ при уровне значимости 0.95.

$$k = 2.$$

$$K = 6 \text{ при УЗ } 0.05.$$

$$K = 0.103 \text{ при УЗ } 0.95.$$

Пример 46. Бросаем 3 монеты, X — кол-во «орлов».

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3

Проверить, не противоречат ли данные эксперимента гипотезе о биномиальном распределении.

Решение.

x_k	0	1	2	3
n_k	4	8	10	3
n'_k	25/8	75/8	75/8	25/8
$(n_k - n'_k)^2$	49/64	121/64	25/64	1/64

$$\chi^2 = \frac{49/64}{25/8} + \frac{121/64}{75/8} + \frac{25/64}{75/8} + \frac{1/64}{25/8} \approx 0.493333333333.$$

Поэтому, если отвергнуть гипотезу о биномиальном распределении величины X , то вероятность ошибки больше 0.05, но меньше 0.95.

Вернёмся к лекции?

$$k = 2.$$

$$K = 6 \text{ при УЗ } 0.05.$$

$$K = 0.103 \text{ при УЗ } 0.95.$$

Пример 47. Найти условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$. Построить регрессию Y по X и регрессию X по Y . Построить прямую регрессии Y по X . Закон распределения случайной величины (X, Y) задан таблицей

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

Для того, чтобы найти условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$, надо вычислить вероятности событий $X = x_i$ при условии $Y = 5$.

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

Для того, чтобы найти условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$, надо вычислить вероятности событий $X = x_i$ при условии $Y = 5$.

В силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, получим, что $p(Y = 5) = \dots$ (допишите)

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

Для того, чтобы найти условный закон распределения величины X при условии $Y = 5$, надо вычислить вероятности событий $X = x_i$ при условии $Y = 5$.

В силу несовместности событий $X = x_i$ и $X = x_j$ при $x_i \neq x_j$, получим, что $p(Y = 5) =$

$$\begin{aligned} &= p((X = 5) \cdot (Y = 5) + (X = 10) \cdot (Y = 5) + (X = 15) \cdot (Y = 5) + (X = 20) \cdot (Y = 5)) = \\ &= p((X = 5) \cdot (Y = 5)) + p((X = 10) \cdot (Y = 5)) + \\ &+ p((X = 15) \cdot (Y = 5)) + p((X = 20) \cdot (Y = 5)) = \\ &= 0 + 0.1 + 0.1 + 0.05 = 0.25. \end{aligned}$$

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

Поэтому

$$p(X = 5 | Y = 5) = \frac{p((X = 5) \cdot (Y = 5))}{p(Y = 5)} = \frac{0}{0.25} = 0,$$

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

Поэтому

$$p(X = 5 | Y = 5) = \frac{p((X = 5) \cdot (Y = 5))}{p(Y = 5)} = \frac{0}{0.25} = 0,$$

$$p(X = 10 | Y = 5) = \frac{p((X = 10) \cdot (Y = 5))}{p(Y = 5)} = \frac{0.1}{0.25} = 0.4,$$

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

Поэтому

$$p(X = 5 | Y = 5) = \frac{p((X = 5) \cdot (Y = 5))}{p(Y = 5)} = \frac{0}{0.25} = 0,$$

$$p(X = 10 | Y = 5) = \frac{p((X = 10) \cdot (Y = 5))}{p(Y = 5)} = \frac{0.1}{0.25} = 0.4,$$

$$p(X = 15 | Y = 5) = \frac{p((X = 15) \cdot (Y = 5))}{p(Y = 5)} = \frac{0.1}{0.25} = 0.4,$$

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

Поэтому

$$p(X = 5 | Y = 5) = \frac{p((X = 5) \cdot (Y = 5))}{p(Y = 5)} = \frac{0}{0.25} = 0,$$

$$p(X = 10 | Y = 5) = \frac{p((X = 10) \cdot (Y = 5))}{p(Y = 5)} = \frac{0.1}{0.25} = 0.4,$$

$$p(X = 15 | Y = 5) = \frac{p((X = 15) \cdot (Y = 5))}{p(Y = 5)} = \frac{0.1}{0.25} = 0.4,$$

$$p(X = 20 | Y = 5) = \frac{p((X = 20) \cdot (Y = 5))}{p(Y = 5)} = \frac{0.05}{0.25} = 0.2.$$

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

Тогда искомый условный закон может быть представлен таблицей:

x_i	10	15	20
$p \left(X = x_i \mid Y = 5 \right)$	0.4	0.4	0.2

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

Тогда искомый условный закон может быть представлен таблицей:

x_i	10	15	20
$p(X = x_i Y = 5)$	0.4	0.4	0.2

Для нахождения уравнения прямой регрессии вычислим по вышеприведенным формулам (11), стр.631, (13), стр.639, (15), стр.859 следующие величины:

$$\mathbf{M}[X], \quad \mathbf{D}[X],$$

$$\mathbf{M}[Y], \quad \mathbf{D}[Y]$$

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

Тогда искомый условный закон может быть представлен таблицей:

x_i	10	15	20
$p \left(X = x_i \mid Y = 5 \right)$	0.4	0.4	0.2

Для нахождения уравнения прямой регрессии вычислим по вышеприведенным формулам (11), стр.631, (13), стр.639, (15), стр.859 следующие величины:

$$\mathbf{M}[X] = 12.5, \quad \mathbf{D}[X] = 16.25,$$

$$\mathbf{M}[Y] = 4.75, \quad \mathbf{D}[Y] \approx 18.688,$$

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

$$\mathbf{M}[X \cdot Y] = \dots,$$

$$k_{X,Y} = \dots$$

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X \cdot Y] &= 67.5, \\ k_{X,Y} &= \frac{67.5 - 12.5 \cdot 4.75}{\sqrt{16.25} \sqrt{18.688}} \approx 0.466, \end{aligned}$$

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X \cdot Y] &= 67.5, \\ k_{X,Y} &= \frac{67.5 - 12.5 \cdot 4.75}{\sqrt{16.25} \sqrt{18.688}} \approx 0.466, \end{aligned}$$

Подставив полученные величины в формулу (17), стр.861, получим уравнение прямой регрессии Y по X для данного примера

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

$$\begin{aligned}\mathbf{M}[X \cdot Y] &= 67.5, \\ k_{X,Y} &= \frac{67.5 - 12.5 \cdot 4.75}{\sqrt{16.25} \sqrt{18.688}} \approx 0.466,\end{aligned}$$

Подставив полученные величины в формулу (17), стр.861, получим уравнение прямой регрессии Y по X для данного примера :

$$y = 0.5x - 1.5.$$

Пример 47.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
0	0.1	0.2	0.1	0
5	0	0.1	0.1	0.05
10	0	0.1	0.2	0.05

Решение.

$$\begin{aligned}\mathbf{M}[X \cdot Y] &= 67.5, \\ k_{X,Y} &= \frac{67.5 - 12.5 \cdot 4.75}{\sqrt{16.25} \sqrt{18.688}} \approx 0.466,\end{aligned}$$

Подставив полученные величины в формулу (17), стр.861, получим уравнение прямой регрессии Y по X для данного примера :

$$y = 0.5x - 1.5.$$

Тот факт, что $k_{X,Y}$ положителен, интуитивно очевиден: с ростом зна-

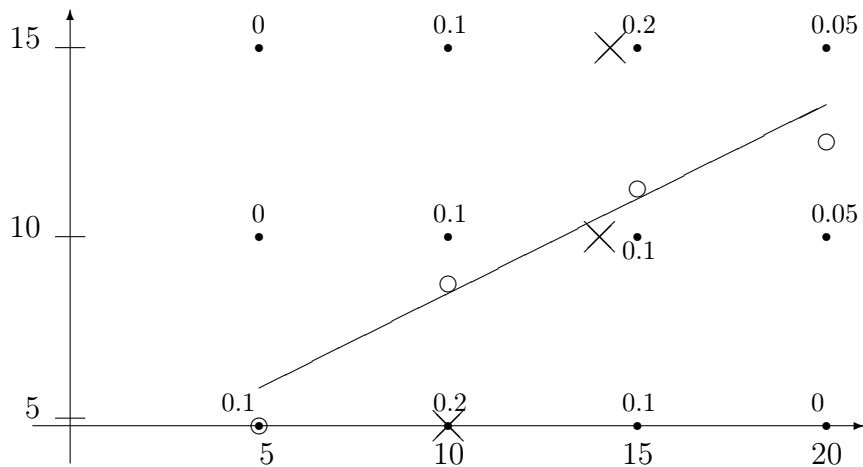


Рис. 10: $\times$ — регрессия X по Y , $\circ$ — регрессия Y по X .

чений величины X среднее значение величины Y также возрастает:

x_i	5	10	15	20
$\mathbf{M}[Y X = x_i]$	0	3.75	6.25	7.5
$0.5x_i - 1.5$	1	3.5	6	8.5

y_i	0	5	10
$\mathbf{M}[X Y = y_i]$	10	14	14.286

Вернёмся к лекции?

Задачи для самостоятельного решения

Задача XXVI.38. (Ответ приведен на стр.4140.) Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Задача XXVI.39. (Ответ приведен на стр.4235.) По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Вернёмся к лекции?

XXVII. Табличное задание некоторых функций

Значения функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$

Таблица **2а**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0.3989	0.3989	0.3989	0.3988	0.3986	0.3984	0.3982	0.398	0.3977	0.3973
0.1	0.397	0.3965	0.3961	0.3956	0.3951	0.3945	0.3939	0.3932	0.3925	0.3918
0.2	0.391	0.3902	0.3894	0.3885	0.3876	0.3867	0.3857	0.3847	0.3836	0.3825
0.3	0.3814	0.3802	0.379	0.3778	0.3765	0.3752	0.3739	0.3725	0.3712	0.3697
0.4	0.3683	0.3668	0.3653	0.3637	0.3621	0.3605	0.3589	0.3572	0.3555	0.3538
0.5	0.3521	0.3503	0.3485	0.3467	0.3448	0.3429	0.341	0.3391	0.3372	0.3352
0.6	0.3332	0.3312	0.3292	0.3271	0.3251	0.323	0.3209	0.3187	0.3166	0.3144
0.7	0.3123	0.3101	0.3079	0.3056	0.3034	0.3011	0.2989	0.2966	0.2943	0.292
0.8	0.2897	0.2874	0.285	0.2827	0.2803	0.278	0.2756	0.2732	0.2709	0.2685
0.9	0.2661	0.2637	0.2613	0.2589	0.2565	0.2541	0.2516	0.2492	0.2468	0.2444
1	0.242	0.2396	0.2371	0.2347	0.2323	0.2299	0.2275	0.2251	0.2227	0.2203
1.1	0.2179	0.2155	0.2131	0.2107	0.2083	0.2059	0.2036	0.2012	0.1989	0.1965
1.2	0.1942	0.1919	0.1895	0.1872	0.1849	0.1826	0.1804	0.1781	0.1758	0.1736
1.3	0.1714	0.1691	0.1669	0.1647	0.1626	0.1604	0.1582	0.1561	0.1539	0.1518
1.4	0.1497	0.1476	0.1456	0.1435	0.1415	0.1394	0.1374	0.1354	0.1334	0.1315
1.5	0.1295	0.1276	0.1257	0.1238	0.1219	0.12	0.1182	0.1163	0.1145	0.1127
1.6	0.1109	0.1092	0.1074	0.1057	0.104	0.1023	0.1006	0.0989	0.0973	0.0957
1.7	0.094	0.0925	0.0909	0.0893	0.0878	0.0863	0.0848	0.0833	0.0818	0.0804
1.8	0.079	0.0775	0.0761	0.0748	0.0734	0.0721	0.0707	0.0694	0.0681	0.0669
1.9	0.0656	0.0644	0.0632	0.062	0.0608	0.0596	0.0584	0.0573	0.0562	0.0551
2	0.054	0.0529	0.0519	0.0508	0.0498	0.0488	0.0478	0.0468	0.0459	0.0449

Значения функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$

Таблица **3а**

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.01	0.003989	0.44	0.17	0.87	0.3079	1.3	0.4032	1.73	0.4582	2.32	0.4898
0.02	0.007978	0.45	0.1736	0.88	0.3106	1.31	0.4049	1.74	0.4591	2.34	0.4904
0.03	0.01197	0.46	0.1772	0.89	0.3133	1.32	0.4066	1.75	0.4599	2.36	0.4909
0.04	0.01595	0.47	0.1808	0.9	0.3159	1.33	0.4082	1.76	0.4608	2.38	0.4913
0.05	0.01994	0.48	0.1844	0.91	0.3186	1.34	0.4099	1.77	0.4616	2.4	0.4918
0.06	0.02392	0.49	0.1879	0.92	0.3212	1.35	0.4115	1.78	0.4625	2.42	0.4922
0.07	0.0279	0.5	0.1915	0.93	0.3238	1.36	0.4131	1.79	0.4633	2.44	0.4927
0.08	0.03188	0.51	0.195	0.94	0.3264	1.37	0.4147	1.8	0.4641	2.46	0.4931
0.09	0.03586	0.52	0.1985	0.95	0.3289	1.38	0.4162	1.81	0.4649	2.48	0.4934
0.1	0.03983	0.53	0.2019	0.96	0.3315	1.39	0.4177	1.82	0.4656	2.5	0.4938
0.11	0.0438	0.54	0.2054	0.97	0.334	1.4	0.4192	1.83	0.4664	2.52	0.4941
0.12	0.04776	0.55	0.2088	0.98	0.3365	1.41	0.4207	1.84	0.4671	2.54	0.4945
0.13	0.05172	0.56	0.2123	0.99	0.3389	1.42	0.4222	1.85	0.4678	2.56	0.4948
0.14	0.05567	0.57	0.2157	1	0.3413	1.43	0.4236	1.86	0.4686	2.58	0.4951
0.15	0.05962	0.58	0.219	1.01	0.3438	1.44	0.4251	1.87	0.4693	2.6	0.4953
0.16	0.06356	0.59	0.2224	1.02	0.3461	1.45	0.4265	1.88	0.4699	2.62	0.4956
0.17	0.06749	0.6	0.2257	1.03	0.3485	1.46	0.4279	1.89	0.4706	2.64	0.4959
0.18	0.07142	0.61	0.2291	1.04	0.3508	1.47	0.4292	1.9	0.4713	2.66	0.4961
0.19	0.07534	0.62	0.2324	1.05	0.3531	1.48	0.4306	1.91	0.4719	2.68	0.4963
0.2	0.07926	0.63	0.2357	1.06	0.3554	1.49	0.4319	1.92	0.4726	2.7	0.4965

Значения функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$

Таблица 36

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.2	0.07926	0.63	0.2357	1.06	0.3554	1.49	0.4319	1.92	0.4726	2.7	0.4965
0.21	0.08317	0.64	0.2389	1.07	0.3577	1.5	0.4332	1.93	0.4732	2.72	0.4967
0.22	0.08706	0.65	0.2422	1.08	0.3599	1.51	0.4345	1.94	0.4738	2.74	0.4969
0.23	0.09095	0.66	0.2454	1.09	0.3621	1.52	0.4357	1.95	0.4744	2.76	0.4971
0.24	0.09484	0.67	0.2486	1.1	0.3643	1.53	0.437	1.96	0.475	2.78	0.4973
0.25	0.09871	0.68	0.2517	1.11	0.3665	1.54	0.4382	1.97	0.4756	2.8	0.4974
0.26	0.1026	0.69	0.2549	1.12	0.3686	1.55	0.4394	1.98	0.4761	2.82	0.4976
0.27	0.1064	0.7	0.258	1.13	0.3708	1.56	0.4406	1.99	0.4767	2.84	0.4977
0.28	0.1103	0.71	0.2611	1.14	0.3729	1.57	0.4418	2	0.4772	2.86	0.4979
0.29	0.1141	0.72	0.2642	1.15	0.3749	1.58	0.4429	2.02	0.4783	2.88	0.498
0.3	0.1179	0.73	0.2673	1.16	0.377	1.59	0.4441	2.04	0.4793	2.9	0.4981
0.31	0.1217	0.74	0.2703	1.17	0.379	1.6	0.4452	2.06	0.4803	2.92	0.4982
0.32	0.1255	0.75	0.2734	1.18	0.381	1.61	0.4463	2.08	0.4812	2.94	0.4984
0.33	0.1293	0.76	0.2764	1.19	0.383	1.62	0.4474	2.1	0.4821	2.96	0.4985
0.34	0.1331	0.77	0.2793	1.2	0.3849	1.63	0.4484	2.12	0.483	2.98	0.4986
0.35	0.1368	0.78	0.2823	1.21	0.3869	1.64	0.4495	2.14	0.4838	3	0.49865
0.36	0.1406	0.79	0.2852	1.22	0.3888	1.65	0.4505	2.16	0.4846	3.2	0.49931
0.37	0.1443	0.8	0.2881	1.23	0.3907	1.66	0.4515	2.18	0.4854	3.4	0.49966
0.38	0.148	0.81	0.291	1.24	0.3925	1.67	0.4525	2.2	0.4861	3.6	0.499841
0.39	0.1517	0.82	0.2939	1.25	0.3943	1.68	0.4535	2.22	0.4868	3.8	0.499928
0.4	0.1554	0.83	0.2967	1.26	0.3962	1.69	0.4545	2.24	0.4875	4	0.499968

Значения функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$

Таблица **3в**

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.4	0.1554	0.83	0.2967	1.26	0.3962	1.69	0.4545	2.24	0.4875	4	0.499968
0.41	0.1591	0.84	0.2995	1.27	0.398	1.7	0.4554	2.26	0.4881	4.5	0.499997
0.42	0.1628	0.85	0.3023	1.28	0.3997	1.71	0.4564	2.28	0.4887	5	0.499997
0.43	0.1664	0.86	0.3051	1.29	0.4015	1.72	0.4573	2.3	0.4893		

XXVII.3. Критические точки критерия Пирсона

Число степеней свободы k	Уровень значимости					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6.6	5.0	3.8	0,0039	0,00098	0,00016
2	12	7.4	6,0	0.103	0,051	0,020
3	11,3	9.4	7.8	0.352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9.5	0,711	0,484	0.297
5	15,1	12,8	11,1	1.15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1.24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1.24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21.7	19,0	16,9	3,33	2.70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3.94	3.25	2.56

Продолжение на след. стр.

XXVII.3. Критические точки критерия Пирсона

Число степеней свободы k	Уровень значимости					
	0,01	0,025	0.05	0,95	0,975	0,89
11	24.7	21.9	19,7	4,57	3,82	3.05
12	26,2	23.3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24.7	22,4	5,89	5.01	4.11
14	29,1	26,1	23,7	6.57	5,63	4.66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33.4	30,2	27.6	8.67	7.56	6.41
18	34,8	31,5	28,9	9.39	8,23	7.01
19	36,2	32,9	30,1	10.1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10.9	9.59	8,26

Продолжение на след. стр.

XXVII.3. Критические точки критерия Пирсона

Число степеней свободы k	Уровень значимости					
	0,01	0,025	0.05	0,95	0,975	0,89
21	38,9	35,5	32.7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12.3	11,0	9.54
23	41,6	38.1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13.8	12.4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14.6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15.4	13.8	12.2
27	47,0	43,2	40.1	16.2	14.6	12.9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45.7	42.6	17.7	16,0	14,3
30	50.9	47,0	43,8	18.5	16.8	15.0

XXVIII. Лабораторные работы по математической статистике

Эти работы очень информативны, хорошо иллюстрируют изученный теоретический материал на «живых» примерах, причем непосредственное участие в получаемых результатах обычно является для студентов источником дополнительной мотивации.

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 бросков этой пары монет, причём если на обеих монетах выпал герб, следует выполнить повторный бросок второй монеты.

При каждом броске...

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 бросков этой пары монет, причём если на обеих монетах выпал герб, следует выполнить повторный бросок второй монеты.

При каждом броске...

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
 B : на второй монете выпал «герб»;

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 бросков этой пары монет, причём если на обеих монетах выпал герб, следует выполнить повторный бросок второй монеты.

При каждом броске...

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B: на второй монете выпал «герб»;

C: если на обеих монетах выпал «герб»;

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 бросков этой пары монет, причём если на обеих монетах выпал герб, следует выполнить повторный бросок второй монеты.

При каждом броске...

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 бросков этой пары монет, причём если на обеих монетах выпал герб, следует выполнить повторный бросок второй монеты.

При каждом броске...

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5		
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

Результаты внесите в таблицу...

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

Заполните следующий столбик.

Здесь под Σ понимается сумма элементов строки.

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

Заполните последний столбик.

Здесь E — это:

событие A (для первой строки);

событие B (для второй строки);

событие C (для третьей строки);

событие D (для четвертой строки).

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

$$p(A) =$$

$$p(B) =$$

$$p(C) =$$

$$p(D) =$$

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) =$$

$$p(C) =$$

$$p(D) =$$

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$p(C) =$$

$$p(D) =$$

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$p(C) = p(A \cdot B) =$$

$$p(D) =$$

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило C и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$p(C) = p(A \cdot B) =$$

$$= p(A) \cdot p(B) =$$

$$p(D) =$$

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$p(C) = p(A \cdot B) = \\ = p(A) \cdot p(B) = 0,25;$$

$$p(D) =$$

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило C и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$p(C) = p(A \cdot B) = \\ = p(A) \cdot p(B) = 0,25;$$

$$p(D) = p(C \cdot B_2) =$$

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило C и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$p(C) = p(A \cdot B) = \\ = p(A) \cdot p(B) = 0,25;$$

$$p(D) = p(C \cdot B_2) = \\ = p(C).$$

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило C и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$p(C) = p(A \cdot B) = \\ = p(A) \cdot p(B) = 0,25;$$

$$p(D) = p(C \cdot B_2) = \\ = p(C) \cdot p(B_2|C) =$$

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило C и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$p(C) = p(A \cdot B) = \\ = p(A) \cdot p(B) = 0,25;$$

$$p(D) = p(C \cdot B_2) = \\ = p(C) \cdot p(B_2|C) = \\ = 0,25.$$

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
B: на второй монете выпал «герб»;
C: если на обеих монетах выпал «герб»;
D: наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если <i>A</i> наступило, 0, если <i>A</i> не наступило,							0,5
1, если <i>B</i> наступило, 0, если <i>B</i> не наступило,							0,5
1, если <i>C</i> наступило, 0, если <i>C</i> не наступило,							0,25
1, если <i>D</i> наступило, 0, если <i>D</i> не наступило,							

$$\begin{aligned}
 p(A) &= 0,5; \\
 p(B) &= 0,5; \\
 p(C) &= p(A \cdot B) = \\
 &= p(A) \cdot p(B) = 0,25; \\
 p(D) &= p(C \cdot B_2) = \\
 &= p(C) \cdot p(B_2|C) = \\
 &= 0,25 \cdot 0,5 =
 \end{aligned}$$

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило C и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,125

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$p(C) = p(A \cdot B) = \\ = p(A) \cdot p(B) = 0,25;$$

$$p(D) = p(C \cdot B_2) = \\ = p(C) \cdot p(B_2|C) = \\ = 0,25 \cdot 0,5 = 0,125.$$

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,125

Преподаватель
назначит пред-
ставителя для
каждого ряда
парт.

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,125

В ответ на фразу преподавателя «Поднимите руку, у кого в первой серии бросков наступило A » назначенные представители записывают число рук, которые подняли студенты его ряда парт.

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,125

Это повторяется 20 раз вплоть до фразы «Поднимите руку, у кого во пятой серии бросков наступило D ». Представители по очереди должны сообщить преподавателю результат.

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,125

Теперь **выполните
вычисления.**

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,125

С ростом числа экспериментов относительные частоты все ближе к вероятности.

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,125

Вероятности
описывают

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,125

Вероятности
описывают
закономерности

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило *C* и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,125

Вероятности
описывают
закономерности
массовых событий!

XXVIII.1. Лабораторная работа «Статистическая вероятность произведения событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : если на обеих монетах выпал «герб»;

D : наступило C и выпал «герб» при повторном броске 2-й монеты.

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,25
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,125

Вернемся к лекции?

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
 B : на второй монете выпал «герб»;

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : ровно на одной из монет выпал «герб»;

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : ровно на одной из монет выпал «герб»;

D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : ровно на одной из монет выпал «герб»;

D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5		
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

Результаты внесите в таблицу...

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : ровно на одной из монет выпал «герб»;

D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

Заполните следующий столбик.

Здесь под Σ понимается сумма элементов строки.

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : ровно на одной из монет выпал «герб»;

D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

Заполните последний столбик.

Здесь E — это:

событие A (для первой строки);

событие B (для второй строки);

событие C (для третьей строки);

событие D (для четвертой строки).

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : ровно на одной из монет выпал «герб»;

D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

$$p(A) =$$

$$p(B) =$$

$$p(C) =$$

$$p(D) =$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
 B : на второй монете выпал «герб»;
 C : ровно на одной из монет выпал «герб»;
 D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) =$$

$$p(C) =$$

$$p(D) =$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
 B : на второй монете выпал «герб»;
 C : ровно на одной из монет выпал «герб»;
 D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$p(C) =$$

$$p(D) =$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
 B : на второй монете выпал «герб»;
 C : ровно на одной из монет выпал «герб»;
 D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							

$$\begin{aligned}
 p(A) &= 0,5; \\
 p(B) &= 0,5; \\
 p(C) &= p(A\bar{B} + A\bar{B}) =
 \end{aligned}$$

$$p(D) =$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
B: на второй монете выпал «герб»;
C: ровно на одной из монет выпал «герб»;
D: хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если <i>A</i> наступило, 0, если <i>A</i> не наступило,							0,5
1, если <i>B</i> наступило, 0, если <i>B</i> не наступило,							0,5
1, если <i>C</i> наступило, 0, если <i>C</i> не наступило,							
1, если <i>D</i> наступило, 0, если <i>D</i> не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$\begin{aligned} p(C) &= p(A\bar{B} + A\bar{B}) = \\ &= p(\bar{A}) \cdot p(B) + \\ &+ p(A) \cdot p(\bar{B}) = \end{aligned}$$

$$p(D) =$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B: на второй монете выпал «герб»;

C: ровно на одной из монет выпал «герб»;

D: хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если <i>A</i> наступило, 0, если <i>A</i> не наступило,							0,5
1, если <i>B</i> наступило, 0, если <i>B</i> не наступило,							0,5
1, если <i>C</i> наступило, 0, если <i>C</i> не наступило,							
1, если <i>D</i> наступило, 0, если <i>D</i> не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$\begin{aligned} p(C) &= p(A\bar{B} + A\bar{B}) = \\ &= p(\bar{A}) \cdot p(B) + \\ &+ p(A) \cdot p(\bar{B}) = \\ &= 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,5 = \end{aligned}$$

$$p(D) =$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
B: на второй монете выпал «герб»;
C: ровно на одной из монет выпал «герб»;
D: хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если <i>A</i> наступило, 0, если <i>A</i> не наступило,							0,5
1, если <i>B</i> наступило, 0, если <i>B</i> не наступило,							0,5
1, если <i>C</i> наступило, 0, если <i>C</i> не наступило,							0,5
1, если <i>D</i> наступило, 0, если <i>D</i> не наступило,							

$$\begin{aligned}
 p(A) &= 0,5; \\
 p(B) &= 0,5; \\
 p(C) &= p(A\bar{B} + A\bar{B}) = \\
 &= p(\bar{A}) \cdot p(B) + \\
 &+ p(A) \cdot p(\bar{B}) = \\
 &= 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,5 = \\
 &= 0,5. \\
 p(D) &=
 \end{aligned}$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
B: на второй монете выпал «герб»;
C: ровно на одной из монет выпал «герб»;
D: хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если <i>A</i> наступило, 0, если <i>A</i> не наступило,							0,5
1, если <i>B</i> наступило, 0, если <i>B</i> не наступило,							0,5
1, если <i>C</i> наступило, 0, если <i>C</i> не наступило,							0,5
1, если <i>D</i> наступило, 0, если <i>D</i> не наступило,							

$$\begin{aligned}
 p(A) &= 0,5; \\
 p(B) &= 0,5; \\
 p(C) &= p(A\bar{B} + A\bar{B}) = \\
 &= p(\bar{A}) \cdot p(B) + \\
 &+ p(A) \cdot p(\bar{B}) = \\
 &= 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,5 = \\
 &= 0,5. \\
 p(D) &= p(A + B) =
 \end{aligned}$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
B: на второй монете выпал «герб»;
C: ровно на одной из монет выпал «герб»;
D: хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если <i>A</i> наступило, 0, если <i>A</i> не наступило,							0,5
1, если <i>B</i> наступило, 0, если <i>B</i> не наступило,							0,5
1, если <i>C</i> наступило, 0, если <i>C</i> не наступило,							0,5
1, если <i>D</i> наступило, 0, если <i>D</i> не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$p(C) = p(A\bar{B} + A\bar{B}) =$$

$$= p(\bar{A}) \cdot p(B) +$$

$$+ p(A) \cdot p(\bar{B}) =$$

$$= 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,5 =$$

$$= 0,5.$$

$$p(D) = p(A + B) =$$

$$= p(A) + p(B) - p(A \cdot B) =$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B: на второй монете выпал «герб»;

C: ровно на одной из монет выпал «герб»;

D: хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если <i>A</i> наступило, 0, если <i>A</i> не наступило,							0,5
1, если <i>B</i> наступило, 0, если <i>B</i> не наступило,							0,5
1, если <i>C</i> наступило, 0, если <i>C</i> не наступило,							0,5
1, если <i>D</i> наступило, 0, если <i>D</i> не наступило,							

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$p(C) = p(A\bar{B} + A\bar{B}) =$$

$$= p(\bar{A}) \cdot p(B) +$$

$$+ p(A) \cdot p(\bar{B}) =$$

$$= 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,5 =$$

$$= 0,5.$$

$$p(D) = p(A + B) =$$

$$= p(A) + p(B) - p(A \cdot B) =$$

$$= 0,5 + 0,5 - 0,5 \cdot 0,5 =$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
B: на второй монете выпал «герб»;
C: ровно на одной из монет выпал «герб»;
D: хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если <i>A</i> наступило, 0, если <i>A</i> не наступило,							0,5
1, если <i>B</i> наступило, 0, если <i>B</i> не наступило,							0,5
1, если <i>C</i> наступило, 0, если <i>C</i> не наступило,							0,5
1, если <i>D</i> наступило, 0, если <i>D</i> не наступило,							0,75

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$p(C) = p(A\bar{B} + A\bar{B}) =$$

$$= p(\bar{A}) \cdot p(B) +$$

$$+ p(A) \cdot p(\bar{B}) =$$

$$= 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,5 =$$

$$= 0,5.$$

$$p(D) = p(A + B) =$$

$$= p(A) + p(B) - p(A \cdot B) =$$

$$= 0,5 + 0,5 - 0,5 \cdot 0,5 =$$

$$= 0,75.$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
B: на второй монете выпал «герб»;
C: ровно на одной из монет выпал «герб»;
D: хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если <i>A</i> наступило, 0, если <i>A</i> не наступило,							0,5
1, если <i>B</i> наступило, 0, если <i>B</i> не наступило,							0,5
1, если <i>C</i> наступило, 0, если <i>C</i> не наступило,							0,5
1, если <i>D</i> наступило, 0, если <i>D</i> не наступило,							0,75

$$\begin{aligned}
 p(A) &= 0,5; \\
 p(B) &= 0,5; \\
 p(C) &= p(A\bar{B} + A\bar{B}) = \\
 &= p(\bar{A}) \cdot p(B) + \\
 &+ p(A) \cdot p(\bar{B}) = \\
 &= 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,5 = \\
 &= 0,5. \\
 p(D) &= p(\overline{\bar{A} \cdot \bar{B}}) =
 \end{aligned}$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
B: на второй монете выпал «герб»;
C: ровно на одной из монет выпал «герб»;
D: хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если <i>A</i> наступило, 0, если <i>A</i> не наступило,							0,5
1, если <i>B</i> наступило, 0, если <i>B</i> не наступило,							0,5
1, если <i>C</i> наступило, 0, если <i>C</i> не наступило,							0,5
1, если <i>D</i> наступило, 0, если <i>D</i> не наступило,							0,75

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$p(C) = p(A\bar{B} + A\bar{B}) =$$

$$= p(\bar{A}) \cdot p(B) +$$

$$+ p(A) \cdot p(\bar{B}) =$$

$$= 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,5 =$$

$$= 0,5.$$

$$p(D) = p(\overline{A \cdot B}) =$$

$$= 1 - ((1 - p(A)) \cdot (1 - p(B))) =$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
B: на второй монете выпал «герб»;
C: ровно на одной из монет выпал «герб»;
D: хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если <i>A</i> наступило, 0, если <i>A</i> не наступило,							0,5
1, если <i>B</i> наступило, 0, если <i>B</i> не наступило,							0,5
1, если <i>C</i> наступило, 0, если <i>C</i> не наступило,							0,5
1, если <i>D</i> наступило, 0, если <i>D</i> не наступило,							0,75

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$\begin{aligned} p(C) &= p(A\bar{B} + A\bar{B}) = \\ &= p(\bar{A}) \cdot p(B) + \\ &+ p(A) \cdot p(\bar{B}) = \\ &= 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,5 = \\ &= 0,5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(D) &= p(\overline{A \cdot B}) = \\ &= 1 - ((1 - p(A)) \cdot (1 - p(B))) = \\ &= 1 - 0,5 \cdot 0,5 = \end{aligned}$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
B: на второй монете выпал «герб»;
C: ровно на одной из монет выпал «герб»;
D: хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если <i>A</i> наступило, 0, если <i>A</i> не наступило,							0,5
1, если <i>B</i> наступило, 0, если <i>B</i> не наступило,							0,5
1, если <i>C</i> наступило, 0, если <i>C</i> не наступило,							0,5
1, если <i>D</i> наступило, 0, если <i>D</i> не наступило,							0,75

$$p(A) = 0,5;$$

$$p(B) = 0,5;$$

$$\begin{aligned} p(C) &= p(A\bar{B} + A\bar{B}) = \\ &= p(\bar{A}) \cdot p(B) + \\ &+ p(A) \cdot p(\bar{B}) = \\ &= 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,5 = \\ &= 0,5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(D) &= p(\overline{A \cdot B}) = \\ &= 1 - ((1 - p(A)) \cdot (1 - p(B))) = \\ &= 1 - 0,5 \cdot 0,5 = \\ &= 0,75. \end{aligned}$$

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
 B : на второй монете выпал «герб»;
 C : ровно на одной из монет выпал «герб»;
 D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,5
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,75

Преподаватель
назначит пред-
ставителя для
каждого ряда
парт.

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : ровно на одной из монет выпал «герб»;

D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,5
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,75

В ответ на фразу преподавателя «Поднимите руку, у кого в первой серии бросков наступило A » назначенные представители записывают число рук, которые подняли студенты его ряда парт.

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
 B : на второй монете выпал «герб»;
 C : ровно на одной из монет выпал «герб»;
 D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,5
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,75

Это повторяется 20 раз вплоть до фразы «Поднимите руку, у кого во пятой серии бросков наступило D ». Представители по очереди должны сообщить преподавателю результат.

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
 B : на второй монете выпал «герб»;
 C : ровно на одной из монет выпал «герб»;
 D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,5
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,75

Теперь **выполните
вычисления.**

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
 B : на второй монете выпал «герб»;
 C : ровно на одной из монет выпал «герб»;
 D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,5
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,75

С ростом числа экспериментов относительные частоты все ближе к вероятности.

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : ровно на одной из монет выпал «герб»;

D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,5
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,75

Вероятности
описывают

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : ровно на одной из монет выпал «герб»;

D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,5
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,75

Вероятности
описывают
закономерности

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;
 B : на второй монете выпал «герб»;
 C : ровно на одной из монет выпал «герб»;
 D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,5
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,75

Вероятности
описывают
закономерности
массовых событий!

XXVIII.2. Лабораторная работа «Статистическая вероятность суммы событий»

Событие A наступает, если на первой монете выпал «герб»;

B : на второй монете выпал «герб»;

C : ровно на одной из монет выпал «герб»;

D : хотя бы на одной из монет выпал «герб».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$
1, если A наступило, 0, если A не наступило,							0,5
1, если B наступило, 0, если B не наступило,							0,5
1, если C наступило, 0, если C не наступило,							0,5
1, если D наступило, 0, если D не наступило,							0,75

Вернемся к
лекции?

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

Достаньте две монеты. Можно вместо одновременного подбрасывания двух монет дважды подбросить одну монету.

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

Достаньте две монеты. Можно вместо одновременного подбрасывания двух монет дважды подбросить одну монету.

Следует выполнить 10 *серий* бросков монет. Каждая серия состоит из двух бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

Достаньте две монеты. Можно вместо одновременного подбрасывания двух монет дважды подбросить одну монету.

Следует выполнить 10 *серий* бросков монет. Каждая серия состоит из двух бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

Достаньте две монеты. Можно вместо одновременного подбрасывания двух монет дважды подбросить одну монету.

Следует выполнить 10 *серий* бросков монет. Каждая серия состоит из двух бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

Достаньте две монеты. Можно вместо одновременного подбрасывания двух монет дважды подбросить одну монету.

Следует выполнить 10 *серий* бросков монет. Каждая серия состоит из двух бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Достаньте две монеты. Можно вместо одновременного подбрасывания двух монет дважды подбросить одну монету.

Следует выполнить 10 *серий* бросков монет. Каждая серия состоит из двух бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Достаньте две монеты. Можно вместо одновременного подбрасывания двух монет дважды подбросить одну монету.

Следует выполнить 10 *серий* бросков монет. Каждая серия состоит из двух бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

Достаньте две монеты. Можно вместо одновременного подбрасывания двух монет дважды подбросить одну монету.

Следует выполнить 10 *серий* бросков монет. Каждая серия состоит из двух бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1						
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2						
число начисленных баллов											H_3						
1, если начислено <4 баллов																	
												$w(A)$	$p(A)$				

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1						
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2						
число начисленных баллов											H_3						
1, если начислено <4 баллов																	
												$w(A)$	$p(A)$				

Вероятности мы рассчитали при решении **примера 26.**

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25				
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2						
число начисленных баллов											H_3						
1, если начислено <4 баллов																	
												$w(A)$	$p(A)$				

Вероятности мы рассчитали при решении **примера 26.**

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25				
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5				
число начисленных баллов											H_3						
1, если начислено <4 баллов																	
												$w(A)$	$p(A)$				

Вероятности мы рассчитали при решении **примера 26.**

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25				
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0,5				
число начисленных баллов											H_3		0,25				
1, если начислено <4 баллов																	
												$w(A)$	$p(A)$				

Вероятности мы рассчитали при решении **примера 26.**

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0,5				
число начисленных баллов											H_3		0,25				
1, если начислено <4 баллов																	
												$w(A)$	$p(A)$				

Вероятности мы рассчитали при решении **примера 26.**

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		
число начисленных баллов											H_3		0,25				
1, если начислено <4 баллов																	
												$w(A)$	$p(A)$				

Вероятности мы рассчитали при решении **примера 26.**

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		
1, если начислено <4 баллов																	
												$w(A)$	$p(A)$				

Вероятности мы рассчитали при решении **примера 26.**

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		
1, если начислено <4 баллов												$w(A)$	$p(A)$				

Вероятности мы рассчитали при решении **примера 26.**

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		
1, если начислено <4 баллов												$w(A)$	$p(A)$				

Вероятности мы рассчитали при решении **примера 26.**

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов																	
												$w(A)$	$p(A)$				

Вероятности мы рассчитали при решении **примера 26.**

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

Вероятности мы рассчитали при решении **примера 26.**

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

Результаты испытаний внесите в таблицу...

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

Преподаватель назначит представителя для каждого ряда парт.

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

В ответ на фразу преподавателя «Поднимите руку, у кого в первой серии бросков выпало 2 орла» назначенные представители записывают число рук, которые подняли студенты его ряда парт.

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

Это повторяется 30 раз вплоть до фразы «Поднимите руку, у кого в 10-й серии бросков выпали только решки».

Представители по очереди должны сообщить преподавателю результат.

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

Теперь **выполните вычисления.**

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

С ростом числа экспериментов относительные частоты все ближе к вероятности.

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

Вероятности описывают

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

Вероятности описывают
закономерности

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

Вероятности описывают
закономерности
массовых событий!

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

$H_1 = \text{«орел-орел»}$: при первом броске на обеих монетах выпал «орел»;

$H_2 = \text{«орел+решка»}$: при первом броске выпал ровно 1 «орел»;

$H_3 = \text{«решка+решка»}$: при первом броске на обеих монетах выпала «решка».

При первом броске за каждого «орла» начисляется 2 балла, при втором — 1 балл.

Событие A — за два броска начислено меньше 4 баллов.

№ серии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$w(H_i)$	$p(H_i)$	$w(A H_i)$	$p(A H_i)$	$w(H_i A)$	$(H_i A)$
к-во «орлов» при 1-м броске											H_1		0,25		0		0
к-во «орлов» при 2-м броске											H_2		0.5		0.5		0.6
число начисленных баллов											H_3		0,25		1		0.4
1, если начислено <4 баллов													0,625				
												$w(A)$	$p(A)$				

XXVIII.3. Лабораторная работа «Теорема Байеса»

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 *серий* бросков монет. Каждая серия состоит из 4 бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 *серий* бросков монет. Каждая серия состоит из 4 бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 *серий* бросков монет. Каждая серия состоит из 4 бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 *серий* бросков монет. Каждая серия состоит из 4 бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

Достаньте две разные монеты, например, достоинством 5 и 10 копеек. Одну из этих монет (например, меньшего достоинства) назовем «первая», а другую — вторая.

Следует выполнить 5 *серий* бросков монет. Каждая серия состоит из 4 бросков этой пары монет.

При каждом броске...

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5			1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0									
1, если «орел»-«решка», иначе 0									
1, если «решка»-«орел», иначе 0									
1, если «решка»-«решка», иначе 0									
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Результаты внесите в таблицу...

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$		1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0									
1, если «орел»-«решка», иначе 0									
1, если «решка»-«орел», иначе 0									
1, если «решка»-«решка», иначе 0									
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Заполните следующий столбик.

Здесь под Σ понимается сумма элементов строки.

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0									
1, если «орел»-«решка», иначе 0									
1, если «решка»-«орел», иначе 0									
1, если «решка»-«решка», иначе 0									
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Здесь E — это:

событие A (для первой строки):

событие B (для второй строки):

событие C (для третьей строки):

событие D (для четвертой строки):

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0									
1, если «орел»-«решка», иначе 0									
1, если «решка»-«орел», иначе 0									
1, если «решка»-«решка», иначе 0									
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Здесь E — это: (G_i — на i -й монете выпал «орел»)

событие A (для первой строки): $p(A) =$

событие B (для второй строки): $p(B) =$

событие C (для третьей строки): $p(C) =$

событие D (для четвертой строки): $p(D) =$

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0									
1, если «орел»-«решка», иначе 0									
1, если «решка»-«орел», иначе 0									
1, если «решка»-«решка», иначе 0									
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Здесь E — это: (G_i — на i -й монете выпал «орел»)

событие A (для первой строки): $p(A) = p(G_1 \cdot G_2) =$

событие B (для второй строки): $p(B) =$

событие C (для третьей строки): $p(C) =$

событие D (для четвертой строки): $p(D) =$

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0									
1, если «орел»-«решка», иначе 0									
1, если «решка»-«орел», иначе 0									
1, если «решка»-«решка», иначе 0									
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Здесь E — это: (G_i — на i -й монете выпал «орел»)

событие A (для первой строки): $p(A) = p(G_1 \cdot G_2) = p(G_1) \cdot p(G_2) =$

событие B (для второй строки): $p(B) =$

событие C (для третьей строки): $p(C) =$

событие D (для четвертой строки): $p(D) =$

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «орел»-«решка», иначе 0									
1, если «решка»-«орел», иначе 0									
1, если «решка»-«решка», иначе 0									
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Здесь E — это: (G_i — на i -й монете выпал «орел»)
 событие A (для первой строки): $p(A) = p(G_1 \cdot G_2) = p(G_1) \cdot p(G_2) = 0,25$;
 событие B (для второй строки): $p(B) =$
 событие C (для третьей строки): $p(C) =$
 событие D (для четвертой строки): $p(D) =$

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0									
1, если «решка»-«решка», иначе 0									
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Здесь E — это: (G_i — на i -й монете выпал «орел»)

событие A (для первой строки): $p(A) = p(G_1 \cdot G_2) = p(G_1) \cdot p(G_2) = 0,25$;

событие B (для второй строки): $p(B) = p(G_1 \cdot \overline{G_2}) = p(G_1) \cdot p(\overline{G_2}) = 0,25$;

событие C (для третьей строки): $p(C) =$

событие D (для четвертой строки): $p(D) =$

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0									
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Здесь E — это:

(G_i — на i -й монете выпал «орел»)

событие A (для первой строки): $p(A) = p(G_1 \cdot G_2) = p(G_1) \cdot p(G_2) = 0,25$;

событие B (для второй строки): $p(B) = p(G_1 \cdot \overline{G_2}) = p(G_1) \cdot p(\overline{G_2}) = 0,25$;

событие C (для третьей строки): $p(C) = p(\overline{G_1} \cdot G_2) = p(\overline{G_1}) \cdot p(G_2) = 0,25$;

событие D (для четвертой строки): $p(D) =$

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Здесь E — это:

(G_i — на i -й монете выпал «орел»)

событие A (для первой строки): $p(A) = p(G_1 \cdot G_2) = p(G_1) \cdot p(G_2) = 0,25$;

событие B (для второй строки): $p(B) = p(G_1 \cdot \overline{G_2}) = p(G_1) \cdot p(\overline{G_2}) = 0,25$;

событие C (для третьей строки): $p(C) = p(\overline{G_1} \cdot G_2) = p(\overline{G_1}) \cdot p(G_2) = 0,25$;

событие D (для четвертой строки): $p(D) = p(\overline{G_1} \cdot \overline{G_2}) = p(\overline{G_1}) \cdot p(\overline{G_2}) = 0,25$.

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

$$p(\text{«1 из 5»}) =$$

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

$$p(\text{«1 из 5»}) = C_5^1 \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^4 =$$

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

$$p(\text{«1 из 5»}) = C_5^1 \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{5}{1} \cdot \frac{81}{4^5} =$$

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25	$\frac{405}{1024}$	
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

$$p(\text{«1 из 5»}) = C_5^1 \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{5}{1} \cdot \frac{81}{4^5} = \frac{405}{1024},$$

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25	$\frac{405}{1024}$	$\frac{135}{1024}$
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

$$p(\text{«1 из 5»}) = C_5^1 \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{5}{1} \cdot \frac{81}{4^5} = \frac{405}{1024},$$

$$p(\text{«2 из 5»}) = C_5^1 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{5}{1} \cdot \frac{27}{4^5} = \frac{135}{1024},$$

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25	$\frac{405}{1024}$	$\frac{135}{1024}$
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Преподаватель назначит представителя для каждого ряда парт.

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25	$\frac{405}{1024}$	$\frac{135}{1024}$
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

В ответ на фразу преподавателя «Поднимите руку, у кого в первой серии бросков наступило A » назначенные представители записывают число рук, которые подняли студенты его ряда парт.

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25	$\frac{405}{1024}$	$\frac{135}{1024}$
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Это повторяется 20 раз вплоть до фразы «Поднимите руку, у кого во пятой серии бросков наступило D ».

Представители по очереди должны сообщить преподавателю результат.

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25	$\frac{405}{1024}$	$\frac{135}{1024}$
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Теперь **выполните вычисления.**

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25	$\frac{405}{1024}$	$\frac{135}{1024}$
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

С ростом числа экспериментов относительные частоты все ближе к вероятности.

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25	$\frac{405}{1024}$	$\frac{135}{1024}$
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Вероятности описывают

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25	$\frac{405}{1024}$	$\frac{135}{1024}$
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Вероятности описывают
закономерности

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25	$\frac{405}{1024}$	$\frac{135}{1024}$
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Вероятности описывают
закономерности
массовых событий!

XXVIII.4. Лабораторная работа «Схема Бернулли»

Событие $A = \text{«орел-орел»}$ наступает, если обеих монетах выпал «орел»;
 $B = \text{«орел-решка»}$: на первой монете выпал «орел», а на второй — «решка»;
 $C = \text{«решка-орел»}$: на первой монете выпал «решка», а на второй — «орел»;
 $D = \text{«решка-решка»}$: на обеих монетах выпала «решка».

№ броска	1	2	3	4	5	$\Sigma/5$	$p(E)$	1 из 5	2 из 5
1, если «орел»-«орел», иначе 0							0,25	$\frac{405}{1024}$	$\frac{135}{1024}$
1, если «орел»-«решка», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«орел», иначе 0							0,25		
1, если «решка»-«решка», иначе 0							0,25		
Кол-во бросков	4	4	4	4					

Вернемся к лекции?

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

Вы должны провести и
запротоколировать 6 испытаний.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Вы должны провести и
запротоколировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

Вы должны провести и
запротоколировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

Вы должны провести и
запротоколировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Найдите теоретические ряды распределения этих случайных величин.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Перечислены все возможные значения вариант величин X, Y, Z .

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Вычисленные вами теоретические значения вероятности события $X = x_i$.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
...						

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Вычисленные вами теоретические значения вероятности события $X = x_i$.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	■	■				
...						

Вы должны провести и
запротоколировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Вычисленные вами теоретические значения вероятности события $X = x_i$.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	■	■	■			
...						

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Вычисленные вами теоретические значения вероятности события $X = x_i$.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	■	■	■	■		
...						

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Вычисленные вами теоретические значения вероятности события $X = x_i$.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	■	■	■	■	■	
...						

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Вычисленные вами теоретические значения вероятности события $X = x_i$.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5	
$p(X = x_i)$	■	■	■	■	■	■	$\sum \stackrel{?}{=} 1$
...							

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Вычисленные вами теоретические значения вероятности события $X = x_i$.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$n_1(X = x_i)$						
...						

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Полученные экспериментально частоты наступления события $X = x_i$
в j -й серии бросков, т.е.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$n_1(X = x_i)$						
...						

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.

Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Полученные экспериментально частоты наступления события $X = x_i$
в j -й серии бросков, т.е. число наступлений события $X = x_i$ в этой серии.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0 1 2 3 4 5	
$p(X = x_i)$		$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$n_1(X = x_i)$		
...		

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Полученные экспериментально частоты наступления события $X = x_i$
в j -й серии бросков, т.е. число наступлений события $X = x_i$ в этой серии.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0 1 2 3 4 5	
$p(X = x_i)$		$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$n_1(X = x_i)$	■ ■	
...		

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Полученные экспериментально частоты наступления события $X = x_i$
в j -й серии бросков, т.е. число наступлений события $X = x_i$ в этой серии.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0 1 2 3 4 5	
$p(X = x_i)$		$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$n_1(X = x_i)$	■ ■ ■	
...		

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Полученные экспериментально частоты наступления события $X = x_i$
в j -й серии бросков, т.е. число наступлений события $X = x_i$ в этой серии.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0 1 2 3 4 5	
$p(X = x_i)$		$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$n_1(X = x_i)$	■ ■ ■ ■	
...		

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Полученные экспериментально частоты наступления события $X = x_i$
в j -й серии бросков, т.е. число наступлений события $X = x_i$ в этой серии.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0 1 2 3 4 5	
$p(X = x_i)$		$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$n_1(X = x_i)$	■ ■ ■ ■ ■	
...		

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Полученные экспериментально частоты наступления события $X = x_i$
в j -й серии бросков, т.е. число наступлений события $X = x_i$ в этой серии.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;
 Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;
 Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	012345	
$p(X = x_i)$		$\sum \overset{?}{=} 1$
$n_1(X = x_i)$	■ ■ ■ ■ ■	$\sum \overset{?}{=} 5$
...		

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Полученные экспериментально частоты наступления события $X = x_i$
в j -й серии бросков, т.е. число наступлений события $X = x_i$ в этой серии.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5	
$p(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$n_1(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 5$
$w_i^X = \frac{1}{5} \cdot n_1(X = x_i)$							
$\dots$							

Вы должны провести и
запротолировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Относительные частоты наступления события $X = x_i$ в j -й серии бросков.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;
 Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;
 Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5	
$p(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$n_1(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 5$
$w_i^X = \frac{1}{5} \cdot n_1(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 1$
...							

Вы должны провести и
запротоколировать 6 испытаний.
Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Относительные частоты наступления события $X = x_i$ в j -й серии бросков.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5	
$p(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$n_1(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 5$
$w_i^X = \frac{1}{5} \cdot n_1(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$\dots$							
$n_6(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 5$

Вы должны провести и
запротоколировать 6 испытаний.

Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Занесите в протокол результаты для каждой из 6 серий.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5	
$p(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$n_1(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 5$
$w_i^X = \frac{1}{5} \cdot n_1(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$\dots$							
$n_6(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 5$
$w_i^X = \frac{1}{5} \cdot n_6(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 1$

Вы должны провести и
запротоколировать 6 испытаний.

Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Занесите в протокол результаты для каждой из 6 серий.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5	
$p(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$n_1(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 5$
$w_i^X = \frac{1}{5} \cdot n_1(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 1$
$\dots$							
$n_6(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 5$
$w_i^X = \frac{1}{5} \cdot n_6(X = x_i)$							$\sum \stackrel{?}{=} 1$

Вы должны провести и
запротоколировать 6 испытаний.

Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

Аналогично запишите в протокол результаты для величин Y, Z, T .

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$n_1(X = x_i)$						
$w_i^X = \frac{1}{5} \cdot n_1(X = x_i)$						
...						
$n_6(X = x_i)$						
$w_i^X = \frac{1}{5} \cdot n_6(X = x_i)$						

Вы должны провести и
запротоколировать 6 испытаний.

Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

$p(Z = x_i)$		
...		

Аналогично запишите в протокол результаты для величин Y, Z, T .

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$n_1(X = x_i)$						
$w_i^X = \frac{1}{5} \cdot n_1(X = x_i)$						
...						
$n_6(X = x_i)$						
$w_i^X = \frac{1}{5} \cdot n_6(X = x_i)$						

Вы должны провести и
запротоколировать 6 испытаний.

Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

$p(Z = x_i)$		
...		

Сравните вычисленные вами вероятности с результатами вашего эксперимента и итогом для всей группы. Сделайте выводы.

XXVIII.5. Лабораторная работа «Сл.величины»

X = количеству выпавших «орлов» в серии из 5 бросков;

Y = номеру броска, когда впервые выпал «орел», а если только «решки», то $Z=0$;

Z = модулю разности между числом выпавших «орлов» и числом «решек» в серии.

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$						
$n_1(X = x_i)$						
$w_i^X = \frac{1}{5} \cdot n_1(X = x_i)$						
...						
$n_6(X = x_i)$						
$w_i^X = \frac{1}{5} \cdot n_6(X = x_i)$						

Вы должны провести и
запротоколировать 6 испытаний.

Каждое испытание представляет
собой серию из 5 бросков монеты.
Рассматриваются следующие
случайные величины.

$p(Z = x_i)$		
...		

Сравните вычисленные вами вероятности с результатами вашего эксперимента и итогом для всей группы. Сделайте выводы.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	...
2	...
3	...
4	...
5	...

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	...
2	...
3	...
4	...
5	...

Допустим, в первой серии орёл выпал на 3-м броске.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	...
3	...
4	...
5	...

Допустим, в первой серии орёл выпал на 3-м броске.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	...
3	...
4	...
5	...

Предположим, что во второй серии орёл выпал на 1-м броске.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	...
4	...
5	...

Предположим, что во второй серии орёл выпал на 1-м броске.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	...
4	...
5	...

Предположим, что в третьей серии орёл выпал на 4-м броске.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	...
5	...

Предположим, что в третьей серии орёл выпал на 4-м броске.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	...
5	...

Предположим, что во четвертой серии орёл не выпал ни разу.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	...

Предположим, что во четвертой серии орёл не выпал ни разу.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	...

Предположим, что во пятой серии орёл выпал на 3-м броске.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Предположим, что во пятой серии орёл выпал на 3-м броске.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i				

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i				

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

Событие $X = 1$ встречается раз.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i				

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

Событие $X = 1$ встречается раз.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i				

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

Событие $X = 1$ встречается 1 раз.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1			

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

Событие $X = 1$ встречается 1 раз.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1			

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

Событие $X = 2$ встречается

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1			

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3 ≠ 2
2	1 ≠ 2
3	4 ≠ 2
4	4 ≠ 2
5	3 ≠ 2

Построим
ряд частот.

Событие $X = 2$ встречается

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1			

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	$3 \neq 2$
2	$1 \neq 2$
3	$4 \neq 2$
4	$4 \neq 2$
5	$3 \neq 2$

Построим
ряд частот.

Событие $X = 2$ встречается 0 раз.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0		

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3 ≠ 2
2	1 ≠ 2
3	4 ≠ 2
4	4 ≠ 2
5	3 ≠ 2

Построим
ряд частот.

Событие $X = 2$ встречается 0 раз.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0		

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

Событие $X = 3$ встречается

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0		

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

Событие $X = 3$ встречается

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0		

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

Событие $X = 3$ встречается 2 раза.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

Событие $X = 3$ встречается 2 раза.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

Событие $X = 4$ встречается

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

Событие $X = 4$ встречается

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

Событие $X = 4$ встречается 2 раза.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	2

Результаты эксперимента
запишите в таблицу

№	X
1	3
2	1
3	4
4	4
5	3

Построим
ряд частот.

Событие $X = 4$ встречается 2 раза.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	2

Теперь самостоятельно проведите эксперимент. Нам надо собрать в единую таблицу результаты вашей подгруппы.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	2

Теперь самостоятельно проведите эксперимент. Нам надо собрать в единую таблицу результаты вашей подгруппы.

После выполнения эксперимента преподаватель назначает на каждом ряду представителя.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	2

Преподаватель объявляет: $X = 1$, и каждый студент поднимает руку, демонстрируя нужное число пальцев: если у него дважды наблюдалось значение $X = 2$, то он из кулака «отгибает» 2 пальца;

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	2

Преподаватель объявляет: $X = 1$, и каждый студент поднимает руку, демонстрируя нужное число пальцев:

если у него дважды наблюдалось значение $X = 2$, то он из кулака «отгибает» 2 пальца;

если у него трижды наблюдалось значение $X = 2$, то он из кулака «отгибает» 3 пальца и т.д.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	2

Обратите внимание, что сумма значений в нижней строке получившейся таблицы, очевидно, *должна делиться на 5 нацело*.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	2

«Теоретический ряд» распределения СВ X **уже построен**, там же найдено математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратичное отклонение.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	2

x_i	1	2	3	4
n_i	0,5	0,25	0,125	0,125

$$\mathbf{M}[X] = 1,875$$

$$\mathbf{D}[X] = 1,109375$$

«Теоретический ряд» распределения СВ X **уже построен**, там же найдено математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратичное отклонение.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	2

x_i	1	2	3	4
n_i	0,5	0,25	0,125	0,125

$$\mathbf{M}[X] = 1,875$$

$$\mathbf{D}[X] = 1,109375$$

Точечной оценкой математического ожидания, **состоятельной** и **несмещенной**, является среднее значение: $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_i x_i n_i$.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	2

x_i	1	2	3	4
n_i	0,5	0,25	0,125	0,125

$$\mathbf{M}[X] = 1,875$$

$$\mathbf{D}[X] = 1,109375$$

Точечной оценкой математического ожидания, **состоятельной** и **несмещенной**, является среднее значение: $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_i x_i n_i$.

Точечной оценкой дисперсии, **состоятельной**, но **смещенной**, является **выборочная дисперсия**: $D_{\text{в,см}}[X] = \left(\frac{1}{n} \sum_i x_i^2 n_i \right) - \bar{X}^2$.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	2

x_i	1	2	3	4
n_i	0,5	0,25	0,125	0,125

$$\mathbf{M}[X] = 1,875$$

$$\mathbf{D}[X] = 1,109375$$

Точечной оценкой математического ожидания, **состоятельной** и **несмещенной**, является среднее значение: $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_i x_i n_i$.

Точечной оценкой дисперсии, **состоятельной**, но **смещенной**, является **выборочная дисперсия**: $D_{\text{В,СМ}}[X] = \left(\frac{1}{n} \sum_i x_i^2 n_i \right) - \bar{X}^2$.

Несмещенной точечной оценкой дисперсии является величина: $D_{\text{В,НСМ}}[X] = \frac{n}{n-1} D_{\text{В,СМ}} X$.

XXVIII.6. Лабораторная работа «Оценки параметров законов распределения»

Сделайте 5 серий бросков монеты. Каждая серия заканчивается либо по достижении 4-ого броска, либо при 1-м появлении «орла». Исследуется случайная величина X «количество бросков в серии».

x_i	1	2	3	4
n_i	1	0	2	2

x_i	1	2	3	4
n_i	0,5	0,25	0,125	0,125

$$\mathbf{M}[X] = 1,875$$

$$\mathbf{D}[X] = 1,109375$$

У многих студентов расхождения оценок ω_i , $\bar{X}$, $\mathbf{D}_{\text{см}}$ с соответствующими «теоретическими значениями» (оцениваемыми параметрами) p_i , $\mathbf{M}[X]$ и $\mathbf{D}[X]$ достаточно велики, а у преподавателя, из-за большего объема выборки, полученные значения оказываются более близкими к оцениваемым параметрам.

XXVIII.7. Лабораторная работа «Многомерные случайные величины. Регрессия»

Сделайте 10 серий по 3 броска монеты. X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла» в каждой такой серии. Вычислите и изобразите на чертеже эмпирическую и теоретическую регрессии, прямые регрессии X по Y и Y по X .

XXVIII.7. Лабораторная работа «Многомерные случайные величины. Регрессия»

Сделайте 10 серий по 3 броска монеты. X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла» в каждой такой серии. Вычислите и изобразите на чертеже эмпирическую и теоретическую регрессии, прямые регрессии X по Y и Y по X .

Каждый студент должен составить свой ряд частот, а преподаватель из этих данных соберёт «суммарный» ряд частот. Технология сбора информации та же, что и при проведении **лабораторной работы XXVIII.6.**

XXVIII.7. Лабораторная работа «Многомерные случайные величины. Регрессия»

Сделайте 10 серий по 3 броска монеты. X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла» в каждой такой серии. Вычислите и изобразите на чертеже эмпирическую и теоретическую регрессии, прямые регрессии X по Y и Y по X .

«Теоретическая» таблица распределения, условные законы распределения, регрессия X по Y и регрессия Y по X найдены в ходе решения **задачи**

XXVIII.7. Лабораторная работа «Многомерные случайные величины. Регрессия»

Сделайте 10 серий по 3 броска монеты. X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла» в каждой такой серии. Вычислите и изобразите на чертеже эмпирическую и теоретическую регрессии, прямые регрессии X по Y и Y по X .

Теперь самостоятельно проведите эксперимент. Нам надо собрать в таблицу ваши результаты.

x_i	1	2	3
n_i			

«Теоретическая» таблица распределения, условные законы распределения, регрессия X по Y и регрессия Y по X найдены в ходе решения **соответствующей задачи**.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

*Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.*

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Теоретически случайная величина X распределена по

X	0	1	2	3
p_i				

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Теоретически случайная величина X распределена по **биномиальному закону** (закону Бернулли).

X	0	1	2	3
p_i				

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Теоретически случайная величина X распределена по **биномиальному закону** (закону Бернулли).

X	0	1	2	3
p_i				

Соответствующие вероятности найдём по теореме о характеристиках биномиального закона.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Теоретически случайная величина X распределена по **биномиальному закону** (закону Бернулли).

X	0	1	2	3
p_i	1/8			

Соответствующие вероятности найдём по теореме о характеристиках биномиального закона.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Теоретически случайная величина X распределена по **биномиальному закону** (закону Бернулли).

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8		

Соответствующие вероятности найдём по теореме о характеристиках биномиального закона.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Теоретически случайная величина X распределена по **биномиальному закону** (закону Бернулли).

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	

Соответствующие вероятности найдём по теореме о характеристиках биномиального закона.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Теоретически случайная величина X распределена по **биномиальному закону** (закону Бернулли).

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8

Соответствующие вероятности найдём по теореме о характеристиках биномиального закона.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_i появления значения $X = i$.

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_0 появления значения $X = 0$.

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i				

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_0 появления значения $X = 0$.

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i				

Рассмотрим новую СВ, для которой генеральной совокупностью является множество всех 8-элементных выборок, то есть каждый ее элемент — это 8 серий из 3 бросков каждая.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_0 появления значения $X = 0$.

«Новая» СВ — это n_0 , то есть количество появлений $X = 0$ в серии из 8 бросков.

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i				

Рассмотрим новую СВ, для которой генеральной совокупностью является множество всех 8-элементных выборок, то есть каждый ее элемент — это 8 серий из 3 бросков каждая.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_0 появления значения $X = 0$.

«Новая» СВ — это n_0 , то есть количество появлений $X = 0$ в серии из 8 бросков.

Величина n_0 распределена, очевидно, по...

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i				

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_0 появления значения $X = 0$.

«Новая» СВ — это n_0 , то есть количество появлений $X = 0$ в серии из 8 бросков.

Величина n_0 распределена по **биномиальному закону (закону Бернулли)**.

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i				

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_0 появления значения $X = 0$.

«Новая» СВ — это n_0 , то есть количество появлений $X = 0$ в серии из 8 бросков.

Величина n_0 распределена по **биномиальному закону**. В качестве n'_0 естественно взять математическое ожидание величины n_0 .

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i				

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_0 появления значения $X = 0$.

«Новая» СВ — это n_0 , то есть количество появлений $X = 0$ в серии из 8 бросков.

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i				

Величина n_0 распределена по **биномиальному закону**. В качестве n'_0 естественно взять математическое ожидание величины n_0 .

Для биномиального закона $\mathbf{M}[X] = np$, то есть $n'_0 = \mathbf{M}[n_0] = 8 \cdot (1/8) = 1$.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_0 появления значения $X = 0$.

«Новая» СВ — это n_0 , то есть количество появлений $X = 0$ в серии из 8 бросков.

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i	1			

Величина n_0 распределена по **биномиальному закону**. В качестве n'_0 естественно взять математическое ожидание величины n_0 .

Для биномиального закона $\mathbf{M}[X] = np$, то есть $n'_0 = \mathbf{M}[n_0] = 8 \cdot (1/8) = 1$.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_1 появления значения $X = 1$.

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i	1			

Рассмотрим новую СВ, для которой генеральной совокупностью является множество всех 8-элементных выборок, то есть каждый ее элемент — это 8 серий из 3 бросков каждая.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_1 появления значения $X = 1$.

«Новая» СВ — это n_1 , то есть количество появлений $X = 1$ в серии из 8 бросков.

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i	1			

Рассмотрим новую СВ, для которой генеральной совокупностью является множество всех 8-элементных выборок, то есть каждый ее элемент — это 8 серий из 3 бросков каждая.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_1 появления значения $X = 1$.

«Новая» СВ — это n_1 , то есть количество появлений $X = 1$ в серии из 8 бросков.

Величина n_1 распределена, очевидно, по...

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i	1			

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_1 появления значения $X = 1$.

«Новая» СВ — это n_1 , то есть количество появлений $X = 1$ в серии из 8 бросков.

Величина n_1 распределена по **биномиальному закону (закону Бернулли)**.

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i	1			

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_1 появления значения $X = 1$.

«Новая» СВ — это n_1 , то есть количество появлений $X = 1$ в серии из 8 бросков.

Величина n_1 распределена по **биномиальному закону**. В качестве n'_1 естественно взять математическое ожидание величины n_1 .

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i	1			

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_1 появления значения $X = 1$.

«Новая» СВ — это n_1 , то есть количество появлений $X = 1$ в серии из 8 бросков.

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i	1			

Величина n_1 распределена по **биномиальному закону**. В качестве n'_1 естественно взять математическое ожидание величины n_1 .

Для биномиального закона $\mathbf{M}[X] = np$, то есть $n'_1 = \mathbf{M}[n_1] = 8 \cdot (3/8) = 1$.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_1 появления значения $X = 1$.

«Новая» СВ — это n_1 , то есть количество появлений $X = 1$ в серии из 8 бросков.

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i	1	3		

Величина n_1 распределена по **биномиальному закону**. В качестве n'_1 естественно взять математическое ожидание величины n_1 .

Для биномиального закона $\mathbf{M}[X] = np$, то есть $n'_1 = \mathbf{M}[n_1] = 8 \cdot (3/8) = 1$.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_2 появления значения $X = 2$.

«Новая» СВ — это n_2 , то есть количество появлений $X = 2$ в серии из 8 бросков.

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i	1	3	3	

Величина n_2 распределена по **биномиальному закону**. В качестве n'_2 естественно взять математическое ожидание величины n_2 .

Для биномиального закона $\mathbf{M}[X] = np$, то есть $n'_2 = \mathbf{M}[n_2] = 8 \cdot (3/8) = 1$.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Рассчитаем «теоретическую частоту» n'_3 появления значения $X = 3$.

«Новая» СВ — это n_3 , то есть количество появлений $X = 3$ в серии из 8 бросков.

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i	1	3	3	1

Величина n_3 распределена по **биномиальному закону**. В качестве n'_3 естественно взять математическое ожидание величины n_3 .

Для биномиального закона $\mathbf{M}[X] = np$, то есть $n'_3 = \mathbf{M}[n_3] = 8 \cdot (1/8) = 1$.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Сбор данных можно осуществить тем же способом, что и в **лабораторной работе XXVIII.6.**

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i	1	3	3	1

Сравните «эмпирическую» таблицу с данными «теоретической» и сравните с теоретическими значениями полученные точечные оценки математического ожидания, дисперсии и квадратического отклонения в экспериментах у каждого студента (выписать соответствующие значения) и в итоговом, «суммарном» эксперименте.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Сбор данных можно осуществить тем же способом, что и в **лабораторной работе XXVIII.6.**

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i	1	3	3	1

Составьте таблицу для $\overline{X}$.

Так как количество наблюдений будет сравнительно небольшим (равным количеству студентов, участвующих в лабораторной работе), то нет необходимости составлять интервальный ряд.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Сбор данных можно осуществить тем же способом, что и в **лабораторной работе XXVIII.6.**

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i	1	3	3	1

Составьте таблицу для $\overline{X}$.

Обнаружится, что дисперсия СВ «генеральное среднее величины X » приблизительно равна $\frac{D[X]}{\sqrt{n}} = \frac{D[X]}{\sqrt{8}}$.

XXVIII.8. Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Каждый студент проводит 8 серий по 3 броска монеты, X — число «орлов», выпавших в каждой серии бросков. С помощью **критерия Пирсона** оцените согласие экспериментальных данных с гипотезой о биномиальном распределении этой случайной величины.

Сбор данных можно осуществить тем же способом, что и в **лабораторной работе XXVIII.6.**

X	0	1	2	3
p_i	1/8	3/8	3/8	1/8
n'_i	1	3	3	1

Для СВ X найдите доверительный интервал, соответствующий разным значениям надежности.

XXIX. Ссылки на электронные тесты для обучения и самоконтроля

Решим учебные тесты по теории вероятностей?

Решим учебные тесты по случайным величинам?

XXX. Задания по статистике

Сформировать гипотезу о законе распределения и проверить ее с помощью критерия Пирсона для следующих случайных величин:

- 1) длина файла в папке «Загрузки» или какой-либо другой папке;
- 2) длина имени файла в папке «Загрузки» или какой-либо другой папке;
- 3) длина музыкальной композиции в альбоме конкретного исполнителя или сборнике;
- 4) длительность загрузки файла или отношение длительности загрузки к длине файла;
- 5) длительность запуска какой-либо программы, например, Word, или произвольно выбираемой программы;
- 6) длительность записи файла на флешку (файла фиксированной длины или произвольной длины) или отношение длительности записи к объему файла.

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Имеется 4 бумажки, на двух из них нарисован домик(Д), а остальные пустые(П). Достаём 2 бумажки наугад.

Задача 1. Имеется 4 бумажки, на двух из них нарисован домик(Д), а остальные пустые(П).
Достаём 2 бумажки наугад.

Ответ.

Задача 1. Имеется 4 бумажки, на двух из них нарисован домик(Д), а остальные пустые(П).
Достаём 2 бумажки наугад.

Ответ. 1) Характер изображения на извлечённых бумажках. 3 набора элементарных исходов:
 $\{Д, П\}$, $\{П, П\}$, $\{Д, Д\}$.

Задача 1. Имеется 4 бумажки, на двух из них нарисован домик(Д), а остальные пустые(П).
Достаём 2 бумажки наугад.

Ответ. 1) Характер изображения на извлечённых бумажках. 3 набора элементарных исходов:
 $\{Д, П\}$, $\{П, П\}$, $\{Д, Д\}$.

2) Характер изображения на с учётом порядка извлечения бумажек. 4 набора элементарных исходов: $(Д, П)$, $(П, Д)$, $(Д, Д)$, $(П, П)$.

3) ...

Решение задачи 2.

Задача 2. Приземление трех парашютистов.

Задача 2. Приземление трех парашютистов.

Ответ.

Задача 2. Приземление трех парашютистов.

Ответ. 1) Если нас в качестве элементарного исхода будет интересовать количество парашютистов, которые приземлились успешно, то множество исходов S будет иметь вид:
 $S = \{0, 1, 2, 3\}$ — где 1, 2, 3 и 0 — количество успешно приземлившихся парашютистов.

Задача 2. Приземление трех парашютистов.

Ответ. 1) Если нас в качестве элементарного исхода будет интересовать количество парашютистов, которые приземлились успешно, то множество исходов S будет иметь вид:
 $S = \{0, 1, 2, 3\}$ — где 1,2,3 и 0 — количество успешно приземлившихся парашютистов.

2) Если в качестве элементарных исходов взять совокупность парашютистов, приземлившихся в какую-либо определенную точку. Множество элементарных исходов S в этом случае можно представить в виде:

$S = \{\emptyset, rule0pt2ex\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$, где числа 1,2,3 означают номер парашютиста, приземлившегося в указанную точку.

Задача 2. Приземление трех парашютистов.

Ответ. 1) Если нас в качестве элементарного исхода будет интересовать количество парашютистов, которые приземлились успешно, то множество исходов S будет иметь вид:
 $S = \{0, 1, 2, 3\}$ — где 1,2,3 и 0 — количество успешно приземлившихся парашютистов.

2) Если в качестве элементарных исходов взять совокупность парашютистов, приземлившихся в какую-либо определенную точку. Множество элементарных исходов S в этом случае можно представить в виде:

$S = \{\emptyset, rule0pt2ex\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$, где числа 1,2,3 означают номер парашютиста, приземлившегося в указанную точку.

3) В качестве элементарного исхода можно взять совокупность промежутков времени между приземлениями парашютистов.

Задача 2. Приземление трех парашютистов.

Ответ. 1) Если нас в качестве элементарного исхода будет интересовать количество парашютистов, которые приземлились успешно, то множество исходов S будет иметь вид:
 $S = \{0, 1, 2, 3\}$ — где 1,2,3 и 0 — количество успешно приземлившихся парашютистов.

2) Если в качестве элементарных исходов взять совокупность парашютистов, приземлившихся в какую-либо определенную точку. Множество элементарных исходов S в этом случае можно представить в виде:

$S = \{\emptyset, rule0pt2ex\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$, где числа 1,2,3 означают номер парашютиста, приземлившегося в указанную точку.

3) В качестве элементарного исхода можно взять совокупность промежутков времени между приземлениями парашютистов.

4) Порядок, в котором 1,2 и 3 парашютисты приземлились, при условии, что все парашютисты приземлились в разное время. Тогда множество исходов можно представить в виде:

$S = \{(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 3, 1), (2, 1, 3), (3, 1, 2), (3, 2, 1)\}$.

5) ...

Решение задачи 3.

Задача 3. Подбрасываем рублёвую монету до тех пор пока не выпадет орёл.

Задача 3. Подбрасываем рублёвую монету до тех пор пока не выпадет орёл.

Ответ.

Задача 3. Подбрасываем рублёвую монету до тех пор пока не выпадет орёл.

Ответ. 1) Элементарные исходы состоят из последовательностей 0 и 1, где 0 означает, что выпала решка, 1 — что выпал орёл:

$$A = \{1; 01; 001; 0001; 00001; \dots\}.$$

Задача 3. Подбрасываем рублёвую монету до тех пор пока не выпадет орёл.

Ответ. 1) Элементарные исходы состоят из последовательностей 0 и 1, где 0 означает, что выпала решка, 1 — что выпал орёл:

$$A = \{1; 01; 001; 0001; 00001; \dots\}.$$

2) До выпадения орла решка выпала нечётное или чётное число раз (два элементарных исхода).

Задача 3. Подбрасываем рублёвую монету до тех пор пока не выпадет орёл.

Ответ. 1) Элементарные исходы состоят из последовательностей 0 и 1, где 0 означает, что выпала решка, 1 — что выпал орёл:

$$A = \{1; 01; 001; 0001; 00001; \dots\}.$$

2) До выпадения орла решка выпала нечётное или чётное число раз.

3) Промежуток времени от начала эксперимента до момента, когда выпал орёл.

Задача 3. Подбрасываем рублёвую монету до тех пор пока не выпадет орёл.

Ответ. 1) Элементарные исходы состоят из последовательностей 0 и 1, где 0 означает, что выпала решка, 1 — что выпал орёл:

$$A = \{1; 01; 001; 0001; 00001; \dots\}.$$

2) До выпадения орла решка выпала нечётное или чётное число раз.

3) Промежуток времени от начала эксперимента до момента, когда выпал орёл.

4) Для того броска, в котором выпал орёл, в качестве элементарного исхода можно взять:

Задача 3. Подбрасываем рублёвую монету до тех пор пока не выпадет орёл.

Ответ. 1) Элементарные исходы состоят из последовательностей 0 и 1, где 0 означает, что выпала решка, 1 — что выпал орёл:

$$A = \{1; 01; 001; 0001; 00001; \dots\}.$$

2) До выпадения орла решка выпала нечётное или чётное число раз.

3) Промежуток времени от начала эксперимента до момента, когда выпал орёл.

4) Для того броска, в котором выпал орёл, в качестве элементарного исхода можно взять:

а) точку падения монеты;

Задача 3. Подбрасываем рублёвую монету до тех пор пока не выпадет орёл.

Ответ. 1) Элементарные исходы состоят из последовательностей 0 и 1, где 0 означает, что выпала решка, 1 — что выпал орёл:

$$A = \{1; 01; 001; 0001; 00001; \dots\}.$$

2) До выпадения орла решка выпала нечётное или чётное число раз.

3) Промежуток времени от начала эксперимента до момента, когда выпал орёл.

4) Для того броска, в котором выпал орёл, в качестве элементарного исхода можно взять:

а) точку падения монеты;

б) центр монеты в момент, когда она остановилась;

Задача 3. Подбрасываем рублёвую монету до тех пор пока не выпадет орёл.

Ответ. 1) Элементарные исходы состоят из последовательностей 0 и 1, где 0 означает, что выпала решка, 1 — что выпал орёл:

$$A = \{1; 01; 001; 0001; 00001; \dots\}.$$

2) До выпадения орла решка выпала нечётное или чётное число раз.

3) Промежуток времени от начала эксперимента до момента, когда выпал орёл.

4) Для того броска, в котором выпал орёл, в качестве элементарного исхода можно взять:

а) точку падения монеты;

б) центр монеты в момент, когда она остановилась;

в) отрезок от точки падения монеты до точки в которой она остановилась;

Задача 3. Подбрасываем рублёвую монету до тех пор пока не выпадет орёл.

Ответ. 1) Элементарные исходы состоят из последовательностей 0 и 1, где 0 означает, что выпала решка, 1 — что выпал орёл:

$$A = \{1; 01; 001; 0001; 00001; \dots\}.$$

2) До выпадения орла решка выпала нечётное или чётное число раз.

3) Промежуток времени от начала эксперимента до момента, когда выпал орёл.

4) Для того броска, в котором выпал орёл, в качестве элементарного исхода можно взять:

а) точку падения монеты;

б) центр монеты в момент, когда она остановилась;

в) отрезок от точки падения монеты до точки в которой она остановилась;

г) направление, вдоль которого расположилась цифра 1 на монете;

Задача 3. Подбрасываем рублёвую монету до тех пор пока не выпадет орёл.

Ответ. 1) Элементарные исходы состоят из последовательностей 0 и 1, где 0 означает, что выпала решка, 1 — что выпал орёл:

$$A = \{1; 01; 001; 0001; 00001; \dots\}.$$

2) До выпадения орла решка выпала нечётное или чётное число раз.

3) Промежуток времени от начала эксперимента до момента, когда выпал орёл.

4) Для того броска, в котором выпал орёл, в качестве элементарного исхода можно взять:

а) точку падения монеты;

б) центр монеты в момент, когда она остановилась;

в) отрезок от точки падения монеты до точки в которой она остановилась;

г) направление, вдоль которого расположилась цифра 1 на монете;

5) ...

Решение задачи 4.

Задача 4. Вытаскиваем 3 спички, две из которых одинаковой длины(Д), а одна короче(К).

Задача 4. Вытаскиваем 3 спички, две из которых одинаковой длины(Д), а одна короче(К).

Ответ.

Задача 4. Вытаскиваем 3 спички, две из которых одинаковой длины(Д), а одна короче(К).

Ответ. 1) Элементарный исход состоит в том, что достаём спички по очереди (без возвращения) и для каждого порядкового номера фиксируется характеристика спички. Получаем 3 набора элементарных исходов: {Д,Д,К}, {Д,К,Д}, {К,Д,Д}.

Задача 4. Вытаскиваем 3 спички, две из которых одинаковой длины(Д), а одна короче(К).

Ответ. 1) Элементарный исход состоит в том, что достаём спички по очереди (без возвращения) и для каждого порядкового номера фиксируется характеристика спички. Получаем 3 набора элементарных исходов: {Д,Д,К}, {Д,К,Д}, {К,Д,Д}.

2) Элементарный исход состоит в том, что трижды повторяем следующий процесс: достаём спичку, фиксируем её характеристику (длинная или короткая), возвращаем спичку отратно и перемещиваем, причём после каждого извлечения спички. Получаем 8 наборов элементарных исходов: {Д,Д,Д}, {Д,Д,К}, {Д,К,Д}, {К,Д,Д}, {Д,К,К}, {К,Д,К}, {К,К,Д}, {К,К,К}.

3) ...

Решение задачи 5.

Задача 5. Приведите необходимое и достаточное условие того, что событие в алгебре событий определено. Сформулируйте определение равенства событий.

Задача 5. Приведите необходимое и достаточное условие того, что событие в алгебре событий определено. Сформулируйте определение равенства событий.

Ответ. В алгебре событий событие считается полностью определенным тогда и только тогда, когда

Задача 5. Приведите необходимое и достаточное условие того, что событие в алгебре событий определено. Сформулируйте определение равенства событий.

Ответ. В алгебре событий событие считается полностью определенным тогда и только тогда, когда указаны необходимые и достаточные условия *наступления* этого события. События считаются равными тогда и только тогда, когда наступление каждого из этих событий приводит к наступлению другого.

Решение задачи 6.

Задача 6. Три преподавателя теории вероятностей попали в клетку с голодным тигром. Омрачает Вашу безмятежную радость лишь тот факт, что Вы тоже в этой клетке. Тигр ценит ваш с преподавателями тонкий вкус одинаково, поэтому ему безразлично, в каком порядке он будет вас кушать. Обозначим через A_i событие, заключающееся в том, что Вы идете в меню у тигра под номером i . Проверьте, что это множество образует систему элементарных исходов (в каком порядке будут есть преподавателей Вашей любимой теории вероятностей и какова погода на дворе, Вам безразлично). Запишите с помощью событий A_i , и постройте соответствующие множества для событий: 1) Вас съели не первым; 2) Вас съели не последним; 3) Вас съели не первым и не последним; 4) Вас съели или первым, или последним.

Задача 6. Три преподавателя теории вероятностей попали в клетку с голодным тигром. Омрачает Вашу безмятежную радость лишь тот факт, что Вы тоже в этой клетке. Тигр ценит ваш с преподавателями тонкий вкус одинаково, поэтому ему безразлично, в каком порядке он будет вас кушать. Обозначим через A_i событие, заключающееся в том, что Вы идете в меню у тигра под номером i . Проверьте, что это множество образует систему элементарных исходов (в каком порядке будут есть преподавателей Вашей любимой теории вероятностей и какова погода на дворе, Вам безразлично). Запишите с помощью событий A_i , и постройте соответствующие множества для событий: 1) Вас съели не первым; 2) Вас съели не последним; 3) Вас съели не первым и не последним; 4) Вас съели или первым, или последним.

Ответ. Очевидно, что при $i \neq j$ событие $A_i \cdot A_j$ является невозможным (представляется неестественным, что Вас будут кушать два раза, ведь Вы такой(-ая) вкусный(-ая)!).

Задача 6. Три преподавателя теории вероятностей попали в клетку с голодным тигром. Омрачает Вашу безмятежную радость лишь тот факт, что Вы тоже в этой клетке. Тигр ценит ваш с преподавателями тонкий вкус одинаково, поэтому ему безразлично, в каком порядке он будет вас кушать. Обозначим через A_i событие, заключающееся в том, что Вы идете в меню у тигра под номером i . Проверьте, что это множество образует систему элементарных исходов (в каком порядке будут есть преподавателей Вашей любимой теории вероятностей и какова погода на дворе, Вам безразлично). Запишите с помощью событий A_i , и постройте соответствующие множества для событий: 1) Вас съели не первым; 2) Вас съели не последним; 3) Вас съели не первым и не последним; 4) Вас съели или первым, или последним.

Ответ. Очевидно, что при $i \neq j$ событие $A_i \cdot A_j$ является невозможным (представляется неестественным, что Вас будут кушать два раза, ведь Вы такой(-ая) вкусный(-ая)!). Мужайтесь, в условиях эксперимента Вас непременно съедят, поэтому $A_1 + A_2 + A_3 + A_4$ является достоверным событием.

Задача 6. Три преподавателя теории вероятностей попали в клетку с голодным тигром. Омрачает Вашу безмятежную радость лишь тот факт, что Вы тоже в этой клетке. Тигр ценит ваш с преподавателями тонкий вкус одинаково, поэтому ему безразлично, в каком порядке он будет вас кушать. Обозначим через A_i событие, заключающееся в том, что Вы идете в меню у тигра под номером i . Проверьте, что это множество образует систему элементарных исходов (в каком порядке будут есть преподавателей Вашей любимой теории вероятностей и какова погода на дворе, Вам безразлично). Запишите с помощью событий A_i , и постройте соответствующие множества для событий: 1) Вас съели не первым; 2) Вас съели не последним; 3) Вас съели не первым и не последним; 4) Вас съели или первым, или последним.

Ответ. Очевидно, что при $i \neq j$ событие $A_i \cdot A_j$ является невозможным (представляется неестественным, что Вас будут кушать два раза, ведь Вы такой(-ая) вкусный(-ая)!).

Мужайтесь, в условиях эксперимента Вас непременно съедят, поэтому $A_1 + A_2 + A_3 + A_4$ является достоверным событием.

Тот факт, что любое интересующее Вас событие в условиях эксперимента можно представить в виде суммы событий A_i придется принять на веру. Имеем

Задача 6. Три преподавателя теории вероятностей попали в клетку с голодным тигром. Омрачает Вашу безмятежную радость лишь тот факт, что Вы тоже в этой клетке. Тигр ценит ваш с преподавателями тонкий вкус одинаково, поэтому ему безразлично, в каком порядке он будет вас кушать. Обозначим через A_i событие, заключающееся в том, что Вы идете в меню у тигра под номером i . Проверьте, что это множество образует систему элементарных исходов (в каком порядке будут есть преподавателей Вашей любимой теории вероятностей и какова погода на дворе, Вам безразлично). Запишите с помощью событий A_i , и постройте соответствующие множества для событий: 1) Вас съели не первым; 2) Вас съели не последним; 3) Вас съели не первым и не последним; 4) Вас съели или первым, или последним.

Ответ. Вас съели не первым:

Задача 6. Три преподавателя теории вероятностей попали в клетку с голодным тигром. Омрачает Вашу безмятежную радость лишь тот факт, что Вы тоже в этой клетке. Тигр ценит ваш с преподавателями тонкий вкус одинаково, поэтому ему безразлично, в каком порядке он будет вас кушать. Обозначим через A_i событие, заключающееся в том, что Вы идете в меню у тигра под номером i . Проверьте, что это множество образует систему элементарных исходов (в каком порядке будут есть преподавателей Вашей любимой теории вероятностей и какова погода на дворе, Вам безразлично). Запишите с помощью событий A_i , и постройте соответствующие множества для событий: 1) Вас съели не первым; 2) Вас съели не последним; 3) Вас съели не первым и не последним; 4) Вас съели или первым, или последним.

Ответ. Вас съели не первым: $A_2 + A_3 + A_4$.

Задача 6. Три преподавателя теории вероятностей попали в клетку с голодным тигром. Омрачает Вашу безмятежную радость лишь тот факт, что Вы тоже в этой клетке. Тигр ценит ваш с преподавателями тонкий вкус одинаково, поэтому ему безразлично, в каком порядке он будет вас кушать. Обозначим через A_i событие, заключающееся в том, что Вы идете в меню у тигра под номером i . Проверьте, что это множество образует систему элементарных исходов (в каком порядке будут есть преподавателей Вашей любимой теории вероятностей и какова погода на дворе, Вам безразлично). Запишите с помощью событий A_i , и постройте соответствующие множества для событий: 1) Вас съели не первым; 2) Вас съели не последним; 3) Вас съели не первым и не последним; 4) Вас съели или первым, или последним.

Ответ. Вас съели не первым: $A_2 + A_3 + A_4$.
Вас съели не последним:

Задача 6. Три преподавателя теории вероятностей попали в клетку с голодным тигром. Омрачает Вашу безмятежную радость лишь тот факт, что Вы тоже в этой клетке. Тигр ценит ваш с преподавателями тонкий вкус одинаково, поэтому ему безразлично, в каком порядке он будет вас кушать. Обозначим через A_i событие, заключающееся в том, что Вы идете в меню у тигра под номером i . Проверьте, что это множество образует систему элементарных исходов (в каком порядке будут есть преподавателей Вашей любимой теории вероятностей и какова погода на дворе, Вам безразлично). Запишите с помощью событий A_i , и постройте соответствующие множества для событий: 1) Вас съели не первым; 2) Вас съели не последним; 3) Вас съели не первым и не последним; 4) Вас съели или первым, или последним.

Ответ. Вас съели не первым: $A_2 + A_3 + A_4$.
Вас съели не последним: $A_1 + A_2 + A_3$.

Задача 6. Три преподавателя теории вероятностей попали в клетку с голодным тигром. Омрачает Вашу безмятежную радость лишь тот факт, что Вы тоже в этой клетке. Тигр ценит ваш с преподавателями тонкий вкус одинаково, поэтому ему безразлично, в каком порядке он будет вас кушать. Обозначим через A_i событие, заключающееся в том, что Вы идете в меню у тигра под номером i . Проверьте, что это множество образует систему элементарных исходов (в каком порядке будут есть преподавателей Вашей любимой теории вероятностей и какова погода на дворе, Вам безразлично). Запишите с помощью событий A_i , и постройте соответствующие множества для событий: 1) Вас съели не первым; 2) Вас съели не последним; 3) Вас съели не первым и не последним; 4) Вас съели или первым, или последним.

Ответ. Вас съели не первым: $A_2 + A_3 + A_4$.

Вас съели не последним: $A_1 + A_2 + A_3$.

Вас съели не первым и не последним:

Задача 6. Три преподавателя теории вероятностей попали в клетку с голодным тигром. Омрачает Вашу безмятежную радость лишь тот факт, что Вы тоже в этой клетке. Тигр ценит ваш с преподавателями тонкий вкус одинаково, поэтому ему безразлично, в каком порядке он будет вас кушать. Обозначим через A_i событие, заключающееся в том, что Вы идете в меню у тигра под номером i . Проверьте, что это множество образует систему элементарных исходов (в каком порядке будут есть преподавателей Вашей любимой теории вероятностей и какова погода на дворе, Вам безразлично). Запишите с помощью событий A_i , и постройте соответствующие множества для событий: 1) Вас съели не первым; 2) Вас съели не последним; 3) Вас съели не первым и не последним; 4) Вас съели или первым, или последним.

Ответ. Вас съели не первым: $A_2 + A_3 + A_4$.

Вас съели не последним: $A_1 + A_2 + A_3$.

Вас съели не первым и не последним: $A_2 + A_3$.

Задача 6. Три преподавателя теории вероятностей попали в клетку с голодным тигром. Омрачает Вашу безмятежную радость лишь тот факт, что Вы тоже в этой клетке. Тигр ценит ваш с преподавателями тонкий вкус одинаково, поэтому ему безразлично, в каком порядке он будет вас кушать. Обозначим через A_i событие, заключающееся в том, что Вы идете в меню у тигра под номером i . Проверьте, что это множество образует систему элементарных исходов (в каком порядке будут есть преподавателей Вашей любимой теории вероятностей и какова погода на дворе, Вам безразлично). Запишите с помощью событий A_i , и постройте соответствующие множества для событий: 1) Вас съели не первым; 2) Вас съели не последним; 3) Вас съели не первым и не последним; 4) Вас съели или первым, или последним.

Ответ. Вас съели не первым: $A_2 + A_3 + A_4$.
Вас съели не последним: $A_1 + A_2 + A_3$.
Вас съели не первым и не последним: $A_2 + A_3$.
Вас съели или первым, или последним:

Задача 6. Три преподавателя теории вероятностей попали в клетку с голодным тигром. Омрачает Вашу безмятежную радость лишь тот факт, что Вы тоже в этой клетке. Тигр ценит ваш с преподавателями тонкий вкус одинаково, поэтому ему безразлично, в каком порядке он будет вас кушать. Обозначим через A_i событие, заключающееся в том, что Вы идете в меню у тигра под номером i . Проверьте, что это множество образует систему элементарных исходов (в каком порядке будут есть преподавателей Вашей любимой теории вероятностей и какова погода на дворе, Вам безразлично). Запишите с помощью событий A_i , и постройте соответствующие множества для событий: 1) Вас съели не первым; 2) Вас съели не последним; 3) Вас съели не первым и не последним; 4) Вас съели или первым, или последним.

Ответ. Вас съели не первым: $A_2 + A_3 + A_4$.
Вас съели не последним: $A_1 + A_2 + A_3$.
Вас съели не первым и не последним: $A_2 + A_3$.
Вас съели или первым, или последним: $A_1 + A_4$.

Решение задачи 7.

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Ответ. Система событий $\{A_{ij} \mid i \in \{1, 2, 3\}, j \in \{1, 2, 3\}\}$ является множеством элементарных исходов. Имеем:

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Ответ. 1) Первой и третьей голове досталось любимое блюдо:

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Ответ. 1) Первой и третьей голове досталось любимое блюдо:

$$A_{11} \cdot A_{24} \cdot A_{33} + A_{11} \cdot A_{23} \cdot A_{34}.$$

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Ответ. 2) Только первой голове досталось любимое блюдо:

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Ответ. 2) Только первой голове досталось любимое блюдо:

$$A_{11} \cdot \overline{A_{22}} \cdot (\overline{A_{33}} + \overline{A_{34}}) =$$

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Ответ. 2) Только первой голове досталось любимое блюдо:

$$A_{11} \cdot \overline{A_{22}} \cdot (\overline{A_{33}} + \overline{A_{34}}) = A_{11} \cdot A_{23} \cdot A_{32} + A_{11} \cdot A_{24} \cdot A_{32}.$$

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Ответ. 3) Только одной голове досталось любимое блюдо (могут быть другие варианты ответа):

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Ответ. 3) Только одной голове досталось любимое блюдо (могут быть другие варианты ответа):

$$A_{11} \cdot \overline{A_{22}} \cdot (\overline{A_{33}} + \overline{A_{34}}) + \overline{A_{11}} \cdot A_{22} \cdot (\overline{A_{33}} + \overline{A_{34}}) + \overline{A_{11}} \cdot \overline{A_{22}} \cdot (A_{33} + A_{34}) =$$

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Ответ. 3) Только одной голове досталось любимое блюдо (могут быть другие варианты ответа):

$$\begin{aligned} & A_{11} \cdot \overline{A_{22}} \cdot (\overline{A_{33}} + \overline{A_{34}}) + \overline{A_{11}} \cdot A_{22} \cdot (\overline{A_{33}} + \overline{A_{34}}) + \overline{A_{11}} \cdot \overline{A_{22}} \cdot (A_{33} + A_{34}) = \\ &= A_{11} \cdot (A_{23} + A_{24}) \cdot A_{32} + (A_{12} + A_{13} + A_{14}) \cdot A_{22} \cdot A_{31} + \\ &+ (A_{12} + A_{13} + A_{14}) \cdot (A_{21} + A_{23} + A_{24}) \cdot (A_{31} + A_{32}). \end{aligned}$$

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Ответ. 4) Все головы довольны выбором:

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Ответ. 4) Все головы довольны выбором: $A_{11} \cdot A_{22} \cdot A_{33} + A_{11} \cdot A_{22} \cdot A_{34}$.

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Ответ. 5) Ни одной голове не повезло:

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Ответ. 5) Ни одной голове не повезло:

$$\overline{A_{11}} \cdot \overline{A_{22}} \cdot \overline{A_{33}} \cdot \overline{A_{34}} =$$

Задача 7. Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — мясо, а третья — стиральный порошок. К возвращению Змея Горыныча с боевого вылета слуги в спешке приготовили Змею четыре чашки: первую — с рыбой, вторую — с мясом, третью и четвертую — со стиральным порошком. Изголодавшийся после трудов несправедливых Змей Горыныч сунул головы в чашки наугад, не разобрав предварительно, что там лежит. Пусть A_{ij} — событие, заключающееся в том, что i -тая голова Змея Горыныча ест из j -той чашки. Найдите какую-нибудь систему элементарных исходов. Следующие события запишите с помощью событий A_{ij} : 1) первой и третьей голове досталось любимое блюдо; 2) только первой голове досталось любимое блюдо; 3) только одной голове досталось любимое блюдо; 4) все головы довольны выбором; 5) ни одной голове не повезло.

Ответ. 5) Ни одной голове не повезло:

$$\overline{A_{11}} \cdot \overline{A_{22}} \cdot \overline{A_{33}} \cdot \overline{A_{34}} = (A_{12} + A_{13} + A_{14}) \cdot (A_{21} + A_{23} + A_{24}) \cdot (A_{31} + A_{32}) .$$

Решение задачи 8.

Задача 8. В вагоне n пронумерованных сидений. В этом вагоне едут p землян и q инопланетян, причем $p + q \leq n$. Кондуктор не в состоянии отличить одного инопланетянина от другого, а вот землян он прекрасно различает. Сколько с точки зрения кондуктора существует различных способов разместить этих пассажиров по сиденьям?

Задача 8. В вагоне n пронумерованных сидений. В этом вагоне едут p землян и q инопланетян, причем $p + q \leq n$. Кондуктор не в состоянии отличить одного инопланетянина от другого, а вот землян он прекрасно различает. Сколько с точки зрения кондуктора существует различных способов разместить этих пассажиров по сиденьям?

Ответ.

Задача 8. В вагоне n пронумерованных сидений. В этом вагоне едут p землян и q инопланетян, причем $p + q \leq n$. Кондуктор не в состоянии отличить одного инопланетянина от другого, а вот землян он прекрасно различает. Сколько с точки зрения кондуктора существует различных способов разместить этих пассажиров по сиденьям?

Ответ. Искомое число равно

$$A_n^p \cdot C_{n-p}^q = C_n^q A_{n-q}^p = \frac{n(n-1) \dots (n-p-q+1)}{q!}.$$

Решение задачи 9.

Задача 9. Имеется m юношей и n девушек. Они направляются отдыхать на две турбазы, причем каждая девушка и каждый юноша делают свой выбор независимо от мнения остальных. Вычислите, сколько существует различных вариантов распределения этих юношей и девушек по данным турбазам в каждом из двух случаев:

- 1) все юноши и все девушки уникальны;
- 2) нам не важно, кто именно поехал на ту или иную турбазу, важно лишь сколько юношей и сколько девушек находится на каждой из этих турбаз.

Задача 9. Имеется m юношей и n девушек. Они направляются отдыхать на две турбазы, причем каждая девушка и каждый юноша делают свой выбор независимо от мнения остальных. Вычислите, сколько существует различных вариантов распределения этих юношей и девушек по данным турбазам в каждом из двух случаев:

- 1) все юноши и все девушки уникальны;
- 2) нам не важно, кто именно поехал на ту или иную турбазу, важно лишь сколько юношей и сколько девушек находится на каждой из этих турбаз.

Ответ.

Задача 9. Имеется m юношей и n девушек. Они направляются отдыхать на две турбазы, причем каждая девушка и каждый юноша делают свой выбор независимо от мнения остальных. Вычислите, сколько существует различных вариантов распределения этих юношей и девушек по данным турбазам в каждом из двух случаев:

- 1) все юноши и все девушки уникальны;
- 2) нам не важно, кто именно поехал на ту или иную турбазу, важно лишь сколько юношей и сколько девушек находится на каждой из этих турбаз.

Ответ. В случае, если все юноши и девушки уникальны, число различных вариантов равно $\sum_{p=0}^m \sum_{q=0}^n A_m^p A_n^q$. В случае, когда личности не существенны, важен лишь пол приехавших, получаем $\sum_{p=0}^m \sum_{q=0}^n C_m^p C_n^q$.

Решение задачи 10.

Задача 10. Бросаются 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях выпадет одинаковое число очков, не большее 4.

Задача 10. Бросаются 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях выпадет одинаковое число очков, не большее 4.

Ответ.

Задача 10. Бросаются 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях выпадет одинаковое число очков, не большее 4.

Ответ. Рассмотрим в качестве элементарных исходов события A_{ij} , где i — число очков на первом кубике, j — число очков на втором кубике.

Задача 10. Бросаются 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях выпадет одинаковое число очков, не большее 4.

Ответ. Рассмотрим в качестве элементарных исходов события A_{ij} , где i — число очков на первом кубике, j — число очков на втором кубике.

Тогда интересующее нас событие B можно представить в виде

$$B =$$

Задача 10. Бросаются 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях выпадет одинаковое число очков, не большее 4.

Ответ. Рассмотрим в качестве элементарных исходов события A_{ij} , где i — число очков на первом кубике, j — число очков на втором кубике.

Тогда интересующее нас событие B можно представить в виде

$$B = A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44}.$$

Задача 10. Бросаются 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях выпадет одинаковое число очков, не большее 4.

Ответ. Рассмотрим в качестве элементарных исходов события A_{ij} , где i — число очков на первом кубике, j — число очков на втором кубике.

Тогда интересующее нас событие B можно представить в виде

$$B = A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44}.$$

$$p(B) = p(A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44}) =$$

Задача 10. Бросаются 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях выпадет одинаковое число очков, не большее 4.

Ответ. Рассмотрим в качестве элементарных исходов события A_{ij} , где i — число очков на первом кубике, j — число очков на втором кубике.

Тогда интересующее нас событие B можно представить в виде

$$B = A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44}.$$

$$p(B) = p(A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44}) =$$

Учитывая **несовместность** элементарных исходов...

Задача 10. Бросаются 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях выпадет одинаковое число очков, не большее 4.

Ответ. Рассмотрим в качестве элементарных исходов события A_{ij} , где i — число очков на первом кубике, j — число очков на втором кубике.

Тогда интересующее нас событие B можно представить в виде

$$B = A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44}.$$

$$\begin{aligned} p(B) &= p(A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44}) = \\ &= p(A_{11}) + p(A_{22}) + p(A_{33}) + p(A_{44}) = \end{aligned}$$

Учитывая **несовместность** элементарных исходов...

Задача 10. Бросаются 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях выпадет одинаковое число очков, не большее 4.

Ответ. Рассмотрим в качестве элементарных исходов события A_{ij} , где i — число очков на первом кубике, j — число очков на втором кубике.

Тогда интересующее нас событие B можно представить в виде

$$\begin{aligned} B &= A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44}. \\ p(B) &= p(A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44}) = \\ &= p(A_{11}) + p(A_{22}) + p(A_{33}) + p(A_{44}) = \end{aligned}$$

Естественно считать исходы A_{ij} равновероятными. Поэтому применим **формулу классической вероятности...**

Задача 10. Бросаются 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях выпадет одинаковое число очков, не большее 4.

Ответ. Рассмотрим в качестве элементарных исходов события A_{ij} , где i — число очков на первом кубике, j — число очков на втором кубике.

Тогда интересующее нас событие B можно представить в виде

$$B = A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44}.$$

$$\begin{aligned} p(B) &= p(A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44}) = \\ &= p(A_{11}) + p(A_{22}) + p(A_{33}) + p(A_{44}) = \\ &= \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \end{aligned}$$

Естественно считать исходы A_{ij} равновероятными. Поэтому применим **формулу классической вероятности...**

Задача 10. Бросаются 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях выпадет одинаковое число очков, не большее 4.

Ответ. Рассмотрим в качестве элементарных исходов события A_{ij} , где i — число очков на первом кубике, j — число очков на втором кубике.

Тогда интересующее нас событие B можно представить в виде

$$B = A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44}.$$

$$\begin{aligned} p(B) &= p(A_{11} + A_{22} + A_{33} + A_{44}) = \\ &= p(A_{11}) + p(A_{22}) + p(A_{33}) + p(A_{44}) = \\ &= \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{9}. \end{aligned}$$

Решение задачи 11.

Задача 11. На соревнованиях 6 волейбольных команд разбиты по жребию на две подгруппы (по 3 команды). Найти вероятность того, что две наиболее сильных команды окажутся в разных подгруппах.

Задача 11. На соревнованиях 6 волейбольных команд разбиты по жребию на две подгруппы (по 3 команды). Найти вероятность того, что две наиболее сильных команды окажутся в разных подгруппах.

Ответ.

Задача 11. На соревнованиях 6 волейбольных команд разбиты по жребию на две подгруппы (по 3 команды). Найти вероятность того, что две наиболее сильных команды окажутся в разных подгруппах.

Ответ. Рассматриваемое событие A равносильно событию «вторая из сильнейших команд попала в подгруппу, которой первая команда не принадлежит».

Задача 11. На соревнованиях 6 волейбольных команд разбиты по жребию на две подгруппы (по 3 команды). Найти вероятность того, что две наиболее сильных команды окажутся в разных подгруппах.

Ответ. Рассматриваемое событие A равносильно событию «вторая из сильнейших команд попала в подгруппу, которой первая команда не принадлежит».

$$p(A) =$$

Задача 11. На соревнованиях 6 волейбольных команд разбиты по жребию на две подгруппы (по 3 команды). Найти вероятность того, что две наиболее сильных команды окажутся в разных подгруппах.

Ответ. Рассматриваемое событие A равносильно событию «вторая из сильнейших команд попала в подгруппу, которой первая команда не принадлежит».

$$p(A) = \frac{3}{6} =$$

Задача 11. На соревнованиях 6 волейбольных команд разбиты по жребию на две подгруппы (по 3 команды). Найти вероятность того, что две наиболее сильных команды окажутся в разных подгруппах.

Ответ. Рассматриваемое событие A равносильно событию «вторая из сильнейших команд попала в подгруппу, которой первая команда не принадлежит».

$$p(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Решение задачи 12.

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказались дефектными.

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

n — общее количество исходов.

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

n — общее количество исходов.

Общее число исходов равно

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

n — общее количество исходов.

Общее число исходов равно C_{1000}^{50} .

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

n — общее количество исходов.

Общее число исходов равно C_{1000}^{50} .

Вычислим m .

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

n — общее количество исходов.

Общее число исходов равно C_{1000}^{50} .

Вычислим m .

Пусть наступило событие A .

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

n — общее количество исходов.

Общее число исходов равно C_{1000}^{50} .

Вычислим m .

Пусть наступило событие A . Два разных элементарных исхода, при которых наступило A , могут отличаться только тем, как выбрали 3 дефектных изделия из 10 (таких возможностей), и тем, как выбрали остальные 47 изделий из 990 недефектных изделий (таких возможностей).

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

n — общее количество исходов.

Общее число исходов равно C_{1000}^{50} .

Вычислим m .

Пусть наступило событие A . Два разных элементарных исхода, при которых наступило A , могут отличаться только тем, как выбрали 3 дефектных изделия из 10 (таких возможностей C_{10}^3), и тем, как выбрали остальные 47 изделий из 990 недефектных изделий (таких возможностей).

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

n — общее количество исходов.

Общее число исходов равно C_{1000}^{50} .

Вычислим m .

Пусть наступило событие A . Два разных элементарных исхода, при которых наступило A , могут отличаться только тем, как выбрали 3 дефектных изделия из 10 (таких возможностей C_{10}^3), и тем, как выбрали остальные 47 изделий из 990 недефектных изделий (таких возможностей C_{990}^{47}).

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

n — общее количество исходов.

Общее число исходов равно C_{1000}^{50} .

Вычислим m .

Пусть наступило событие A . Два разных элементарных исхода, при которых наступило A , могут отличаться только тем, как выбрали 3 дефектных изделия из 10 (таких возможностей C_{10}^3), и тем, как выбрали остальные 47 изделий из 990 недефектных изделий (таких возможностей C_{990}^{47}).

При этом при наступлении интересующего нас события *для каждого из C_{10}^3 возможных выборов дефектных изделий количество возможных выборов стандартных изделий равно* .

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

n — общее количество исходов.

Общее число исходов равно C_{1000}^{50} .

Вычислим m .

Пусть наступило событие A . Два разных элементарных исхода, при которых наступило A , могут отличаться только тем, как выбрали 3 дефектных изделия из 10 (таких возможностей C_{10}^3), и тем, как выбрали остальные 47 изделий из 990 недефектных изделий (таких возможностей C_{990}^{47}).

При этом при наступлении интересующего нас события *для каждого из* C_{10}^3 возможных выборов дефектных изделий количество возможных выборов стандартных изделий равно C_{990}^{47} .

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

n — общее количество исходов.

Общее число исходов равно C_{1000}^{50} .

Вычислим m .

Пусть наступило событие A . Два разных элементарных исхода, при которых наступило A , могут отличаться только тем, как выбрали 3 дефектных изделия из 10 (таких возможностей C_{10}^3), и тем, как выбрали остальные 47 изделий из 990 недефектных изделий (таких возможностей C_{990}^{47}).

При этом при наступлении интересующего нас события *для каждого* из C_{10}^3 возможных выборов дефектных изделий количество возможных выборов стандартных изделий равно C_{990}^{47} .

Следовательно, общее число благоприятных исходов равно

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

n — общее количество исходов.

Общее число исходов равно C_{1000}^{50} .

Вычислим m .

Пусть наступило событие A . Два разных элементарных исхода, при которых наступило A , могут отличаться только тем, как выбрали 3 дефектных изделия из 10 (таких возможностей C_{10}^3), и тем, как выбрали остальные 47 изделий из 990 недефектных изделий (таких возможностей C_{990}^{47}).

При этом при наступлении интересующего нас события *для каждого* из C_{10}^3 возможных выборов дефектных изделий количество возможных выборов стандартных изделий равно C_{990}^{47} .

Следовательно, общее число благоприятных исходов равно

$$\underbrace{C_{990}^{47} + C_{990}^{47} + \dots + C_{990}^{47}}_{\text{слагаемых}} =$$

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

n — общее количество исходов.

Общее число исходов равно C_{1000}^{50} .

Вычислим m .

Пусть наступило событие A . Два разных элементарных исхода, при которых наступило A , могут отличаться только тем, как выбрали 3 дефектных изделия из 10 (таких возможностей C_{10}^3), и тем, как выбрали остальные 47 изделий из 990 недефектных изделий (таких возможностей C_{990}^{47}).

При этом при наступлении интересующего нас события для каждого из C_{10}^3 возможных выборов дефектных изделий количество возможных выборов стандартных изделий равно C_{990}^{47} .

Следовательно, общее число благоприятных исходов равно

$$\underbrace{C_{990}^{47} + C_{990}^{47} + \dots + C_{990}^{47}}_{C_{10}^3 \text{ слагаемых}} =$$

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Обозначим через A событие, состоящее в том, что из 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 оказалось дефектными. Пусть исход состоит в том, что из этой партии выбрали 50 изделий.

Все эти исходы равновозможны (выполнение этого условия как раз и обеспечивается тем, что изделия выбираются «наудачу» или, если хотите, наоборот, слово «наудачу» как раз и означает, что все о'кей).

Поэтому можно применить формулу классической вероятности:

$$p = \frac{m}{n},$$

где m — количество таких исходов, при которых наступает событие A ,

n — общее количество исходов.

Общее число исходов равно C_{1000}^{50} .

Вычислим m .

Пусть наступило событие A . Два разных элементарных исхода, при которых наступило A , могут отличаться только тем, как выбрали 3 дефектных изделия из 10 (таких возможностей C_{10}^3), и тем, как выбрали остальные 47 изделий из 990 недефектных изделий (таких возможностей C_{990}^{47}).

При этом при наступлении интересующего нас события *для каждого из* C_{10}^3 возможных выборов дефектных изделий количество возможных выборов стандартных изделий равно C_{990}^{47} .

Следовательно, общее число благоприятных исходов равно

$$\underbrace{C_{990}^{47} + C_{990}^{47} + \dots + C_{990}^{47}}_{C_{10}^3 \text{ слагаемых}} = C_{10}^3 \cdot C_{990}^{47}.$$

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Итак, общее число благоприятных исходов равно $m = C_{10}^3 C_{990}^{47}$.

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Итак, общее число благоприятных исходов равно $m = C_{10}^3 C_{990}^{47}$.

Используя формулу $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$, получаем, что искомая вероятность равна

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Итак, общее число благоприятных исходов равно $m = C_{10}^3 C_{990}^{47}$.

Используя формулу $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$, получаем, что искомая вероятность равна

$$p = \frac{C_{10}^3 C_{990}^{47}}{C_{1000}^{50}} =$$

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Итак, общее число благоприятных исходов равно $m = C_{10}^3 C_{990}^{47}$.

Используя формулу $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$, получаем, что искомая вероятность равна

$$p = \frac{C_{10}^3 C_{990}^{47}}{C_{1000}^{50}} = \frac{\frac{10!}{7!3!} \frac{990!}{47!943!}}{\frac{1000!}{50!950!}} =$$

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Итак, общее число благоприятных исходов равно $m = C_{10}^3 C_{990}^{47}$.

Используя формулу $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$, получаем, что искомая вероятность равна

$$\begin{aligned} p &= \frac{C_{10}^3 C_{990}^{47}}{C_{1000}^{50}} = \frac{\frac{10!}{7!3!} \frac{990!}{47!943!}}{\frac{1000!}{50!950!}} = \\ &= \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 950 \cdot 949 \cdot 948 \cdot 947 \cdot 946 \cdot 945 \cdot 944}{2 \cdot 3 \cdot 1000 \cdot 999 \cdot 998 \cdot 997 \cdot 996 \cdot 995 \cdot 994 \cdot 993 \cdot 992 \cdot 991} \end{aligned}$$

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Итак, общее число благоприятных исходов равно $m = C_{10}^3 C_{990}^{47}$.

Используя формулу $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$, получаем, что искомая вероятность равна

$$\begin{aligned} p &= \frac{C_{10}^3 C_{990}^{47}}{C_{1000}^{50}} = \frac{\frac{10!}{7!3!} \frac{990!}{47!943!}}{\frac{1000!}{50!950!}} = \\ &= \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 950 \cdot 949 \cdot 948 \cdot 947 \cdot 946 \cdot 945 \cdot 944}{2 \cdot 3 \cdot 1000 \cdot 999 \cdot 998 \cdot 997 \cdot 996 \cdot 995 \cdot 994 \cdot 993 \cdot 992 \cdot 991} \approx 0.01 \end{aligned}$$

Задача 12. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно 3 окажутся дефектными.

Ответ. Итак, общее число благоприятных исходов равно $m = C_{10}^3 C_{990}^{47}$.

Используя формулу $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$, получаем, что искомая вероятность равна

$$\begin{aligned} p &= \frac{C_{10}^3 C_{990}^{47}}{C_{1000}^{50}} = \frac{\frac{10!}{7!3!} \frac{990!}{47!943!}}{\frac{1000!}{50!950!}} = \\ &= \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 950 \cdot 949 \cdot 948 \cdot 947 \cdot 946 \cdot 945 \cdot 944}{2 \cdot 3 \cdot 1000 \cdot 999 \cdot 998 \cdot 997 \cdot 996 \cdot 995 \cdot 994 \cdot 993 \cdot 992 \cdot 991} \approx 0.01 \end{aligned}$$

Можно было применить для вычислений *формулу Стирлинга*: $n! \approx \sqrt{2\pi n} n^{n+0.5} e^{-n}$.

Решение задачи 13.

Задача 13. Вокруг равностороннего треугольника ABC описана окружность O . Найти вероятность того, что наудачу выбранная точка из круга, ограниченного окружностью O , попадет в треугольник ABC .

Задача 13. Вокруг равностороннего треугольника ABC описана окружность O . Найти вероятность того, что наудачу выбранная точка из круга, ограниченного окружностью O , попадет в треугольник ABC .

Ответ.

Задача 13. Вокруг равностороннего треугольника ABC описана окружность O . Найти вероятность того, что наудачу выбранная точка из круга, ограниченного окружностью O , попадет в треугольник ABC .

Ответ. Пусть длина стороны равна x .

Задача 13. Вокруг равностороннего треугольника ABC описана окружность O . Найти вероятность того, что наудачу выбранная точка из круга, ограниченного окружностью O , попадет в треугольник ABC .

Ответ. Пусть длина стороны равна x . Тогда радиус R окружности O равен $\frac{x}{\sqrt{3}}$, поэтому

Задача 13. Вокруг равностороннего треугольника ABC описана окружность $\mathbf{O}$. Найти вероятность того, что наудачу выбранная точка из круга, ограниченного окружностью $\mathbf{O}$, попадет в треугольник ABC .

Ответ. Пусть длина стороны равна x . Тогда радиус R окружности $\mathbf{O}$ равен $\frac{x}{\sqrt{3}}$, поэтому

$$p(A) =$$

Задача 13. Вокруг равностороннего треугольника ABC описана окружность $\mathbf{O}$. Найти вероятность того, что наудачу выбранная точка из круга, ограниченного окружностью $\mathbf{O}$, попадет в треугольник ABC .

Ответ. Пусть длина стороны равна x . Тогда радиус R окружности $\mathbf{O}$ равен $\frac{x}{\sqrt{3}}$, поэтому

$$p(A) = \frac{x^2 \frac{\sqrt{3}}{4}}{\pi \frac{x^2}{3}} =$$

Задача 13. Вокруг равностороннего треугольника ABC описана окружность $\mathbf{O}$. Найти вероятность того, что наудачу выбранная точка из круга, ограниченного окружностью $\mathbf{O}$, попадет в треугольник ABC .

Ответ. Пусть длина стороны равна x . Тогда радиус R окружности $\mathbf{O}$ равен $\frac{x}{\sqrt{3}}$, поэтому

$$p(A) = \frac{x^2 \frac{\sqrt{3}}{4}}{\pi \frac{x^2}{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}.$$

Решение задачи 14.

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ.

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ. Пусть A — событие, состоящее в том, что взятая наудачу кость оказалась не дублем, B — событие, состоящее в том, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ. Пусть A — событие, состоящее в том, что взятая наудачу кость оказалась не дублем, B — событие, состоящее в том, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Первый способ. Будем учитывать порядок доставания костей.

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ. Пусть A — событие, состоящее в том, что взятая наудачу кость оказалась не дублем, B — событие, состоящее в том, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Первый способ. Будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) =$$

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ. Пусть A — событие, состоящее в том, что взятая наудачу кость оказалась не дублем, B — событие, состоящее в том, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Первый способ. Будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} =$$

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ. Пусть A — событие, состоящее в том, что взятая наудачу кость оказалась не дублем, B — событие, состоящее в том, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Первый способ. Будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{21 \cdot 12}{28 \cdot 27} = \frac{21}{28}$$

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ. Пусть A — событие, состоящее в том, что взятая наудачу кость оказалась не дублем, B — событие, состоящее в том, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Первый способ. Будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{\frac{21 \cdot 12}{28 \cdot 27}}{\frac{21}{28}} = \frac{4}{9}.$$

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ. Пусть A — событие, состоящее в том, что взятая наудачу кость оказалась не дублем, B — событие, состоящее в том, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Первый способ. Будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{\frac{21 \cdot 12}{28 \cdot 27}}{\frac{21}{28}} = \frac{4}{9}.$$

Второй способ. Не будем учитывать порядок доставания костей.

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ. Пусть A — событие, состоящее в том, что взятая наудачу кость оказалась не дублем, B — событие, состоящее в том, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Первый способ. Будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{21 \cdot 12}{\frac{28 \cdot 27}{28}} = \frac{4}{9}.$$

Второй способ. Не будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) =$$

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ. Пусть A — событие, состоящее в том, что взятая наудачу кость оказалась не дублем, B — событие, состоящее в том, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Первый способ. Будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{21 \cdot 12}{\frac{28 \cdot 27}{28}} = \frac{4}{9}.$$

Второй способ. Не будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} =$$

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ. Пусть A — событие, состоящее в том, что взятая наудачу кость оказалась не дублем, B — событие, состоящее в том, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Первый способ. Будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{\frac{21 \cdot 12}{28 \cdot 27}}{\frac{21}{28}} = \frac{4}{9}.$$

Второй способ. Не будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{1/3}{21/28} =$$

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ. Пусть A — событие, состоящее в том, что взятая наудачу кость оказалась не дублем, B — событие, состоящее в том, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Первый способ. Будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{\frac{21 \cdot 12}{28 \cdot 27}}{\frac{21}{28}} = \frac{4}{9}.$$

Второй способ. Не будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{1/3}{21/28} = \frac{4}{9}.$$

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ. Пусть A — событие, состоящее в том, что взятая наудачу кость оказалась не дублем, B — событие, состоящее в том, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Первый способ. Будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{\frac{21 \cdot 12}{28 \cdot 27}}{\frac{21}{28}} = \frac{4}{9}.$$

Второй способ. Не будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{1/3}{21/28} = \frac{4}{9}.$$

Третий способ. К одной половине можно приставить 6 костей, к другой половине — ещё 6.

$$p(B | A) =$$

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ. Пусть A — событие, состоящее в том, что взятая наудачу кость оказалась не дублем, B — событие, состоящее в том, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Первый способ. Будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{\frac{21 \cdot 12}{28 \cdot 27}}{\frac{21}{28}} = \frac{4}{9}.$$

Второй способ. Не будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{1/3}{21/28} = \frac{4}{9}.$$

Третий способ. К одной половине можно приставить 6 костей, к другой половине — ещё 6.

$$p(B | A) = \frac{12}{27} =$$

Задача 14. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Ответ. Пусть A — событие, состоящее в том, что взятая наудачу кость оказалась не дублем, B — событие, состоящее в том, что вторую взятую наугад кость домино можно приставить к первой.

Первый способ. Будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{\frac{21 \cdot 12}{28 \cdot 27}}{\frac{21}{28}} = \frac{4}{9}.$$

Второй способ. Не будем учитывать порядок доставания костей.

$$p(B | A) = \frac{p(AB)}{p(A)} = \frac{1/3}{21/28} = \frac{4}{9}.$$

Третий способ. К одной половине можно приставить 6 костей, к другой половине — ещё 6.

$$p(B | A) = \frac{12}{27} = \frac{4}{9}.$$

Решение задачи 15.

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Ответ.

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Ответ. Первый вариант. Пусть B — событие, состоящее в том, что на втором кубике выпало число очков, отличное от результата на первом кубике,
 C — событие, состоящее в том, что на третьем кубике выпало число очков, отличное от результата на первом и втором кубиках.

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Ответ. Первый вариант. Пусть B — событие, состоящее в том, что на втором кубике выпало число очков, отличное от результата на первом кубике,
 C — событие, состоящее в том, что на третьем кубике выпало число очков, отличное от результата на первом и втором кубиках.

$$p(BC) =$$

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Ответ. Первый вариант. Пусть B — событие, состоящее в том, что на втором кубике выпало число очков, отличное от результата на первом кубике, C — событие, состоящее в том, что на третьем кубике выпало число очков, отличное от результата на первом и втором кубиках.

$$p(BC) = p(B)p(C|B) =$$

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Ответ. Первый вариант. Пусть B — событие, состоящее в том, что на втором кубике выпало число очков, отличное от результата на первом кубике, C — событие, состоящее в том, что на третьем кубике выпало число очков, отличное от результата на первом и втором кубиках.

$$p(BC) = p(B) p(C | B) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} =$$

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Ответ. Первый вариант. Пусть B — событие, состоящее в том, что на втором кубике выпало число очков, отличное от результата на первом кубике, C — событие, состоящее в том, что на третьем кубике выпало число очков, отличное от результата на первом и втором кубиках.

$$p(BC) = p(B) p(C | B) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}.$$

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Ответ. Первый вариант. Пусть B — событие, состоящее в том, что на втором кубике выпало число очков, отличное от результата на первом кубике,
 C — событие, состоящее в том, что на третьем кубике выпало число очков, отличное от результата на первом и втором кубиках.

$$p(BC) = p(B)p(C|B) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}.$$

Второй вариант. Пусть K — событие, состоящее в том, что на всех кубиках выпало одинаковое число очков,

L_i — событие, состоящее в том, что на кубиках с номерами, отличными от i , выпало одинаковое число очков, отличное от числа очков на кубике с номером i .

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Ответ. Первый вариант. Пусть B — событие, состоящее в том, что на втором кубике выпало число очков, отличное от результата на первом кубике,
 C — событие, состоящее в том, что на третьем кубике выпало число очков, отличное от результата на первом и втором кубиках.

$$p(BC) = p(B)p(C|B) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}.$$

Второй вариант. Пусть K — событие, состоящее в том, что на всех кубиках выпало одинаковое число очков,

L_i — событие, состоящее в том, что на кубиках с номерами, отличными от i , выпало одинаковое число очков, отличное от числа очков на кубике с номером i .

$$p(\overline{K + L_1 + L_2 + L_3}) =$$

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Ответ. Первый вариант. Пусть B — событие, состоящее в том, что на втором кубике выпало число очков, отличное от результата на первом кубике,
 C — событие, состоящее в том, что на третьем кубике выпало число очков, отличное от результата на первом и втором кубиках.

$$p(BC) = p(B)p(C|B) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}.$$

Второй вариант. Пусть K — событие, состоящее в том, что на всех кубиках выпало одинаковое число очков,

L_i — событие, состоящее в том, что на кубиках с номерами, отличными от i , выпало одинаковое число очков, отличное от числа очков на кубике с номером i .

$$p(\overline{K + L_1 + L_2 + L_3}) = 1 - p(K + L_1 + L_2 + L_3) =$$

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Ответ. Первый вариант. Пусть B — событие, состоящее в том, что на втором кубике выпало число очков, отличное от результата на первом кубике,
 C — событие, состоящее в том, что на третьем кубике выпало число очков, отличное от результата на первом и втором кубиках.

$$p(BC) = p(B)p(C|B) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}.$$

Второй вариант. Пусть K — событие, состоящее в том, что на всех кубиках выпало одинаковое число очков,

L_i — событие, состоящее в том, что на кубиках с номерами, отличными от i , выпало одинаковое число очков, отличное от числа очков на кубике с номером i .

$$p(\overline{K + L_1 + L_2 + L_3}) = 1 - p(K + L_1 + L_2 + L_3) = 1 - (p(K) + p(L_1) + p(L_2) + p(L_3)) =$$

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Ответ. Первый вариант. Пусть B — событие, состоящее в том, что на втором кубике выпало число очков, отличное от результата на первом кубике,
 C — событие, состоящее в том, что на третьем кубике выпало число очков, отличное от результата на первом и втором кубиках.

$$p(BC) = p(B)p(C|B) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}.$$

Второй вариант. Пусть K — событие, состоящее в том, что на всех кубиках выпало одинаковое число очков,

L_i — событие, состоящее в том, что на кубиках с номерами, отличными от i , выпало одинаковое число очков, отличное от числа очков на кубике с номером i .

$$\begin{aligned} p(\overline{K + L_1 + L_2 + L_3}) &= 1 - p(K + L_1 + L_2 + L_3) = 1 - (p(K) + p(L_1) + p(L_2) + p(L_3)) = \\ &= 1 - \left(\frac{6}{6^3} + \frac{6}{6^2} \cdot \frac{5}{6} + \frac{6}{6^2} \cdot \frac{5}{6} + \frac{6}{6^2} \cdot \frac{5}{6} \right) = \end{aligned}$$

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Ответ. Первый вариант. Пусть B — событие, состоящее в том, что на втором кубике выпало число очков, отличное от результата на первом кубике,
 C — событие, состоящее в том, что на третьем кубике выпало число очков, отличное от результата на первом и втором кубиках.

$$p(BC) = p(B)p(C|B) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}.$$

Второй вариант. Пусть K — событие, состоящее в том, что на всех кубиках выпало одинаковое число очков,

L_i — событие, состоящее в том, что на кубиках с номерами, отличными от i , выпало одинаковое число очков, отличное от числа очков на кубике с номером i .

$$\begin{aligned} p(\overline{K + L_1 + L_2 + L_3}) &= 1 - p(K + L_1 + L_2 + L_3) = 1 - (p(K) + p(L_1) + p(L_2) + p(L_3)) = \\ &= 1 - \left(\frac{6}{6^3} + \frac{6}{6^2} \cdot \frac{5}{6} + \frac{6}{6^2} \cdot \frac{5}{6} + \frac{6}{6^2} \cdot \frac{5}{6} \right) = 1 - \frac{1 + 5 + 5 + 5}{36} = \end{aligned}$$

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Ответ. Первый вариант. Пусть B — событие, состоящее в том, что на втором кубике выпало число очков, отличное от результата на первом кубике,
 C — событие, состоящее в том, что на третьем кубике выпало число очков, отличное от результата на первом и втором кубиках.

$$p(BC) = p(B)p(C|B) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}.$$

Второй вариант. Пусть K — событие, состоящее в том, что на всех кубиках выпало одинаковое число очков,

L_i — событие, состоящее в том, что на кубиках с номерами, отличными от i , выпало одинаковое число очков, отличное от числа очков на кубике с номером i .

$$\begin{aligned} p(\overline{K + L_1 + L_2 + L_3}) &= 1 - p(K + L_1 + L_2 + L_3) = 1 - (p(K) + p(L_1) + p(L_2) + p(L_3)) = \\ &= 1 - \left(\frac{6}{6^3} + \frac{6}{6^2} \cdot \frac{5}{6} + \frac{6}{6^2} \cdot \frac{5}{6} + \frac{6}{6^2} \cdot \frac{5}{6} \right) = 1 - \frac{1 + 5 + 5 + 5}{36} = 1 - \frac{4}{9} = \end{aligned}$$

Задача 15. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

Ответ. Первый вариант. Пусть B — событие, состоящее в том, что на втором кубике выпало число очков, отличное от результата на первом кубике,
 C — событие, состоящее в том, что на третьем кубике выпало число очков, отличное от результата на первом и втором кубиках.

$$p(BC) = p(B)p(C|B) = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}.$$

Второй вариант. Пусть K — событие, состоящее в том, что на всех кубиках выпало одинаковое число очков,

L_i — событие, состоящее в том, что на кубиках с номерами, отличными от i , выпало одинаковое число очков, отличное от числа очков на кубике с номером i .

$$\begin{aligned} p(\overline{K + L_1 + L_2 + L_3}) &= 1 - p(K + L_1 + L_2 + L_3) = 1 - (p(K) + p(L_1) + p(L_2) + p(L_3)) = \\ &= 1 - \left(\frac{6}{6^3} + \frac{6}{6^2} \cdot \frac{5}{6} + \frac{6}{6^2} \cdot \frac{5}{6} + \frac{6}{6^2} \cdot \frac{5}{6} \right) = 1 - \frac{1 + 5 + 5 + 5}{36} = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}. \end{aligned}$$

Решение задачи 16.

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна $0,1$, в верхний лист лобовой брони корпуса танка $0,5$, в нижний лист лобовой брони корпуса танка $0,2$. При попадании в башню вероятность поражения танка равна $0,4$, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — $0,3$, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — $0,6$. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна $0,1$, в верхний лист лобовой брони корпуса танка $0,5$, в нижний лист лобовой брони корпуса танка $0,2$. При попадании в башню вероятность поражения танка равна $0,4$, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — $0,3$, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — $0,6$. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ.

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.
В качестве гипотез рассмотрим события

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 —

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

H_2 —

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

H_2 — событие, заключающееся в том, что

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

H_2 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в верхний лобовой лист,

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

H_2 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в верхний лобовой лист,

H_3 —

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

H_2 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в верхний лобовой лист,

H_3 — событие, заключающееся в том, что

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

H_2 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в верхний лобовой лист,

H_3 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в нижний лобовой лист.

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

H_2 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в верхний лобовой лист,

H_3 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в нижний лобовой лист.

$$p(A) =$$

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

H_2 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в верхний лобовой лист,

H_3 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в нижний лобовой лист.

$$p(A) = p(H_1)p(A|H_1) +$$

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

H_2 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в верхний лобовой лист,

H_3 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в нижний лобовой лист.

$$p(A) = p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) +$$

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

H_2 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в верхний лобовой лист,

H_3 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в нижний лобовой лист.

$$p(A) = p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) =$$

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

H_2 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в верхний лобовой лист,

H_3 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в нижний лобовой лист.

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= 0,1 \cdot 0,4 + \end{aligned}$$

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

H_2 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в верхний лобовой лист,

H_3 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в нижний лобовой лист.

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= 0,1 \cdot 0,4 + 0,5 \cdot 0,3 + \end{aligned}$$

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

H_2 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в верхний лобовой лист,

H_3 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в нижний лобовой лист.

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= 0,1 \cdot 0,4 + 0,5 \cdot 0,3 + 0,2 \cdot 0,6 = \end{aligned}$$

Задача 16. Пусть при стрельбе из противотанковой пушки вероятность попадания в башню танка равна 0,1, в верхний лист лобовой брони корпуса танка 0,5, в нижний лист лобовой брони корпуса танка 0,2. При попадании в башню вероятность поражения танка равна 0,4, в верхний лист лобовой брони корпуса танка — 0,3, в нижний лист лобовой брони корпуса танка — 0,6. Найдите вероятность поражения танка с одного выстрела.

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в башню,

H_2 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в верхний лобовой лист,

H_3 — событие, заключающееся в том, что снаряд попал в нижний лобовой лист.

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) = \\ &= 0,1 \cdot 0,4 + 0,5 \cdot 0,3 + 0,2 \cdot 0,6 = 0,31. \end{aligned}$$

Решение задачи 17.

Задача 17. В первой урне 2 чёрных и 3 белых шара, во второй урне — 3 чёрных и один белый шар. Из первой урны во вторую переложили шар. Какова теперь вероятность достать из второй урны белый шар?

Задача 17. В первой урне 2 чёрных и 3 белых шара, во второй урне — 3 чёрных и один белый шар. Из первой урны во вторую переложили шар. Какова теперь вероятность достать из второй урны белый шар?

Ответ.

Задача 17. В первой урне 2 чёрных и 3 белых шара, во второй урне — 3 чёрных и один белый шар. Из первой урны во вторую переложили шар. Какова теперь вероятность достать из второй урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

Задача 17. В первой урне 2 чёрных и 3 белых шара, во второй урне — 3 чёрных и один белый шар. Из первой урны во вторую переложили шар. Какова теперь вероятность достать из второй урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали чёрный шар»,

H_2 — «из первой урны достали белый шар».

Тогда

Задача 17. В первой урне 2 чёрных и 3 белых шара, во второй урне — 3 чёрных и один белый шар. Из первой урны во вторую переложили шар. Какова теперь вероятность достать из второй урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали чёрный шар»,

H_2 — «из первой урны достали белый шар».

Тогда

$$p(A) =$$

Задача 17. В первой урне 2 чёрных и 3 белых шара, во второй урне — 3 чёрных и один белый шар. Из первой урны во вторую переложили шар. Какова теперь вероятность достать из второй урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали чёрный шар»,

H_2 — «из первой урны достали белый шар».

Тогда

$$p(A) = p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) =$$

Задача 17. В первой урне 2 чёрных и 3 белых шара, во второй урне — 3 чёрных и один белый шар. Из первой урны во вторую переложили шар. Какова теперь вероятность достать из второй урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали чёрный шар»,

H_2 — «из первой урны достали белый шар».

Тогда

$$p(A) = p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} =$$

Задача 17. В первой урне 2 чёрных и 3 белых шара, во второй урне — 3 чёрных и один белый шар. Из первой урны во вторую переложили шар. Какова теперь вероятность достать из второй урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали чёрный шар»,

H_2 — «из первой урны достали белый шар».

Тогда

$$p(A) = p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{25}.$$

Решение задачи 18.

Задача 18. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).

Задача 18. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).

Ответ.

Задача 18. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров(по цвету).

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.
В качестве гипотез рассмотрим события

Задача 18. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров(по цвету).

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «в урне все шары были чёрными»;

H_2 — «в урне 2 шара были чёрными»;

H_3 — «в урне 1 шар был чёрным»;

H_4 — «в урне все шары были белыми».

Тогда

Задача 18. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров(по цвету).

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «в урне все шары были чёрными»;

H_2 — «в урне 2 шара были чёрными»;

H_3 — «в урне 1 шар был чёрным»;

H_4 — «в урне все шары были белыми».

Тогда

$$p(A) =$$

Задача 18. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «в урне все шары были чёрными»;

H_2 — «в урне 2 шара были чёрными»;

H_3 — «в урне 1 шар был чёрным»;

H_4 — «в урне все шары были белыми».

Тогда

$$p(A) = p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) + p(H_4)p(A|H_4) =$$

Задача 18. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «в урне все шары были чёрными»;

H_2 — «в урне 2 шара были чёрными»;

H_3 — «в урне 1 шар был чёрным»;

H_4 — «в урне все шары были белыми».

Тогда

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) + p(H_3) p(A | H_3) + p(H_4) p(A | H_4) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4}{4} \cdot \frac{1}{4} = \end{aligned}$$

Задача 18. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «в урне все шары были чёрными»;

H_2 — «в урне 2 шара были чёрными»;

H_3 — «в урне 1 шар был чёрным»;

H_4 — «в урне все шары были белыми».

Тогда

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) + p(H_4)p(A|H_4) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1+2+3+4}{16} = \end{aligned}$$

Задача 18. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «в урне все шары были чёрными»;

H_2 — «в урне 2 шара были чёрными»;

H_3 — «в урне 1 шар был чёрным»;

H_4 — «в урне все шары были белыми».

Тогда

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1)p(A|H_1) + p(H_2)p(A|H_2) + p(H_3)p(A|H_3) + p(H_4)p(A|H_4) = \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1+2+3+4}{16} = \frac{5}{8}. \end{aligned}$$

Решение задачи 19.

Задача 19. В трёх урнах находятся по два шара: один чёрный и один белый. Из первой урны наудачу достают шар и перекладывают его во вторую урну, потом из второй урны наугад достают шар и перекладывают в третью. Какова вероятность достать из третьей урны белый шар?

Задача 19. В трёх урнах находятся по два шара: один чёрный и один белый. Из первой урны наудачу достают шар и перекладывают его во вторую урну, потом из второй урны наугад достают шар и перекладывают в третью. Какова вероятность достать из третьей урны белый шар?

Ответ.

Задача 19. В трёх урнах находятся по два шара: один чёрный и один белый. Из первой урны наудачу достают шар и перекладывают его во вторую урну, потом из второй урны наугад достают шар и перекладывают в третью. Какова вероятность достать из третьей урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

Задача 19. В трёх урнах находятся по два шара: один чёрный и один белый. Из первой урны наудачу достают шар и перекладывают его во вторую урну, потом из второй урны наугад достают шар и перекладывают в третью. Какова вероятность достать из третьей урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали белый шар»;

H_2 — «из первой урны достали чёрный шар».

Задача 19. В трёх урнах находятся по два шара: один чёрный и один белый. Из первой урны наудачу достают шар и перекладывают его во вторую урну, потом из второй урны наугад достают шар и перекладывают в третью. Какова вероятность достать из третьей урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**. Тогда

$$p(A) =$$

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали белый шар»;

H_2 — «из первой урны достали чёрный шар».

Задача 19. В трёх урнах находятся по два шара: один чёрный и один белый. Из первой урны наудачу достают шар и перекладывают его во вторую урну, потом из второй урны наугад достают шар и перекладывают в третью. Какова вероятность достать из третьей урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**. Тогда

$$p(A) = p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) =$$

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали белый шар»;

H_2 — «из первой урны достали чёрный шар».

Задача 19. В трёх урнах находятся по два шара: один чёрный и один белый. Из первой урны наудачу достают шар и перекладывают его во вторую урну, потом из второй урны наугад достают шар и перекладывают в третью. Какова вероятность достать из третьей урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**. Тогда

$$p(A) = p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) = \frac{1}{2} \cdot p(A | H_1) + \frac{1}{2} \cdot p(A | H_2) =$$

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали белый шар»;

H_2 — «из первой урны достали чёрный шар».

Задача 19. В трёх урнах находятся по два шара: один чёрный и один белый. Из первой урны наудачу достают шар и перекладывают его во вторую урну, потом из второй урны наугад достают шар и перекладывают в третью. Какова вероятность достать из третьей урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**. Тогда

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) = \frac{1}{2} \cdot p(A | H_1) + \frac{1}{2} \cdot p(A | H_2) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot p(G_{11}) p(A | G_{11}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{12}) p(A | G_{12}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{21}) p(A | G_{21}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{22}) p(A | G_{22}) = \end{aligned}$$

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали белый шар»;

H_2 — «из первой урны достали чёрный шар».

Задача 19. В трёх урнах находятся по два шара: один чёрный и один белый. Из первой урны наудачу достают шар и перекладывают его во вторую урну, потом из второй урны наугад достают шар и перекладывают в третью. Какова вероятность достать из третьей урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**. Тогда

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) = \frac{1}{2} \cdot p(A | H_1) + \frac{1}{2} \cdot p(A | H_2) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot p(G_{11}) p(A | G_{11}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{12}) p(A | G_{12}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{21}) p(A | G_{21}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{22}) p(A | G_{22}) = \end{aligned}$$

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали белый шар»;

H_2 — «из первой урны достали чёрный шар».

Теперь рассмотрим гипотезы:

G_{i1} — выполнена гипотеза H_i и при этом из второй урны достали белый шар;

G_{i2} — выполнена гипотеза H_i и при этом из второй урны достали чёрный шар.

Задача 19. В трёх урнах находятся по два шара: один чёрный и один белый. Из первой урны наудачу достают шар и перекладывают его во вторую урну, потом из второй урны наугад достают шар и перекладывают в третью. Какова вероятность достать из третьей урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**. Тогда

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) = \frac{1}{2} \cdot p(A | H_1) + \frac{1}{2} \cdot p(A | H_2) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot p(G_{11}) p(A | G_{11}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{12}) p(A | G_{12}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{21}) p(A | G_{21}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{22}) p(A | G_{22}) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot p(A | G_{11}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot p(A | G_{12}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot p(A | G_{21}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot p(A | G_{22}) = \end{aligned}$$

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали белый шар»;

H_2 — «из первой урны достали чёрный шар».

Теперь рассмотрим гипотезы:

G_{i1} — выполнена гипотеза H_i и при этом из второй урны достали белый шар;

G_{i2} — выполнена гипотеза H_i и при этом из второй урны достали чёрный шар.

Задача 19. В трёх урнах находятся по два шара: один чёрный и один белый. Из первой урны наудачу достают шар и перекладывают его во вторую урну, потом из второй урны наугад достают шар и перекладывают в третью. Какова вероятность достать из третьей урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**. Тогда

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) = \frac{1}{2} \cdot p(A | H_1) + \frac{1}{2} \cdot p(A | H_2) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot p(G_{11}) p(A | G_{11}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{12}) p(A | G_{12}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{21}) p(A | G_{21}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{22}) p(A | G_{22}) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot p(A | G_{11}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot p(A | G_{12}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot p(A | G_{21}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot p(A | G_{22}) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \end{aligned}$$

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали белый шар»;

H_2 — «из первой урны достали чёрный шар».

Теперь рассмотрим гипотезы:

G_{i1} — выполнена гипотеза H_i и при этом из второй урны достали белый шар;

G_{i2} — выполнена гипотеза H_i и при этом из второй урны достали чёрный шар.

Задача 19. В трёх урнах находятся по два шара: один чёрный и один белый. Из первой урны наудачу достают шар и перекладывают его во вторую урну, потом из второй урны наугад достают шар и перекладывают в третью. Какова вероятность достать из третьей урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**. Тогда

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) = \frac{1}{2} \cdot p(A | H_1) + \frac{1}{2} \cdot p(A | H_2) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot p(G_{11}) p(A | G_{11}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{12}) p(A | G_{12}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{21}) p(A | G_{21}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{22}) p(A | G_{22}) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot p(A | G_{11}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot p(A | G_{12}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot p(A | G_{21}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot p(A | G_{22}) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4 + 1 + 2 + 2}{18} = \end{aligned}$$

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали белый шар»;

H_2 — «из первой урны достали чёрный шар».

Теперь рассмотрим гипотезы:

G_{i1} — выполнена гипотеза H_i и при этом из второй урны достали белый шар;

G_{i2} — выполнена гипотеза H_i и при этом из второй урны достали чёрный шар.

Задача 19. В трёх урнах находятся по два шара: один чёрный и один белый. Из первой урны наудачу достают шар и перекладывают его во вторую урну, потом из второй урны наугад достают шар и перекладывают в третью. Какова вероятность достать из третьей урны белый шар?

Ответ. Применим **формулу полной вероятности**. Тогда

$$\begin{aligned} p(A) &= p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) = \frac{1}{2} \cdot p(A | H_1) + \frac{1}{2} \cdot p(A | H_2) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot p(G_{11}) p(A | G_{11}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{12}) p(A | G_{12}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{21}) p(A | G_{21}) + \frac{1}{2} \cdot p(G_{22}) p(A | G_{22}) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot p(A | G_{11}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot p(A | G_{12}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot p(A | G_{21}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot p(A | G_{22}) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4 + 1 + 2 + 2}{18} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «из первой урны достали белый шар»;

H_2 — «из первой урны достали чёрный шар».

Теперь рассмотрим гипотезы:

G_{i1} — выполнена гипотеза H_i и при этом из второй урны достали белый шар;

G_{i2} — выполнена гипотеза H_i и при этом из второй урны достали чёрный шар.

Решение задачи 20.

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ.

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти?

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти? Вероятности.

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти? Вероятности.
В каком виде представим ответ?

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вероятности.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вероятности.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные.

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вероятности.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим вероятность восстановления управления в случае, если сигнал поймала основная антенна, через α , для резервной эту вероятность обозначим через β .

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вероятности.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим вероятность восстановления управления в случае, если сигнал поймала основная антенна, через α , для резервной эту вероятность обозначим через β .

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вероятности.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим вероятность восстановления управления в случае, если сигнал поймала основная антенна, через α , для резервной эту вероятность обозначим через β .

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятность восстановления управления с помощью **формулы полной вероятности**:

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вероятности.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим вероятность восстановления управления в случае, если сигнал поймала основная антенна, через α , для резервной эту вероятность обозначим через β .

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятность восстановления управления с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,2 \cdot \alpha + 0,1 \cdot \beta = 0,11, \\ \end{array} \right. \Rightarrow$$

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вероятности.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим вероятность восстановления управления в случае, если сигнал поймала основная антенна, через α , для резервной эту вероятность обозначим через β .

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятность восстановления управления с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\begin{cases} 0,2 \cdot \alpha + 0,1 \cdot \beta = 0,11, \\ 0,2 \cdot \alpha + 0,1 \cdot 2\beta = 0,14 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вероятности.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим вероятность восстановления управления в случае, если сигнал поймала основная антенна, через α , для резервной эту вероятность обозначим через β .

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятность восстановления управления с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\begin{cases} 0,2 \cdot \alpha + 0,1 \cdot \beta = 0,11, \\ 0,2 \cdot \alpha + 0,1 \cdot 2\beta = 0,14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,2 \cdot \alpha + 0,1 \cdot \beta = 0,11, \\ 0,1 \cdot \beta = 0,03 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вероятности.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим вероятность восстановления управления в случае, если сигнал поймала основная антенна, через α , для резервной эту вероятность обозначим через β .

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятность восстановления управления с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\begin{cases} 0,2 \cdot \alpha + 0,1 \cdot \beta = 0,11, \\ 0,2 \cdot \alpha + 0,1 \cdot 2\beta = 0,14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,2 \cdot \alpha + 0,1 \cdot \beta = 0,11, \\ 0,1 \cdot \beta = 0,03 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0,4, \\ \beta = 0,3. \end{cases}$$

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Вероятности.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим вероятность восстановления управления в случае, если сигнал поймала основная антенна, через α , для резервной эту вероятность обозначим через β .

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятность восстановления управления с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\begin{cases} 0,2 \cdot \alpha + 0,1 \cdot \beta = 0,11, \\ 0,2 \cdot \alpha + 0,1 \cdot 2\beta = 0,14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,2 \cdot \alpha + 0,1 \cdot \beta = 0,11, \\ 0,1 \cdot \beta = 0,03 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0,4, \\ \beta = 0,3. \end{cases}$$

Если сигнал поймает основная антенна, управление будет восстановлено с вероятностью 0,4, для резервной антенны эта вероятность равна 0,3.

Задача 20. Искусственный спутник потерял управление и вращается вокруг своей оси. На спутнике имеются основная и резервная антенны. Вероятность, что основная антенна поймает управляющий сигнал, равна 0,2, для резервной антенны эта вероятность равна 0,1, причём антенны направлены в разные стороны, поэтому одновременный приём сигнала двумя антеннами невозможен. Известно, что в целом пойманный спутником сигнал приведёт к восстановлению управления с вероятностью 0,11. Если бы для резервной антенны вероятность восстановления управления удалось бы повысить в два раза, то в целом пойманный спутником сигнал приводил бы к восстановлению управления с вероятностью 0,14. Какова вероятность восстановления управления для каждой из антенн в случае, если она поймает сигнал?

Ответ. Если сигнал поймает основная антенна, управление будет восстановлено с вероятностью 0,4, для резервной антенны эта вероятность равна 0,3.

Проверка:

$$\begin{cases} 0,2 \cdot 0,4 + 0,1 \cdot 0,3 = 0,11, \\ 0,2 \cdot 0,4 + 0,1 \cdot 0,6 = 0,14. \end{cases}$$

Решение задачи 21.

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ.

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти?

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти? Количество кеглей.

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти? Количество кеглей.
В каком виде представим ответ?

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные.

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим через a количество белых кеглей в первом ящике и через b количество белых кеглей во втором ящике.

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим через a количество белых кеглей в первом ящике и через b количество белых кеглей во втором ящике.

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим через a количество белых кеглей в первом ящике и через b количество белых кеглей во втором ящике.

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятности, данные в условии, с помощью **формулы полной вероятности**:

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим через a количество белых кеглей в первом ящике и через b количество белых кеглей во втором ящике.

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятности, данные в условии, с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{4} \cdot \frac{b+1}{5} + \frac{4-a}{4} \cdot \frac{b}{5} = \frac{9}{20}, \\ \end{array} \right. \Rightarrow$$

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекалывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим через a количество белых кеглей в первом ящике и через b количество белых кеглей во втором ящике.

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятности, данные в условии, с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{4} \cdot \frac{b+1}{5} + \frac{4-a}{4} \cdot \frac{b}{5} = \frac{9}{20}, \\ \frac{a+1}{5} \cdot \frac{b+1}{5} + \frac{4-a}{5} \cdot \frac{b}{5} = \frac{12}{25} \end{array} \right. \Rightarrow$$

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекалывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим через a количество белых кеглей в первом ящике и через b количество белых кеглей во втором ящике.

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятности, данные в условии, с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{4} \cdot \frac{b+1}{5} + \frac{4-a}{4} \cdot \frac{b}{5} = \frac{9}{20}, \\ \frac{a+1}{5} \cdot \frac{b+1}{5} + \frac{4-a}{5} \cdot \frac{b}{5} = \frac{12}{25} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a + 4b = 9, \\ a + b + 1 + 4b = 12 \end{array} \right. \Rightarrow$$

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во в второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекалывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим через a количество белых кеглей в первом ящике и через b количество белых кеглей во втором ящике.

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятности, данные в условии, с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{4} \cdot \frac{b+1}{5} + \frac{4-a}{4} \cdot \frac{b}{5} = \frac{9}{20}, \\ \frac{a+1}{5} \cdot \frac{b+1}{5} + \frac{4-a}{5} \cdot \frac{b}{5} = \frac{12}{25} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a + 4b = 9, \\ a + b + 1 + 4b = 12 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a + 4b = 9, \\ b = 11 - 9 \end{array} \right.$$

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекалывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим через a количество белых кеглей в первом ящике и через b количество белых кеглей во втором ящике.

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятности, данные в условии, с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{4} \cdot \frac{b+1}{5} + \frac{4-a}{4} \cdot \frac{b}{5} = \frac{9}{20}, \\ \frac{a+1}{5} \cdot \frac{b+1}{5} + \frac{4-a}{5} \cdot \frac{b}{5} = \frac{12}{25} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a + 4b = 9, \\ a + b + 1 + 4b = 12 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a + 4b = 9, \\ b = 11 - 9 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 1, \\ b = 2 \end{array} \right.$$

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим через a количество белых кеглей в первом ящике и через b количество белых кеглей во втором ящике.

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятности, данные в условии, с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\begin{cases} a = 1, \\ b = 2. \end{cases}$$

В первом ящике был один белый и три чёрных кегля, а во втором было по 2 чёрных и белых кегля.

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим через a количество белых кеглей в первом ящике и через b количество белых кеглей во втором ящике.

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятности, данные в условии, с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\begin{cases} a = 1, \\ b = 2. \end{cases}$$

В первом ящике был один белый и три чёрных кегля, а во втором было по 2 чёрных и белых кегля. Проверка:

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим через a количество белых кеглей в первом ящике и через b количество белых кеглей во втором ящике.

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятности, данные в условии, с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\begin{cases} a = 1, \\ b = 2. \end{cases}$$

В первом ящике был один белый и три чёрных кегля, а во втором было по 2 чёрных и белых кегля. Проверка:

$$\begin{cases} \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \end{cases}$$

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим через a количество белых кеглей в первом ящике и через b количество белых кеглей во втором ящике.

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятности, данные в условии, с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\begin{cases} a = 1, \\ b = 2. \end{cases}$$

В первом ящике был один белый и три чёрных кегля, а во втором было по 2 чёрных и белых кегля. Проверка:

$$\begin{cases} \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{9}{20}, \end{cases}$$

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим через a количество белых кеглей в первом ящике и через b количество белых кеглей во втором ящике.

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятности, данные в условии, с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\begin{cases} a = 1, \\ b = 2. \end{cases}$$

В первом ящике был один белый и три чёрных кегля, а во втором было по 2 чёрных и белых кегля. Проверка:

$$\begin{cases} \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{9}{20}, \\ \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \end{cases}$$

Задача 21. В двух ящиках находятся по 4 кегля черного и белого цветов. Из первого ящика вынули кегль и переложили во в второй ящик. В результате вероятность достать белый кегль из второго ящика стала равной $\frac{9}{20}$. Если изначально в первый ящик был бы добавлен белый кегль, то после перекладывания во второй ящик кегля, наугад выбранного в первом ящике, вероятность достать белый кегль из второго ящика стала бы равной $\frac{12}{25}$. Сколько чёрных и белых кеглей было изначально в каждом из ящиков?

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Количество кеглей.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные. Обозначим через a количество белых кеглей в первом ящике и через b количество белых кеглей во втором ящике.

Составим уравнение. Значение какой характеристики вычислим двумя способами?

Вычислим вероятности, данные в условии, с помощью **формулы полной вероятности**:

$$\begin{cases} a = 1, \\ b = 2. \end{cases}$$

В первом ящике был один белый и три чёрных кегля, а во втором было по 2 чёрных и белых кегля. Проверка:

$$\begin{cases} \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{9}{20}, \\ \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{12}{25}. \end{cases}$$

Решение задачи 22.

Задача 22. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей первого сорта, а второй — 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась первого сорта. Найти вероятность того, что эта деталь произведена на первом автомате.

Задача 22. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей первого сорта, а второй — 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась первого сорта. Найти вероятность того, что эта деталь произведена на первом автомате.

Ответ.

Задача 22. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей первого сорта, а второй — 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась первого сорта. Найти вероятность того, что эта деталь произведена на первом автомате.

Ответ. Нам требуется установить вероятность события с учётом результатов эксперимента, т.е. апостериорно.

Задача 22. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей первого сорта, а второй — 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась первого сорта. Найти вероятность того, что эта деталь произведена на первом автомате.

Ответ. Нам требуется установить вероятность события с учётом результатов эксперимента, т.е. апостериорно.

Это ситуация, описываемая **формулой Байеса**.

Задача 22. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей первого сорта, а второй — 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась первого сорта. Найти вероятность того, что эта деталь произведена на первом автомате.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.

Задача 22. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей первого сорта, а второй — 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась первого сорта. Найти вероятность того, что эта деталь произведена на первом автомате.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.
В качестве гипотез рассмотрим события

Задача 22. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей первого сорта, а второй — 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась первого сорта. Найти вероятность того, что эта деталь произведена на первом автомате.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «деталь была изготовлена на первом автомате»;

H_2 — «деталь была изготовлена на втором автомате».

Тогда

Задача 22. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей первого сорта, а второй — 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась первого сорта. Найти вероятность того, что эта деталь произведена на первом автомате.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «деталь была изготовлена на первом автомате»;

H_2 — «деталь была изготовлена на втором автомате».

Тогда

$$p(H_1 | A) =$$

Задача 22. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей первого сорта, а второй — 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась первого сорта. Найти вероятность того, что эта деталь произведена на первом автомате.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «деталь была изготовлена на первом автомате»;

H_2 — «деталь была изготовлена на втором автомате».

Тогда

$$p(H_1 | A) = \frac{p(H_1) p(A | H_1)}{p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2)} =$$

Задача 22. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей первого сорта, а второй — 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась первого сорта. Найти вероятность того, что эта деталь произведена на первом автомате.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «деталь была изготовлена на первом автомате»;

H_2 — «деталь была изготовлена на втором автомате».

Тогда

$$p(H_1 | A) = \frac{p(H_1) p(A | H_1)}{p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0,6}{\frac{2}{3} \cdot 0,6 + \frac{1}{3} \cdot 0,84} =$$

Задача 22. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей первого сорта, а второй — 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась первого сорта. Найти вероятность того, что эта деталь произведена на первом автомате.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «деталь была изготовлена на первом автомате»;

H_2 — «деталь была изготовлена на втором автомате».

Тогда

$$p(H_1 | A) = \frac{p(H_1) p(A | H_1)}{p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0,6}{\frac{2}{3} \cdot 0,6 + \frac{1}{3} \cdot 0,84} = \frac{0,4}{0,4 + 0,28} =$$

Задача 22. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей первого сорта, а второй — 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась первого сорта. Найти вероятность того, что эта деталь произведена на первом автомате.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «деталь была изготовлена на первом автомате»;

H_2 — «деталь была изготовлена на втором автомате».

Тогда

$$p(H_1 | A) = \frac{p(H_1) p(A | H_1)}{p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0,6}{\frac{2}{3} \cdot 0,6 + \frac{1}{3} \cdot 0,84} = \frac{0,4}{0,4 + 0,28} = \frac{10}{17}.$$

Решение задачи 23.

Задача 23. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что в урне сначала были только белые шары, если изначально все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету) были равновозможны.

Задача 23. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что в урне сначала были только белые шары, если изначально все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету) были равновозможны.

Ответ.

Задача 23. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что в урне сначала были только белые шары, если изначально все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету) были равновозможны.

Ответ. Нам требуется установить вероятность события с учётом результатов эксперимента, т.е. апостериорно.

Задача 23. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что в урне сначала были только белые шары, если изначально все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету) были равновозможны.

Ответ. Нам требуется установить вероятность события с учётом результатов эксперимента, т.е. апостериорно.

Это ситуация, описываемая **формулой Байеса**.

Задача 23. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что в урне сначала были только белые шары, если изначально все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету) были равновозможны.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.
В качестве гипотез рассмотрим события

Задача 23. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что в урне сначала были только белые шары, если изначально все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету) были равновозможны.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «в урне все шары были чёрными»;

H_2 — «в урне 2 шара были чёрными»;

H_3 — «в урне 1 шар был чёрным»;

H_4 — «в урне все шары были белыми».

Тогда

Задача 23. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что в урне сначала были только белые шары, если изначально все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету) были равновозможны.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «в урне все шары были чёрными»;

H_2 — «в урне 2 шара были чёрными»;

H_3 — «в урне 1 шар был чёрным»;

H_4 — «в урне все шары были белыми».

Тогда

$$p(H_4 | A) =$$

Задача 23. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что в урне сначала были только белые шары, если изначально все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету) были равновозможны.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «в урне все шары были чёрными»;

H_2 — «в урне 2 шара были чёрными»;

H_3 — «в урне 1 шар был чёрным»;

H_4 — «в урне все шары были белыми».

Тогда

$$p(H_4 | A) = \frac{p(H_4)p(A | H_4)}{p(H_1)p(A | H_1) + p(H_2)p(A | H_2) + p(H_3)p(A | H_3) + p(H_4)p(A | H_4)} =$$

Задача 23. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что в урне сначала были только белые шары, если изначально все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету) были равновозможны.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «в урне все шары были чёрными»;

H_2 — «в урне 2 шара были чёрными»;

H_3 — «в урне 1 шар был чёрным»;

H_4 — «в урне все шары были белыми».

Тогда

$$\begin{aligned} p(H_4 | A) &= \frac{p(H_4) p(A | H_4)}{p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) + p(H_3) p(A | H_3) + p(H_4) p(A | H_4)} = \\ &= \frac{\frac{4}{4} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4}{4} \cdot \frac{1}{4}} = \end{aligned}$$

Задача 23. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что в урне сначала были только белые шары, если изначально все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету) были равновозможны.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «в урне все шары были чёрными»;

H_2 — «в урне 2 шара были чёрными»;

H_3 — «в урне 1 шар был чёрным»;

H_4 — «в урне все шары были белыми».

Тогда

$$\begin{aligned} p(H_4 | A) &= \frac{p(H_4) p(A | H_4)}{p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) + p(H_3) p(A | H_3) + p(H_4) p(A | H_4)} = \\ &= \frac{\frac{4}{4} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4}{4} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1/4}{5/8} = \end{aligned}$$

Задача 23. В урну, содержащую 3 шара, каждый из которых окрашен либо в чёрный, либо в белый цвет, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что в урне сначала были только белые шары, если изначально все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету) были равновозможны.

Ответ. Применим **формулу Байеса**.

В качестве гипотез рассмотрим события

H_1 — «в урне все шары были чёрными»;

H_2 — «в урне 2 шара были чёрными»;

H_3 — «в урне 1 шар был чёрным»;

H_4 — «в урне все шары были белыми».

Тогда

$$\begin{aligned} p(H_4 | A) &= \frac{p(H_4) p(A | H_4)}{p(H_1) p(A | H_1) + p(H_2) p(A | H_2) + p(H_3) p(A | H_3) + p(H_4) p(A | H_4)} = \\ &= \frac{\frac{4}{4} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4}{4} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1/4}{5/8} = \frac{2}{5}. \end{aligned}$$

Решение задачи 24.

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ.

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) Испытания проходят по **схеме Бернулли**. Поэтому естественно применить **формулу Бернулли**.

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) Испытания проходят по **схеме Бернулли**. Поэтому естественно применить **формулу Бернулли**.

$$p_{10}(2) =$$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) Испытания проходят по **схеме Бернулли**. Поэтому естественно применить **формулу Бернулли**.

$$p_{10}(2) = C_{10}^2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^8 =$$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) Испытания проходят по **схеме Бернулли**. Поэтому естественно применить **формулу Бернулли**.

$$p_{10}(2) = C_{10}^2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^8 = \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} \cdot 0,04 \cdot 0,1677722 =$$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) Испытания проходят по **схеме Бернулли**. Поэтому естественно применить **формулу Бернулли**.

$$p_{10}(2) = C_{10}^2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^8 = \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} \cdot 0,04 \cdot 0,1677722 = 0,302.$$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) Испытания проходят по **схеме Бернулли**. Поэтому естественно применить **формулу Бернулли**.

$$p_{10}(2) = C_{10}^2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^8 = \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} \cdot 0,04 \cdot 0,1677722 = 0,302.$$

По **локальной теореме Лапласа**:

$$p_{10}(2) \approx$$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) Испытания проходят по **схеме Бернулли**. Поэтому естественно применить **формулу Бернулли**.

$$p_{10}(2) = C_{10}^2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^8 = \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} \cdot 0,04 \cdot 0,1677722 = 0,302.$$

По **локальной теореме Лапласа**:

$$p_{10}(2) \approx \frac{1}{\sqrt{10 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} \varphi\left(\frac{2 - 10 \cdot 0,2}{\sqrt{10 \cdot 0,2 \cdot 0,8}}\right) =$$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) Испытания проходят по **схеме Бернулли**. Поэтому естественно применить **формулу Бернулли**.

$$p_{10}(2) = C_{10}^2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^8 = \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} \cdot 0,04 \cdot 0,1677722 = 0,302.$$

По **локальной теореме Лапласа**:

$$p_{10}(2) \approx \frac{1}{\sqrt{10 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} \varphi\left(\frac{2 - 10 \cdot 0,2}{\sqrt{10 \cdot 0,2 \cdot 0,8}}\right) = \frac{1}{\sqrt{1,6}} \varphi(0) =$$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) Испытания проходят по **схеме Бернулли**. Поэтому естественно применить **формулу Бернулли**.

$$p_{10}(2) = C_{10}^2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^8 = \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} \cdot 0,04 \cdot 0,1677722 = 0,302.$$

По **локальной теореме Лапласа**:

$$p_{10}(2) \approx \frac{1}{\sqrt{10 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} \varphi\left(\frac{2 - 10 \cdot 0,2}{\sqrt{10 \cdot 0,2 \cdot 0,8}}\right) = \frac{1}{\sqrt{1,6}} \varphi(0) = \frac{1}{\sqrt{1,6}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} =$$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) Испытания проходят по **схеме Бернулли**. Поэтому естественно применить **формулу Бернулли**.

$$p_{10}(2) = C_{10}^2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^8 = \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} \cdot 0,04 \cdot 0,1677722 = 0,302.$$

По **локальной теореме Лапласа**:

$$p_{10}(2) \approx \frac{1}{\sqrt{10 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} \varphi\left(\frac{2 - 10 \cdot 0,2}{\sqrt{10 \cdot 0,2 \cdot 0,8}}\right) = \frac{1}{\sqrt{1,6}} \varphi(0) = \frac{1}{\sqrt{1,6}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} = 0,315.$$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. **а)** $p_{10}(2) = 0,302$.
б) $p_{10}(1) =$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. **а)** $p_{10}(2) = 0,302$.
б) $p_{10}(1) = C_{10}^1 \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^9 =$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) $p_{10}(2) = 0,302$.

б) $p_{10}(1) = C_{10}^1 \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^9 = 10 \cdot 0,2 \cdot 0,1342177... =$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) $p_{10}(2) = 0,302$.

б) $p_{10}(1) = C_{10}^1 \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^9 = 10 \cdot 0,2 \cdot 0,1342177... = 0,268$.

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) $p_{10}(2) = 0,302$.

б) $p_{10}(1) = C_{10}^1 \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^9 = 10 \cdot 0,2 \cdot 0,1342177... = 0,268$.

в) $p_{10}(m > 5) =$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) $p_{10}(2) = 0,302$.

б) $p_{10}(1) = C_{10}^1 \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^9 = 10 \cdot 0,2 \cdot 0,1342177... = 0,268$.

в) $p_{10}(m > 5) = p_{10}(6) + p_{10}(7) + p_{10}(8) + p_{10}(9) + p_{10}(10) =$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) $p_{10}(2) = 0,302$.

б) $p_{10}(1) = C_{10}^1 \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^9 = 10 \cdot 0,2 \cdot 0,1342177... = 0,268$.

в) $p_{10}(m > 5) = p_{10}(6) + p_{10}(7) + p_{10}(8) + p_{10}(9) + p_{10}(10) =$
 $= C_{10}^6 \cdot 0,2^6 \cdot 0,8^4 + C_{10}^7 \cdot 0,2^7 \cdot 0,8^3 + C_{10}^8 \cdot 0,2^8 \cdot 0,8^2 + C_{10}^9 \cdot 0,2^9 \cdot 0,8^1 + C_{10}^{10} \cdot 0,2^{10} \cdot 0,8^0 =$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) $p_{10}(2) = 0,302$.

б) $p_{10}(1) = C_{10}^1 \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^9 = 10 \cdot 0,2 \cdot 0,1342177... = 0,268$.

в) $p_{10}(m > 5) = p_{10}(6) + p_{10}(7) + p_{10}(8) + p_{10}(9) + p_{10}(10) =$
 $= C_{10}^6 \cdot 0,2^6 \cdot 0,8^4 + C_{10}^7 \cdot 0,2^7 \cdot 0,8^3 + C_{10}^8 \cdot 0,2^8 \cdot 0,8^2 + C_{10}^9 \cdot 0,2^9 \cdot 0,8^1 + C_{10}^{10} \cdot 0,2^{10} \cdot 0,8^0 =$
 $= 0,005505 + 0,000786 + 0,0000737 + 0,0000041 + 0,0000001 =$

Задача 24. Вероятность того, что человек с ребёнком купит шоколадку, находящуюся на кассе на уровне глаз ребёнка, равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 10 покупателей с детьми **а)** ровно двое купят шоколадку; **б)** только один купит шоколадку; **в)** больше половины купят шоколадку.

Ответ. а) $p_{10}(2) = 0,302$.

б) $p_{10}(1) = C_{10}^1 \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^9 = 10 \cdot 0,2 \cdot 0,1342177... = 0,268$.

в) $p_{10}(m > 5) = p_{10}(6) + p_{10}(7) + p_{10}(8) + p_{10}(9) + p_{10}(10) =$
 $= C_{10}^6 \cdot 0,2^6 \cdot 0,8^4 + C_{10}^7 \cdot 0,2^7 \cdot 0,8^3 + C_{10}^8 \cdot 0,2^8 \cdot 0,8^2 + C_{10}^9 \cdot 0,2^9 \cdot 0,8^1 + C_{10}^{10} \cdot 0,2^{10} \cdot 0,8^0 =$
 $= 0,005505 + 0,000786 + 0,0000737 + 0,0000041 + 0,0000001 = 0,00637$.

Решение задачи 25.

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ.

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ.

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.
Подсчёт следовало бы проводить с помощью

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.
Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) =$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) =$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx$$

$$= 1 - \left(\right)$$

$$a =$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx$$

$$= 1 - \left(\right)$$

$$a = pn =$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx$$

$$= 1 - \left(\right)$$

$$a = pn = 1000 \cdot 0,00125 =$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx$$

$$= 1 - \left(\right)$$

$$a = pn = 1000 \cdot 0,00125 = 1,25.$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx$$

$$= 1 - \left(\frac{1,25^0}{0!} \cdot e^{-1,25} + \right)$$

$$a = pn = 1000 \cdot 0,00125 = 1,25.$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx$$

$$= 1 - \left(\frac{1,25^0}{0!} \cdot e^{-1,25} + \frac{1,25^1}{1!} \cdot e^{-1,25} \right)$$

$$a = pn = 1000 \cdot 0,00125 = 1,25.$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx$$

$$= 1 - \left(\frac{1,25^0}{0!} \cdot e^{-1,25} + \frac{1,25^1}{1!} \cdot e^{-1,25} \right) = 1 - 0,645 =$$

$$a = pn = 1000 \cdot 0,00125 = 1,25.$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$\begin{aligned} p(m \geq 2) &= 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx \\ &= 1 - \left(\frac{1,25^0}{0!} \cdot e^{-1,25} + \frac{1,25^1}{1!} \cdot e^{-1,25} \right) = 1 - 0,645 = 0,355. \end{aligned}$$

$$a = pn = 1000 \cdot 0,00125 = 1,25.$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx 0.355.$$

$$= 1 - \left(\frac{1,25^0}{0!} \cdot e^{-1,25} + \frac{1,25^1}{1!} \cdot e^{-1,25} \right) = 1 - 0,645 = 0,355.$$

$$a = pn = 1000 \cdot 0,00125 = 1,25.$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx 0.355.$$

По **интегральной теореме Лапласа** получили бы

$$p(m \geq 2) =$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx 0.355.$$

По **интегральной теореме Лапласа** получили бы

$$p(m \geq 2) = \Phi\left(\frac{1000 - 1,25}{\sqrt{1000 \cdot 0,00125 \cdot 0,99875}}\right) - \Phi\left(\frac{2 - 1,25}{\sqrt{1000 \cdot 0,00125 \cdot 0,99875}}\right) =$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx 0.355.$$

По **интегральной теореме Лапласа** получили бы

$$\begin{aligned} p(m \geq 2) &= \Phi\left(\frac{1000 - 1,25}{\sqrt{1000 \cdot 0,00125 \cdot 0,99875}}\right) - \Phi\left(\frac{2 - 1,25}{\sqrt{1000 \cdot 0,00125 \cdot 0,99875}}\right) = \\ &= \Phi(893,87) - \Phi(0,671) \approx \end{aligned}$$

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx 0.355.$$

По **интегральной теореме Лапласа** получили бы

$$\begin{aligned} p(m \geq 2) &= \Phi\left(\frac{1000 - 1,25}{\sqrt{1000 \cdot 0,00125 \cdot 0,99875}}\right) - \Phi\left(\frac{2 - 1,25}{\sqrt{1000 \cdot 0,00125 \cdot 0,99875}}\right) = \\ &= \Phi(893,87) - \Phi(0,671) \approx \end{aligned}$$

Используем **таблицу значений Φ** ...

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx 0.355.$$

По **интегральной теореме Лапласа** получили бы

$$\begin{aligned} p(m \geq 2) &= \Phi\left(\frac{1000 - 1,25}{\sqrt{1000 \cdot 0,00125 \cdot 0,99875}}\right) - \Phi\left(\frac{2 - 1,25}{\sqrt{1000 \cdot 0,00125 \cdot 0,99875}}\right) = \\ &= \Phi(893,87) - \Phi(0,671) \approx 0,5 - \end{aligned}$$

Используем **таблицу значений Φ** ...

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx 0.355.$$

По **интегральной теореме Лапласа** получили бы

$$\begin{aligned} p(m \geq 2) &= \Phi\left(\frac{1000 - 1,25}{\sqrt{1000 \cdot 0,00125 \cdot 0,99875}}\right) - \Phi\left(\frac{2 - 1,25}{\sqrt{1000 \cdot 0,00125 \cdot 0,99875}}\right) = \\ &= \Phi(893,87) - \Phi(0,671) \approx 0,5 - 0,2486 = \end{aligned}$$

Используем **таблицу значений Φ** ...

Задача 25. В среднем на 800 человек один человек является неграмотным. Найдите вероятность того, что среди 1000 человек не менее 2 будут неграмотными.

Ответ. Испытания проходят по **схеме Бернулли** с $p = \frac{1}{800} = 0,00125$.

Подсчёт следовало бы проводить с помощью **формулы Бернулли**.

Но уж очень большое n .

Применим **интегральную теорему Лапласа** или **формулу Пуассона**?

Вероятность p «успеха» очень мала, поэтому естественно применить **формулу Пуассона**.

Но придётся находить вероятности для $m = 2, \quad m = 3, \quad \dots m = 1000 \dots$

Проще найти с помощью вероятности противоположного события:

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m < 2) = 1 - (p(m = 0) + p(m = 1)) \approx 0.355.$$

По **интегральной теореме Лапласа** получили бы

$$\begin{aligned} p(m \geq 2) &= \Phi\left(\frac{1000 - 1,25}{\sqrt{1000 \cdot 0,00125 \cdot 0,99875}}\right) - \Phi\left(\frac{2 - 1,25}{\sqrt{1000 \cdot 0,00125 \cdot 0,99875}}\right) = \\ &= \Phi(893,87) - \Phi(0,671) \approx 0,5 - 0,2486 = 0,251. \end{aligned}$$

Используем **таблицу значений Φ** ...

Решение задачи 26.

Задача 26. Приведите примеры случайных величин, которые можно рассматривать в условиях эксперимента, в котором рублёвая монета подбрасывается до тех пор пока не выпадет орёл.

Задача 26. Приведите примеры случайных величин, которые можно рассматривать в условиях эксперимента, в котором рублёвая монета подбрасывается до тех пор пока не выпадет орёл.

Ответ.

Задача 26. Приведите примеры случайных величин, которые можно рассматривать в условиях эксперимента, в котором рублёвая монета подбрасывается до тех пор пока не выпадет орёл.

Ответ. 1) Количество бросков до момента, когда выпал орёл.

Задача 26. Приведите примеры случайных величин, которые можно рассматривать в условиях эксперимента, в котором рублёвая монета подбрасывается до тех пор пока не выпадет орёл.

Ответ. 1) Количество бросков до момента, когда выпал орёл.

2) 0, если до выпадения орла решка выпала нечётное число раз, 1, если до выпадения орла решка выпала чётное число раз.

3) Длительность временного промежутка от начала эксперимента до момента, когда выпал орёл.

4) Для того броска, в котором выпал орёл, в качестве элементарного исхода можно взять

а) расстояние от точки падения монеты до края стола; б) расстояние от центра монеты в момент, когда она остановилась, до края стола;

в) расстояние от точки падения монеты до точки в которой она остановилась;

г) координаты вектора, вдоль которого расположилась цифра 1 на монете (если введена система координат);

5) ...

Решение задачи 27.

Задача 27. Пусть генеральная совокупность — множество всех взрослых людей. В качестве случайной величины $t(\omega)$ возьмем вес человека ω в некоторый момент времени. Укажите приблизительно (можно очень приблизительно) значение $\mathbf{M}[t]$ и $\sigma[t]$.

Задача 27. Пусть генеральная совокупность — множество всех взрослых людей. В качестве случайной величины $m(\omega)$ возьмем вес человека ω в некоторый момент времени. Укажите приблизительно (можно очень приблизительно) значение $\mathbf{M}[m]$ и $\sigma[m]$.

Ответ. $\mathbf{M}[m]$ — это средний рост взрослого человека, он, видимо, равен 170-180 см. $\sigma[m]$ близко к «среднеожидаемому» отклонению роста реального человека от $\mathbf{M}[m]$, видимо, эта величина составляет 5-10 см.

Решение задачи 28.

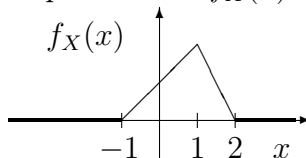
Задача 28. Рассмотрим множество всех едущих легковых автомобилей, $n(\omega)$ — количество людей в салоне автомобиля ω . Укажите приблизительно значение $\mathbf{M}[m]$ и $\sigma[m]$.

Задача 28. Рассмотрим множество всех едущих легковых автомобилей, $n(\omega)$ — количество людей в салоне автомобиля ω . Укажите приблизительно значение $\mathbf{M}[n]$ и $\sigma[n]$.

Ответ. В легковом автомобиле в среднем едет обычно 1-2 человека, так что, скорее всего, $1 < \mathbf{M}[n] \leq 2$. «Среднеожидаемое» отклонение реального числа пассажиров (включая водителя), видимо, меньше 1.

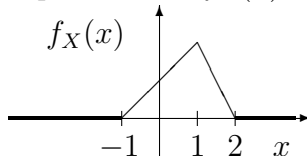
Решение задачи 29.

Задача 29. График плотности вероятности $f_X(x)$ случайной величины X имеет вид:



Укажите множество всех значений, которые может принимать эта случайная величина на элементах генеральной совокупности. Укажите примерные значения величин $\mathbf{M}[X]$ и $\sigma[X]$.

Задача 29. График плотности вероятности $f_X(x)$ случайной величины X имеет вид:



Укажите множество всех значений, которые может принимать эта случайная величина на элементах генеральной совокупности. Укажите примерные значения величин $\mathbf{M}[X]$ и $\sigma[X]$.

Ответ. Реально будут наблюдаться значения X из интервала $(-1, 2)$. Дело в том, что если $\alpha < \beta$, причем $\beta < -1$ или $\alpha > 2$, то

$$p(\alpha \leq X \leq \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f_X(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} 0 dx = 0.$$

При этом $\mathbf{M}[X] \approx 1$ (но чуть меньше 1), $\sigma[X] \approx 0.5$. Величина $\mathbf{M}[X]$ является абсциссой центра тяжести однородной пластинки, ограниченной осью абсцисс и графиком функции f_X .

Решение задачи 30.

Задача 30. Некто подбрасывает монету до первого появления «орла», но не более четырех раз (т.е. если даже все 4 раза выпадала «решка», эксперимент все равно прекращается). Найдите закон распределения числа X бросков монеты, математическое ожидание этой величины, ее дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

Задача 30. Некто подбрасывает монету до первого появления «орла», но не более четырех раз (т.е. если даже все 4 раза выпадала «решка», эксперимент все равно прекращается). Найдите закон распределения числа X бросков монеты, математическое ожидание этой величины, ее дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

Ответ.

x_i	1	2	3	4
$p(X = x_i)$	0,5	0,25	0,125	0,125

$$\mathbf{M}[X] = 1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,125 + 4 \cdot 0,125 = 1,875,$$

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}[X])^2] = \mathbf{M}[X^2] - (\mathbf{M}[X])^2 = 1,109375,$$

$$\sigma[X] \approx 1,053.$$

Решение задачи 31.

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0			
1			
2			
3			

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

Обычно вопросы возникают по вычислению вероятности события $(Y = 0) \cdot (X = 3)$.

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

Обычно вопросы возникают по вычислению вероятности события $(Y = 0) \cdot (X = 3)$. Вопросы (если они возникают) снимаются, если понять, что событие $(X = 3)$ *не означает*, что при третьем броске выпал орел, это событие равно событию «при первых двух бросках не выпал орел».

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$			

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$				

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125

$\mathbf{M}[X] =$

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125

$\mathbf{M}[X] = 2,$

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125
$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \mathbf{M}[Y] =$				

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

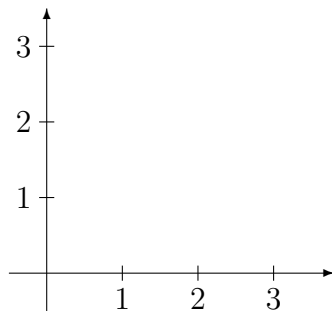
x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125
$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \mathbf{M}[Y] = 1,5.$				

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;

∇ — регрессия Y по X .

{

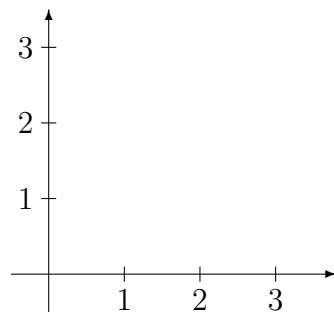
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}[X | Y = 0] = \quad \mathbf{M}[X | Y = 1] = \quad \mathbf{M}[X | Y = 2] = \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = \end{array} \right.$$



$\triangle$ – регрессия X по Y ;
 ∇ – регрессия Y по X .

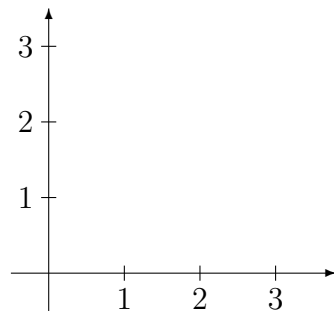
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, \quad \mathbf{M}[X | Y = 1] = \quad \mathbf{M}[X | Y = 2] = \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = \end{array} \right.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

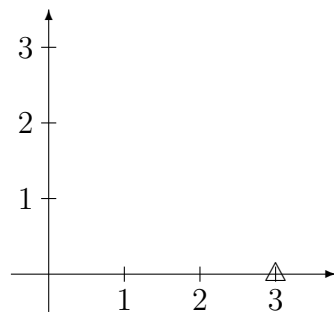
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, \quad \mathbf{M}[X | Y = 1] = \quad \mathbf{M}[X | Y = 2] = \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = \end{array} \right.$$



Δ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

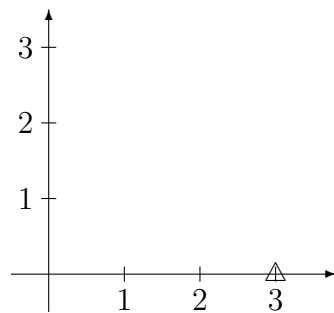
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, \quad \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, \quad \mathbf{M}[X | Y = 2] = \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = \end{array} \right.$$



Δ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

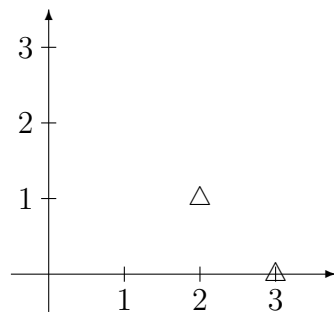
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, \quad \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, \quad \mathbf{M}[X | Y = 2] = \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = \end{array} \right.$$



Δ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

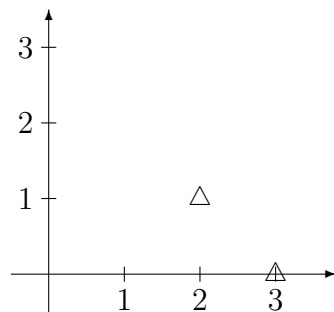
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, \quad \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, \quad \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = \end{array} \right.$$



Δ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

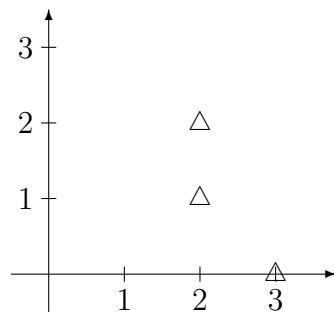
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{M}[X | Y = 0] &= 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] &= 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] &= 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] &= \end{aligned} \right.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

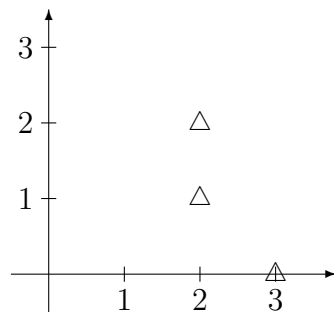
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, \quad \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, \quad \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \end{array} \right.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

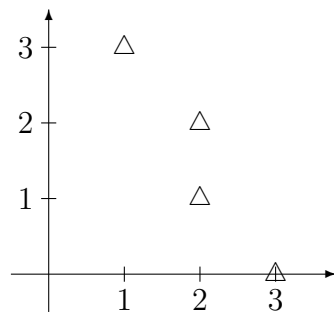
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, \quad \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, \quad \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \end{array} \right.$$



Δ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

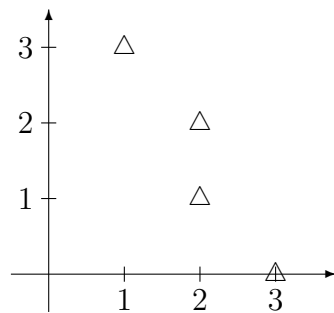
Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, \quad \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, \quad \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \end{array} \right.$$

Теперь найдём прямую регрессии X по Y .



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

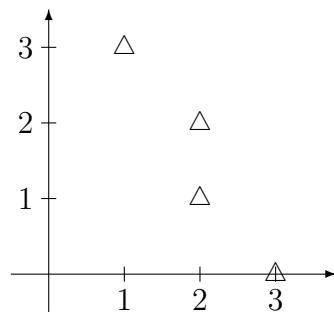
$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, \quad \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, \quad \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \end{array} \right.$$

$$\mathbf{D}[X] =$$

$$\sigma[X] \approx$$

$$\mathbf{D}[Y] =$$

$$\sigma[Y] \approx$$



$\triangle$ – регрессия X по Y ;
 ∇ – регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

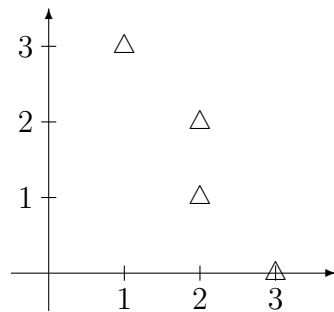
$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{M}[X | Y = 0] &= 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] &= 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] &= 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] &= 1, \end{aligned} \right.$$

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx$$

$$\mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

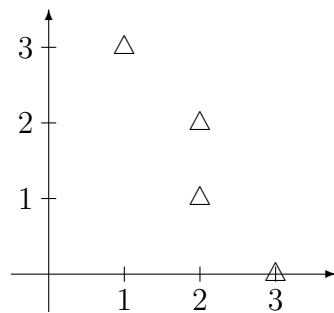
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{M}[X | Y = 0] &= 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] &= 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] &= 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] &= 1, \end{aligned} \right.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866,$$

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

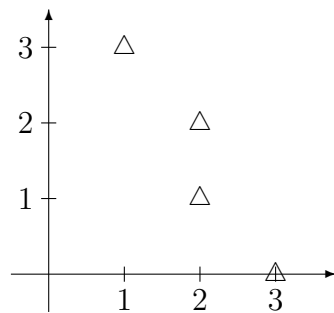
$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, \quad \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, \quad \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \end{array} \right.$$

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866,$$

$$k_{X,Y} =$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

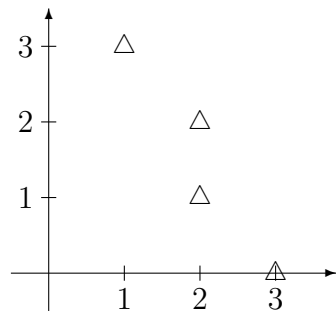
$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{M}[X | Y = 0] &= 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] &= 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] &= 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] &= 1, \end{aligned} \right.$$

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866,$$

$$k_{X,Y} = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] =$$



$\triangle$ – регрессия X по Y ;
 ∇ – регрессия Y по X .

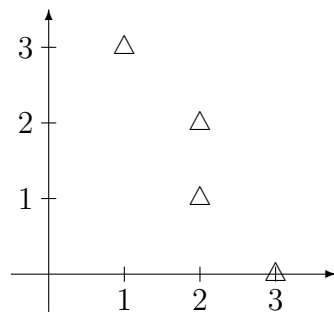
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{M}[X | Y = 0] &= 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] &= 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] &= 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] &= 1, \end{aligned} \right.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866,$$

$$k_{X,Y} = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] = -0,375,$$

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

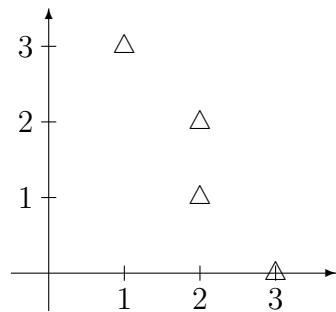
$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \end{cases}$$

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866,$$

$$k_{X,Y} = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] = -0,375, \quad r_{X,Y} =$$



$\triangle$ – регрессия X по Y ;
 ∇ – регрессия Y по X .

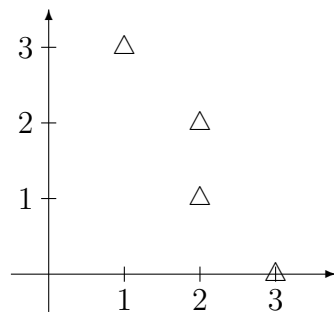
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{M}[X | Y = 0] &= 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] &= 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] &= 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] &= 1, \end{aligned} \right.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866,$$

$$k_{X,Y} = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] = -0,375, \quad r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \sigma[Y]} =$$

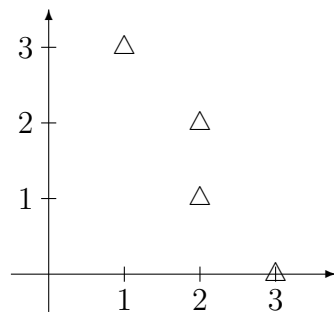
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{M}[X | Y = 0] &= 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] &= 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] &= 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] &= 1, \end{aligned} \right.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866,$$

$$k_{X,Y} = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] = -0,375, \quad r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \sigma[Y]} = -0,5.$$

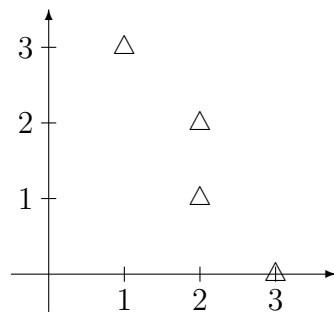
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \end{cases}$$



$\triangle$ – регрессия X по Y ;
 ∇ – регрессия Y по X .

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

$$k_{X,Y} = \mathbf{M}[X \cdot Y] - \mathbf{M}[X] \cdot \mathbf{M}[Y] = -0,375, \quad r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \sigma[Y]} = -0,5.$$

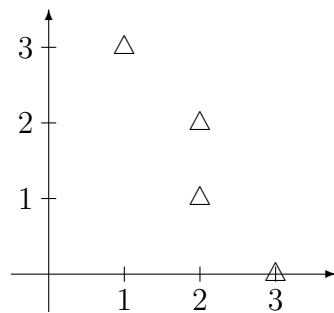
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, \quad \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, \quad \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \end{array} \right.$$



Δ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение прямой регрессии X по Y имеет вид

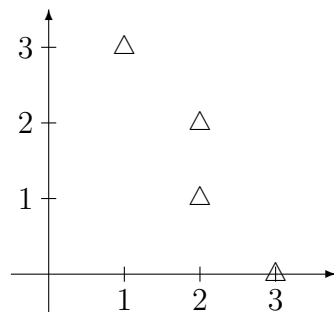
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \end{cases}$$



$\triangle$ – регрессия X по Y ;
 ∇ – регрессия Y по X .

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение прямой регрессии X по Y имеет вид $x = -0,5y + 2,75$.

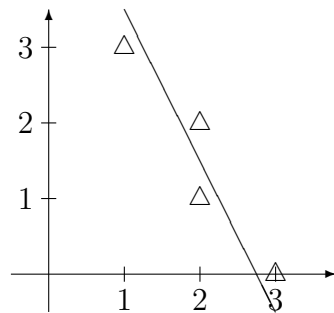
Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, \quad \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, \quad \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \end{array} \right.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение прямой регрессии X по Y имеет вид $x = -0,5y + 2,75$.

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

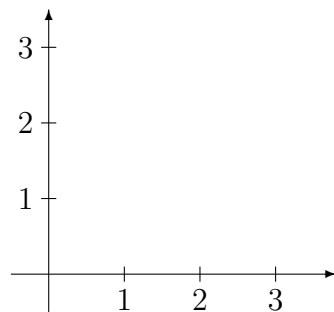
Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \\ \mathbf{M}[Y | X = 1] = & \mathbf{M}[Y | X = 2] = & \mathbf{M}[Y | X = 3] = \end{cases}$$

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

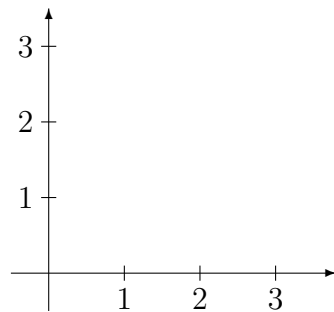
Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, \quad \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, \quad \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \\ \mathbf{M}[Y | X = 1] = 2, \quad \mathbf{M}[Y | X = 2] = \quad \quad \mathbf{M}[Y | X = 3] = \end{array} \right.$$

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

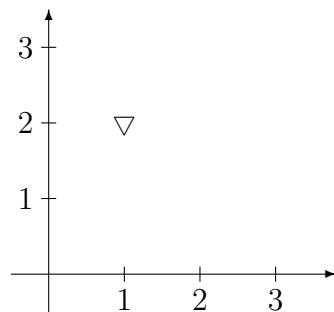
Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \\ \mathbf{M}[Y | X = 1] = 2, & \mathbf{M}[Y | X = 2] = & \mathbf{M}[Y | X = 3] = \end{cases}$$

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

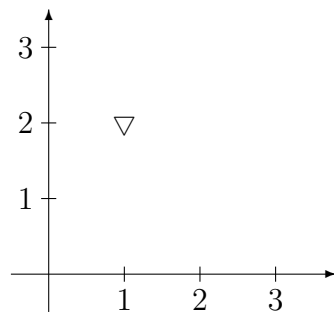
Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \\ \mathbf{M}[Y | X = 1] = 2, & \mathbf{M}[Y | X = 2] = 1,5, & \mathbf{M}[Y | X = 3] = \end{cases}$$

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

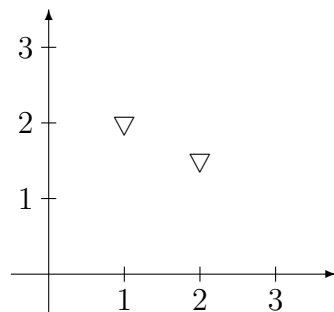
Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \\ \mathbf{M}[Y | X = 1] = 2, & \mathbf{M}[Y | X = 2] = 1,5, & \mathbf{M}[Y | X = 3] = \end{cases}$$

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

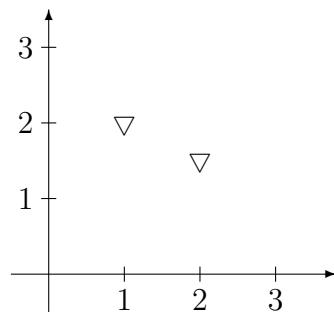
Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \\ \mathbf{M}[Y | X = 1] = 2, & \mathbf{M}[Y | X = 2] = 1,5, & \mathbf{M}[Y | X = 3] = 1. \end{cases}$$

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

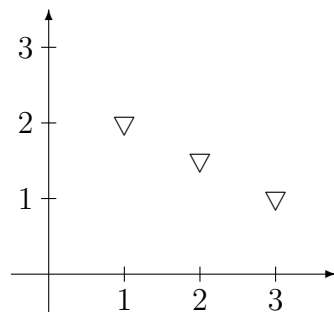
Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \\ \mathbf{M}[Y | X = 1] = 2, & \mathbf{M}[Y | X = 2] = 1,5, & \mathbf{M}[Y | X = 3] = 1. \end{cases}$$

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

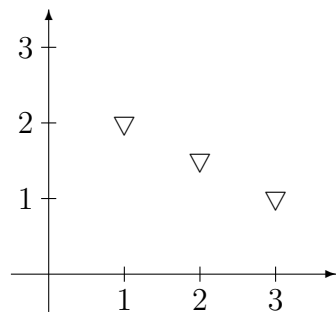
$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \\ \mathbf{M}[Y | X = 1] = 2, & \mathbf{M}[Y | X = 2] = 1,5, & \mathbf{M}[Y | X = 3] = 1. \end{cases}$$

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение прямой регрессии Y по X имеет вид



$\triangle$ – регрессия X по Y ;
 ∇ – регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

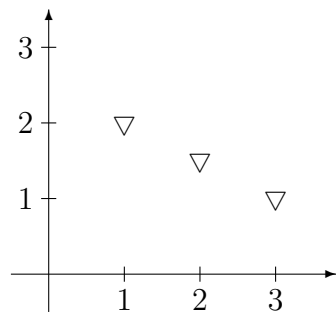
$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \\ \mathbf{M}[Y | X = 1] = 2, & \mathbf{M}[Y | X = 2] = 1,5, & \mathbf{M}[Y | X = 3] = 1. \end{cases}$$

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение прямой регрессии Y по X имеет вид $y = -0,5x + 2,5$.



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

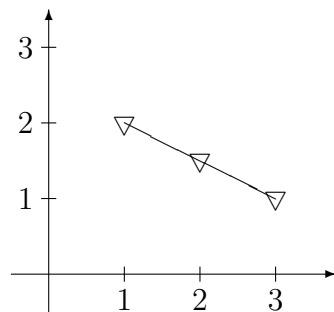
$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \\ \mathbf{M}[Y | X = 1] = 2, & \mathbf{M}[Y | X = 2] = 1,5, & \mathbf{M}[Y | X = 3] = 1. \end{cases}$$

$$\mathbf{D}[X] = 0,75, \quad \sigma[X] \approx 0.866, \quad \mathbf{D}[Y] = 0,75, \quad \sigma[Y] \approx 0.866, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение прямой регрессии Y по X имеет вид $y = -0,5x + 2,5$.



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

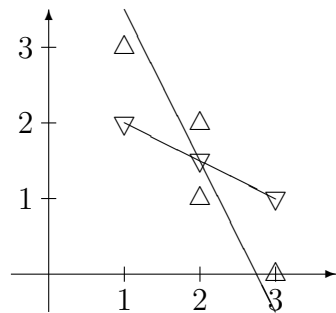
$y_i \backslash x_i$	1	2	3	$p(Y = y_i)$
0	0	0	0,125	0,125
1	0,125	0,125	0,125	0,375
2	0,125	0,125	0,125	0,375
3	0,125	0	0	0,125
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	1

$$\begin{aligned} \mathbf{M}[X] &= 2, \\ \mathbf{M}[Y] &= 1,5. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}[X | Y = 0] = 3, & \mathbf{M}[X | Y = 1] = 2, & \mathbf{M}[X | Y = 2] = 2, \\ \mathbf{M}[X | Y = 3] = 1, \\ \mathbf{M}[Y | X = 1] = 2, & \mathbf{M}[Y | X = 2] = 1,5, & \mathbf{M}[Y | X = 3] = 1. \end{cases}$$

Уравнение прямой регрессии X по Y имеет вид $x = -0,5y + 2,75$.

Уравнение прямой регрессии Y по X имеет вид $y = -0,5x + 2,5$, $r_{X,Y} = -0,5$.



$\triangle$ — регрессия X по Y ;
 ∇ — регрессия Y по X .

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125
$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \mathbf{M}[Y] = 1,5.$				

$$k_{X,Y} = M[X \cdot Y] - M[X] \cdot M[Y] = -0,375, \quad r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \sigma[Y]} = -0,5.$$

Уравнение прямой регрессии X по Y имеет вид $x = -0,5y + 2,75$.

Уравнение прямой регрессии Y по X имеет вид $y = -0,5x + 2,5, \quad r_{X,Y} = -0,5$.

Тот факт, что корреляционный момент (и коэффициент корреляции) отрицательны, совершенно естественен, так как, например, с увеличением значений величины X соответствующее условное математическое ожидание величины Y не возрастает.

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125
$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \mathbf{M}[Y] = 1,5.$				

$$k_{X,Y} = M[X \cdot Y] - M[X] \cdot M[Y] = -0,375, \quad r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \sigma[Y]} = -0,5.$$

Уравнение прямой регрессии X по Y имеет вид $x = -0,5y + 2,75$.

Уравнение прямой регрессии Y по X имеет вид $y = -0,5x + 2,5, \quad r_{X,Y} = -0,5.$

Из уравнения регрессии X по Y получаем

$$x(2) = -0,5 \cdot 2 + 2,75 = 1,75 \approx 2 = M[X | Y = 2],$$

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125
$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \mathbf{M}[Y] = 1,5.$				

$$k_{X,Y} = M[X \cdot Y] - M[X] \cdot M[Y] = -0,375, \quad r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \sigma[Y]} = -0,5.$$

Уравнение прямой регрессии X по Y имеет вид $x = -0,5y + 2,75$.

Уравнение прямой регрессии Y по X имеет вид $y = -0,5x + 2,5, \quad r_{X,Y} = -0,5$.

Из уравнения регрессии X по Y получаем

$$x(2) = -0,5 \cdot 2 + 2,75 = 1,75 \approx 2 = M[X | Y = 2],$$

$$x(3) = -0,5 \cdot 3 + 2,75 = 1,25 \approx 1 = M[Y | X = 2].$$

Задача 31. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125
$\mathbf{M}[X] = 2, \quad \mathbf{M}[Y] = 1,5.$				

$$k_{X,Y} = M[X \cdot Y] - M[X] \cdot M[Y] = -0,375, \quad r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \sigma[Y]} = -0,5.$$

Уравнение прямой регрессии X по Y имеет вид $x = -0,5y + 2,75$.

Уравнение прямой регрессии Y по X имеет вид $y = -0,5x + 2,5, \quad r_{X,Y} = -0,5.$

Из уравнения регрессии X по Y получаем

$$x(2) = 1,75 \approx 2 = M[X | Y = 2], \quad x(3) = 1,25 \approx 1 = M[Y | X = 2].$$

Таким образом, значение, найденное из уравнения прямой регрессии, близко к условному математическому ожиданию величины X при данном значении Y .

Решение задачи 32.

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ.

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Предполагается, что приведены результаты эксперимента, причём было проведено $7 + 2 + 3 + 8 = 20$ испытаний.

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Предполагается, что приведены результаты эксперимента, причём было проведено $7 + 2 + 3 + 8 = 20$ испытаний.

При переходе от частот к относительным частотам получим таблицу, в которой относительные частоты можно считать соответствующими вероятностями:

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Предполагается, что приведены результаты эксперимента, причём было проведено $7 + 2 + 3 + 8 = 20$ испытаний.

При переходе от частот к относительным частотам получим таблицу, в которой относительные частоты можно считать соответствующими вероятностями:

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	$7/20$
20	0	$2/20$	$3/20$	0
30	$8/20$	0	0	0

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Ясно, что зависимость X от Y носит статистический характер, так как при $Y = 20$ величина X может принимать 2 значения: 10 и 15.

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Ясно, что зависимость X от Y носит статистический характер, так как при $Y = 20$ величина X может принимать 2 значения: 10 и 15.

Зависимость Y по X – функциональная, значения Y по известному значению X определяется однозначно:

$$Y(5) = \quad, \quad Y(10) = \quad, \quad Y(15) = \quad, \quad Y(20) = \quad.$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Ясно, что зависимость X от Y носит статистический характер, так как при $Y = 20$ величина X может принимать 2 значения: 10 и 15.

Зависимость Y по X – функциональная, значения Y по известному значению X определяется однозначно:

$$Y(5) = 30, \quad Y(10) = 20, \quad Y(15) = 20, \quad Y(20) = 10.$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают:

$$\overline{X} \big|_{Y=10} \quad ? \overline{X} \big|_{Y=20} =$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают:

$$\overline{X} \big|_{Y=10} = 20? \overline{X} \big|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) =$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают:

$$\overline{X} \big|_{Y=10} = 20 \quad ? \quad \overline{X} \big|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают:

$$\overline{X} \big|_{Y=10} = 20 > \overline{X} \big|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают:

$$\overline{X} \big|_{Y=10} = 20 > \overline{X} \big|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13? \overline{X} \big|_{Y=30} =$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают:

$$\overline{X} \big|_{Y=10} = 20 > \overline{X} \big|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13? \overline{X} \big|_{Y=30} = 5.$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают:

$$\overline{X} \big|_{Y=10} = 20 > \overline{X} \big|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \overline{X} \big|_{Y=30} = 5.$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают:

$$\overline{X} \big|_{Y=10} = 20 > \overline{X} \big|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \overline{X} \big|_{Y=30} = 5.$$

Поэтому корреляционный момент $k[X; Y]$ и коэффициент корреляции $r[X; Y]$ отрицательны.

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} =$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Точное значение нетрудно вычислить: $k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} =$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Точное значение нетрудно вычислить: $k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} =$

$$= \frac{1}{20} (5 \cdot 30 \cdot 8 + 10 \cdot 20 \cdot 2 + 15 \cdot 20 \cdot 3 + 20 \cdot 10 \cdot 7) -$$

$$- \frac{1}{20} (5 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 20 \cdot 7) \cdot \frac{1}{20} (10 \cdot 7 + 20 \cdot (2 + 3) + 30 \cdot 8) =$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Точное значение нетрудно вычислить: $k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} =$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{20} (5 \cdot 30 \cdot 8 + 10 \cdot 20 \cdot 2 + 15 \cdot 20 \cdot 3 + 20 \cdot 10 \cdot 7) - \\
 &- \frac{1}{20} (5 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 20 \cdot 7) \cdot \frac{1}{20} (10 \cdot 7 + 20 \cdot (2 + 3) + 30 \cdot 8) = \\
 &= 195 - 12.25 \cdot 20.5 = -56.125,
 \end{aligned}$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Точное значение нетрудно вычислить: $k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} = -56.125$,

$$r_{X,Y} =$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Точное значение нетрудно вычислить: $k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} = -56.125$,

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma_B[X] \cdot \sigma_B[Y]} \approx$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Точное значение нетрудно вычислить: $k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} = -56.125$,

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma_B[X] \cdot \sigma_B[Y]} \approx \frac{-56.195}{\sqrt{43.688} \sqrt{74.75}} \approx$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Точное значение нетрудно вычислить: $k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} = -56.125$,

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} \approx \frac{-56.195}{\sqrt{43.688} \sqrt{74.75}} \approx -0.982.$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Точное значение нетрудно вычислить: $k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} = -56.125$,

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma_Y[X] \cdot \sigma_Y[Y]} \approx \frac{-56.195}{\sqrt{43.688} \sqrt{74.75}} \approx -0.982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y =$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Точное значение нетрудно вычислить: $k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} = -56.125$,

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma_B[X] \cdot \sigma_B[Y]} \approx \frac{-56.195}{\sqrt{43.688} \sqrt{74.75}} \approx -0.982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \overline{X} + r_{XY} \frac{\sigma_B[Y]}{\sigma_B[X]} (x - \overline{X}) =$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Точное значение нетрудно вычислить: $k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} = -56.125$,

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma_B[X] \cdot \sigma_B[Y]} \approx \frac{-56.195}{\sqrt{43.688} \sqrt{74.75}} \approx -0.982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \overline{X} + r_{XY} \frac{\sigma_B[Y]}{\sigma_B[X]} (x - \overline{X}) = -1.282x + 36.237.$$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Точное значение нетрудно вычислить: $k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} = -56.125$,

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma_B[X] \cdot \sigma_B[Y]} \approx \frac{-56.195}{\sqrt{43.688} \sqrt{74.75}} \approx -0.982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \overline{X} + r_{XY} \frac{\sigma_B[Y]}{\sigma_B[X]} (x - \overline{X}) = -1.282x + 36.237.$$

Уравнение регрессии X по Y : $x =$

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Точное значение нетрудно вычислить: $k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} = -56.125$,

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma_B[X] \cdot \sigma_B[Y]} \approx \frac{-56.195}{\sqrt{43.688} \sqrt{74.75}} \approx -0.982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \overline{X} + r_{XY} \frac{\sigma_B[Y]}{\sigma_B[X]} (x - \overline{X}) = -1.282x + 36.237.$$

Уравнение регрессии X по Y : $x = -0.751y + 27.642$.

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Точное значение нетрудно вычислить: $k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} = -56.125$,

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma_B[X] \cdot \sigma_B[Y]} \approx \frac{-56.195}{\sqrt{43.688} \sqrt{74.75}} \approx -0.982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \overline{X} + r_{XY} \frac{\sigma_B[Y]}{\sigma_B[X]} (x - \overline{X}) = -1.282x + 36.237.$$

Уравнение регрессии X по Y : $x = -0.751y + 27.642$.

Отсюда при $y = 20$ получаем $x = 12.625$, что близко к $\overline{X} \Big|_{Y=20} = 13$.

Задача 32.

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Укажите, какой характер имеет зависимость X от Y

и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнения линейной регрессии X по Y и Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения.

Ответ. Имеем $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0.75$.

Точное значение нетрудно вычислить: $k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} = -56.125$,

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma_B[X] \cdot \sigma_B[Y]} \approx \frac{-56.195}{\sqrt{43.688} \sqrt{74.75}} \approx -0.982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \overline{X} + r_{XY} \frac{\sigma_B[Y]}{\sigma_B[X]} (x - \overline{X}) = -1.282x + 36.237.$$

Уравнение регрессии X по Y : $x = -0.751y + 27.642$.

Отсюда при $y = 20$ получаем $x = 12.625$, что близко к $\overline{X} \Big|_{Y=20} = 13$.

Это естественно, т.к. прямая регрессии представляет собой «сглаженную» экспериментальную регрессию.

Решение задачи 33.

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$						
		$M[X Y = 0] =$				
		$M[X Y = 1] =$				
		$M[X Y = 2] =$				
		$M[X Y = 3] =$				

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0							
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0							
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0							
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

$(X = 1) \cdot (Y = 0)$ — невозможное событие.

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0						
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

$(X = 1) \cdot (Y = 0)$ — невозможное событие.

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0						
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

$(X = 2) \cdot (Y = 0)$ —

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0					
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

$(X = 2) \cdot (Y = 0)$ — невозможное событие.

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0					
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

$$p((X = 3) \cdot (Y = 0)) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0					
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

$$p((X = 3) \cdot (Y = 0)) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0					
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

$$p((X = 3) \cdot (Y = 0)) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0					
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

$$p((X = 3) \cdot (Y = 0)) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

$$p((X = 3) \cdot (Y = 0)) = p(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

$$p((X = 1) \cdot (Y = 1)) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

$$p((X = 1) \cdot (Y = 1)) = p(A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

$$p((X = 1) \cdot (Y = 1)) = p(A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1							
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

$$p((X = 1) \cdot (Y = 1)) = p(A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125						
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

$$p((X = 1) \cdot (Y = 1)) = p(A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125						
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

Продолжая в том же духе, получаем...

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125					
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

Продолжая в том же духе, получаем...

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2							
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

Продолжая в том же духе, получаем...

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25						
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

Продолжая в том же духе, получаем...

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125					
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

Продолжая в том же духе, получаем...

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

Продолжая в том же духе, получаем...

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125						
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

Продолжая в том же духе, получаем...

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0					
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

Продолжая в том же духе, получаем...

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Обозначим через A_i событие, что на i -м броске выпал «орёл».

Продолжая в том же духе, получаем...

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

$$p(X = 1) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

$$p(X = 1) = p((X = 1) \cdot (Y = 0) + (X = 1) \cdot (Y = 1) + (X = 1) \cdot (Y = 2) + (X = 1) \cdot (Y = 3)) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Учитывая несовместность событий $(X = 1) \cdot (Y = i)$ для разных i , получаем...

$$p(X = 1) = p((X = 1) \cdot (Y = 0) + (X = 1) \cdot (Y = 1) + (X = 1) \cdot (Y = 2) + (X = 1) \cdot (Y = 3)) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Учитывая несовместность событий $(X = 1) \cdot (Y = i)$ для разных i , получаем...

$$\begin{aligned}
 p(X = 1) &= p((X = 1) \cdot (Y = 0) + (X = 1) \cdot (Y = 1) + (X = 1) \cdot (Y = 2) + (X = 1) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= p((X = 1) \cdot (Y = 0)) + p((X = 1) \cdot (Y = 1)) + p((X = 1) \cdot (Y = 2)) + p((X = 1) \cdot (Y = 3)) =
 \end{aligned}$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Учитывая несовместность событий $(X = 1) \cdot (Y = i)$ для разных i , получаем...

$$\begin{aligned}
 p(X = 1) &= p((X = 1) \cdot (Y = 0) + (X = 1) \cdot (Y = 1) + (X = 1) \cdot (Y = 2) + (X = 1) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= p((X = 1) \cdot (Y = 0)) + p((X = 1) \cdot (Y = 1)) + p((X = 1) \cdot (Y = 2)) + p((X = 1) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= 0 + 0,125 + 0,25 + 0,125 =
 \end{aligned}$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$							
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Учитывая несовместность событий $(X = 1) \cdot (Y = i)$ для разных i , получаем...

$$\begin{aligned}
 p(X = 1) &= p((X = 1) \cdot (Y = 0) + (X = 1) \cdot (Y = 1) + (X = 1) \cdot (Y = 2) + (X = 1) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= p((X = 1) \cdot (Y = 0)) + p((X = 1) \cdot (Y = 1)) + p((X = 1) \cdot (Y = 2)) + p((X = 1) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= 0 + 0,125 + 0,25 + 0,125 = 0,5.
 \end{aligned}$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5						
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Учитывая несовместность событий $(X = 1) \cdot (Y = i)$ для разных i , получаем...

$$\begin{aligned}
 p(X = 1) &= p((X = 1) \cdot (Y = 0) + (X = 1) \cdot (Y = 1) + (X = 1) \cdot (Y = 2) + (X = 1) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= p((X = 1) \cdot (Y = 0)) + p((X = 1) \cdot (Y = 1)) + p((X = 1) \cdot (Y = 2)) + p((X = 1) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= 0 + 0,125 + 0,25 + 0,125 = 0,5.
 \end{aligned}$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5						
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Учитывая несовместность событий $(X = 2) \cdot (Y = i)$ для разных i , получаем...

$$p(X = 2) = p((X = 2) \cdot (Y = 0) + (X = 2) \cdot (Y = 1) + (X = 2) \cdot (Y = 2) + (X = 2) \cdot (Y = 3)) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5						
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Учитывая несовместность событий $(X = 2) \cdot (Y = i)$ для разных i , получаем...

$$\begin{aligned}
 p(X = 2) &= p((X = 2) \cdot (Y = 0) + (X = 2) \cdot (Y = 1) + (X = 2) \cdot (Y = 2) + (X = 2) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= p((X = 2) \cdot (Y = 0)) + p((X = 2) \cdot (Y = 1)) + p((X = 2) \cdot (Y = 2)) + p((X = 2) \cdot (Y = 3)) =
 \end{aligned}$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5						
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Учитывая несовместность событий $(X = 2) \cdot (Y = i)$ для разных i , получаем...

$$\begin{aligned}
 p(X = 2) &= p((X = 2) \cdot (Y = 0) + (X = 2) \cdot (Y = 1) + (X = 2) \cdot (Y = 2) + (X = 2) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= p((X = 2) \cdot (Y = 0)) + p((X = 2) \cdot (Y = 1)) + p((X = 2) \cdot (Y = 2)) + p((X = 2) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= 0 + 0,125 + 0,125 + 0 = 0,25.
 \end{aligned}$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5	0,25					
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Учитывая несовместность событий $(X = 2) \cdot (Y = i)$ для разных i , получаем...

$$\begin{aligned}
 p(X = 2) &= p((X = 2) \cdot (Y = 0) + (X = 2) \cdot (Y = 1) + (X = 2) \cdot (Y = 2) + (X = 2) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= p((X = 2) \cdot (Y = 0)) + p((X = 2) \cdot (Y = 1)) + p((X = 2) \cdot (Y = 2)) + p((X = 2) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= 0 + 0,125 + 0,125 + 0 = 0,25.
 \end{aligned}$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5	0,25					
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Учитывая несовместность событий $(X = 3) \cdot (Y = i)$ для разных i , получаем...

$$p(X = 2) = p((X = 3) \cdot (Y = 0) + (X = 3) \cdot (Y = 1) + (X = 3) \cdot (Y = 2) + (X = 3) \cdot (Y = 3)) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5	0,25					
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Учитывая несовместность событий $(X = 3) \cdot (Y = i)$ для разных i , получаем...

$$\begin{aligned}
 p(X = 2) &= p((X = 3) \cdot (Y = 0) + (X = 3) \cdot (Y = 1) + (X = 3) \cdot (Y = 2) + (X = 3) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= p((X = 3) \cdot (Y = 0)) + p((X = 3) \cdot (Y = 1)) + p((X = 3) \cdot (Y = 2)) + p((X = 3) \cdot (Y = 3)) =
 \end{aligned}$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5	0,25					
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Учитывая несовместность событий $(X = 3) \cdot (Y = i)$ для разных i , получаем...

$$\begin{aligned}
 p(X = 2) &= p((X = 3) \cdot (Y = 0) + (X = 3) \cdot (Y = 1) + (X = 3) \cdot (Y = 2) + (X = 3) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= p((X = 3) \cdot (Y = 0)) + p((X = 3) \cdot (Y = 1)) + p((X = 3) \cdot (Y = 2)) + p((X = 3) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= 0,125 + 0,125 + 0 + 0 =
 \end{aligned}$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5	0,25					
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Учитывая несовместность событий $(X = 3) \cdot (Y = i)$ для разных i , получаем...

$$\begin{aligned}
 p(X = 2) &= p((X = 3) \cdot (Y = 0) + (X = 3) \cdot (Y = 1) + (X = 3) \cdot (Y = 2) + (X = 3) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= p((X = 3) \cdot (Y = 0)) + p((X = 3) \cdot (Y = 1)) + p((X = 3) \cdot (Y = 2)) + p((X = 3) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= 0,125 + 0,125 + 0 + 0 = 0,25.
 \end{aligned}$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25				
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём безусловный закон распределения величины X .

Учитывая несовместность событий $(X = 3) \cdot (Y = i)$ для разных i , получаем...

$$\begin{aligned}
 p(X = 2) &= p((X = 3) \cdot (Y = 0) + (X = 3) \cdot (Y = 1) + (X = 3) \cdot (Y = 2) + (X = 3) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= p((X = 3) \cdot (Y = 0)) + p((X = 3) \cdot (Y = 1)) + p((X = 3) \cdot (Y = 2)) + p((X = 3) \cdot (Y = 3)) = \\
 &= 0,125 + 0,125 + 0 + 0 = 0,25.
 \end{aligned}$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3				
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Аналогично найдём безусловный закон распределения величины Y ...

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125				
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Аналогично найдём безусловный закон распределения величины Y ...

$$p(Y = 0) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125				
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Аналогично найдём безусловный закон распределения величины Y ...

$$p(Y = 0) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0				
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Аналогично найдём безусловный закон распределения величины Y ...

$$p(Y = 1) = 0,125 + 0,125 + 0,125 = 0,375.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0				
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Аналогично найдём безусловный закон распределения величины Y ...

$$p(Y = 2) = 0,125 + 0,125 + 0 = 0,375.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Аналогично найдём безусловный закон распределения величины Y ...

$$p(Y = 3) = 0,125 + 0 + 0 = 0,125.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 1 | Y = 0) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 1 | Y = 0) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 0))}{p(Y = 0)} =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
				$M[X Y = 0] =$			
				$M[X Y = 1] =$			
				$M[X Y = 2] =$			
				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 1 | Y = 0) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 0))}{p(Y = 0)} = 0.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0			$M[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$M[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 1 | Y = 0) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 0))}{p(Y = 0)} = 0.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0			$M[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$M[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 2 | Y = 0) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0			$M[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$M[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 2 | Y = 0) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 0))}{p(Y = 0)} =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0			$M[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$M[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 2 | Y = 0) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 0))}{p(Y = 0)} = 0.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0		$M[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$M[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 2 | Y = 0) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 0))}{p(Y = 0)} = 0.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0		$M[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$M[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 3 | Y = 0) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0		$M[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$M[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 3 | Y = 0) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 0))}{p(Y = 0)} =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0		$M[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$M[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 3 | Y = 0) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 0))}{p(Y = 0)} = \frac{0,125}{0,125} =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0		$M[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$M[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 3 | Y = 0) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 0))}{p(Y = 0)} = \frac{0,125}{0,125} = 1.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$M[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 3 | Y = 0) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 0))}{p(Y = 0)} = \frac{0,125}{0,125} = 1.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$\mathbf{M}[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$\mathbf{M}[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$\mathbf{M}[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$\mathbf{M}[X Y = 3] =$			

$$\mathbf{M}[X | Y = 0] =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$\mathbf{M}[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$\mathbf{M}[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$\mathbf{M}[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$\mathbf{M}[X Y = 3] =$			

$$\mathbf{M}[X | Y = 0] = 1 \cdot 0 +$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$\mathbf{M}[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$\mathbf{M}[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$\mathbf{M}[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$\mathbf{M}[X Y = 3] =$			

$$\mathbf{M}[X | Y = 0] = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 +$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$\mathbf{M}[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$\mathbf{M}[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$\mathbf{M}[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$\mathbf{M}[X Y = 3] =$			

$$\mathbf{M}[X | Y = 0] = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$\mathbf{M}[X Y = 0] =$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$\mathbf{M}[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$\mathbf{M}[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$\mathbf{M}[X Y = 3] =$			

$$\mathbf{M}[X | Y = 0] = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 = 3.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$\mathbf{M}[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$				$\mathbf{M}[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$\mathbf{M}[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$\mathbf{M}[X Y = 3] =$			

$$\mathbf{M}[X | Y = 0] = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 = 3.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...			$M[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 1 | Y = 1) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 1))}{p(Y = 1)} = \frac{0,125}{0,375} = \frac{1}{3}.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...		$M[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 2 | Y = 1) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 1))}{p(Y = 1)} = \frac{0,125}{0,375} = \frac{1}{3}.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] =$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 3 | Y = 1) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 1))}{p(Y = 1)} = \frac{0,125}{0,375} = \frac{1}{3}.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$				$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

$$M[X | Y = 1] = 1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{1}{3} = 2.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...			$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 1 | Y = 2) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 2))}{p(Y = 1)} = \frac{0,25}{0,375} = \frac{2}{3}.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...		$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 2 | Y = 2) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 2))}{p(Y = 1)} = \frac{0,125}{0,375} = \frac{1}{3}.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] =$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 3 | Y = 2) = \frac{p((X = 3) \cdot (Y = 2))}{p(Y = 1)} = \frac{0}{0,375} = 0.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$\mathbf{M}[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$\mathbf{M}[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$\mathbf{M}[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$				$\mathbf{M}[X Y = 3] =$			

$$\mathbf{M}[X | Y = 2] = 1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,5 + 3 \cdot 0 = 2.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = 3$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = 2$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = 1,33...$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1			$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 1 | Y = 3) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 3))}{p(Y = 3)} = \frac{0,125}{0,175} = 1.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0		$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 2 | Y = 3) = \frac{p((X = 2) \cdot (Y = 3))}{p(Y = 3)} = \frac{0}{0,175} = 0.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] =$			

Теперь найдём условные законы распределения величины X ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(X = 3 | Y = 3) = \frac{p((X = 3) \cdot (Y = 3))}{p(Y = 3)} = \frac{0}{0,175} = 0.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$			
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$\mathbf{M}[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$\mathbf{M}[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$\mathbf{M}[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$\mathbf{M}[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\mathbf{M}[X | Y = 3] = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 1.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = 3$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = 2$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = 1,33...$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = 1$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 0 | X = 1) =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = 3$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = 2$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = 1,33...$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = 1$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 0 | X = 1) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 0))}{p(X = 1)} =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125			
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = 3$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = 2$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = 1,33...$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = 1$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 0 | X = 1) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 0))}{p(X = 1)} = \frac{0}{0,5} = 0.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0		
1	0,125	0,125	0,125	0,375			
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = 3$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = 2$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = 1,33...$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = 1$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 0 | X = 1) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 0))}{p(X = 1)} = \frac{0}{0,5} = 0.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0		
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25		
2	0,25	0,125	0	0,375			
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = 3$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = 2$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = 1,33...$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = 1$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 1 | X = 1) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 1))}{p(X = 1)} = \frac{0,125}{0,5} = 0,25.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0		
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25		
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5		
3	0,125	0	0	0,125			
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = 3$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = 2$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = 1,33...$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = 1$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 2 | X = 1) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 2))}{p(X = 1)} = \frac{0,25}{0,5} = 0,5.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0		
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25		
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5		
3	0,125	0	0	0,125	0,25		
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1			
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = 3$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = 2$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = 1,33...$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = 1$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 3 | X = 1) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 3))}{p(X = 1)} = \frac{0,125}{0,5} = 0,25.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0		
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25		
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5		
3	0,125	0	0	0,125	0,25		
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625		
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$\mathbf{M}[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$\mathbf{M}[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$\mathbf{M}[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$\mathbf{M}[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\mathbf{M}[Y | X = 1] = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,5 + 3 \cdot 0,25 = 1,625.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25		
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5		
3	0,125	0	0	0,125	0,25		
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625		
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 0 | X = 2) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 0))}{p(X = 2)} = \frac{0}{0,25} = 0.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5		
3	0,125	0	0	0,125	0,25		
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625		
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 1 | X = 2) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 1))}{p(X = 2)} = \frac{0,125}{0,25} = 0,5.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	
3	0,125	0	0	0,125	0,25		
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625		
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 2 | X = 2) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 2))}{p(X = 2)} = \frac{0,125}{0,25} = 0,5.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625		
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 3 | X = 2) = \frac{p((X = 1) \cdot (Y = 3))}{p(X = 2)} = \frac{0}{0,25} = 0.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$\mathbf{M}[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$\mathbf{M}[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$\mathbf{M}[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$\mathbf{M}[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\mathbf{M}[Y | X = 2] = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,5 + 3 \cdot 0 = 1,5.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 0 | X = 3) = \frac{p((X = 3) \cdot (Y = 0))}{p(X = 3)} = \frac{0,125}{0,25} = 0,5.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 1 | X = 3) = \frac{p((X = 3) \cdot (Y = 1))}{p(X = 3)} = \frac{0,125}{0,25} = 0,5.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 2 | X = 3) = \frac{p((X = 3) \cdot (Y = 2))}{p(X = 3)} = \frac{0}{0,25} = 0.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

Теперь найдём условные законы распределения величины Y ...

По определению **условной вероятности** получаем:

$$p(Y = 3 | X = 3) = \frac{p((X = 3) \cdot (Y = 3))}{p(X = 3)} = \frac{0}{0,25} = 0.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$\mathbf{M}[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$\mathbf{M}[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$\mathbf{M}[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$\mathbf{M}[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

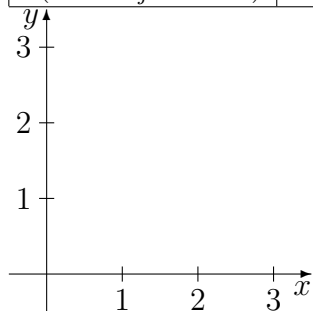
$$\mathbf{M}[Y | X = 3] = 0 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 0,5.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

Изобразим регрессию Y по X .

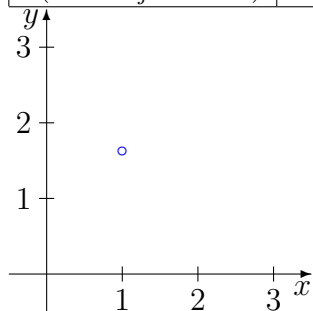


Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

Изобразим регрессию Y по X .

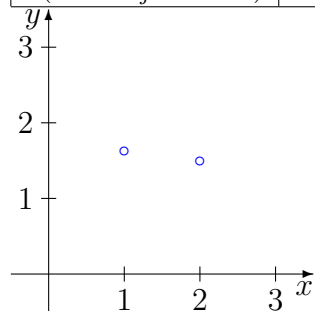


Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

Изобразим регрессию Y по X .

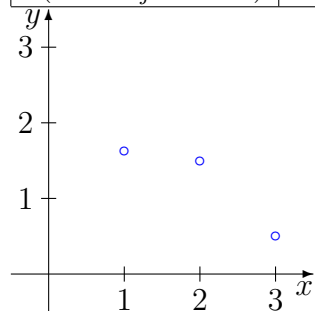


Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

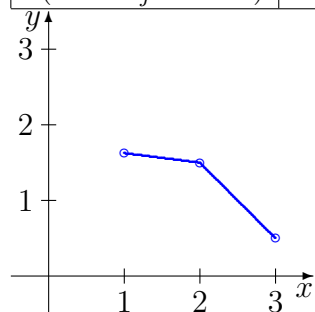
Изобразим регрессию Y по X .



Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			



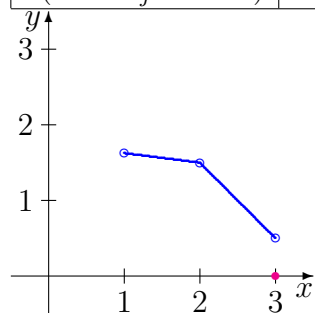
Изобразим регрессию Y по X .

Для повышения наглядности регрессию представляют ломаной.

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			



Изобразим регрессию Y по X .

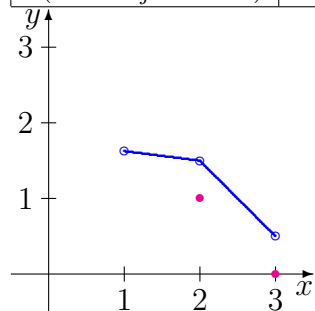
Для повышения наглядности регрессию представляют ломаной.

Теперь изобразим регрессию X по Y .

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			



Изобразим регрессию Y по X .

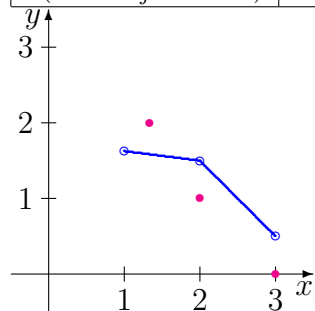
Для повышения наглядности регрессию представляют ломаной.

Теперь изобразим регрессию X по Y .

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			



Изобразим регрессию Y по X .

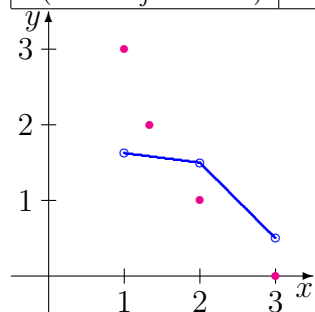
Для повышения наглядности регрессию представляют ломаной.

Теперь изобразим регрессию X по Y .

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			



Изобразим регрессию Y по X .

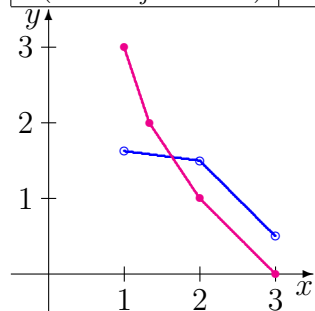
Для повышения наглядности регрессию представляют ломаной.

Теперь изобразим регрессию X по Y .

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			



Изобразим регрессию Y по X .

Для повышения наглядности регрессию представляют ломаной.

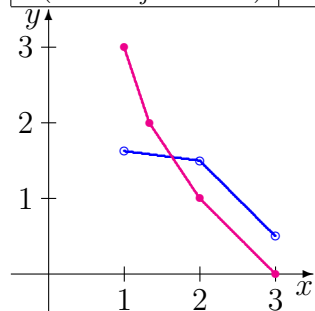
Теперь изобразим регрессию X по Y .

Для наглядности эту регрессию тоже представим ломаной.

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

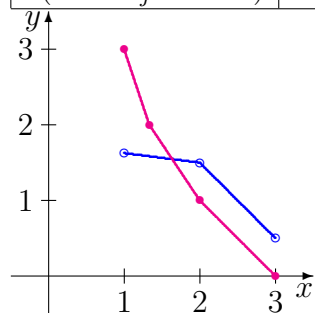


Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .
Найдём **прямую регрессии Y по X** .

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

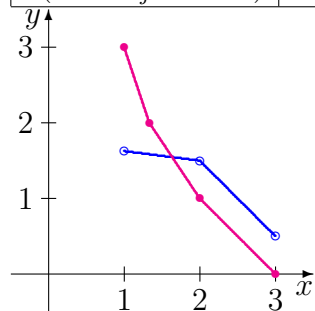
Найдём **прямую регрессии Y по X** .

$M[X] =$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

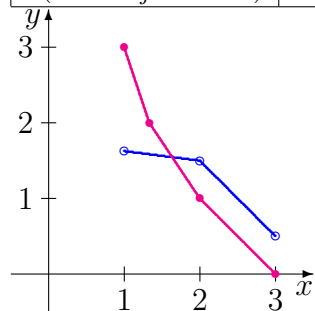
Найдём **прямую регрессии Y по X** .

$$M[X] = 1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,25 =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

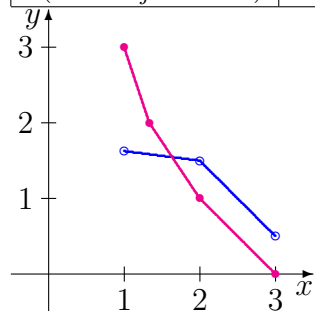
$$M[X] = 1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,25 = 1,75.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$M[X] = 1,75,$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

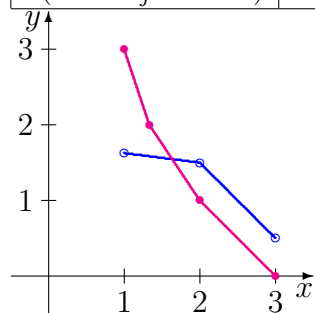
$$M[X] = 1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,25 = 1,75.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$M[X] = 1,75,$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

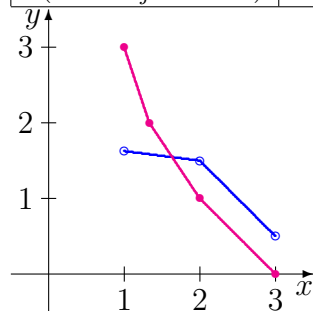
$$M[Y] =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$M[X] = 1,75,$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

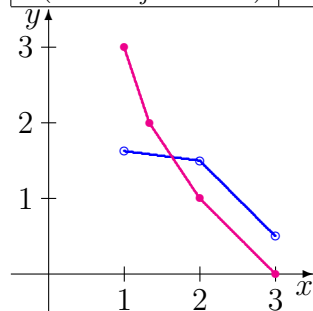
$$M[Y] = 0 \cdot 0,125 + 1 \cdot 0,375 + 2 \cdot 0,375 + 3 \cdot 0,125 =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$M[X] = 1,75,$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

$$M[Y] = 0 \cdot 0,125 + 1 \cdot 0,375 + 2 \cdot 0,375 + 3 \cdot 0,125 = 1,5.$$

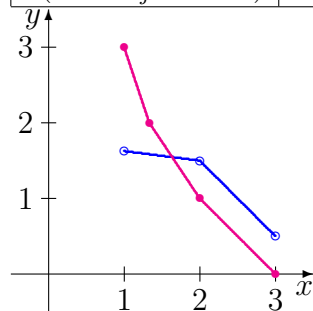
Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$M[X] = 1,75,$$

$$M[Y] = 1,5,$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

$$M[Y] = 0 \cdot 0,125 + 1 \cdot 0,375 + 2 \cdot 0,375 + 3 \cdot 0,125 = 1,5.$$

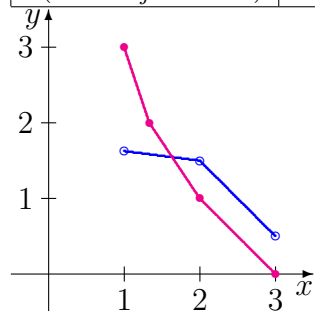
Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$M[X] = 1,75,$$

$$M[Y] = 1,5,$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

$$M[XY] =$$

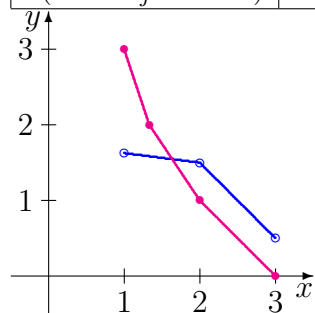
Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$M[X] = 1,75,$$

$$M[Y] = 1,5,$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

$$M[XY] = 1 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \cdot 0,125 +$$

$$+ 1 \cdot 1 \cdot 0,125 + 2 \cdot 1 \cdot 0,125 + 3 \cdot 1 \cdot 0,125 +$$

$$+ 1 \cdot 2 \cdot 0,25 + 2 \cdot 2 \cdot 0,125 + 3 \cdot 2 \cdot 0 +$$

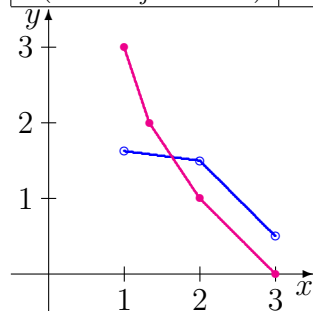
$$+ 1 \cdot 3 \cdot 0,125 + 2 \cdot 3 \cdot 0 + 3 \cdot 3 \cdot 0 = 2,125.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned} M[X] &= 1,75, \\ M[Y] &= 1,5, \\ M[XY] &= 2,125, \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

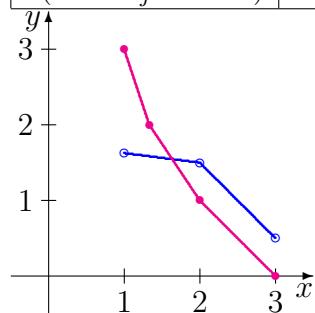
$$\begin{aligned} M[XY] &= 1 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \cdot 0,125 + \\ &+ 1 \cdot 1 \cdot 0,125 + 2 \cdot 1 \cdot 0,125 + 3 \cdot 1 \cdot 0,125 + \\ &+ 1 \cdot 2 \cdot 0,25 + 2 \cdot 2 \cdot 0,125 + 3 \cdot 2 \cdot 0 + \\ &+ 1 \cdot 3 \cdot 0,125 + 2 \cdot 3 \cdot 0 + 3 \cdot 3 \cdot 0 = 2,125. \end{aligned}$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned} M[X] &= 1,75, \\ M[Y] &= 1,5, \\ M[XY] &= 2,125, \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

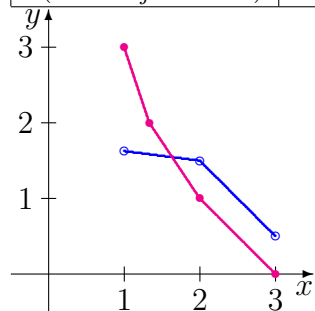
$$k[X, Y] =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125,
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

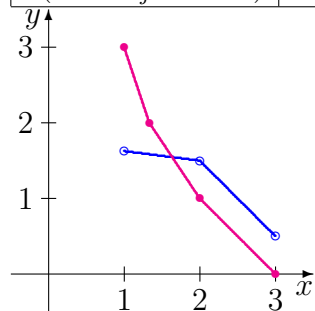
$$k[X, Y] = M[XY] - M[X] \cdot M[Y] =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned} M[X] &= 1,75, \\ M[Y] &= 1,5, \\ M[XY] &= 2,125, \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

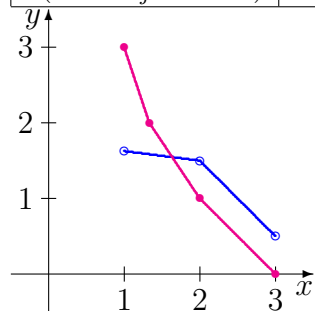
$$k[X, Y] = M[XY] - M[X] \cdot M[Y] = -0,5.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5,
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

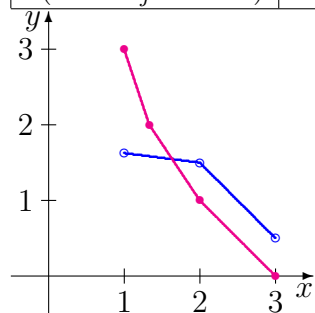
$$D[X] =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5,
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

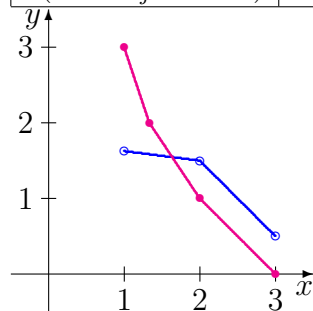
$$D[X] = M[X^2] - M[X]^2 = 0,6875.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5, \\
 D[X] &= 0,6875,
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

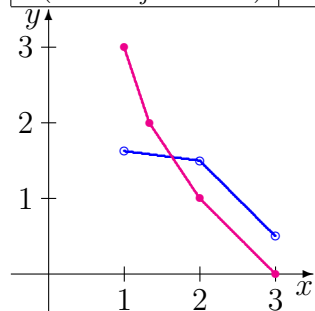
$$D[X] = M[X^2] - M[X]^2 = 0,6875.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5, \\
 D[X] &= 0,6875,
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

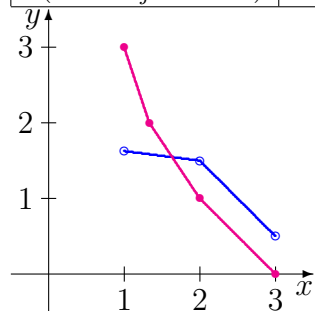
$$D[Y] =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5, \\
 D[X] &= 0,6875,
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

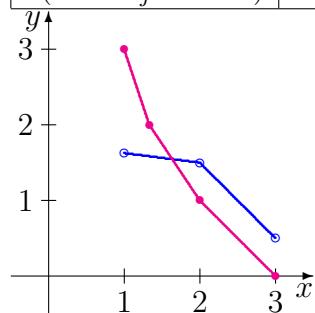
$$D[Y] = 0,75.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5, \\
 D[X] &= 0,6875, \\
 D[Y] &= 0,75,
 \end{aligned}$$



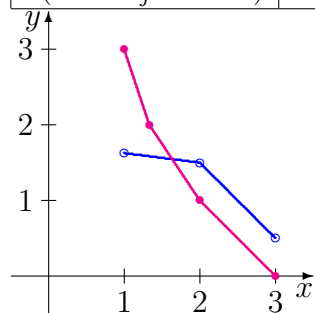
Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .
 Найдём **прямую регрессии Y по X** .
 $D[Y] = 0,75$.

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5, \\
 D[X] &= 0,6875, \\
 D[Y] &= 0,75,
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .
Найдём **прямую регрессии Y по X** .

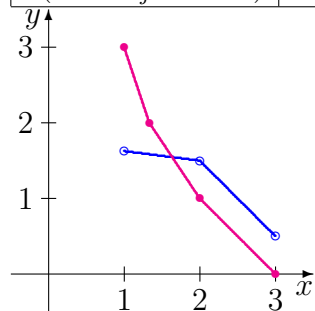
$$r[X, Y] =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5, \\
 D[X] &= 0,6875, \\
 D[Y] &= 0,75,
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

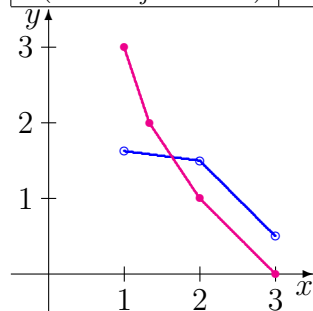
$$r[X, Y] = \frac{k[X, Y]}{\sqrt{D[X]D[Y]}} =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5, \\
 D[X] &= 0,6875, \\
 D[Y] &= 0,75,
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

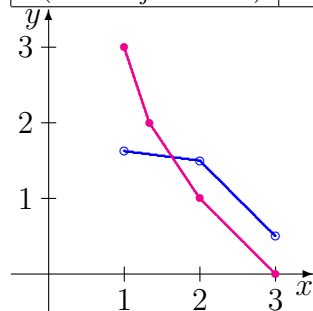
$$r[X, Y] = \frac{k[X, Y]}{\sqrt{D[X]D[Y]}} = \frac{-0,5}{\sqrt{0,6875 \cdot 0,75}} \approx$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5, \\
 D[X] &= 0,6875, \\
 D[Y] &= 0,75,
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

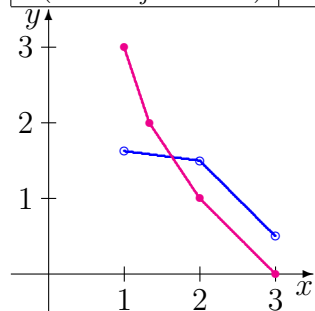
Найдём **прямую регрессии Y по X** .

$$r[X, Y] = \frac{k[X, Y]}{\sqrt{D[X]D[Y]}} = \frac{-0,5}{\sqrt{0,6875 \cdot 0,75}} \approx -0,696.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

$$r[X, Y] = \frac{k[X, Y]}{\sqrt{D[X]D[Y]}} = \frac{-0,5}{\sqrt{0,6875 \cdot 0,75}} \approx -0,696.$$

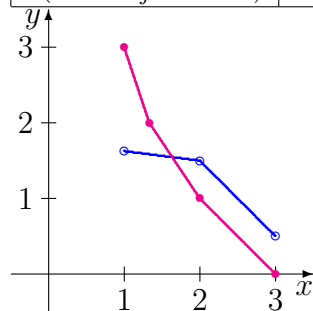
$$\begin{aligned} M[X] &= 1,75, \\ M[Y] &= 1,5, \\ M[XY] &= 2,125, \\ k[X, Y] &= -0,5, \\ D[X] &= 0,6875, \\ D[Y] &= 0,75, \\ r[X, Y] &\approx -0,696. \end{aligned}$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5, \\
 D[X] &= 0,6875, \\
 D[Y] &= 0,75, \\
 r[X, Y] &\approx -0,696.
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .
Найдём **прямую регрессии Y по X** .

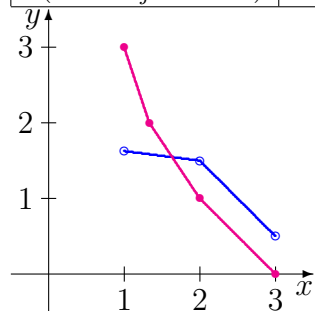
$$y =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5, \\
 D[X] &= 0,6875, \\
 D[Y] &= 0,75, \\
 r[X, Y] &\approx -0,696.
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

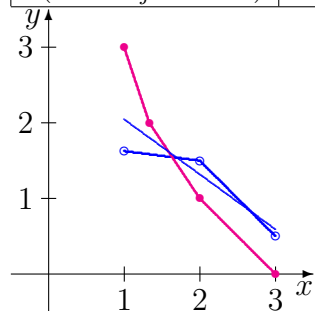
$$y = -0,727x + 2,77.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5, \\
 D[X] &= 0,6875, \\
 D[Y] &= 0,75, \\
 r[X, Y] &\approx -0,696.
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

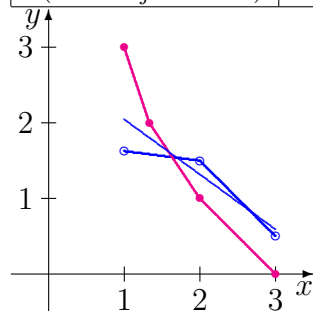
$$y = -0,727x + 2,77.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5, \\
 D[X] &= 0,6875, \\
 D[Y] &= 0,75, \\
 r[X, Y] &\approx -0,696.
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

$$y = -0,727x + 2,77.$$

Теперь найдём **прямую регрессии X по Y** :

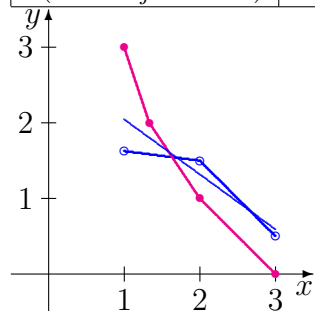
$$x =$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5, \\
 D[X] &= 0,6875, \\
 D[Y] &= 0,75, \\
 r[X, Y] &\approx -0,696.
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

$$y = -0,727x + 2,77.$$

Теперь найдём **прямую регрессии X по Y** :

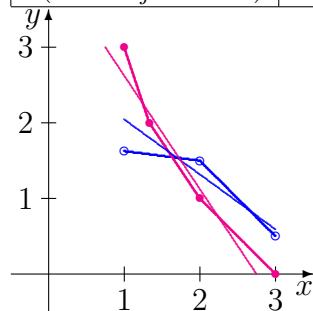
$$x = -0,667y + 2,75.$$

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

$Y \backslash X$	1	2	3	$p(Y = y_i)$	1	2	3
0	0	0	0,125	0,125	0	0	0,5
1	0,125	0,125	0,125	0,375	0,25	0,5	0,5
2	0,25	0,125	0	0,375	0,5	0,5	0
3	0,125	0	0	0,125	0,25	0	0
$p(X = x_j)$	0,5	0,25	0,25	1	1,625	1,5	0,5
$p(X = x_j Y = 0)$	0	0	1	$M[X Y = 0] = \mathbf{3}$			
$p(X = x_j Y = 1)$	0,33...	0,33...	0,33...	$M[X Y = 1] = \mathbf{2}$			
$p(X = x_j Y = 2)$	0,66...	0,33...	0	$M[X Y = 2] = \mathbf{1,33...}$			
$p(X = x_j Y = 3)$	1	0	0	$M[X Y = 3] = \mathbf{1}$			

$$\begin{aligned}
 M[X] &= 1,75, \\
 M[Y] &= 1,5, \\
 M[XY] &= 2,125, \\
 k[X, Y] &= -0,5, \\
 D[X] &= 0,6875, \\
 D[Y] &= 0,75, \\
 r[X, Y] &\approx -0,696.
 \end{aligned}$$



Изобразили **регрессию Y по X** и **регрессию X по Y** .

Найдём **прямую регрессии Y по X** .

$$y = -0,727x + 2,77.$$

Теперь найдём **прямую регрессии X по Y** :

$$x = -0,667y + 2,75.$$

Задача решена!

Задача 33. Событие ω состоит в том, что монету бросают 3 раза. Найдите закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) , где величина X сопоставляет ω количество бросков к моменту, когда впервые выпал «орёл» или закончилась данная серия бросков, и величина Y ставит ω в соответствие количество бросков, в которых выпал «орёл». Найдите условные законы распределения, регрессии Y по X и X по Y , а также прямые регрессии Y по X и X по Y .

Ответ.

Решение задачи 34.

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. Это задача из олимпиады ВУЗов России по математике для студентов нематематических специальностей, 1997 год, Уральский государственный технический университет

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. Перенумеруем участников тигриного обеда следующим образом: Вы, естественно, первый, толстый преподаватель — второй, тонкий — третий.

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 Пусть A_i — событие, заключающееся в том, что на первом шаге съели человека номер i ,
 B_j — событие, заключающееся в том, что на втором шаге тигр «схарчевал» человека номер j ,
 C_k — событие, заключающееся в том, что на третьем шаге был съеден человек с номером k .

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.
 По условию при $\{i, j, k\} = \{1, 2, 3\}$, имеем

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) =$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = 1 - p(A_1) - p(A_2) =$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = 1 - p(A_1) - p(A_2) = 1 - \frac{1}{2} - x =$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = 1 - p(A_1) - p(A_2) = 1 - \frac{1}{2} - x = \frac{1}{2} - x$.

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$.

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$.

По условию $\frac{7}{20} = p(B_1) =$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$.

По условию $\frac{7}{20} = p(B_1) = p(A_2 B_1 + A_3 B_1) =$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$.

По условию $\frac{7}{20} = p(B_1) = p(A_2 B_1 + A_3 B_1) = p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1)$.

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$, $p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$.

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$, $p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$.

Очевидно, что $A_2 = A_2 B_1 + A_2 B_3$, поэтому $p(A_2) =$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$, $p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$.
 Очевидно, что $A_2 = A_2 B_1 + A_2 B_3$, поэтому $p(A_2) = p(A_2 B_1) + p(A_2 B_3)$.

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$, $p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$.
 $p(A_2) = p(A_2 B_1) + p(A_2 B_3)$. Следовательно, в силу (20),

$$= p(A_2 B_3) =$$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$, $p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$.
 $p(A_2) = p(A_2 B_1) + p(A_2 B_3)$. Следовательно, в силу (20),

$$= p(A_2) - p(A_2 B_1) = p(A_2 B_3) =$$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$, $p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$.
 $p(A_2) = p(A_2 B_1) + p(A_2 B_3)$. Следовательно, в силу (20),

$$x - p(A_2 B_1) = p(A_2) - p(A_2 B_1) = p(A_2 B_3) =$$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$, $p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$.
 $p(A_2) = p(A_2 B_1) + p(A_2 B_3)$. Следовательно, в силу (20),

$$x - p(A_2 B_1) = p(A_2) - p(A_2 B_1) = p(A_2 B_3) = \frac{p(A_2 B_3)}{p(A_2 B_1)} p(A_2 B_1) =$$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$, $p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$.
 $p(A_2) = p(A_2 B_1) + p(A_2 B_3)$. Следовательно, в силу (20),

$$x - p(A_2 B_1) = p(A_2) - p(A_2 B_1) = p(A_2 B_3) = \frac{p(A_2 B_3)}{p(A_2 B_1)} p(A_2 B_1) = \frac{1/2 - x}{1/2} p(A_2 B_1).$$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$, $p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$.
 $p(A_2) = p(A_2 B_1) + p(A_2 B_3)$. Следовательно, в силу (20), $x - p(A_2 B_1) = (1 - 2x)p(A_2 B_1)$.

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$, $p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$.
 $p(A_2) = p(A_2 B_1) + p(A_2 B_3)$. Следовательно, в силу (20), $x - p(A_2 B_1) = (1 - 2x)p(A_2 B_1)$.
 $p(A_2 B_1) =$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$, $p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$.
 $p(A_2) = p(A_2 B_1) + p(A_2 B_3)$. Следовательно, в силу (20), $x - p(A_2 B_1) = (1 - 2x)p(A_2 B_1)$.

$$p(A_2 B_1) = \frac{x}{2(1 - x)}.$$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$, $p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$.
 $p(A_2) = p(A_2 B_1) + p(A_2 B_3)$. Следовательно, в силу (20), $x - p(A_2 B_1) = (1 - 2x)p(A_2 B_1)$.
 $p(A_2 B_1) = \frac{x}{2(1 - x)}$. Аналогично получаем $p(A_3 B_1) = \frac{2x - 1}{2(1 + 2x)}$.

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$, $p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$.
 $p(A_2) = p(A_2 B_1) + p(A_2 B_3)$. Следовательно, в силу (20), $x - p(A_2 B_1) = (1 - 2x)p(A_2 B_1)$.
 $p(A_2 B_1) = \frac{x}{2(1 - x)}$, $p(A_3 B_1) = \frac{2x - 1}{2(1 + 2x)}$. Вероятность, что Вас скушают вторым равна

$$= p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Положим $x = p(A_2)$. Тогда $p(A_3) = \frac{1}{2} - x$, $p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$.
 $p(A_2) = p(A_2 B_1) + p(A_2 B_3)$. Следовательно, в силу (20), $x - p(A_2 B_1) = (1 - 2x)p(A_2 B_1)$.
 $p(A_2 B_1) = \frac{x}{2(1 - x)}$, $p(A_3 B_1) = \frac{2x - 1}{2(1 + 2x)}$. Вероятность, что Вас скушают вторым равна

$$\frac{x}{2(1 - x)} + \frac{2x - 1}{2(1 + 2x)} = p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$$

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го, $x = p(A_2)$.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Вероятность, что Вас скушают вторым равна

$$\frac{x}{2(1-x)} + \frac{2x-1}{2(1+2x)} = p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$$

После упрощений получаем квадратное уравнение

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го, $x = p(A_2)$.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Вероятность, что Вас скушают вторым равна

$$\frac{x}{2(1-x)} + \frac{2x-1}{2(1+2x)} = p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$$

После упрощений получаем квадратное уравнение $18x^2 - 9x + 1 = 0$.

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го, $x = p(A_2)$.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Вероятность, что Вас скушают вторым равна

$$\frac{x}{2(1-x)} + \frac{2x-1}{2(1+2x)} = p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$$

После упрощений получаем квадратное уравнение $18x^2 - 9x + 1 = 0$. Его корни

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го, $x = p(A_2)$.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Вероятность, что Вас скушают вторым равна

$$\frac{x}{2(1-x)} + \frac{2x-1}{2(1+2x)} = p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$$

После упрощений получаем квадратное уравнение $18x^2 - 9x + 1 = 0$. Его корни $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{3}$.

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.

A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го, $x = p(A_2)$.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Вероятность, что Вас скушают вторым равна

$$\frac{x}{2(1-x)} + \frac{2x-1}{2(1+2x)} = p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$$

После упрощений получаем квадратное уравнение $18x^2 - 9x + 1 = 0$. Его корни $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{3}$.

Так как толстый преподаватель вкуснее, имеем $x = \frac{1}{3}$.

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

. Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.

A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го, $x = p(A_2)$.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Вероятность, что Вас скушают вторым равна

$$\frac{x}{2(1-x)} + \frac{2x-1}{2(1+2x)} = p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$$

После упрощений получаем квадратное уравнение $18x^2 - 9x + 1 = 0$. Его корни $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{3}$.

Так как толстый преподаватель вкуснее, имеем $x = \frac{1}{3}$. Искомая величина равна $\frac{1/2}{1/3} = \frac{3}{2}$.

Задача 34. (Предложена Ю.Б. Мельниковым, задача ужасов). Два преподавателя математики – толстый и тонкий – попали в клетку к голодному ненасытному тигру. Немного омрачает Вашу чистую бескорыстную радость тот факт, что Вы тоже оказались в этой клетке. Толстый преподаватель тигру больше по душе, чем тонкий, а уж Ваш тонкий вкус тигр ценит особенно высоко. На основании многочисленных экспериментов установлено, что Ваш номер

N в меню у тигра распределен по закону:

n	1	2	3
$p(N = n)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

Во сколько раз вероятность

того, что, делая выбор, тигр выберет Вас, больше вероятности того, что он выберет толстого преподавателя? Предполагается, что отношение вероятности того, что делая выбор, тигр выберет человека α к вероятности того, что он выберет человека β , не зависит от того, съеден ли уже третий человек.

Ответ. 1) Вы; 2) толстый преподаватель; 3) тонкий педагог.
 A_i сначала съели i -го, B_j — потом съели j -го, C_k — наконец, съели k -го, $x = p(A_2)$.

$$\frac{p(A_i)}{p(A_j)} = \frac{p(A_k B_i)}{p(A_k B_j)}. \quad (20)$$

Вероятность, что Вас скушают вторым равна

$$\frac{x}{2(1-x)} + \frac{2x-1}{2(1+2x)} = p(A_2 B_1) + p(A_3 B_1) = \frac{7}{20}$$

Искомая величина равна $\frac{1/2}{1/3} = \frac{3}{2}$.

Вы в полтора раза вкуснее даже самого толстого преподавателя математики!

Решение задачи 35.

Задача 35. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площадок с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадется площадка с рыбой, равна $\frac{1}{2}$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $\frac{1}{3}$, для третьей головы вероятность угоститься баранинкой равна $\frac{1}{6}$.

а) Найдите, минимально возможное число площадок, которое готовят любимому Змею верные и старательные слуги.

Задача 35. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $\frac{1}{2}$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $\frac{1}{3}$, для третьей головы вероятность угодиться баранинкой равна $\frac{1}{6}$.

а) Найдите, минимально возможное число плошек, которое готовят любимому Змею верные и старательные слуги.

Ответ. Это фрагмент задачи из олимпиады ВУЗов России по математике для студентов нематематических специальностей, 1998 год, Уральский государственный технический университет, билет для студентов экономических специальностей.

Задача 35. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $\frac{1}{2}$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $\frac{1}{3}$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $\frac{1}{6}$.

а) Найдите, минимально возможное число плошек, которое готовят любимому Змею верные и старательные слуги.

Ответ. Пусть Змею приготовили n плошек, из них n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда получаем систему отношений

Задача 35. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $\frac{1}{2}$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $\frac{1}{3}$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $\frac{1}{6}$.

а) Найдите, минимально возможное число плошек, которое готовят любимому Змею верные и старательные слуги.

Ответ. Пусть Змею приготовили n плошек, из них n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда получаем систему соотношений

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}, \\ \frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}, \\ \frac{n_3}{n} = \frac{1}{6} \end{array} \right.$$

Задача 35. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $\frac{1}{2}$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $\frac{1}{3}$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $\frac{1}{6}$.

а) Найдите, минимально возможное число плошек, которое готовят любимому Змею верные и старательные слуги.

Ответ. Пусть Змею приготовили n плошек, из них n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда получаем систему соотношений

$$\begin{cases} \frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}, \\ \frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}, \end{cases}$$

Задача 35. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадет плошка с рыбой, равна $\frac{1}{2}$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $\frac{1}{3}$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $\frac{1}{6}$.

а) Найдите, минимально возможное число плошек, которое готовят любимому Змею верные и старательные слуги.

Ответ. Пусть Змею приготовили n плошек, из них n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда получаем систему соотношений

$$\begin{cases} \frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}, \\ \frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}, \\ \frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}, \end{cases}$$

Задача 35. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадет плошка с рыбой, равна $\frac{1}{2}$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $\frac{1}{3}$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $\frac{1}{6}$.

а) Найдите, минимально возможное число плошек, которое готовят любимому Змею верные и старательные слуги.

Ответ. Пусть Змею приготовили n плошек, из них n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда получаем систему соотношений

$$\begin{cases} \frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}, \\ \frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}, \\ \frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}, \\ n = n_1 + n_2 + n_3, \end{cases}$$

Задача 35. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $\frac{1}{2}$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $\frac{1}{3}$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $\frac{1}{6}$.

а) Найдите, минимально возможное число плошек, которое готовят любимому Змею верные и старательные слуги.

Ответ. Пусть Змею приготовили n плошек, из них n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда получаем систему соотношений

$$\begin{cases} \frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}, \\ \frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}, \\ \frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}, \\ n = n_1 + n_2 + n_3, \\ n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{N}, \end{cases}$$

Задача 35. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадет плошка с рыбой, равна $\frac{1}{2}$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $\frac{1}{3}$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $\frac{1}{6}$.

а) Найдите, минимально возможное число плошек, которое готовят любимому Змею верные и старательные слуги.

Ответ. Пусть Змею приготовили n плошек, из них n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда получаем систему соотношений

$$\begin{cases} \frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}, \\ \frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}, \\ \frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}, \\ n = n_1 + n_2 + n_3, \\ n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{N}, \end{cases}$$

из которой следует, что n делится на 6, то есть $n = 6m$.

Задача 35. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадет плошка с рыбой, равна $\frac{1}{2}$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $\frac{1}{3}$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $\frac{1}{6}$.

а) Найдите, минимально возможное число плошек, которое готовят любимому Змею верные и старательные слуги.

Ответ. Пусть Змею приготовили n плошек, из них n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда получаем систему соотношений

$$\begin{cases} \frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}, \\ \frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}, \\ \frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}, \\ n = n_1 + n_2 + n_3, \\ n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{N}, \end{cases}$$

из которой следует, что n делится на 6, то есть $n = 6m$.

Таким образом, минимально возможное значение числа плошек равно 6, так как всем условиям задачи удовлетворяет следующий набор значений переменных: $(n, n_1, n_2, n_3) = (6, 3, 2, 1)$.

Решение задачи 36.

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься баранинкой равна $1/6$.

b) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ. Это фрагмент задачи из олимпиады ВУЗов России по математике для студентов нематематических специальностей, 1998 год, Уральский государственный технический университет, билет для студентов экономических специальностей.

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ. Пусть Змею приготовили n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда $n = n_1 + n_2 + n_3$, $\frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}$, $\frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}$, $\frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}$.

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ. Пусть Змею приготовили n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда $n = n_1 + n_2 + n_3$, $\frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}$, $\frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}$, $\frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}$. Из а) имеем $n_{\min} = 6$.

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ. Пусть Змею приготовили n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда $n = n_1 + n_2 + n_3$, $\frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}$, $\frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}$, $\frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}$. **Из а)** имеем $n_{\min} = 6$.

В качестве множества элементарных исходов возьмем совокупность всех упорядоченных наборов из трех плошек. Будем считать, что номер плошки в таком наборе равен номеру выбравшей эту плошку головы. Обозначим через X_k определенную на этом множестве элементарных исходов случайную величину, равную 1, если k -тая голова довольна своим выбором, и 0 — если недовольна. Тогда число X довольных голов, можно вычислить по формуле $X = X_1 + X_2 + X_3$. Математическое ожидание при этом равно $\mathbf{M}[X] =$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ. Пусть Змею приготовили n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда $n = n_1 + n_2 + n_3$, $\frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}$, $\frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}$, $\frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}$. **Из а)** имеем $n_{\min} = 6$.

В качестве множества элементарных исходов возьмем совокупность всех упорядоченных наборов из трех плошек. Будем считать, что номер плошки в таком наборе равен номеру выбравшей эту плошку головы. Обозначим через X_k определенную на этом множестве элементарных исходов случайную величину, равную 1, если k -тая голова довольна своим выбором, и 0 — если недовольна. Тогда число X довольных голов, можно вычислить по формуле $X = X_1 + X_2 + X_3$. Математическое ожидание при этом равно $\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X_1] + \mathbf{M}[X_2] + \mathbf{M}[X_3] =$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ. Пусть Змею приготовили n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда $n = n_1 + n_2 + n_3$, $\frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}$, $\frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}$, $\frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}$. **Из а)** имеем $n_{\min} = 6$.

В качестве множества элементарных исходов возьмем совокупность всех упорядоченных наборов из трех плошек. Будем считать, что номер плошки в таком наборе равен номеру выбравшей эту плошку головы. Обозначим через X_k определенную на этом множестве элементарных исходов случайную величину, равную 1, если k -тая голова довольна своим выбором, и 0 — если недовольна. Тогда число X довольных голов, можно вычислить по формуле $X = X_1 + X_2 + X_3$. Математическое ожидание при этом равно $\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X_1] + \mathbf{M}[X_2] + \mathbf{M}[X_3] =$

$$= \left(0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(0 \cdot \frac{2}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3}\right) + \left(0 \cdot \frac{5}{6} + 1 \cdot \frac{1}{6}\right) =$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ. Пусть Змею приготовили n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда $n = n_1 + n_2 + n_3$, $\frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}$, $\frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}$, $\frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}$. **Из а)** имеем $n_{\min} = 6$.

В качестве множества элементарных исходов возьмем совокупность всех упорядоченных наборов из трех плошек. Будем считать, что номер плошки в таком наборе равен номеру выбравшей эту плошку головы. Обозначим через X_k определенную на этом множестве элементарных исходов случайную величину, равную 1, если k -тая голова довольна своим выбором, и 0 — если недовольна. Тогда число X довольных голов, можно вычислить по формуле $X = X_1 + X_2 + X_3$. Математическое ожидание при этом равно $\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X_1] + \mathbf{M}[X_2] + \mathbf{M}[X_3] =$

$$= \left(0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(0 \cdot \frac{2}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3}\right) + \left(0 \cdot \frac{5}{6} + 1 \cdot \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ. Пусть Змею приготовили n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда $n = n_1 + n_2 + n_3$, $\frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}$, $\frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}$, $\frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}$. Из а) имеем $n_{\min} = 6$.

В качестве множества элементарных исходов возьмем совокупность всех упорядоченных наборов из трех плошек. Будем считать, что номер плошки в таком наборе равен номеру выбравшей эту плошку головы. Обозначим через X_k определенную на этом множестве элементарных исходов случайную величину, равную 1, если k -тая голова довольна своим выбором, и 0 — если недовольна. Тогда число X довольных голов, можно вычислить по формуле $X = X_1 + X_2 + X_3$. Математическое ожидание при этом равно $\mathbf{M}[X] = \mathbf{M}[X_1] + \mathbf{M}[X_2] + \mathbf{M}[X_3] =$

$$= \left(0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(0 \cdot \frac{2}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3}\right) + \left(0 \cdot \frac{5}{6} + 1 \cdot \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1.$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ. Пусть Змею приготовили n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда $n = n_1 + n_2 + n_3$, $\frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}$, $\frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}$, $\frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}$. **Из а)** имеем $n_{\min} = 6$. Осталось найти закон распределения числа довольных голов при $n = 6$.

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ. Пусть Змею приготовили n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда $n = n_1 + n_2 + n_3$, $\frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}$, $\frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}$, $\frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}$. **Из а)** имеем $n_{\min} = 6$. Осталось найти закон распределения числа довольных голов при $n = 6$. Подробно опишем метод вычисления $p(X = 0)$, а для остальных вариантов приведем лишь результаты.

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ. Пусть Змею приготовили n_1 плошек с рыбой, n_2 плошек с говядиной, n_3 плошек с бараниной. Тогда $n = n_1 + n_2 + n_3$, $\frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}$, $\frac{n_2}{n} = \frac{1}{3}$, $\frac{n_3}{n} = \frac{1}{6}$. **Из а)** имеем $n_{\min} = 6$.

Осталось найти закон распределения числа довольных голов при $n = 6$.

Событие $X = 0$ является суммой событий A_k , где A_1 — событие, заключающееся в том, что первая голова выбрала плошку с говядиной, вторая — с бараниной, и третья — с рыбой; A_2 — событие, заключающееся в том, что первая голова выбрала плошку с говядиной, вторая и третья — с рыбой; и т.п.. Все возможные варианты укажем в таблице, в которой в первом столбце будем указывать, что досталось первой голове, во втором — второй голове, в третьем — третьей. В «заголовке» таблицы укажем предпочтения соответствующей головы и количество плошек с предпочитаемым блюдом, причем Р означает «рыба», Г — «говядина», Б — «баранина». Имеем для события $X = 0$:

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площадок с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадет площадка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе площадок и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе площадок.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)	событие
Г	Б	Р	A_1
Г	Б	Г	A_2
Г	Р	Р	A_3
Г	Р	Г	A_4
Б	Р	Г	A_5
Б	Р	Р	A_6

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$				

В итоге получим $p(X = 0) =$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площадок с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадется площадка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе площадок и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе площадок.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)	событие
Г	Б	Р	A_1
Г	Б	Г	A_2
Г	Р	Р	A_3
Г	Р	Г	A_4
Б	Р	Г	A_5
Б	Р	Р	A_6

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$				

В итоге получим $p(X = 0) = p(A_1) + p(A_2) + p(A_3) =$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площадок с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадется площадка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе площадок и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе площадок.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)	событие
Г	Б	Р	A_1
Г	Б	Г	A_2
Г	Р	Р	A_3
Г	Р	Г	A_4
Б	Р	Г	A_5
Б	Р	Р	A_6

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$				

В итоге получим $p(X = 0) = p(A_1) + p(A_2) + p(A_3) =$

$$= \frac{2 \cdot 1 \cdot 3}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 4} =$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площадок с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадется площадка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе площадок и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе площадок.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)	событие
Г	Б	Р	A_1
Г	Б	Г	A_2
Г	Р	Р	A_3
Г	Р	Г	A_4
Б	Р	Г	A_5
Б	Р	Р	A_6

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$				

В итоге получим $p(X = 0) = p(A_1) + p(A_2) + p(A_3) =$

$$= \frac{2 \cdot 1 \cdot 3}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{19}{60}.$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)	событие
Г	Б	Р	A_1
Г	Б	Г	A_2
Г	Р	Р	A_3
Г	Р	Г	A_4
Б	Р	Г	A_5
Б	Р	Р	A_6

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$			

В итоге получим $p(X = 0) = p(A_1) + p(A_2) + p(A_3) =$

$$= \frac{2 \cdot 1 \cdot 3}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{19}{60}.$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)
Р	Б	Г
Р	Б	Р
Р	Р	Г
Р	Р	Р
Б	Г	Р
Б	Г	Г
Г	Г	Р
Г	Р	Б

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$			

$$p(X = 1) =$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площадок с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадет площадка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе площадок и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе площадок.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)
Р	Б	Г
Р	Б	Р
Р	Р	Г
Р	Р	Р
Б	Г	Р
Б	Г	Г
Г	Г	Р
Г	Р	Б

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$			

$$p(X = 1) = \frac{3 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} =$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)
Р	Б	Г
Р	Б	Р
Р	Р	Г
Р	Р	Р
Б	Г	Р
Б	Г	Г
Г	Г	Р
Г	Р	Б

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$			

$$p(X = 1) = \frac{3 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{5}{12}.$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)
Р	Б	Г
Р	Б	Р
Р	Р	Г
Р	Р	Р
Б	Г	Р
Б	Г	Г
Г	Г	Р
Г	Р	Б

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$		

$$p(X = 1) = \frac{3 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{5}{12}.$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)
Р	Г	Р
Р	Г	Г
Р	Р	Б
Г	Г	Б

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$		

$$p(X = 2) =$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площад с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадетсЯ площадкА с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе площад и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе площад.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)
Р	Г	Р
Р	Г	Г
Р	Р	Б
Г	Г	Б

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$		

$$p(X = 2) = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} =$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площадок с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадется площадка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе площадок и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе площадок.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)
Р	Г	Р
Р	Г	Г
Р	Р	Б
Г	Г	Б

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$		

$$p(X = 2) = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{13}{60}.$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площад с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадетсЯ площадка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе площад и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе площад.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)
Р	Г	Р
Р	Г	Г
Р	Р	Б
Г	Г	Б

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{13}{60}$	

$$p(X = 2) = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{13}{60}.$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)
Р	Г	Р
Р	Г	Г
Р	Р	Б
Г	Г	Б

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{13}{60}$	

$$p(X = 3) =$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)
Р	Г	Р
Р	Г	Г
Р	Р	Б
Г	Г	Б

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{13}{60}$	

$$p(X = 3) = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} =$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадет плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)
Р	Г	Р
Р	Г	Г
Р	Р	Б
Г	Г	Б

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{13}{60}$	

$$p(X = 3) = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{1}{20}.$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ.

Р(3 шт)	Г(2 шт)	Б(1 шт)
Р	Г	Р
Р	Г	Г
Р	Р	Б
Г	Г	Б

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{13}{60}$	$\frac{1}{20}$

$$p(X = 3) = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{1}{20}.$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площадок с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадется площадка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе площадок и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе площадок.

Ответ.

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{13}{60}$	$\frac{1}{20}$

Для проверки правильности вычислений вычислим сумму вероятностей:

$$p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3) =$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько плошек с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают плошки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную плошку. Вероятность того, что первой голове попадется плошка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься баранинкой равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе плошек и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе плошек.

Ответ.

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{13}{60}$	$\frac{1}{20}$

Для проверки правильности вычислений вычислим сумму вероятностей:

$$p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3) = \frac{19}{60} + \frac{5}{12} + \frac{13}{60} + \frac{1}{20} =$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площадок с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадется площадка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе площадок и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе площадок.

Ответ.

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{13}{60}$	$\frac{1}{20}$

Для проверки правильности вычислений вычислим сумму вероятностей:

$$p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3) = \frac{19}{60} + \frac{5}{12} + \frac{13}{60} + \frac{1}{20} = 1.$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площадок с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадется площадка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе площадок и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе площадок.

Ответ.

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{13}{60}$	$\frac{1}{20}$

Для проверки правильности вычислений вычислим сумму вероятностей:

$$p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3) = \frac{19}{60} + \frac{5}{12} + \frac{13}{60} + \frac{1}{20} = 1.$$

В качестве дополнительной проверки можно вычислить математическое ожидание величины X :

$$M[X] =$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площадок с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадется площадка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе площадок и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе площадок.

Ответ.

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{13}{60}$	$\frac{1}{20}$

Для проверки правильности вычислений вычислим сумму вероятностей:

$$p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3) = \frac{19}{60} + \frac{5}{12} + \frac{13}{60} + \frac{1}{20} = 1.$$

В качестве дополнительной проверки можно вычислить математическое ожидание величины X :

$$M[X] = 0 \cdot \frac{19}{60} + 1 \cdot \frac{5}{12} + 2 \cdot \frac{13}{60} + 3 \cdot \frac{1}{20} =$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площадок с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадет площадка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе площадок и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе площадок.

Ответ.

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{13}{60}$	$\frac{1}{20}$

Для проверки правильности вычислений вычислим сумму вероятностей:

$$p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3) = \frac{19}{60} + \frac{5}{12} + \frac{13}{60} + \frac{1}{20} = 1.$$

В качестве дополнительной проверки можно вычислить математическое ожидание величины X :

$$M[X] = 0 \cdot \frac{19}{60} + 1 \cdot \frac{5}{12} + 2 \cdot \frac{13}{60} + 3 \cdot \frac{1}{20} = 1,$$

Задача 36. (Предложена Ю.Б. Мельниковым) Первая голова Змея Горыныча любит рыбу, вторая — говядину, и третья — баранину. Для него приготовлено несколько площадок с соответствующей едой (рыба, говядина, баранина), закрытые крышками. После возвращения с боевого вылета, уставшие и голодные от трудов несправедливых головы Змея Горыныча выбирают площадки случайным образом. Змей себя очень любит, поэтому каждая голова выбирает только свободную площадку. Вероятность того, что первой голове попадется площадка с рыбой, равна $1/2$, вероятность, что вторая голова получит говядину — $1/3$, для третьей головы вероятность угоститься бараниной равна $1/6$.

б) Найдите математическое ожидание числа голов Змея, довольных своим выбором при любом (не обязательно минимально возможном) числе площадок и закон распределения числа довольных голов при найденном **в пункте а)** минимально возможном числе площадок.

Ответ.

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{19}{60}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{13}{60}$	$\frac{1}{20}$

Для проверки правильности вычислений вычислим сумму вероятностей:

$$p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3) = \frac{19}{60} + \frac{5}{12} + \frac{13}{60} + \frac{1}{20} = 1.$$

В качестве дополнительной проверки можно вычислить математическое ожидание величины X :

$$M[X] = 0 \cdot \frac{19}{60} + 1 \cdot \frac{5}{12} + 2 \cdot \frac{13}{60} + 3 \cdot \frac{1}{20} = 1,$$

что совпадает с результатами предыдущего расчета.

Решение задачи 37.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. Это задача из олимпиады ВУЗов России по математике для студентов нематематических специальностей, 2000 год, Уральский государственный технический университет.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. Если из сторонников A три человека попадут в одну компанию, а два других в разные, то после первого вечера останется всего три сторонника кандидата A . Во всех остальных случаях сторонников станет 6.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. Если из сторонников A три человека попадут в одну компанию, а два других в разные, то после первого вечера останется всего три сторонника кандидата A . Во всех остальных случаях сторонников станет 6.

Если у какого-нибудь кандидата число сторонников станет равным 3, то далее оно не может увеличиться, но может уменьшиться до нуля.

Случаи $3 + 6$ и $6 + 3$ после первого вечера равноправны.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. Если из сторонников A три человека попадут в одну компанию, а два других в разные, то после первого вечера останется всего три сторонника кандидата A . Во всех остальных случаях сторонников станет 6.

Если у какого-нибудь кандидата число сторонников станет равным 3, то далее оно не может увеличиться, но может уменьшиться до нуля.

Случаи $3 + 6$ и $6 + 3$ после первого вечера равноправны.

Кандидат лишится сторонников, если все три его приверженца попадут в разные компании. Найдём вероятность этого события.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно...

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно

Компанию в первую комнату можно выбрать C_9^3 способами,

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно C_9^3 .

Компанию в первую комнату можно выбрать C_9^3 способами,

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно C_9^3 .

Компанию в первую комнату можно выбрать C_9^3 способами, во вторую комнату из оставшихся 6 человек компанию можно выбрать C_6^3 способами, после чего сформируется однозначно и компания в третью комнату.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно $C_9^3 \cdot C_6^3 =$

Компанию в первую комнату можно выбрать C_9^3 способами, во вторую комнату из оставшихся 6 человек компанию можно выбрать C_6^3 способами, после чего сформируется однозначно и компания в третью комнату.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно $C_9^3 \cdot C_6^3 = \frac{9! \cdot 6!}{3! \cdot 6! \cdot 3! \cdot 3!} =$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно $C_9^3 \cdot C_6^3 = \frac{9! \cdot 6!}{3! \cdot 6! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{9!}{3!^3}$.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно $C_9^3 \cdot C_6^3 = \frac{9! \cdot 6!}{3! \cdot 6! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{9!}{3!^3}$.

Число разбиений, в которых все три сторонника попадают в разные группы равно

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно $C_9^3 \cdot C_6^3 = \frac{9! \cdot 6!}{3! \cdot 6! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{9!}{3!^3}$.

Число разбиений, в которых все три сторонника попадают в разные группы равно

Сначала в первую компанию «выбираем» 2 сторонников из 6 и одного противника из трех,

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно $C_9^3 \cdot C_6^3 = \frac{9! \cdot 6!}{3! \cdot 6! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{9!}{3!^3}$.

Число разбиений, в которых все три сторонника попадают в разные группы равно $(C_6^2 \cdot C_3^1) \cdot$

Сначала в первую компанию «выбираем» 2 сторонников из 6 и одного противника из трех,

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно $C_9^3 \cdot C_6^3 = \frac{9! \cdot 6!}{3! \cdot 6! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{9!}{3!^3}$.

Число разбиений, в которых все три сторонника попадают в разные группы равно $(C_6^2 \cdot C_3^1) \cdot$

Сначала в первую компанию «выбираем» 2 сторонников из 6 и одного противника из трех, потом во вторую компанию «выбираем» 2 сторонников из оставшихся четырех и одного противника из оставшихся двух.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно $C_9^3 \cdot C_6^3 = \frac{9! \cdot 6!}{3! \cdot 6! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{9!}{3!^3}$.

Число разбиений, в которых все три сторонника попадают в разные группы равно

$$(C_6^2 \cdot C_3^1) \cdot (C_4^2 \cdot C_2^1) =$$

Сначала в первую компанию «выбираем» 2 сторонников из 6 и одного противника из трех, потом во вторую компанию «выбираем» 2 сторонников из оставшихся четырех и одного противника из оставшихся двух.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно $C_9^3 \cdot C_6^3 = \frac{9! \cdot 6!}{3! \cdot 6! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{9!}{3!^3}$.

Число разбиений, в которых все три сторонника попадают в разные группы равно $(C_6^2 \cdot C_3^1) \cdot (C_4^2 \cdot C_2^1) = \frac{6! \cdot 3!}{2! \cdot 4! \cdot 2! \cdot 1!} \cdot \frac{4! \cdot 2}{2! \cdot 2!} =$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно $C_9^3 \cdot C_6^3 = \frac{9! \cdot 6!}{3! \cdot 6! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{9!}{3!^3}$.

Число разбиений, в которых все три сторонника попадают в разные группы равно $(C_6^2 \cdot C_3^1) \cdot (C_4^2 \cdot C_2^1) = \frac{6! \cdot 3!}{2! \cdot 4! \cdot 2! \cdot 1!} \cdot \frac{4! \cdot 2}{2! \cdot 2!} = \frac{6! \cdot 3}{4}$.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно $C_9^3 \cdot C_6^3 = \frac{9! \cdot 6!}{3! \cdot 6! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{9!}{3!^3}$.

Число разбиений, в которых все три сторонника попадают в разные группы равно $(C_6^2 \cdot C_3^1) \cdot (C_4^2 \cdot C_2^1) = \frac{6! \cdot 3!}{2! \cdot 4! \cdot 2! \cdot 1!} \cdot \frac{4! \cdot 2}{2! \cdot 2!} = \frac{6! \cdot 3}{4}$.

Итак, вероятность того, что разбиение приведет к единомыслию, равна

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно $C_9^3 \cdot C_6^3 = \frac{9! \cdot 6!}{3! \cdot 6! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{9!}{3!^3}$.

Число разбиений, в которых все три сторонника попадают в разные группы равно $(C_6^2 \cdot C_3^1) \cdot (C_4^2 \cdot C_2^1) = \frac{6! \cdot 3!}{2! \cdot 4! \cdot 2! \cdot 1!} \cdot \frac{4! \cdot 2}{2! \cdot 2!} = \frac{6! \cdot 3}{4}$.

Итак, вероятность того, что разбиение приведет к единомыслию, равна $\frac{3 \cdot 6! \cdot 3!^3}{9! \cdot 4} =$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем вероятность, что все 3 приверженца кандидата X попадут в разные компании.

Число различных разбиений на тройки равно $C_9^3 \cdot C_6^3 = \frac{9! \cdot 6!}{3! \cdot 6! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{9!}{3!^3}$.

Число разбиений, в которых все три сторонника попадают в разные группы равно

$$(C_6^2 \cdot C_3^1) \cdot (C_4^2 \cdot C_2^1) = \frac{6! \cdot 3!}{2! \cdot 4! \cdot 2! \cdot 1!} \cdot \frac{4! \cdot 2}{2! \cdot 2!} = \frac{6! \cdot 3}{4}.$$

Итак, вероятность того, что разбиение приведет к единомыслию, равна $\frac{3 \cdot 6! \cdot 3!^3}{9! \cdot 4} = \frac{9}{28}$.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28}$.

После первого вечера ситуация эквивалентна последовательному подбрасыванию монеты с вероятностью выпадения герба $\frac{9}{28}$.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28}$.

После первого вечера ситуация эквивалентна последовательному подбрасыванию монеты с вероятностью выпадения герба $\frac{9}{28}$. Поэтому вероятность наступления единомыслия в n -ый день ($n \geq 2$) равна $q^{n-2} \cdot p$, где $p = \frac{9}{28}$ и $q = 1 - p$.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28}$.

После первого вечера ситуация эквивалентна последовательному подбрасыванию монеты с вероятностью выпадения герба $\frac{9}{28}$. Поэтому вероятность наступления единомыслия в n -ый день ($n \geq 2$) равна $q^{n-2} \cdot p$, где $p = \frac{9}{28}$ и $q = 1 - p$. Таким образом, математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28}$.

После первого вечера ситуация эквивалентна последовательному подбрасыванию монеты с вероятностью выпадения герба $\frac{9}{28}$. Поэтому вероятность наступления единомыслия в n -ый день ($n \geq 2$) равна $q^{n-2} \cdot p$, где $p = \frac{9}{28}$ и $q = 1 - p$. Таким образом, математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M =$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28}$.

После первого вечера ситуация эквивалентна последовательному подбрасыванию монеты с вероятностью выпадения герба $\frac{9}{28}$. Поэтому вероятность наступления единомыслия в n -ый день ($n \geq 2$) равна $q^{n-2} \cdot p$, где $p = \frac{9}{28}$ и $q = 1 - p$. Таким образом, математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2} \cdot p =$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28}$.

После первого вечера ситуация эквивалентна последовательному подбрасыванию монеты с вероятностью выпадения герба $\frac{9}{28}$. Поэтому вероятность наступления единомыслия в n -ый день ($n \geq 2$) равна $q^{n-2} \cdot p$, где $p = \frac{9}{28}$ и $q = 1 - p$. Таким образом, математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2} \cdot p = p \cdot \underbrace{\sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}}_K =$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28}$.

После первого вечера ситуация эквивалентна последовательному подбрасыванию монеты с вероятностью выпадения герба $\frac{9}{28}$. Поэтому вероятность наступления единомыслия в n -ый день ($n \geq 2$) равна $q^{n-2} \cdot p$, где $p = \frac{9}{28}$ и $q = 1 - p$. Таким образом, математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2} \cdot p = p \cdot \underbrace{\sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}}_K = p \cdot K.$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

Сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}$ можно вычислить с помощью интегрирования и дифференцирования

степенного ряда $\sum_{n=2}^{\infty} n \cdot x^{n-2}$, но мы сделаем это иначе.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2} =$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2} = \sum_{n=2}^{\infty} (n-1+1) \cdot q^{n-2} =$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2} = \sum_{n=2}^{\infty} (n-1+1) \cdot q^{n-2} = \sum_{n=2}^{\infty} (n-1)q^{n-2} + \sum_{n=2}^{\infty} q^{n-2} =$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$\begin{aligned} K &= \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2} = \sum_{n=2}^{\infty} (n-1+1) \cdot q^{n-2} = \sum_{n=2}^{\infty} (n-1)q^{n-2} + \sum_{n=2}^{\infty} q^{n-2} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} nq^{n-1} + \frac{1}{1-q} = \end{aligned}$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$\begin{aligned} K &= \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2} = \sum_{n=2}^{\infty} (n-1+1) \cdot q^{n-2} = \sum_{n=2}^{\infty} (n-1)q^{n-2} + \sum_{n=2}^{\infty} q^{n-2} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} nq^{n-1} + \frac{1}{1-q} = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} nq^{n-1} + \frac{1}{1-q} = \end{aligned}$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$\begin{aligned} K &= \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2} = \sum_{n=2}^{\infty} (n-1+1) \cdot q^{n-2} = \sum_{n=2}^{\infty} (n-1)q^{n-2} + \sum_{n=2}^{\infty} q^{n-2} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} nq^{n-1} + \frac{1}{1-q} = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} nq^{n-1} + \frac{1}{1-q} = \frac{2-q}{1-q} + q \cdot K = \end{aligned}$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$\begin{aligned} K &= \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2} = \sum_{n=2}^{\infty} (n-1+1) \cdot q^{n-2} = \sum_{n=2}^{\infty} (n-1)q^{n-2} + \sum_{n=2}^{\infty} q^{n-2} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} nq^{n-1} + \frac{1}{1-q} = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} nq^{n-1} + \frac{1}{1-q} = \frac{2-q}{1-q} + q \cdot K = \frac{1+p}{p} + q \cdot K. \end{aligned}$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$K = \frac{1+p}{p} + q \cdot K \Rightarrow$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$K = \frac{1+p}{p} + q \cdot K \Rightarrow 1 + \frac{1}{p} = K \cdot (1 - q) =$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$K = \frac{1+p}{p} + q \cdot K \Rightarrow 1 + \frac{1}{p} = K \cdot (1 - q) = K \cdot p =$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$K = \frac{1+p}{p} + q \cdot K \Rightarrow 1 + \frac{1}{p} = K \cdot (1 - q) = K \cdot p = M.$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$K = \frac{1+p}{p} + q \cdot K \Rightarrow 1 + \frac{1}{p} = K \cdot (1 - q) = K \cdot p = M.$$

Подставляя $p = \frac{9}{28}$, получаем $M =$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$K = \frac{1+p}{p} + q \cdot K \Rightarrow 1 + \frac{1}{p} = K \cdot (1 - q) = K \cdot p = M.$$

Подставляя $p = \frac{9}{28}$, получаем $M = \frac{28}{9} + 1 =$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$K = \frac{1+p}{p} + q \cdot K \Rightarrow 1 + \frac{1}{p} = K \cdot (1 - q) = K \cdot p = M.$$

Подставляя $p = \frac{9}{28}$, получаем $M = \frac{28}{9} + 1 = \frac{37}{9} = 4,111 \dots$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Вероятность, что разбиение приведет к единомыслию: $\frac{9}{28} = p$.

Математическое ожидание M номера долгожданного дня наступления единомыслия равно

$$M = p \cdot K, \quad K = \sum_{n=2}^{\infty} n \cdot q^{n-2}, \quad q = \frac{19}{28}.$$

По формуле **суммы членов геометрической прогрессии**

$$K = \frac{1+p}{p} + q \cdot K \Rightarrow 1 + \frac{1}{p} = K \cdot (1 - q) = K \cdot p = M.$$

Подставляя $p = \frac{9}{28}$, получаем $M = \frac{28}{9} + 1 = \frac{37}{9} = 4,111 \dots$

Итак, для установления единомыслия надо в среднем чуть больше 4 вечеров.

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем теперь вероятность того, что все станут сторонниками A .

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдём теперь вероятность того, что все станут сторонниками A .

Кандидат A уменьшает число сторонников до трех и теряет шансы на победу только в случае, если 3 его сторонника попадут в одну компанию, а два других – в разные. Число таких разбиений равно

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем теперь вероятность того, что все станут сторонниками A .

Кандидат A уменьшает число сторонников до трех и теряет шансы на победу только в случае, если 3 его сторонника попадут в одну компанию, а два других – в разные. Число таких разбиений равно $C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot 3! =$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдём теперь вероятность того, что все станут сторонниками A .

Кандидат A уменьшает число сторонников до трех и теряет шансы на победу только в случае, если 3 его сторонника попадут в одну компанию, а два других – в разные. Число таких разбиений равно $C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot 3! = \frac{5! \cdot 4! \cdot 3!}{3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} =$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем теперь вероятность того, что все станут сторонниками A .

Кандидат A уменьшает число сторонников до трех и теряет шансы на победу только в случае, если 3 его сторонника попадут в одну компанию, а два других – в разные. Число таких разбиений равно $C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot 3! = \frac{5! \cdot 4! \cdot 3!}{3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3}{2} =$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем теперь вероятность того, что все станут сторонниками A .

Кандидат A уменьшает число сторонников до трех и теряет шансы на победу только в случае, если 3 его сторонника попадут в одну компанию, а два других – в разные. Число таких разбиений равно $C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot 3! = \frac{5! \cdot 4! \cdot 3!}{3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3}{2} = 3 \cdot 5!$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем теперь вероятность того, что все станут сторонниками A .

Кандидат A уменьшает число сторонников до трех и теряет шансы на победу только в случае, если 3 его сторонника попадут в одну компанию, а два других – в разные. Число таких разбиений равно $C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot 3! = \frac{5! \cdot 4! \cdot 3!}{3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3}{2} = 3 \cdot 5!$

Следовательно, вероятность такого события равна

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдём теперь вероятность того, что все станут сторонниками A .

Кандидат A уменьшает число сторонников до трех и теряет шансы на победу только в случае, если 3 его сторонника попадут в одну компанию, а два других – в разные. Число таких разбиений равно $C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot 3! = \frac{5! \cdot 4! \cdot 3!}{3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3}{2} = 3 \cdot 5!$

Следовательно, вероятность такого события равна

$$\frac{3 \cdot 5! \cdot 3!^3}{9!} =$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем теперь вероятность того, что все станут сторонниками A .

Кандидат A уменьшает число сторонников до трех и теряет шансы на победу только в случае, если 3 его сторонника попадут в одну компанию, а два других – в разные. Число таких разбиений равно $C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot 3! = \frac{5! \cdot 4! \cdot 3!}{3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3}{2} = 3 \cdot 5!$

Следовательно, вероятность такого события равна

$$\frac{3 \cdot 5! \cdot 3!^3}{9!} = \frac{2^3 \cdot 3^3}{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} =$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдём теперь вероятность того, что все станут сторонниками A .

Кандидат A уменьшает число сторонников до трех и теряет шансы на победу только в случае, если 3 его сторонника попадут в одну компанию, а два других – в разные. Число таких разбиений равно $C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot 3! = \frac{5! \cdot 4! \cdot 3!}{3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3}{2} = 3 \cdot 5!$

Следовательно, вероятность такого события равна

$$\frac{3 \cdot 5! \cdot 3!^3}{9!} = \frac{2^3 \cdot 3^3}{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} = \frac{3}{14}.$$

Задача 37. (предложена Г.Л. Ходаком) В общежитии в трех комнатах живут девять человек. При объявлении выборов из кандидатов A и B 5 человек стали симпатизировать A и 4 человека – B . По установившейся традиции каждый вечер в каждой из комнат собирается компания из трех человек. Все разбиения по компаниям и компаний по комнатам равновероятны и не зависят от предыдущих разбиений. Если в компании симпатии у всех одинаковы, то, естественно, эти симпатии сохраняются. Если же симпатии разные, то большинство из двух человек убеждает меньшинство, которое забывает о своих прежних симпатиях и присоединяется к большинству. Найдите

- а) математическое ожидание числа вечеров, за которое установится единомыслие;
- б) вероятность того, что оно будет в пользу A .

Ответ. $5 + 4 \rightarrow \begin{cases} 6 + 3 \\ 3 + 6. \end{cases}$ Найдем теперь вероятность того, что все станут сторонниками A .

Кандидат A уменьшает число сторонников до трех и теряет шансы на победу только в случае, если 3 его сторонника попадут в одну компанию, а два других – в разные. Число таких разбиений равно $C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot 3! = \frac{5! \cdot 4! \cdot 3!}{3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3}{2} = 3 \cdot 5!$

Следовательно, вероятность такого события равна

$$\frac{3 \cdot 5! \cdot 3!^3}{9!} = \frac{2^3 \cdot 3^3}{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} = \frac{3}{14}.$$

Следовательно, окончательное мнение сложится в пользу A с вероятностью $1 - \frac{3}{14} = \frac{11}{14}$.

Решение задачи 38.

Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

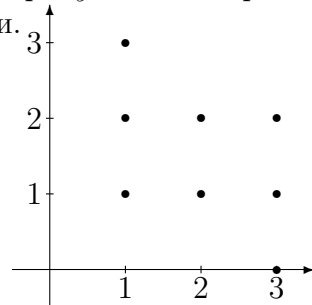
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

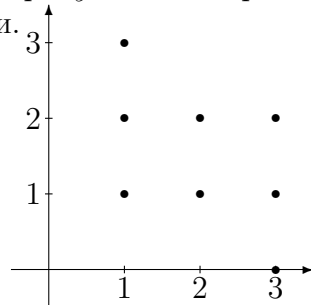
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0			
1			
2			
3			



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

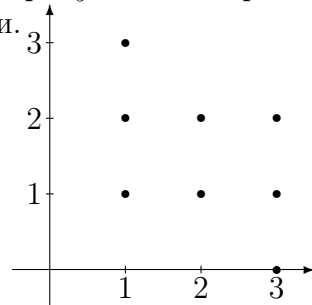
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0		
1			
2			
3			



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

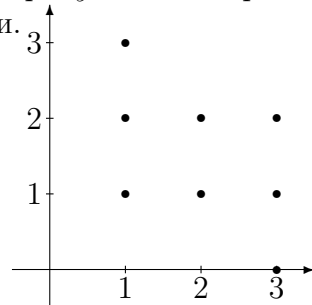
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	
1			
2			
3			



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

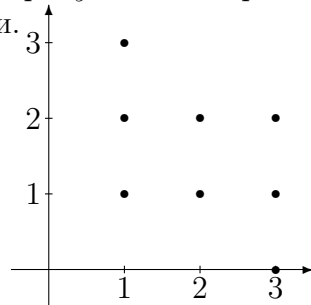
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1			
2			
3			



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

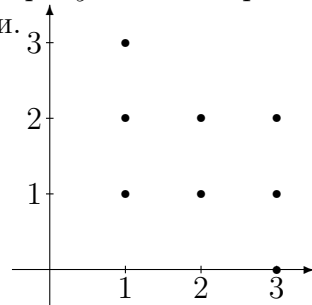
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125		
2			
3			



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

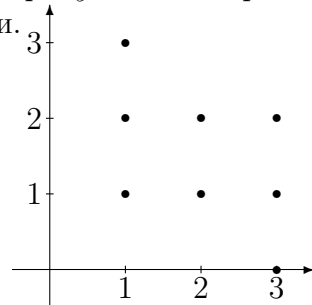
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	
2			
3			



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

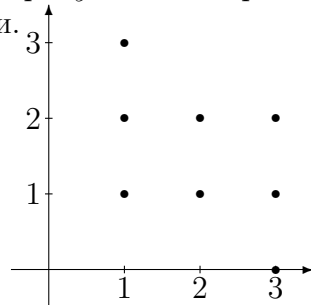
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2			
3			



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

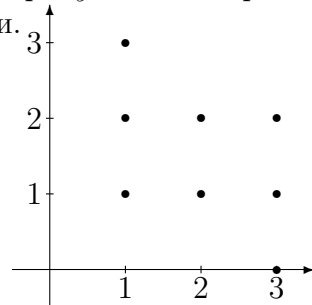
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125		
3			



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

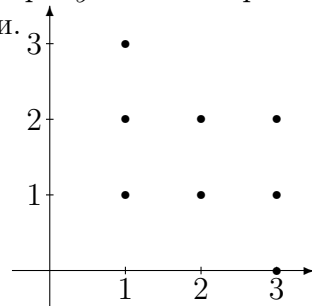
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	
3			



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

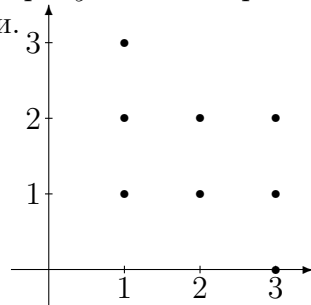
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3			



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

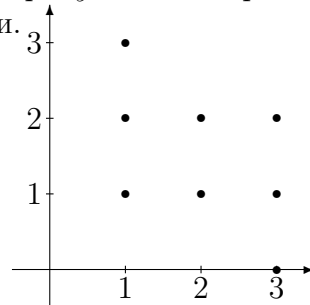
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125		



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

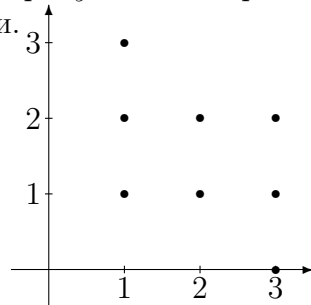
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

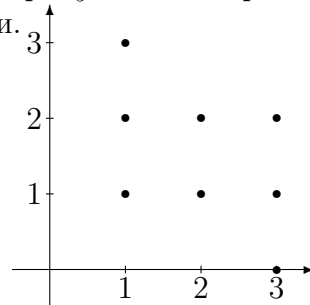


Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	
$p(X = x_i)$	

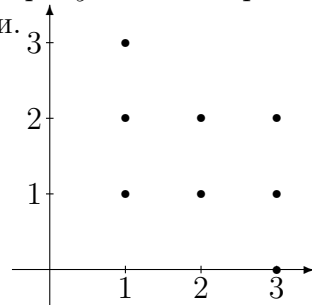


Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1
$p(X = x_i)$	

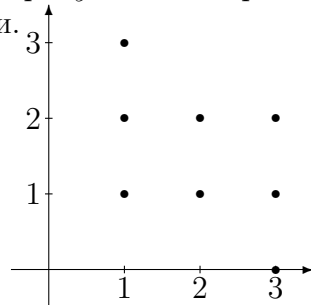


Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2
$p(X = x_i)$		

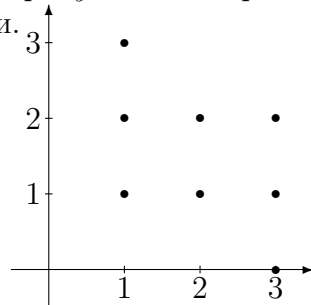


Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$			

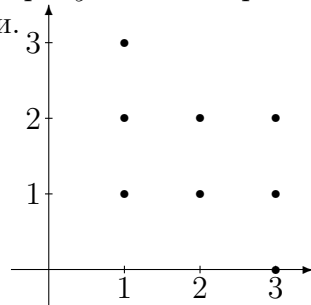


Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375		

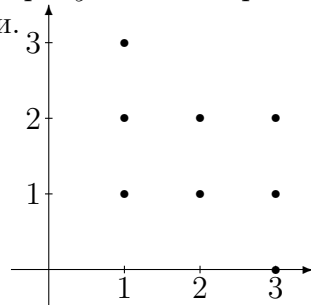


Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	

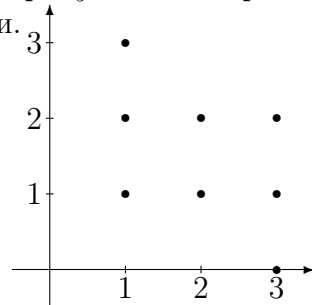


Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375



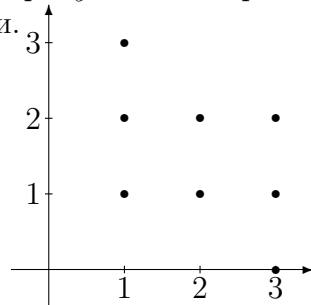
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	
$p(Y = y_i)$	

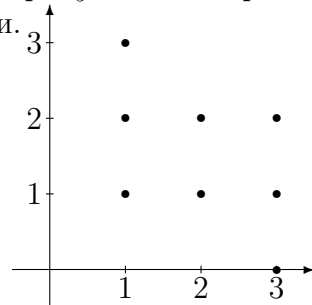


Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375
y_i	0		
$p(Y = y_i)$			

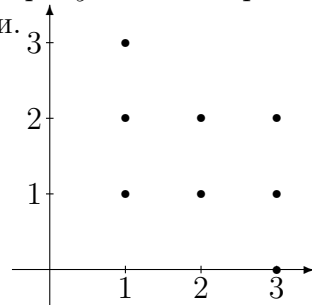


Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$				



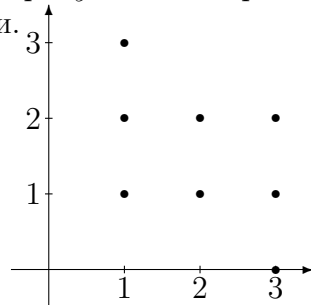
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125			



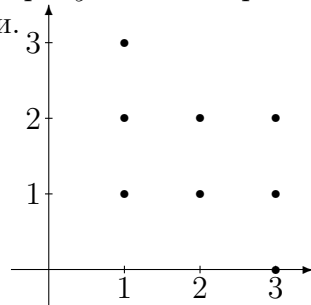
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375		



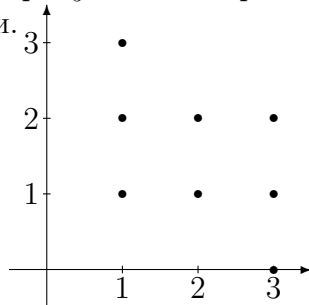
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	



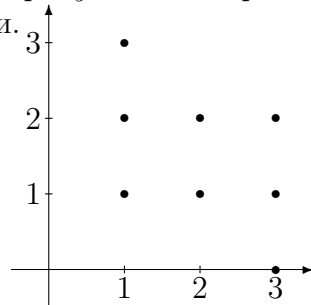
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



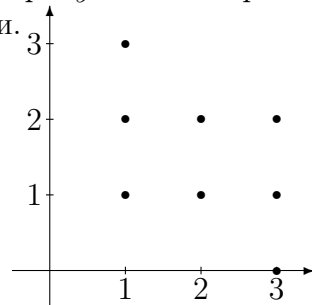
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] =$

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$M[X] =$

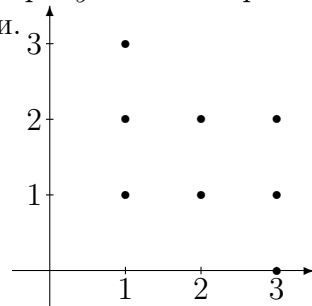
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] =$

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$$M[X] = 1 \cdot 0,375 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,375 =$$

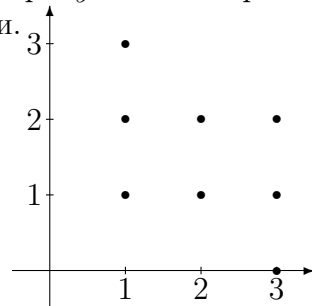
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] =$

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$$M[X] = 1 \cdot 0,375 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,375 = 2.$$

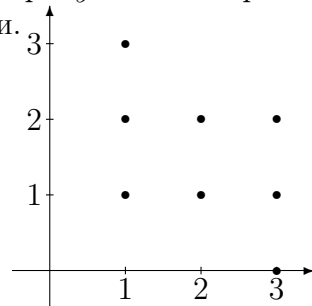
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$,

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$$M[X] = 1 \cdot 0,375 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,375 = 2.$$

Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

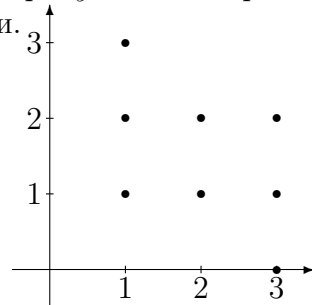
Ответ. $M[X] = 2$,

$M[Y] =$

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$M[Y] =$

Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

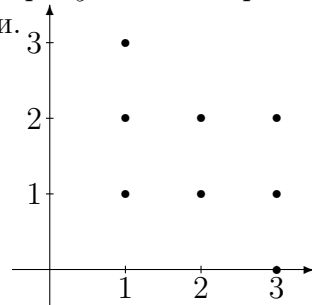
Ответ. $M[X] = 2$,

$M[Y] =$

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$$M[Y] = 0 \cdot 0,125 + 1 \cdot 0,375 + 2 \cdot 0,375 + 3 \cdot 0,125 =$$

Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

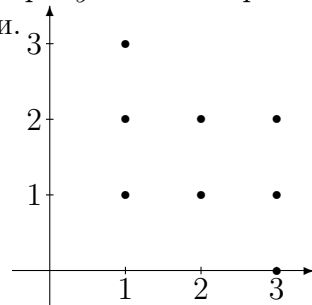
Ответ. $M[X] = 2$,

$M[Y] =$

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$$M[Y] = 0 \cdot 0,125 + 1 \cdot 0,375 + 2 \cdot 0,375 + 3 \cdot 0,125 = 1,5.$$

Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

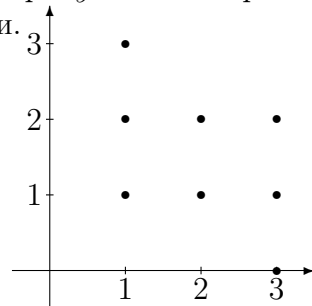
Ответ. $M[X] = 2$,

$M[Y] = 1,5$,

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$$M[Y] = 0 \cdot 0,125 + 1 \cdot 0,375 + 2 \cdot 0,375 + 3 \cdot 0,125 = 1,5.$$

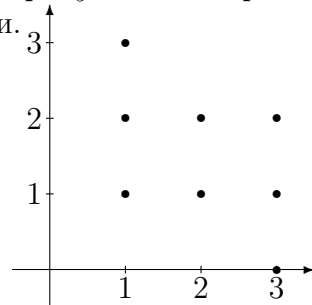
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] =$ $M[Y] = 1,5$,

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$D[X] =$

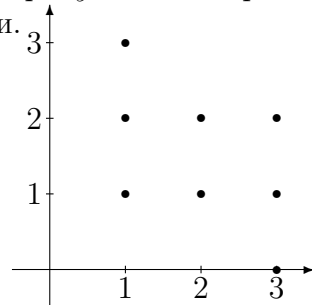
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] =$ $M[Y] = 1,5$,

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$$D[X] = M[X^2] - M^2[X] =$$

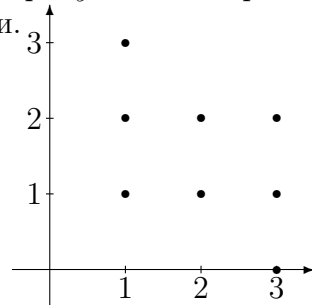
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] =$ $M[Y] = 1,5$,

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$$D[X] = M[X^2] - M^2[X] = 1^2 \cdot 0,375 + 2^2 \cdot 0,25 + 3^2 \cdot 0,375 - 2^2 =$$

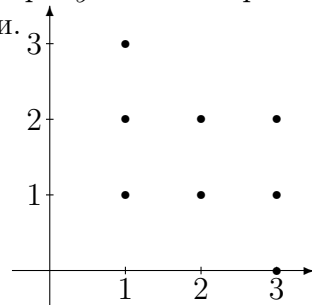
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] =$ $M[Y] = 1,5$,

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$$D[X] = M[X^2] - M^2[X] = 1^2 \cdot 0,375 + 2^2 \cdot 0,25 + 3^2 \cdot 0,375 - 2^2 = 0,75,$$

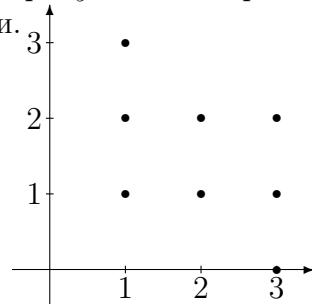
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$,

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$$D[X] = M[X^2] - M^2[X] = 1^2 \cdot 0,375 + 2^2 \cdot 0,25 + 3^2 \cdot 0,375 - 2^2 = 0,75,$$

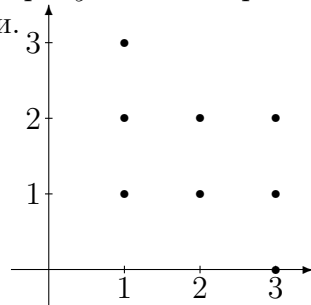
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] =$

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$D[Y] =$

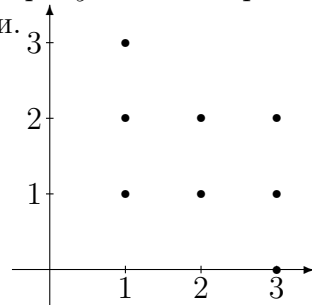
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] =$

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$$D[Y] = M[Y^2] - M^2[Y] =$$

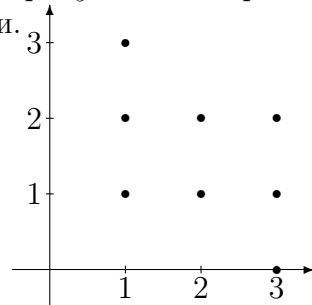
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] =$

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$$D[Y] = M[Y^2] - M^2[Y] = 0^2 \cdot 0,125 + 1^2 \cdot 0,375 + 2^2 \cdot 0,375 + 3^2 \cdot 0,125 - 1,5^2 =$$

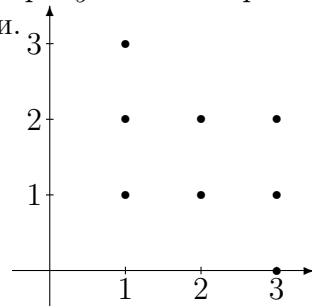
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] =$

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$$D[Y] = M[Y^2] - M^2[Y] = 0^2 \cdot 0,125 + 1^2 \cdot 0,375 + 2^2 \cdot 0,375 + 3^2 \cdot 0,125 - 1,5^2 = 0,75.$$

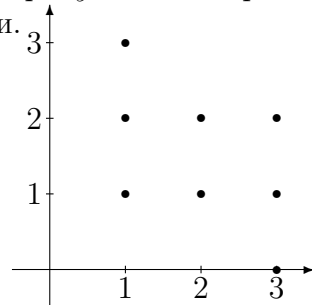
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



$$D[Y] = M[Y^2] - M^2[Y] = 0^2 \cdot 0,125 + 1^2 \cdot 0,375 + 2^2 \cdot 0,375 + 3^2 \cdot 0,125 - 1,5^2 = 0,75.$$

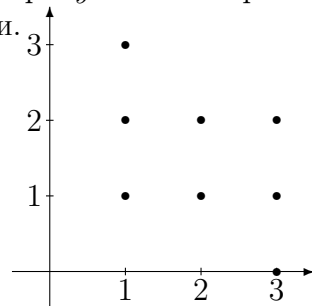
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$			

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

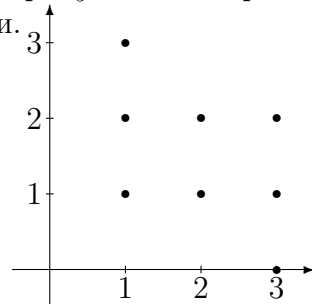
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$			

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$M[Y | X = 1] =$$

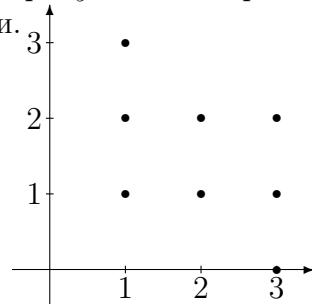
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$			

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$M[Y | X = 1] = \frac{1 \cdot p(Y = 1 | X = 1) + 2 \cdot p(Y = 2 | X = 1) + 3 \cdot p(Y = 3 | X = 1)}{p(X = 1)} =$$

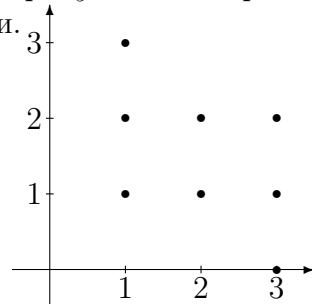
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$			

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$\begin{aligned}
 M[Y | X = 1] &= \frac{1 \cdot p(Y = 1 | X = 1) + 2 \cdot p(Y = 2 | X = 1) + 3 \cdot p(Y = 3 | X = 1)}{p(X = 1)} = \\
 &= \frac{0 \cdot 0,125 + 1 \cdot 0,125 + 2 \cdot 0,125 + 3 \cdot 0,125}{0,375} =
 \end{aligned}$$

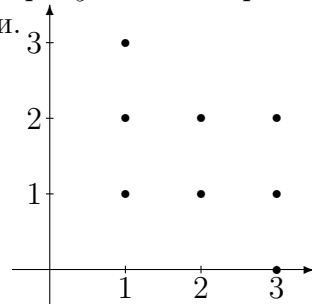
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$			

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$\begin{aligned}
 M[Y | X = 1] &= \frac{1 \cdot p(Y = 1 | X = 1) + 2 \cdot p(Y = 2 | X = 1) + 3 \cdot p(Y = 3 | X = 1)}{p(X = 1)} = \\
 &= \frac{0 \cdot 0,125 + 1 \cdot 0,125 + 2 \cdot 0,125 + 3 \cdot 0,125}{0,375} = 2.
 \end{aligned}$$

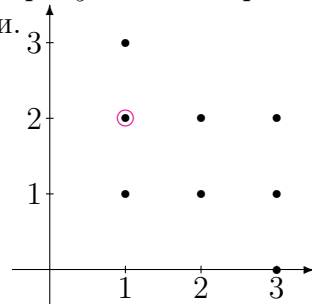
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2		

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$\begin{aligned}
 M[Y | X = 1] &= \frac{1 \cdot p(Y = 1 | X = 1) + 2 \cdot p(Y = 2 | X = 1) + 3 \cdot p(Y = 3 | X = 1)}{p(X = 1)} = \\
 &= \frac{0 \cdot 0,125 + 1 \cdot 0,125 + 2 \cdot 0,125 + 3 \cdot 0,125}{0,375} = 2.
 \end{aligned}$$

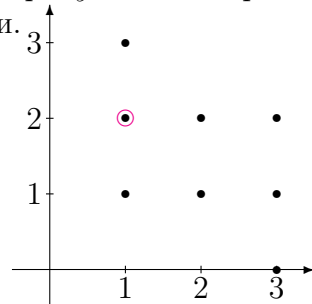
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2		

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$M[Y | X = 2] =$$

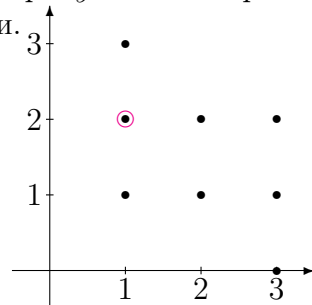
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2		

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$M[Y | X = 2] = \frac{1 \cdot p(Y = 1 | X = 2) + 2 \cdot p(Y = 2 | X = 2)}{p(X = 2)} =$$

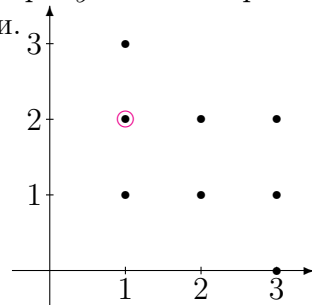
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2		

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$\begin{aligned}
 M[Y | X = 2] &= \frac{1 \cdot p(Y = 1 | X = 2) + 2 \cdot p(Y = 2 | X = 2)}{p(X = 2)} = \\
 &= \frac{1 \cdot 0,125 + 2 \cdot 0,125}{0,375} =
 \end{aligned}$$

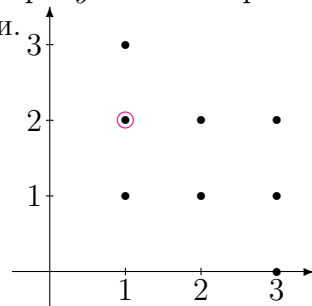
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2		

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$\begin{aligned}
 M[Y | X = 2] &= \frac{1 \cdot p(Y = 1 | X = 2) + 2 \cdot p(Y = 2 | X = 2)}{p(X = 2)} = \\
 &= \frac{1 \cdot 0,125 + 2 \cdot 0,125}{0,375} = 1,5.
 \end{aligned}$$

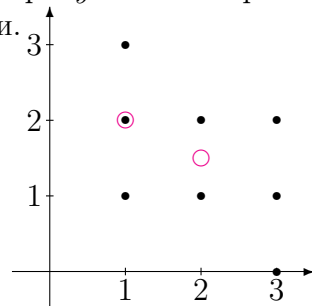
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$\begin{aligned}
 M[Y | X = 2] &= \frac{1 \cdot p(Y = 1 | X = 2) + 2 \cdot p(Y = 2 | X = 2)}{p(X = 2)} = \\
 &= \frac{1 \cdot 0,125 + 2 \cdot 0,125}{0,375} = 1,5.
 \end{aligned}$$

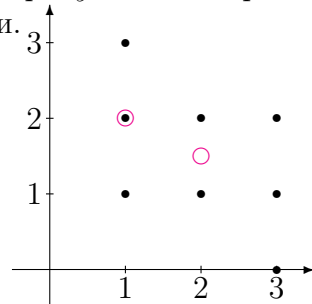
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$M[Y | X = 3] =$$

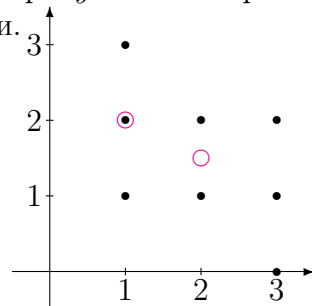
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$M[X | Y = 3] = \frac{0 \cdot p(Y = 1 | X = 3) + 1 \cdot p(Y = 2 | X = 3) + 2 \cdot p(Y = 3 | X = 3)}{p(X = 3)} =$$

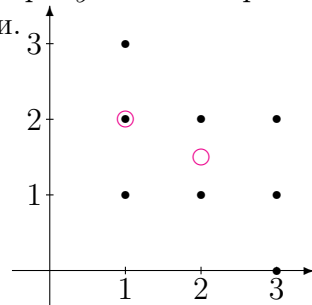
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$\begin{aligned}
 M[Y | X = 3] &= \frac{0 \cdot p(Y = 1 | X = 3) + 1 \cdot p(Y = 2 | X = 3) + 2 \cdot p(Y = 3 | X = 3)}{p(X = 3)} = \\
 &= \frac{0 \cdot 0,125 + 1 \cdot 0,125 + 2 \cdot 0,125}{0,375} =
 \end{aligned}$$

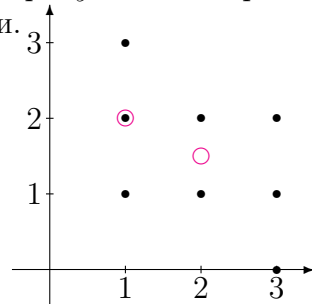
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$\begin{aligned}
 M[Y | X = 3] &= \frac{0 \cdot p(Y = 1 | X = 3) + 1 \cdot p(Y = 2 | X = 3) + 2 \cdot p(Y = 3 | X = 3)}{p(X = 3)} = \\
 &= \frac{0 \cdot 0,125 + 1 \cdot 0,125 + 2 \cdot 0,125}{0,375} = 1.
 \end{aligned}$$

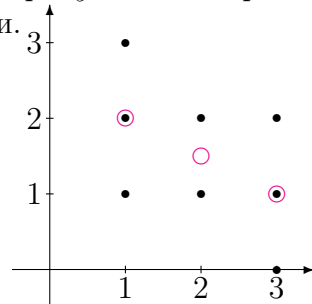
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$				

$$\begin{aligned}
 M[Y | X = 3] &= \frac{0 \cdot p(Y = 1 | X = 3) + 1 \cdot p(Y = 2 | X = 3) + 2 \cdot p(Y = 3 | X = 3)}{p(X = 3)} = \\
 &= \frac{0 \cdot 0,125 + 1 \cdot 0,125 + 2 \cdot 0,125}{0,375} = 1.
 \end{aligned}$$

Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

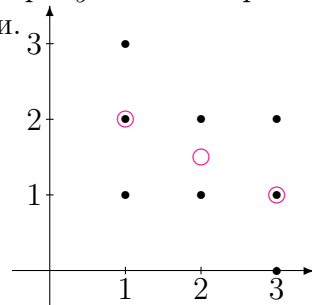
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125

x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3			



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

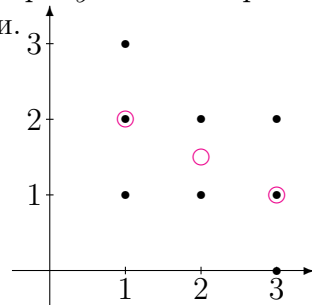
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125

x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2		



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

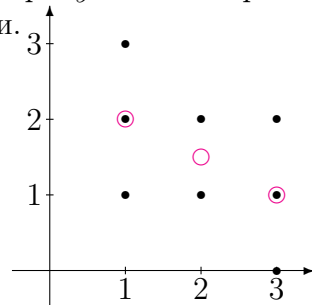
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125

x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	



Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

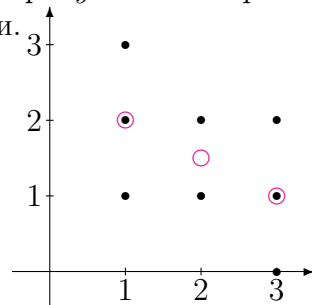
$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125

x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1



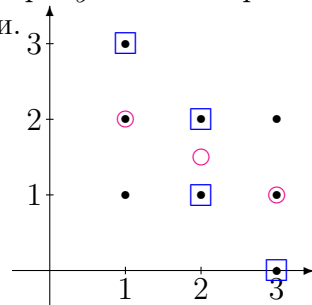
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} =$$

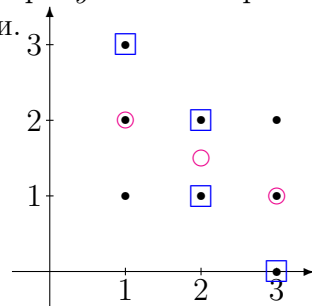
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$k_{X,Y} =$

$$= M[X \cdot Y] - M[X] \cdot M[Y] =$$

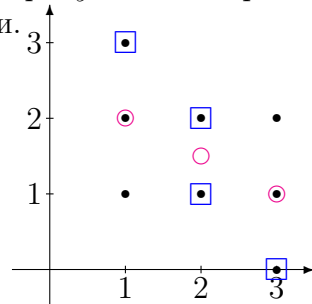
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$k_{X,Y} =$

$$= M[X \cdot Y] - M[X] \cdot M[Y] =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 0,125 + 1 \cdot 2 \cdot 0,125 + 1 \cdot 3 \cdot 0,125 + 2 \cdot 1 \cdot 0,125 + 2 \cdot 1 \cdot 0,125 + 3 \cdot 0 \cdot 0,125 + \dots - 2 \cdot 1,5 =$$

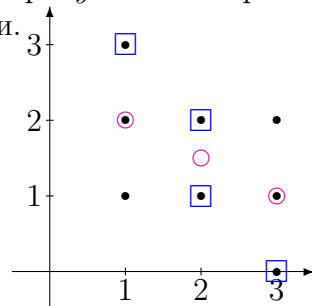
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$k_{X,Y} =$

$$= M[X \cdot Y] - M[X] \cdot M[Y] =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 0,125 + 1 \cdot 2 \cdot 0,125 + 1 \cdot 3 \cdot 0,125 + 2 \cdot 1 \cdot 0,125 + 2 \cdot 1 \cdot 0,125 + 3 \cdot 0 \cdot 0,125 + \dots - 2 \cdot 1,5 =$$

$$= -0,375.$$

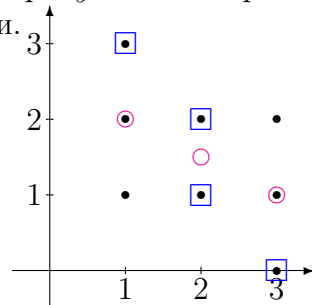
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375,$$

$$= M[X \cdot Y] - M[X] \cdot M[Y] =$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 0,125 + 1 \cdot 2 \cdot 0,125 + 1 \cdot 3 \cdot 0,125 + 2 \cdot 1 \cdot 0,125 + 2 \cdot 1 \cdot 0,125 + 3 \cdot 0 \cdot 0,125 + \dots - 2 \cdot 1,5 =$$

$$= -0,375.$$

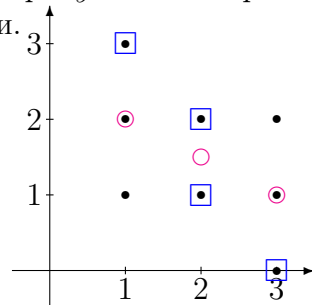
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} =$$

$$= \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} =$$

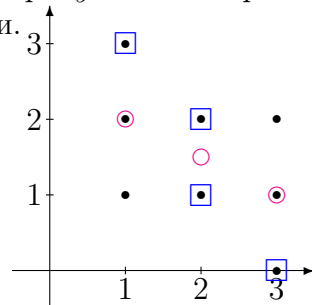
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} =$$

$$= \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} = \frac{-0,375}{\sqrt{0,75} \cdot \sqrt{0,75}} =$$

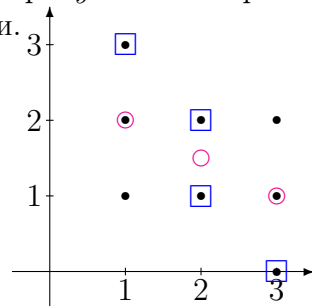
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} =$$

$$= \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} = \frac{-0,375}{\sqrt{0,75} \cdot \sqrt{0,75}} = -0,5.$$

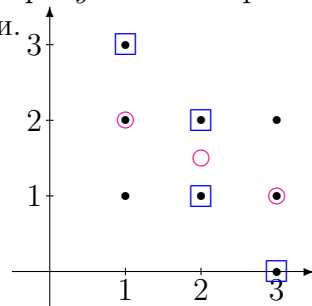
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

$$= \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} = \frac{-0,375}{\sqrt{0,75} \cdot \sqrt{0,75}} = -0,5.$$

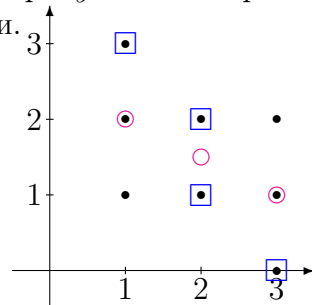
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

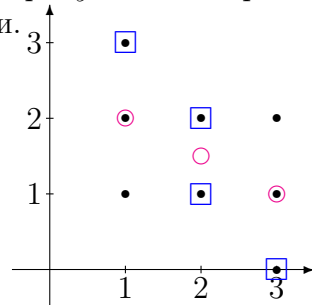
$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение линейной регрессии Y по X :

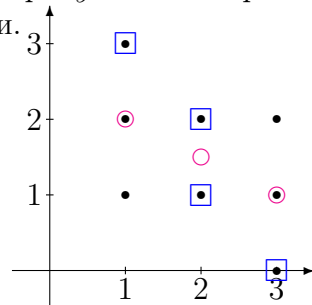
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение линейной регрессии Y по X :

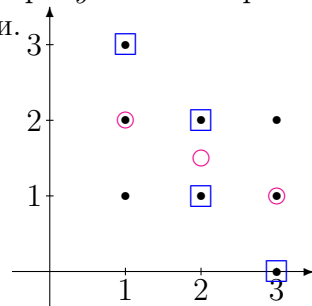
$y =$

Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение линейной регрессии Y по X :

$$y = -0,5(x - 2) + 1,5.$$

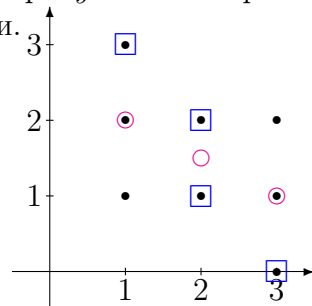
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение линейной регрессии Y по X : $y = -0,5x + 2,5$.

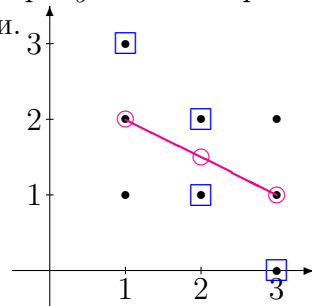
$$y = -0,5(x - 2) + 1,5.$$

Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3		y_j	0	1	2	3
$\mathbf{M} \left[Y \middle X = x_i \right]$	2	1,5	1		$\mathbf{M} \left[Y \middle X = x_i \right]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение линейной регрессии Y по X : $y = -0,5x + 2,5$.

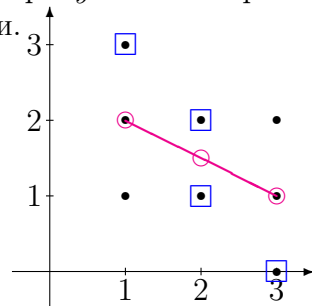
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение линейной регрессии Y по X : $y = -0,5x + 2,5$. _____

Уравнение линейной регрессии X по Y : _____

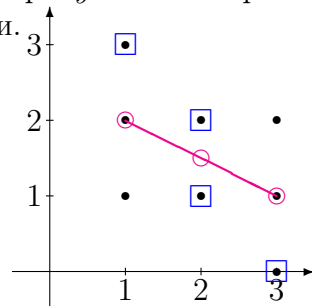
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение линейной регрессии Y по X : $y = -0,5x + 2,5$. _____

Уравнение линейной регрессии X по Y : _____

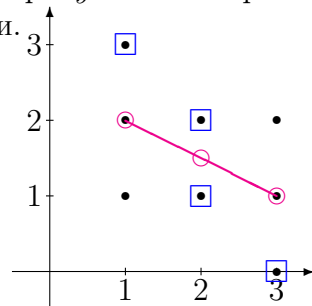
$x =$

Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$\mathbf{M}[Y X=x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$\mathbf{M}[X Y=y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение линейной регрессии Y по X : $y = -0,5x + 2,5$. _____

Уравнение линейной регрессии X по Y : _____

$$x = -0,5(y - 1,5) + 2.$$

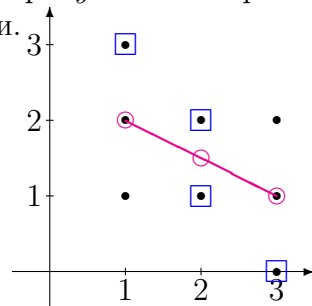
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение линейной регрессии Y по X : $y = -0,5x + 2,5$._____

Уравнение линейной регрессии X по Y : $x = -0,5y + 2,75$._____

$$x = -0,5(y - 1,5) + 2.$$

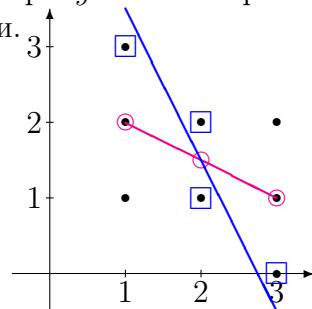
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение линейной регрессии Y по X : $y = -0,5x + 2,5$.

Уравнение линейной регрессии X по Y : $x = -0,5y + 2,75$.

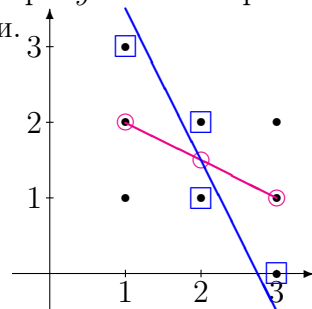
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение линейной регрессии Y по X : $y = -0,5x + 2,5$.

Уравнение линейной регрессии X по Y : $x = -0,5y + 2,75$.

При $y = 2$ из уравнения регрессии X по Y имеем $x =$

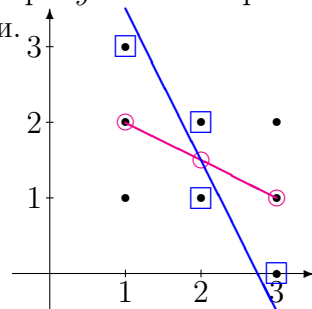
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3		y_j	0	1	2	3
$\mathbf{M} \left[Y \middle X = x_i \right]$	2	1,5	1		$\mathbf{M} \left[Y \middle X = x_i \right]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение линейной регрессии Y по X : $y = -0,5x + 2,5$.

Уравнение линейной регрессии X по Y : $x = -0,5y + 2,75$.

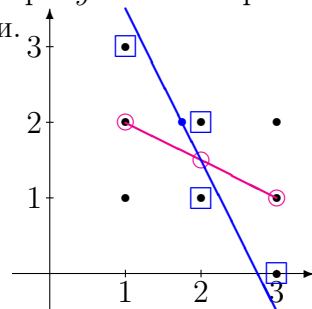
При $y = 2$ из уравнения регрессии X по Y имеем $x = 1,75$.

Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3	
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375	
y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3		y_j	0	1	2	3
$\mathbf{M} \left[Y \middle X = x_i \right]$	2	1,5	1		$\mathbf{M} \left[Y \middle X = x_i \right]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение линейной регрессии Y по X : $y = -0,5x + 2,5$.

Уравнение линейной регрессии X по Y : $x = -0,5y + 2,75$.

При $y = 2$ из уравнения регрессии X по Y имеем $x = 1,75$.

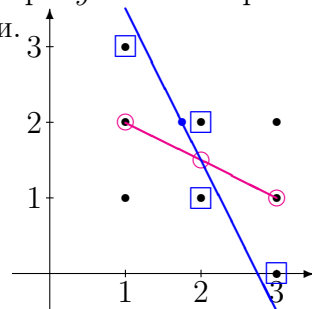
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

Уравнение линейной регрессии Y по X : $y = -0,5x + 2,5$.

Уравнение линейной регрессии X по Y : $x = -0,5y + 2,75$.

При $y = 2$ из уравнения регрессии X по Y имеем $x = 1,75$.

При $y = 3$ из уравнения регрессии X по Y имеем $x =$

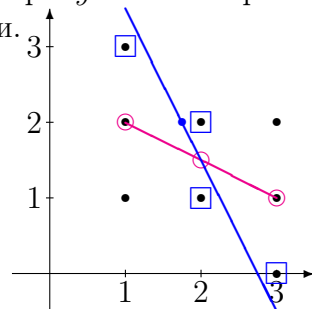
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

При $y = 2$ из уравнения регрессии X по Y имеем $x = 1,75$.

При $y = 3$ из уравнения регрессии X по Y имеем $x = 1,25$.

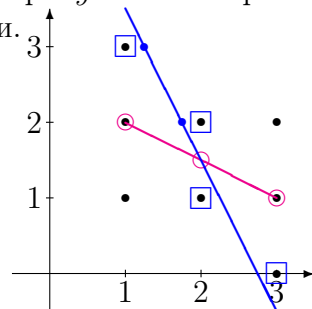
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

При $y = 2$ из уравнения регрессии X по Y имеем $x = 1,75$.

При $y = 3$ из уравнения регрессии X по Y имеем $x = 1,25$.

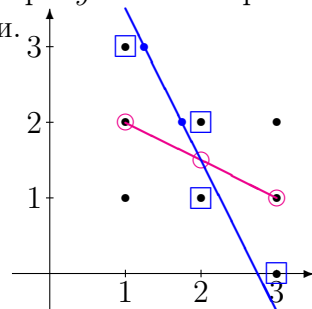
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

При $y = 2$ из уравнения регрессии X по Y имеем $x = 1,75$.

При $y = 3$ из уравнения регрессии X по Y имеем $x = 1,25$.

Как видно из чертежа, прямые регрессии действительно проходят «как можно ближе» к соответствующим регрессиям.

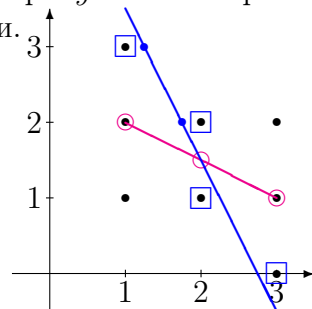
Задача 38. Некто трижды подбрасывает монету. Случайная величина (X, Y) определяется следующим образом: X — количество бросков до появления «орла» или до окончания серии (если все 3 раза выпала «решка»), Y — количество появлений «орла». Найдите таблицу распределения, условные законы распределения, регрессию X по Y и регрессию Y по X . Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение x при $y = 2$ и при $y = 3$. Изобразите на чертеже регрессию X по Y и регрессию Y по X , и прямые регрессии.

Ответ. $M[X] = 2$, $D[X] = 0,75$, $M[Y] = 1,5$, $D[Y] = 0,75$.

$y_i \backslash x_i$	1	2	3
0	0	0	0,125
1	0,125	0,125	0,125
2	0,125	0,125	0,125
3	0,125	0	0

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,375	0,25	0,375

y_i	0	1	2	3
$p(Y = y_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125



x_i	1	2	3
$M[Y X = x_i]$	2	1,5	1

y_j	0	1	2	3
$M[X Y = y_j]$	3	2	2	1

$$k_{X,Y} = -0,375, \quad r_{X,Y} = -0,5.$$

При $y = 2$ из уравнения регрессии X по Y имеем $x = 1,75$.

При $y = 3$ из уравнения регрессии X по Y имеем $x = 1,25$.

Как видно из чертежа, прямые регрессии действительно проходят «как можно ближе» к соответствующим регрессиям.

Значения, найденные из уравнения прямой регрессии, близки к условным математическим ожиданиям величины X при данном значении Y .

Решение задачи 39.

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу, укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Ответ.

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

статистическая?

Ответ. Ясно, что зависимость X от Y функциональная? так как

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ. Ясно, что зависимость X от Y функциональная, так как

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ. Ясно, что зависимость X от Y функциональная, так как при $Y = 20$ величина X может принимать 2 значения:

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ. Ясно, что зависимость X от Y функциональная, так как при $Y = 20$ величина X может принимать 2 значения: 10 и 15.

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ. Ясно, что зависимость X от Y функциональная, так как при $Y = 20$ величина X может принимать 2 значения: 10 и 15. Зависимость Y по X —

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ. Ясно, что зависимость X от Y функциональная, так как при $Y = 20$ величина X может принимать 2 значения: 10 и 15. Зависимость Y по X — функциональная,

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ. Ясно, что зависимость X от Y функциональная, так как при $Y = 20$ величина X может принимать 2 значения: 10 и 15. Зависимость Y по X — функциональная, значения Y по известному значению X определяется однозначно:

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ. Ясно, что зависимость X от Y функциональная, так как при $Y = 20$ величина X может принимать 2 значения: 10 и 15. Зависимость Y по X — функциональная, значения Y по известному значению X определяется однозначно: $Y(5) = 30$, $Y(10) = Y(15) = 20$, $Y(20) = 10$.

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают?
возрастают?

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают?

возрастают? $\bar{X} \Big|_{Y=10} =$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают?

возрастают? $\bar{X} \Big|_{Y=10} = 20$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают?

возрастают? $\bar{X}|_{Y=10} = 20$ $\bar{X}|_{Y=20} =$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают?

возрастают? $\bar{X}|_{Y=10} = 20$

$$\bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают?

возрастают? $\bar{X}|_{Y=10} = 20$

$$\bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают?

возрастают? $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу, укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают?
 возрастают? $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 \quad \bar{X}|_{Y=30} =$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу, укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают?
 возрастают? $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 \quad \bar{X}|_{Y=30} = 5.$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают?

$$\text{возрастают? } \bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5.$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

$$\text{убывают: } \bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5.$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **корреляционный момент** $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ ^{положительны?} **положительны?**

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **корреляционный момент** $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **корреляционный момент** $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} =$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$.

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$k_{X,Y} =$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} =$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\overline{X} \big|_{Y=10} = 20 > \overline{X} \big|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \overline{X} \big|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} =$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\overline{X}|_{Y=10} = 20 > \overline{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \overline{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$= \frac{1}{20} (5 \cdot 30 \cdot 8 + 10 \cdot 20 \cdot 2 + 15 \cdot 20 \cdot 3 + 20 \cdot 10 \cdot 7) -$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} =$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\overline{X}|_{Y=10} = 20 > \overline{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \overline{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$= \frac{1}{20} (5 \cdot 30 \cdot 8 + 10 \cdot 20 \cdot 2 + 15 \cdot 20 \cdot 3 + 20 \cdot 10 \cdot 7) -$$

$$- \frac{1}{20} (5 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 20 \cdot 7) \cdot$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} =$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\overline{X}|_{Y=10} = 20 > \overline{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \overline{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$= \frac{1}{20} (5 \cdot 30 \cdot 8 + 10 \cdot 20 \cdot 2 + 15 \cdot 20 \cdot 3 + 20 \cdot 10 \cdot 7) -$$

$$- \frac{1}{20} (5 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 20 \cdot 7) \cdot \frac{1}{20} (10 \cdot 7 + 20 \cdot (2 + 3) + 30 \cdot 8) =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\overline{X} =$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} =$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\overline{X}|_{Y=10} = 20 > \overline{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \overline{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$= \frac{1}{20} (5 \cdot 30 \cdot 8 + 10 \cdot 20 \cdot 2 + 15 \cdot 20 \cdot 3 + 20 \cdot 10 \cdot 7) -$$

$$- \frac{1}{20} (5 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 20 \cdot 7) \cdot \frac{1}{20} (10 \cdot 7 + 20 \cdot (2 + 3) + 30 \cdot 8) =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\overline{X} = 12,25,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y} =$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\overline{X}|_{Y=10} = 20 > \overline{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \overline{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$= \frac{1}{20} (5 \cdot 30 \cdot 8 + 10 \cdot 20 \cdot 2 + 15 \cdot 20 \cdot 3 + 20 \cdot 10 \cdot 7) -$$

$$- \frac{1}{20} (5 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 20 \cdot 7) \cdot \frac{1}{20} (10 \cdot 7 + 20 \cdot (2 + 3) + 30 \cdot 8) =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12, 25,$$

$$\bar{Y} =$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} =$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$= \frac{1}{20} (5 \cdot 30 \cdot 8 + 10 \cdot 20 \cdot 2 + 15 \cdot 20 \cdot 3 + 20 \cdot 10 \cdot 7) -$$

$$- \frac{1}{20} (5 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 20 \cdot 7) \cdot \frac{1}{20} (10 \cdot 7 + 20 \cdot (2 + 3) + 30 \cdot 8) =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,5,$$

$$\bar{Y} = 20,5,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} =$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$= \frac{1}{20} (5 \cdot 30 \cdot 8 + 10 \cdot 20 \cdot 2 + 15 \cdot 20 \cdot 3 + 20 \cdot 10 \cdot 7) -$$

$$- \frac{1}{20} (5 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 20 \cdot 7) \cdot \frac{1}{20} (10 \cdot 7 + 20 \cdot (2 + 3) + 30 \cdot 8) =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25,$$

$$\bar{Y} = 20,5,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} =$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$= \frac{1}{20} (5 \cdot 30 \cdot 8 + 10 \cdot 20 \cdot 2 + 15 \cdot 20 \cdot 3 + 20 \cdot 10 \cdot 7) -$$

$$- \frac{1}{20} (5 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 20 \cdot 7) \cdot \frac{1}{20} (10 \cdot 7 + 20 \cdot (2 + 3) + 30 \cdot 8) =$$

$$= 195 - 12,25 \cdot 20,5 =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25,$$

$$\bar{Y} = 20,5,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} =$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$= \frac{1}{20} (5 \cdot 30 \cdot 8 + 10 \cdot 20 \cdot 2 + 15 \cdot 20 \cdot 3 + 20 \cdot 10 \cdot 7) -$$

$$- \frac{1}{20} (5 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 20 \cdot 7) \cdot \frac{1}{20} (10 \cdot 7 + 20 \cdot (2 + 3) + 30 \cdot 8) =$$

$$= 195 - 12,25 \cdot 20,5 = -56,125.$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad \bar{Y} = 20,5,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{20} (5 \cdot 30 \cdot 8 + 10 \cdot 20 \cdot 2 + 15 \cdot 20 \cdot 3 + 20 \cdot 10 \cdot 7) - \\ &- \frac{1}{20} (5 \cdot 8 + 10 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 20 \cdot 7) \cdot \frac{1}{20} (10 \cdot 7 + 20 \cdot (2 + 3) + 30 \cdot 8) = \\ &= 195 - 12,25 \cdot 20,5 = -56,125. \end{aligned}$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad \bar{Y} = 20,5,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$r_{X,Y} =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,5, \quad \bar{Y} = 20,5,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12, 25,$$

$$\bar{Y} = 20, 5,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56, 125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0, 75$. Точное значение...

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56, 125}{\sqrt{\quad} \sqrt{\quad}} \approx$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx \quad \bar{Y} = 20,5,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56,125}{\sqrt{\quad} \sqrt{\quad}} \approx$$

$$D[X] =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx \quad \bar{Y} = 20,5,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56,125}{\sqrt{\quad} \sqrt{\quad}} \approx$$

$$D[X] = \overline{X^2} - \bar{X}^2 =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx \quad \bar{Y} = 20,5,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56,125}{\sqrt{\quad} \sqrt{\quad}} \approx$$

$$D[X] = \overline{X^2} - \bar{X}^2 = \frac{1}{20} (5^2 \cdot 8 + 10^2 \cdot 2 + 15^2 \cdot 3 + 20^2 \cdot 7) -$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx \quad \bar{Y} = 20,5,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56,125}{\sqrt{\quad} \sqrt{\quad}} \approx$$

$$D[X] = \overline{X^2} - \bar{X}^2 = \frac{1}{20} (5^2 \cdot 8 + 10^2 \cdot 2 + 15^2 \cdot 3 + 20^2 \cdot 7) - 12,25^2 =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx \quad \bar{Y} = 20,5,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56,125}{\sqrt{\quad} \sqrt{\quad}} \approx$$

$$D[X] = \overline{X^2} - \bar{X}^2 = \frac{1}{20} (5^2 \cdot 8 + 10^2 \cdot 2 + 15^2 \cdot 3 + 20^2 \cdot 7) - 12,25^2 = 43,688.$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56,125}{\sqrt{43,688} \sqrt{195}} \approx$$

$$D[X] = \overline{X^2} - \bar{X}^2 = \frac{1}{20} (5^2 \cdot 8 + 10^2 \cdot 2 + 15^2 \cdot 3 + 20^2 \cdot 7) - 12,25^2 = 43,688.$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] =$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

$$\text{убывают: } \bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5. \text{ Поэтому } \text{кор-}$$

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

$$\text{Грубая оценка: } r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75. \quad \text{Точное значение...}$$

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56,195}{\sqrt{43,688} \sqrt{}} \approx$$

$$D[Y] =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] =$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

$$\text{убывают: } \bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5. \text{ Поэтому } \textcolor{blue}{\text{кор-}}$$

$\textcolor{blue}{\text{реляционный момент}} k[X; Y]$ и $\textcolor{blue}{\text{коэффициент корреляции}} r[X; Y]$ отрицательны.

$$\text{Грубая оценка: } r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75. \quad \text{Точное значение...}$$

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56,125}{\sqrt{43,688} \sqrt{195}} \approx$$

$$D[Y] = \bar{Y}^2 - \bar{Y}^2 =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] =$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56,125}{\sqrt{43,688} \sqrt{195}} \approx$$

$$D[Y] = \bar{Y}^2 - \bar{Y}^2 = \frac{1}{20} (10^2 \cdot 7 + 20^2 \cdot (2 + 3) + 30^2 \cdot 8) -$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] =$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56,125}{\sqrt{43,688} \sqrt{195}} \approx$$

$$D[Y] = \bar{Y}^2 - \bar{Y}^2 = \frac{1}{20} (10^2 \cdot 7 + 20^2 \cdot (2 + 3) + 30^2 \cdot 8) - 20,5^2 =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] =$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

$$\text{убывают: } \bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5. \text{ Поэтому } \textcolor{blue}{кор-}$$

$\textcolor{blue}{реляционный момент } k[X; Y] \text{ и } \textcolor{blue}{коэффициент корреляции } r[X; Y] \text{ отрицательны.}$

$$\text{Грубая оценка: } \textcolor{blue}{r}[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75. \quad \text{Точное значение...}$$

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56,195}{\sqrt{43,688} \sqrt{74,75}} \approx$$

$$D[Y] = \bar{Y}^2 - \bar{Y}^2 = \frac{1}{20} (10^2 \cdot 7 + 20^2 \cdot (2 + 3) + 30^2 \cdot 8) - 20,5^2 = 74,75.$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

$$\text{убывают: } \bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5. \text{ Поэтому } \textcolor{blue}{\text{кор-}}$$

$\textcolor{blue}{\text{реляционный момент}} k[X; Y]$ и $\textcolor{blue}{\text{коэффициент корреляции}} r[X; Y]$ отрицательны.

$$\text{Грубая оценка: } \textcolor{blue}{r}[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75. \quad \text{Точное значение...}$$

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56,195}{\sqrt{43,688} \sqrt{74,75}} \approx$$

$$D[Y] = \bar{Y}^2 - \bar{Y}^2 = \frac{1}{20} (10^2 \cdot 7 + 20^2 \cdot (2 + 3) + 30^2 \cdot 8) - 20,5^2 = 74,75.$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125,$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56,195}{\sqrt{43,688} \sqrt{74,75}} \approx -0,982.$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

С возрастанием значений Y «средние значения» величины X при данном значении Y

убывают: $\bar{X}|_{Y=10} = 20 > \bar{X}|_{Y=20} = \frac{1}{5}(2 \cdot 10 + 3 \cdot 15) = 13 > \bar{X}|_{Y=30} = 5$. Поэтому **кор-**

реляционный момент $k[X; Y]$ и **коэффициент корреляции** $r[X; Y]$ отрицательны.

Грубая оценка: $r[X; Y] \approx \frac{5 - 20}{30 - 10} = -0,75$. Точное значение...

$$r_{X,Y} = \frac{k_{X,Y}}{\sigma[X] \cdot \sigma[Y]} \approx \frac{-56,195}{\sqrt{43,688} \sqrt{74,75}} \approx -0,982.$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75, \\ k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,5, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,5, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75,$$

$$k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \bar{X} + r_{XY} \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} (x - \bar{X}) =$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу, укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75, \\ k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \bar{X} + r_{XY} \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} (x - \bar{X}) = -1,282x + 36,237.$$

Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

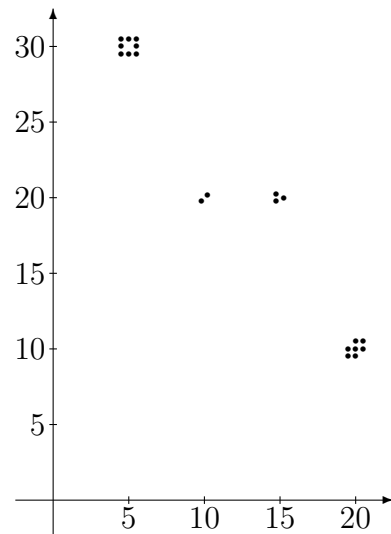
укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75, \\ k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \bar{X} + r_{XY} \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} (x - \bar{X}) = -1,282x + 36,237.$$



Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу, укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

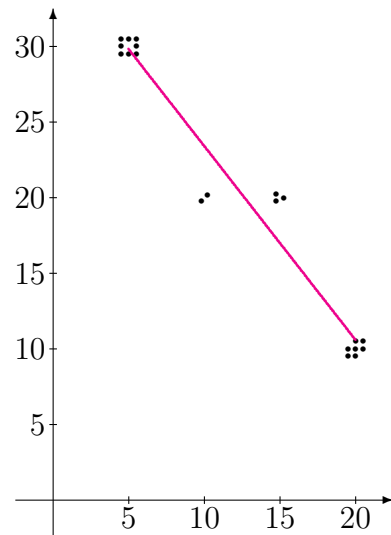
$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75, \\ k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \bar{X} + r_{XY} \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} (x - \bar{X}) = -1,282x + 36,237.$$



Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

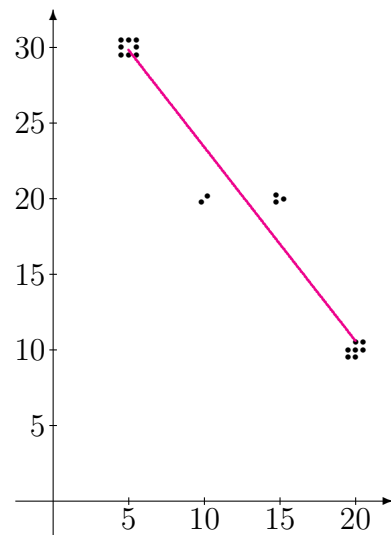
Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75, \\ k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \bar{X} + r_{XY} \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} (x - \bar{X}) = -1,282x + 36,237.$$

Уравнение регрессии X по Y :



Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите,какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

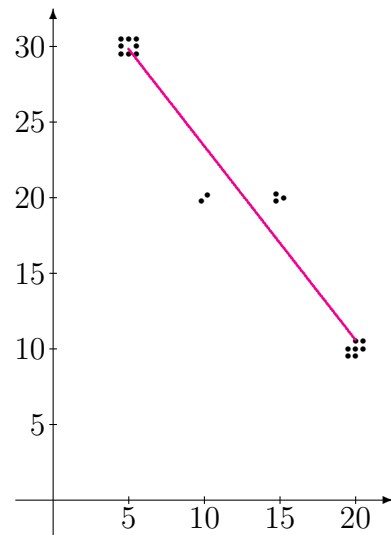
Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75, \\ k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \bar{X} + r_{XY} \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} (x - \bar{X}) = -1,282x + 36,237.$$

Уравнение регрессии X по Y : $x =$



Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

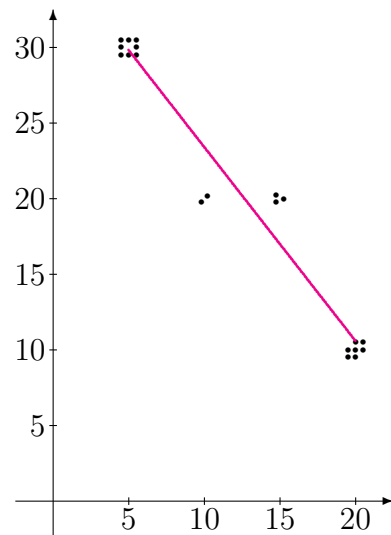
Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75, \\ k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \bar{X} + r_{XY} \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} (x - \bar{X}) = -1,282x + 36,237.$$

Уравнение регрессии X по Y : $x = -0,751y + 27,642$.



Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

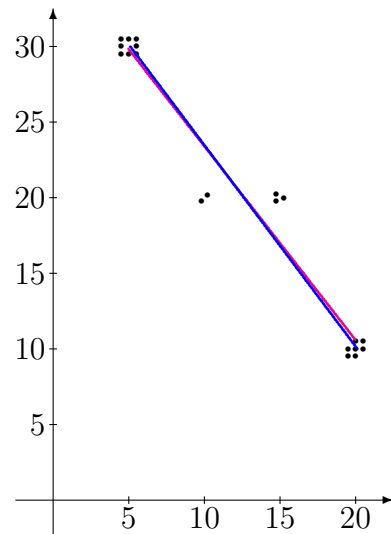
Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75, \\ k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \bar{X} + r_{XY} \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} (x - \bar{X}) = -1,282x + 36,237.$$

Уравнение регрессии X по Y : $x = -0,751y + 27,642.$



Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

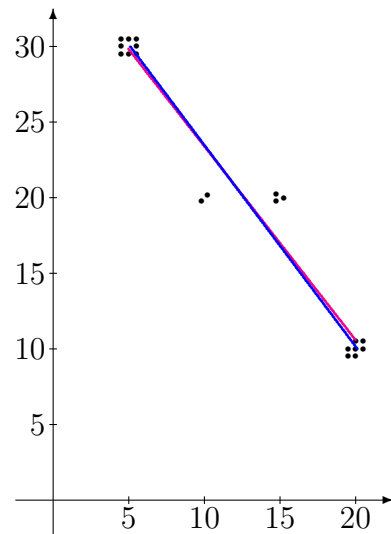
$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75, \\ k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \bar{X} + r_{XY} \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} (x - \bar{X}) = -1,282x + 36,237.$$

Уравнение регрессии X по Y : $x = -0,751y + 27,642.$

Отсюда при $y = 20$ получаем $x =$



Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

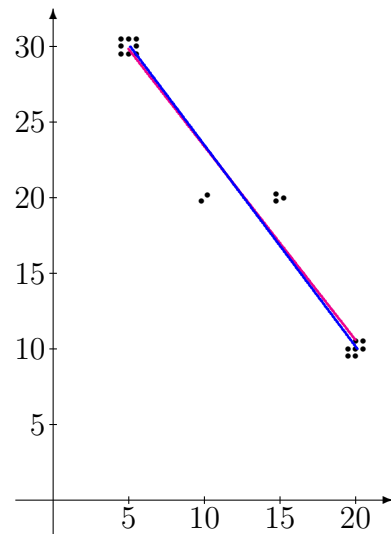
$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75, \\ k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \bar{X} + r_{XY} \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} (x - \bar{X}) = -1,282x + 36,237.$$

Уравнение регрессии X по Y : $x = -0,751y + 27,642.$

Отсюда при $y = 20$ получаем $x = 12,625$,



Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

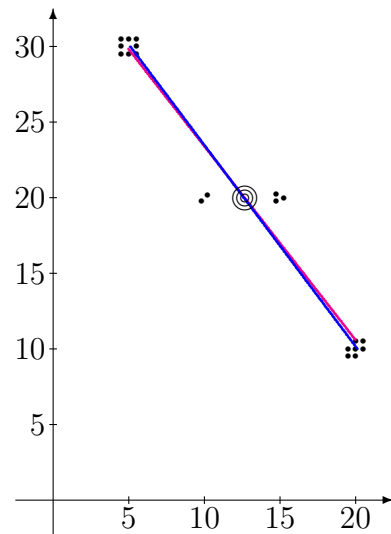
$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75, \\ k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \bar{X} + r_{XY} \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} (x - \bar{X}) = -1,282x + 36,237.$$

Уравнение регрессии X по Y : $x = -0,751y + 27,642.$

Отсюда при $y = 20$ получаем $x = 12,625$,



Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75, \\ k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

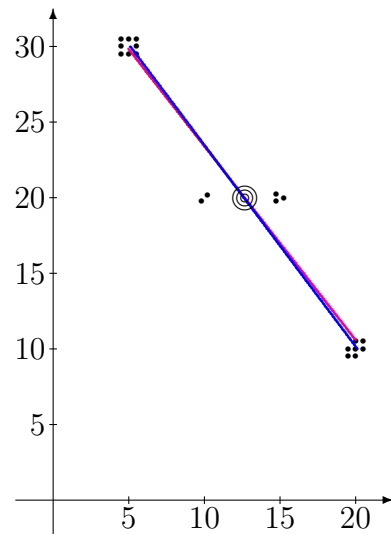
Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \bar{X} + r_{XY} \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} (x - \bar{X}) = -1,282x + 36,237.$$

Уравнение регрессии X по Y : $x = -0,751y + 27,642.$

Отсюда при $y = 20$ получаем $x = 12,625$,

что близко к $\bar{X}|_{y=20} =$



Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

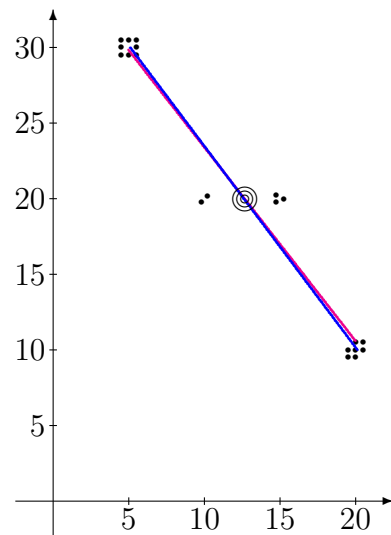
$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75, \\ k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$y = \bar{X} + r_{XY} \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} (x - \bar{X}) = -1,282x + 36,237.$$

Уравнение регрессии X по Y : $x = -0,751y + 27,642.$

Отсюда при $y = 20$ получаем $x = 12,625$,
что близко к $\bar{X}|_{y=20} = 13$.



Задача 39. По результатам наблюдений, занесенным в регрессионную таблицу,

$Y \backslash X$	5	10	15	20
10	0	0	0	7
20	0	2	3	0
30	8	0	0	0

укажите, какой характер имеет зависимость X от Y и Y от X : функциональный, статистический, или эти величины независимы. Укажите знак коэффициента корреляции и корреляционного момента и его примерное значение. Найдите уравнение линейной регрессии X по Y и уравнение линейной регрессии Y по X . Вычислите из уравнения регрессии X по Y значение абсциссы x при $y = 20$, поясните смысл полученного значения величины x .

Ответ.

$$\bar{X} = 12,25, \quad D_B[X] \approx 43,688, \quad \bar{Y} = 20,5, \quad D_B[Y] = 74,75, \\ k_{X,Y} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = -56,125, \quad r_{X,Y} = -0,982.$$

Уравнение регрессии Y по X имеет вид

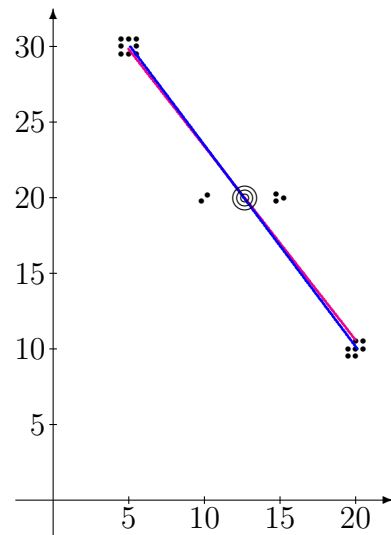
$$y = \bar{X} + r_{XY} \frac{\sigma[Y]}{\sigma[X]} (x - \bar{X}) = -1,282x + 36,237.$$

Уравнение регрессии X по Y : $x = -0,751y + 27,642.$

Отсюда при $y = 20$ получаем $x = 12,625$,

что близко к $\bar{X}|_{y=20} = 13$.

Это естественно, т.к. прямая регрессии представляет собой «сглаженную» экспериментальную регрессию.



Спасибо

за

ВНИМАНИЕ!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: <http://melnikov.k66.ru>, <http://melnikov.web.ur.ru>

