Министерство образования и науки РФ

Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Задачи «с параметрами»

Раздел электронного пособия «Элементарная математика»

e-mail: melnikov@k66.ru, UriiMelnikov58@gmail.com
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург

2014

I. Инструкция к пособию

I. Инструкция к пособию

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

В других программах встроенные скрипты могут не работать или работать некорректно.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

Вернуться из презентации любой лекции и практического занятия к файлу 0000Spisok.pdf можно двумя способами:
во-первых, с титульного листа с помощью гиперссылки, отмеченной словосочетанием «электронного учебника» во фразе «Раздел электронного учебника»;
во-вторых, с последней страницы, по гиперссылке «Вернуться к списку презентаций».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш `Ctrl+L` (т.е. одновременным нажатием клавиш «`Ctrl`» и «`L`»).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш `Ctrl+L` (т.е. одновременным нажатием клавиш «`Ctrl`» и «`L`»).

Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «`Page Up`» или «`Page Down`».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш `Ctrl+L` (т.е. одновременным нажатием клавиш «`Ctrl`» и «`L`»).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш `Ctrl+L` (т.е. одновременным нажатием клавиш «`Ctrl`» и «`L`»).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

«Откат», т. е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш `Alt` и $\leftarrow$.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш `Ctrl+L` (т.е. одновременным нажатием клавиш «`Ctrl`» и «`L`»).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

II. Введение

Рассмотрим равенство, в левой или правой частях которых содержатся переменные, например, $x^2 - 2x = 3$.

II. Введение

Рассмотрим равенство, в левой или правой частях которых содержатся переменные, например, $x^2 - 2x = 3$.

Обычно такое равенство мы воспринимаем как уравнение, т.е. равенство с поставленной для него целью, связанной с корнями уравнения.

Примеры таких целей:

— найти все корни уравнения;

II. Введение

Рассмотрим равенство, в левой или правой частях которых содержатся переменные, например, $x^2 - 2x = 3$.

Обычно такое равенство мы воспринимаем как уравнение, т.е. равенство с поставленной для него целью, связанной с корнями уравнения.

Примеры таких целей:

— найти все корни уравнения;

— найти сумму всех корней уравнения;

II. Введение

Рассмотрим равенство, в левой или правой частях которых содержатся переменные, например, $x^2 - 2x = 3$.

Обычно такое равенство мы воспринимаем как уравнение, т.е. равенство с поставленной для него целью, связанной с корнями уравнения.

Примеры таких целей:

— найти все корни уравнения;

— найти сумму всех корней уравнения;

— найти произведение корней;

II. Введение

Рассмотрим равенство, в левой или правой частях которых содержатся переменные, например, $x^2 - 2x = 3$.

Обычно такое равенство мы воспринимаем как уравнение, т.е. равенство с поставленной для него целью, связанной с корнями уравнения.

Примеры таких целей:

— найти все корни уравнения;

— найти сумму всех корней уравнения;

— найти произведение корней;

— найти наибольшее или наименьшее из корней;

II. Введение

Рассмотрим равенство, в левой или правой частях которых содержатся переменные, например, $x^2 - 2x = 3$.

Обычно такое равенство мы воспринимаем как уравнение, т.е. равенство с поставленной для него целью, связанной с корнями уравнения.

Примеры таких целей:

— найти все корни уравнения;

— найти сумму всех корней уравнения;

— найти произведение корней;

— найти наибольшее или наименьшее из корней;

— найти сумму квадратов корней и др.

III. Типы задач с параметрами

Обычно выделяют два типа задач «с параметрами».

III. Типы задач с параметрами

«Прямая» задача — для допустимых значений параметра решить систему отношений, найти число корней и др.

Обычно выделяют два типа задач «с параметрами».

III. Типы задач с параметрами

«Прямая» задача — для допустимых значений параметра решить систему отношений, найти число корней и др.

«Обратная» или **«косвенная» задача** —найти значения параметра, при которых решения системы уравнений и неравенств имеют такие-то свойства.

Обычно выделяют два типа задач «с параметрами».

IV. «Прямые» задачи с параметрами

«Прямая» задача —для допустимых значений параметра решить систему отношений, найти число корней и др.

Несмотря на то, что мы «вроде бы знаем», что значит «решить уравнение», проблемы начинаются уже с формы записи ответа.

IV.1. Что значит «решить прямую задачу с параметрами»

«Прямая» задача —для допустимых значений параметра решить систему отношений, найти число корней и др.

Решить «прямую» задачу означает, что Вы готовы сыграть в такую «игру»: некто «бросает вам мячик», то есть задает значение параметра, а Вы в ответ возвращаете либо множество решений исходной системы отношений, либо сообщаете, что решений нет.

IV.1. Что значит «решить прямую задачу с параметрами»

«Прямая» задача —для допустимых значений параметра решить систему отношений, найти число корней и др.

Решить «прямую» задачу означает, что Вы готовы сыграть в такую «игру»: некто «бросает вам мячик», то есть задает значение параметра, а Вы в ответ возвращаете либо множество решений исходной системы отношений, либо сообщаете, что решений нет.

Например, такому пониманию решения **«прямой» задачи** соответствует следующая система...

IV.1. Что значит «решить прямую задачу с параметрами»

«Прямая» задача —для допустимых значений параметра решить систему отношений, найти число корней и др.

$$\begin{cases} \text{если} & a < -1, & \text{то} & x \in \left[a-5; a^2\right), \\ \text{если} & -1 \le a \le 5, & \text{то} & \text{решений нет} \\ \text{если} & a > 5, & \text{то} & x \in [a; +\infty). \end{cases}$$

Решить «прямую» задачу означает, что Вы готовы сыграть в такую «игру»: некто «бросает вам мячик», то есть задает значение параметра, а Вы в ответ возвращаете либо множество решений исходной системы отношений, либо сообщаете, что решений нет.

Например, такому пониманию решения **«прямой» задачи** соответствует следующая система...

IV.1. Что значит «решить прямую задачу с параметрами»

«Прямая» задача – для допустимых значений параметра решить систему отношений, найти число корней и др.

$$\begin{cases} \text{если} & a < -1, & \text{то} & x \in \left[a-5; a^2\right), \\ \text{если} & -1 \le a \le 5, & \text{то} & \text{решений нет} \\ \text{если} & a > 5, & \text{то} & x \in [a; +\infty). \end{cases}$$

IV.1. Что значит «решить прямую задачу с параметрами»

«Прямая» задача – для допустимых значений параметра решить систему отношений, найти число корней и др.

$$\begin{cases} \text{если} & a < -1, & \text{то} & x \in \left[a-5; a^2\right), \\ \text{если} & -1 \le a \le 5, & \text{то} & \text{решений нет} \\ \text{если} & a > 5, & \text{то} & x \in [a; +\infty). \end{cases}$$

Например, пусть $a = -5$.

IV.1. Что значит «решить прямую задачу с параметрами»

«Прямая» задача – для допустимых значений параметра решить систему отношений, найти число корней и др.

$$\begin{cases} \textbf{если} & \mathbf{a} < \mathbf{-1}, & \text{то} & x \in \left[a-5; a^2\right), \\ \text{если} & -1 \le a \le 5, & \text{то} & \text{решений нет} \\ \text{если} & a > 5, & \text{то} & x \in [a; +\infty). \end{cases}$$

Например, пусть $a = -5$. Тогда $a = -5 < -1$.

IV.1. Что значит «решить прямую задачу с параметрами»

«Прямая» задача – для допустимых значений параметра решить систему отношений, найти число корней и др.

$$\begin{cases} \text{если} & a < -1, & \textbf{то} & \mathbf{x} \in \left[\mathbf{a} - \mathbf{5}; \mathbf{a}^{\mathbf{2}}\right), \\ \text{если} & -1 \le a \le 5, & \text{то} & \text{решений нет} \\ \text{если} & a > 5, & \text{то} & x \in [a; +\infty) \,. \end{cases}$$

Например, пусть $a = -5$. Тогда $a = -5 < -1$.
Поэтому $x \in \left[a - 5; a^2\right)$

IV.1. Что значит «решить прямую задачу с параметрами»

«Прямая» задача – для допустимых значений параметра решить систему отношений, найти число корней и др.

$$\begin{cases} \text{если} & a < -1, & \textbf{то} & \mathbf{x \in \left[a - 5; a^2\right)}, \\ \text{если} & -1 \le a \le 5, & \text{то} & \text{решений нет} \\ \text{если} & a > 5, & \text{то} & x \in [a; +\infty). \end{cases}$$

Например, пусть $a = -5$. Тогда $a = -5 < -1$.
Поэтому $x \in \left[a - 5; a^2\right)$, т.е.

IV.1. Что значит «решить прямую задачу с параметрами»

«Прямая» задача – для допустимых значений параметра решить систему отношений, найти число корней и др.

$$\begin{cases} \text{если} & a < -1, & \textbf{то} & \mathbf{x} \in \left[\mathbf{a} - \mathbf{5}; \mathbf{a^2}\right), \\ \text{если} & -1 \le a \le 5, & \text{то} & \text{решений нет} \\ \text{если} & a > 5, & \text{то} & x \in [a; +\infty). \end{cases}$$

$\mathbf{a = -5}$, $\quad x \in \left[-5-5; (-5)^2\right) = [-10; 100).$

IV.2. Некоторые нюансы «решения прямых задач с параметрами»

Во-первых, процесс получения ответа, в основном, мало отличается от процесса поиска решения «обычных» уравнений.

IV.2. Некоторые нюансы «решения прямых задач с параметрами»

Во-первых, процесс получения ответа, в основном, мало отличается от процесса поиска решения «обычных» уравнений.

Во-вторых, при записи ответа следует обращать особое внимание на те значения параметра, при которых образается в 0 знаменатель, становится нулевым или отрицательным аргумент логарифма, аргумент арксинуса или арккосинуса будет больше 1 по абсолютной величине и др.

Пример 1. *Решите уравнения*

а) $2 + x = 5 - a;$

б) $ax + a^2 = x + a;$

в) $x^2 = a + 2;$

г) $2x - x^2 = 2a - 3;$

д) $\sin x = 4 - a;$

е) $3^{ax} = a(1 - a).$

Решение.

Пример 1. *Решите уравнения*

а) $2 + x = 5 - a;$

Решение.

Пример 1. *Решите уравнения*

а) $2 + x = 5 - a;$

Решение. $2 + x = 5 - a \;\Leftrightarrow$

Пример 1. *Решите уравнения*

a) $2 + x = 5 - a$;

Решение. $2 + x = 5 - a \;\Leftrightarrow\; x = 3 - a.$

Пример 1. *Решите уравнения*

a) $2 + x = 5 - a;$

Решение. $2 + x = 5 - a \iff x = 3 - a.$

Ответ: $\boxed{x = 3 - a.}$

Пример 1. *Решите уравнения*

б) $ax + a^2 = x + a;$

Решение.

Пример 1. *Решите уравнения*

б) $ax + a^2 = x + a;$

Решение. $ax + a^2 = x + a \ \Leftrightarrow$

Пример 1. *Решите уравнения*

б) $ax + a^2 = x + a;$

Решение. $ax + a^2 = x + a \;\Leftrightarrow\; x(a-1) = a - a^2 \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; x(a-1) - a(a-1) = 0 \;\Leftrightarrow$

Пример 1. *Решите уравнения*

б) $ax + a^2 = x + a;$

Решение. $ax + a^2 = x + a \;\Leftrightarrow\; x(a-1) = a - a^2 \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; x(a-1) - a(a-1) = 0 \;\Leftrightarrow\; (x-a)(a-1) = 0 \;\Leftrightarrow$

Пример 1. *Решите уравнения*

б) $ax + a^2 = x + a;$

Решение. $ax + a^2 = x + a \;\Leftrightarrow\; x(a-1) = a - a^2 \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; x(a-1) - a(a-1) = 0 \;\Leftrightarrow\; (x-a)(a-1) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} x = a, \\ a = 1. \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

б) $ax + a^2 = x + a;$

Решение. $ax + a^2 = x + a \;\Leftrightarrow\; x(a-1) = a - a^2 \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; x(a-1) - a(a-1) = 0 \;\Leftrightarrow\; (x-a)(a-1) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} x = a, \\ a = 1. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a \neq 1, \text{ то} \\ \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

б) $ax + a^2 = x + a;$

Решение. $ax + a^2 = x + a \;\Leftrightarrow\; x(a-1) = a - a^2 \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; x(a-1) - a(a-1) = 0 \;\Leftrightarrow\; (x-a)(a-1) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} x = a, \\ a = 1. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a \neq 1, \text{ то } x = a, \\ \\ \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

б) $ax + a^2 = x + a;$

Решение. $ax + a^2 = x + a \;\Leftrightarrow\; x(a-1) = a - a^2 \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; x(a-1) - a(a-1) = 0 \;\Leftrightarrow\; (x-a)(a-1) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} x = a, \\ a = 1. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a \neq 1, \text{ то } x = a, \\ \text{если } a = 1, \text{ то} \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

б) $ax + a^2 = x + a$;

Решение. $ax + a^2 = x + a \;\Leftrightarrow\; x(a-1) = a - a^2 \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; x(a-1) - a(a-1) = 0 \;\Leftrightarrow\; (x-a)(a-1) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} x = a, \\ a = 1. \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a \neq 1, \text{ то } x = a, \\ \text{если } a = 1, \text{ то } x \in \mathbb{R}. \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

в) $x^2 = a + 2;$

Решение.

Пример 1. *Решите уравнения*

в) $x^2 = a + 2$;

Решение. $x^2 = a + 2 \;\Rightarrow$

Пример 1. *Решите уравнения*

в) $x^2 = a + 2$;

Решение. $x^2 = a + 2 \;\Rightarrow\; x = \pm\sqrt{a+2}$.

Пример 1. *Решите уравнения*
в) $x^2 = a + 2;$

Решение. $x^2 = a + 2 \overset{?}{\Rightarrow} x = \pm\sqrt{a+2}.$

Но выражение под знаком корня может быть отрицательным:

Пример 1. *Решите уравнения*

в) $x^2 = a + 2$;

Решение. $x^2 = a + 2 \overset{?}{\Rightarrow} x = \pm\sqrt{a+2}$.

Но выражение под знаком корня может быть отрицательным:

$a + 2 < 0 \Rightarrow$

Пример 1. *Решите уравнения*

в) $x^2 = a + 2$;

Решение. $x^2 = a + 2 \overset{?}{\Rightarrow} x = \pm\sqrt{a+2}$.

Но выражение под знаком корня может быть отрицательным: $a + 2 < 0 \Rightarrow a < -2$.

Пример 1. *Решите уравнения*

в) $x^2 = a + 2;$

Решение. $x^2 = a + 2 \overset{?}{\Rightarrow} x = \pm\sqrt{a+2}$.

Но выражение под знаком корня может быть отрицательным: $a + 2 < 0 \Rightarrow a < -2$.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a > -2\text{, то} \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

в) $x^2 = a + 2;$

Решение. $x^2 = a + 2 \overset{?}{\Rightarrow} x = \pm\sqrt{a+2}$.

Но выражение под знаком корня может быть отрицательным: $a + 2 < 0 \Rightarrow a < -2$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Если } a > -2, \text{ то } x = \pm\sqrt{a+2}, \\ \\ \end{array} \right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*
в) $x^2 = a + 2;$

Решение. $x^2 = a + 2 \overset{?}{\Rightarrow} x = \pm\sqrt{a+2}.$

Но выражение под знаком корня может быть отрицательным: $a + 2 < 0 \Rightarrow a < -2.$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a > -2, \text{ то } x = \pm\sqrt{a+2}, \\ \text{если } a = -2, \text{ то} \\ \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

в) $x^2 = a + 2;$

Решение. $x^2 = a + 2 \overset{?}{\Rightarrow} x = \pm\sqrt{a+2}.$

Но выражение под знаком корня может быть отрицательным:
$a + 2 < 0 \Rightarrow a < -2.$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a > -2, \text{ то } x = \pm\sqrt{a+2}, \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = 0, \\ \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

в) $x^2 = a + 2$;

Решение. $x^2 = a + 2 \overset{?}{\Rightarrow} x = \pm\sqrt{a+2}$.

Но выражение под знаком корня может быть отрицательным:
$a + 2 < 0 \Rightarrow a < -2$.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a > -2, \text{ то } x = \pm\sqrt{a+2}, \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = 0, \\ \text{если } a < -2, \text{ то} \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

в) $x^2 = a + 2;$

Решение. $x^2 = a + 2 \overset{?}{\Rightarrow} x = \pm\sqrt{a+2}.$

Но выражение под знаком корня может быть отрицательным: $a + 2 < 0 \Rightarrow a < -2.$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a > -2, \text{ то } x = \pm\sqrt{a+2}, \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = 0, \\ \text{если } a < -2, \text{ то решений нет.} \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

г) $2x - x^2 = 2a - 3;$

Решение.

Пример 1. *Решите уравнения*

г) $2x - x^2 = 2a - 3;$

Решение. $2x - x^2 = 2a - 3 \;\Rightarrow$

Пример 1. *Решите уравнения*

г) $2x - x^2 = 2a - 3;$

Решение. $2x - x^2 = 2a - 3 \;\Rightarrow\; x^2 - 2x + 2a - 3 = 0 \;\Rightarrow$

Пример 1. *Решите уравнения*

г) $2x - x^2 = 2a - 3;$

Решение. $2x - x^2 = 2a - 3 \;\Rightarrow\; x^2 - 2x + 2a - 3 = 0 \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow\; x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(2a - 3)}}{2},$$ т.е.

Пример 1. *Решите уравнения*

г) $2x - x^2 = 2a - 3;$

Решение. $2x - x^2 = 2a - 3 \;\Rightarrow\; x^2 - 2x + 2a - 3 = 0 \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow\; x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(2a - 3)}}{2}, \text{ т.е. } x = 1 \pm \sqrt{4 - 2a}.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

г) $2x - x^2 = 2a - 3$;

Решение. $2x - x^2 = 2a - 3 \Rightarrow x^2 - 2x + 2a - 3 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 - 4(2a-3)}}{2}$, т.е. $x = 1 \pm \sqrt{4 - 2a}$.

Но последние равенства выполняются только при $4 - 2a \geqslant 0$.

Пример 1. *Решите уравнения*

г) $2x - x^2 = 2a - 3;$

Решение. $2x - x^2 = 2a - 3 \;\Rightarrow\; x^2 - 2x + 2a - 3 = 0 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 - 4(2a - 3)}}{2}$, т.е. $x = 1 \pm \sqrt{4 - 2a}$.

Но последние равенства выполняются только при $4 - 2a \geqslant 0$.

$\left\{\begin{array}{l} \text{Если} \qquad\qquad , \text{ то } x = 1 - \sqrt{4-2a} \text{ или } x = 1 + \sqrt{4-2a}, \\ \\ \end{array}\right.$

Пример 1. *Решите уравнения*

г) $2x - x^2 = 2a - 3;$

Решение. $2x - x^2 = 2a - 3 \;\Rightarrow\; x^2 - 2x + 2a - 3 = 0 \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow\; x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(2a-3)}}{2},$$ т.е. $x = 1 \pm \sqrt{4 - 2a}$.

Но последние равенства выполняются только при $4 - 2a \geqslant 0$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Если } a \leqslant 2, \text{ то } x = 1 - \sqrt{4-2a} \text{ или } x = 1 + \sqrt{4-2a}, \\ \end{array} \right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

г) $2x - x^2 = 2a - 3;$

Решение. $2x - x^2 = 2a - 3 \;\Rightarrow\; x^2 - 2x + 2a - 3 = 0 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 - 4(2a - 3)}}{2}$, т.е. $x = 1 \pm \sqrt{4 - 2a}$.

Но последние равенства выполняются только при $4 - 2a \geqslant 0$.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a \leqslant 2, \text{ то } x = 1 - \sqrt{4 - 2a} \text{ или } x = 1 + \sqrt{4 - 2a}, \\ \text{если } a > -2, \text{ то} \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

г) $2x - x^2 = 2a - 3;$

Решение. $2x - x^2 = 2a - 3 \;\Rightarrow\; x^2 - 2x + 2a - 3 = 0 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 - 4(2a-3)}}{2}$, т.е. $x = 1 \pm \sqrt{4 - 2a}$.

Но последние равенства выполняются только при $4 - 2a \geqslant 0$.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a \leqslant 2, \text{ то } x = 1 - \sqrt{4-2a} \text{ или } x = 1 + \sqrt{4-2a}, \\ \text{если } a > -2, \text{ то решений нет.} \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

д) $\sin x = 4 - a;$

Решение.

Пример 1. *Решите уравнения*
д) $\sin x = 4 - a$;

Решение. $\sin x = 4 - a \;\Rightarrow$

Пример 1. *Решите уравнения*

д) $\sin x = 4 - a;$

Решение. $\sin x = 4 - a \;\Rightarrow\; x = (-1)^n \arcsin(4 - a) + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}.$

Пример 1. *Решите уравнения*

д) $\sin x = 4 - a$;

Решение. $\sin x = 4 - a \;\Rightarrow\; x \overset{?}{=} (-1)^n \arcsin(4 - a) + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}.$

Но аргумент арксинуса по абсолютно величине не превосходит 1.

Пример 1. *Решите уравнения*

д) $\sin x = 4 - a$;

Решение. $\sin x = 4 - a \;\Rightarrow\; x = (-1)^n \arcsin(4-a) + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}.$

Но аргумент арксинуса по абсолютно величине не превосходит 1.

$4 - a \geqslant -1 \;\Rightarrow$

Пример 1. *Решите уравнения*

д) $\sin x = 4 - a$;

Решение. $\sin x = 4 - a \;\Rightarrow\; x = (-1)^n \arcsin(4 - a) + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$.

Но аргумент арксинуса по абсолютно величине не превосходит 1.

$4 - a \geqslant -1 \;\Rightarrow\; a \leqslant 5,$

Пример 1. *Решите уравнения*

д) $\sin x = 4 - a$;

Решение. $\sin x = 4 - a \;\Rightarrow\; x = (-1)^n \arcsin(4 - a) + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$.

Но аргумент арксинуса по абсолютно величине не превосходит 1.

$4 - a \geqslant -1 \;\Rightarrow\; a \leqslant 5$,

$4 - a \leqslant 1 \;\Rightarrow$

Пример 1. *Решите уравнения*

д) $\sin x = 4 - a$;

Решение. $\sin x = 4 - a \;\Rightarrow\; x = (-1)^n \arcsin(4-a) + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}.$

Но аргумент арксинуса по абсолютно величине не превосходит 1.

$4 - a \geqslant -1 \;\Rightarrow\; a \leqslant 5,$

$4 - a \leqslant 1 \;\Rightarrow\; a \geqslant 3.$

Пример 1. *Решите уравнения*

д) $\sin x = 4 - a;$

Решение. $\sin x = 4 - a \;\Rightarrow\; x = (-1)^n \arcsin(4-a) + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}.$

Но аргумент арксинуса по абсолютно величине не превосходит 1.

$4 - a \geqslant -1 \;\Rightarrow\; a \leqslant 5,$

$4 - a \leqslant 1 \;\Rightarrow\; a \geqslant 3.$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad , \text{ то } x = 1 - \sqrt{4-2a} \text{ или } x = 1 + \sqrt{4-2a}, \\ \\ \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

д) $\sin x = 4 - a$;

Решение. $\sin x = 4 - a \;\Rightarrow\; x = (-1)^n \arcsin(4-a) + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$.

Но аргумент арксинуса по абсолютно величине не превосходит 1.

$4 - a \geqslant -1 \;\Rightarrow\; a \leqslant 5$,

$4 - a \leqslant 1 \;\Rightarrow\; a \geqslant 3$.

$$\begin{cases} \text{Если } 3 \leqslant a \leqslant 5, \text{ то } x = 1 - \sqrt{4-2a} \text{ или } x = 1 + \sqrt{4-2a}, \\ \end{cases}$$

Пример 1. *Решите уравнения*

д) $\sin x = 4 - a$;

Решение. $\sin x = 4 - a \;\Rightarrow\; x = (-1)^n \arcsin(4 - a) + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}.$

Но аргумент арксинуса по абсолютно величине не превосходит 1.

$4 - a \geqslant -1 \;\Rightarrow\; a \leqslant 5,$

$4 - a \leqslant 1 \;\Rightarrow\; a \geqslant 3.$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } 3 \leqslant a \leqslant 5, \text{ то } x = 1 - \sqrt{4 - 2a} \text{ или } x = 1 + \sqrt{4 - 2a}, \\ \text{если } a < 3 \text{ или } a > 5, \text{ то} \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

д) $\sin x = 4 - a$;

Решение. $\sin x = 4 - a \;\Rightarrow\; x = (-1)^n \arcsin(4-a) + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}.$

Но аргумент арксинуса по абсолютно величине не превосходит 1.

$4 - a \geqslant -1 \;\Rightarrow\; a \leqslant 5,$

$4 - a \leqslant 1 \;\Rightarrow\; a \geqslant 3.$

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Если } 3 \leqslant a \leqslant 5, \text{ то } x = 1 - \sqrt{4-2a} \text{ или } x = 1 + \sqrt{4-2a},\\ \text{если } a < 3 \text{ или } a > 5, \text{ то решений нет.}\end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

е) $3^{ax} = a(1-a).$

Решение.

Пример 1. *Решите уравнения*

e) $3^{ax} = a(1-a)$.

Решение. $3^{ax} = a(1-a) \ \Rightarrow$

Пример 1. *Решите уравнения*

e) $3^{ax} = a(1-a)$.

Решение. $3^{ax} = a(1-a) \;\Rightarrow\; ax = \log_3\left(a(1-a)\right) \;\Rightarrow$

Пример 1. *Решите уравнения*

e) $3^{ax} = a(1-a).$

Решение. $3^{ax} = a(1-a) \;\Rightarrow\; ax = \log_3 (a(1-a)) \;\Rightarrow$

Необходимо, чтобы $a(1-a) > 0$, т.е. чтобы

Пример 1. *Решите уравнения*

е) $3^{ax} = a(1-a)$.

Решение. $3^{ax} = a(1-a) \;\Rightarrow\; ax = \log_3\left(a(1-a)\right) \;\Rightarrow$

Необходимо, чтобы $a(1-a) > 0$, т.е. чтобы $0 < a < 1$.

Пример 1. *Решите уравнения*

е) $3^{ax} = a(1-a)$.

Решение. $3^{ax} = a(1-a) \ \Rightarrow \ ax = \log_3\left(a(1-a)\right) \ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \ x = \frac{1}{a}\log_3\left(a(1-a)\right).$$

Необходимо, чтобы $a(1-a) > 0$, т.е. чтобы $0 < a < 1$.

Пример 1. *Решите уравнения*

е) $3^{ax} = a(1-a)$.

Решение. $3^{ax} = a(1-a) \;\Rightarrow\; ax = \log_3\left(a(1-a)\right) \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; x = \dfrac{1}{a}\log_3\left(a(1-a)\right)$.

Необходимо, чтобы $a(1-a) > 0$, т.е. чтобы $0 < a < 1$.

Необходимо, чтобы $a \neq 0$.

Пример 1. *Решите уравнения*

e) $3^{ax} = a(1-a)$.

Решение. $3^{ax} = a(1-a) \;\Rightarrow\; ax = \log_3 \left(a(1-a)\right) \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow\; x = \frac{1}{a}\log_3 \left(a(1-a)\right).$$

Необходимо, чтобы $a(1-a) > 0$, т.е. чтобы $0 < a < 1$.

Необходимо, чтобы $a \neq 0$.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } \qquad\qquad\qquad\qquad, \text{ то } x = \dfrac{1}{a}\log_3 \left(a(1-a)\right), \\ \\ \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

е) $3^{ax} = a(1-a)$.

Решение. $3^{ax} = a(1-a) \Rightarrow ax = \log_3(a(1-a)) \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \dfrac{1}{a}\log_3(a(1-a))$.

Необходимо, чтобы $a(1-a) > 0$, т.е. чтобы $0 < a < 1$.

Необходимо, чтобы $a \neq 0$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Если } 0 < a < 1, \text{ то } x = \dfrac{1}{a}\log_3(a(1-a)), \\ \\ \end{array} \right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

е) $3^{ax} = a(1-a)$.

Решение. $3^{ax} = a(1-a) \;\Rightarrow\; ax = \log_3\left(a(1-a)\right) \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow\; x = \frac{1}{a}\log_3\left(a(1-a)\right).$$

Необходимо, чтобы $a(1-a) > 0$, т.е. чтобы $0 < a < 1$.

Необходимо, чтобы $a \neq 0$.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } 0 < a < 1, \text{ то } x = \dfrac{1}{a}\log_3\left(a(1-a)\right), \\ \text{если } a \leqslant 0 \text{ или } a \geqslant 1, \text{ то} \end{array}\right.$$

Пример 1. *Решите уравнения*

e) $3^{ax} = a(1-a)$.

Решение. $3^{ax} = a(1-a) \;\Rightarrow\; ax = \log_3\left(a(1-a)\right) \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; x = \dfrac{1}{a}\log_3\left(a(1-a)\right).$

Необходимо, чтобы $a(1-a) > 0$, т.е. чтобы $0 < a < 1$.

Необходимо, чтобы $a \neq 0$.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } 0 < a < 1, \text{ то } x = \dfrac{1}{a}\log_3\left(a(1-a)\right), \\ \text{если } a \leqslant 0 \text{ или } a \geqslant 1, \text{ то решений нет.} \end{array}\right.$$

IV.2. Некоторые нюансы «решения прямых задач с параметрами»

Во-первых, процесс получения ответа, в основном, мало отличается от процесса поиска решения «обычных» уравнений.

Во-вторых, при записи ответа следует обращать особое внимание на те значения параметра, при которых образается в 0 знаменатель, становится нулевым или отрицательным аргумент логарифма, аргумент арксинуса или арккосинуса будет больше 1 по абсолютной величине и др.

В-третьих, процесс записи ответа обычно использует графические интерпретации уравнений и неравенств.

Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

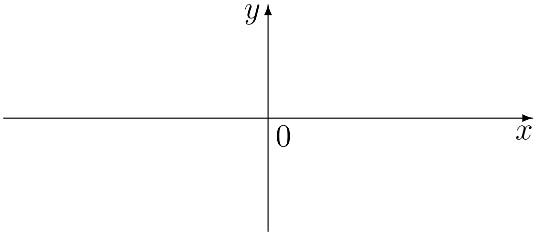
Решение.

Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим оси координат.

Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

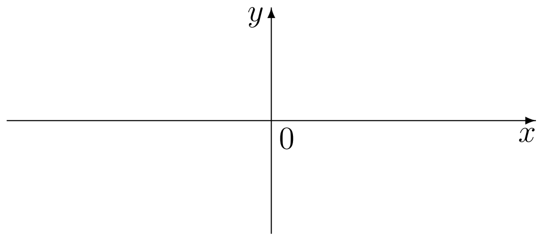
Решение. Изобразим оси координат.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим оси координат.

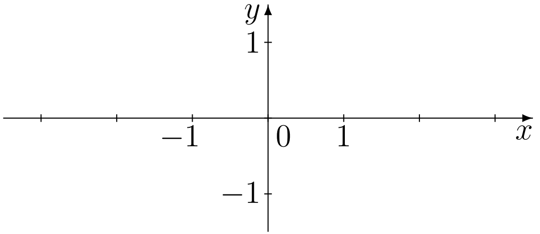
Поставим масштабные метки.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

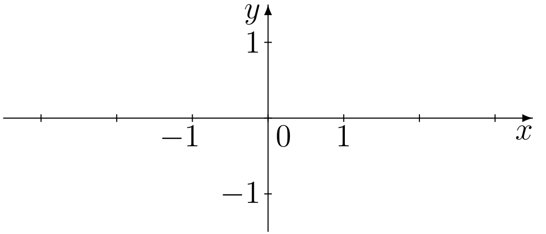
Решение. Изобразим оси координат.

Поставим масштабные метки.



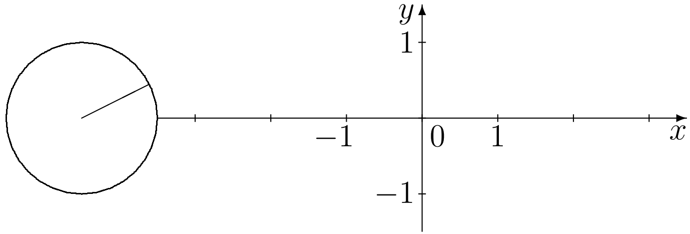
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим график синуса.



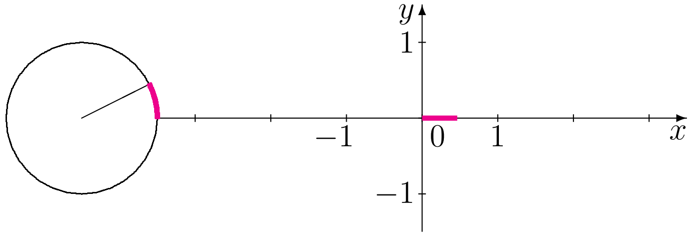
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим график синуса.
По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса, а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим график синуса.

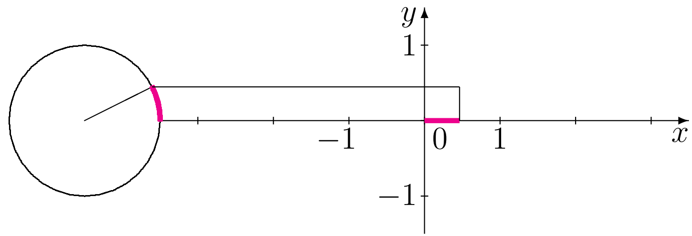


По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса, а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.

Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

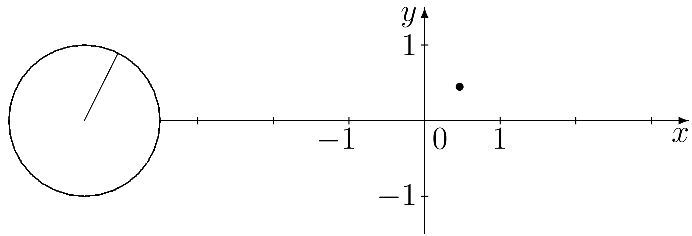
Решение. Изобразим график синуса.

По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса, а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

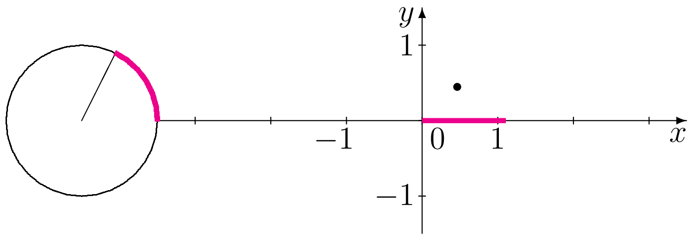
Решение. Изобразим график синуса.
По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса, а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

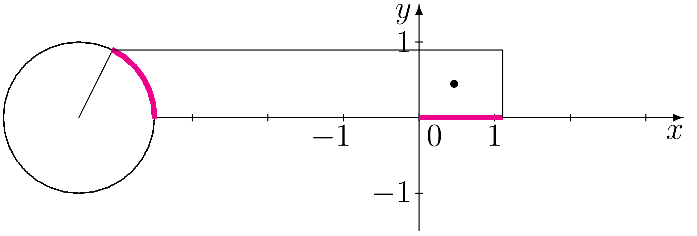
Решение. Изобразим график синуса.

По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса, а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

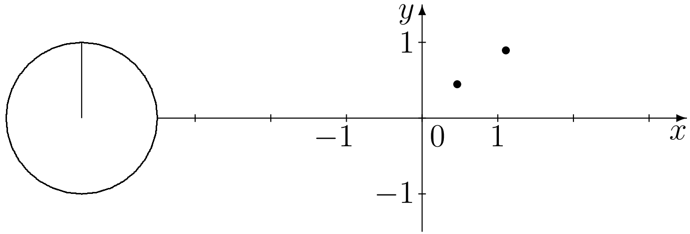
Решение. Изобразим график синуса.
По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса, а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

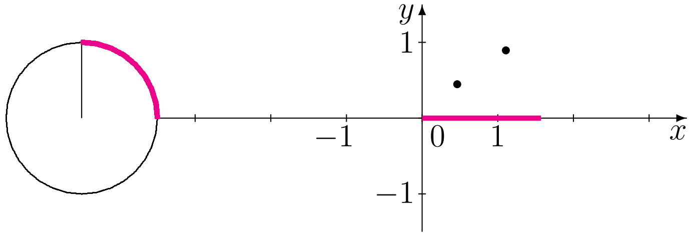
Решение. Изобразим график синуса.

По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса, а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.



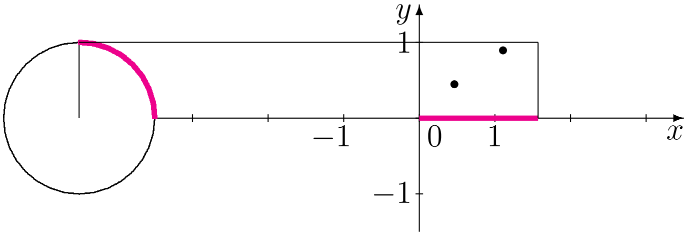
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим график синуса.
По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса, а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.



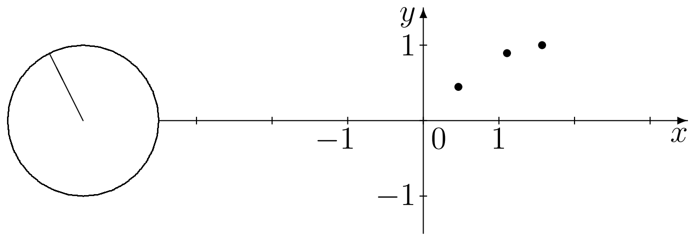
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим график синуса.
По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса, а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.



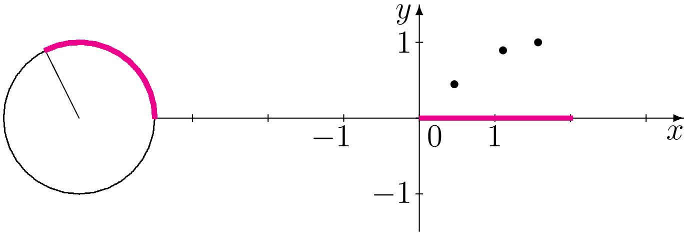
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим график синуса.
По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса, а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.



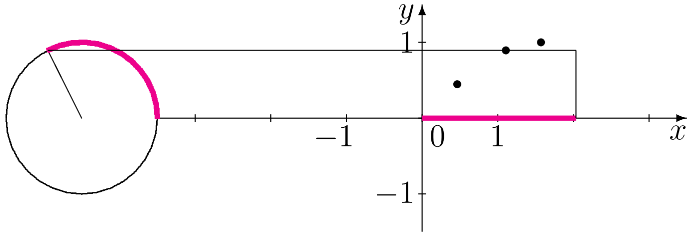
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим график синуса.
По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса,
а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.



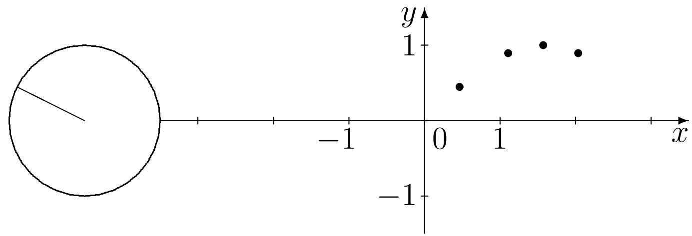
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим график синуса.
По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса, а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.



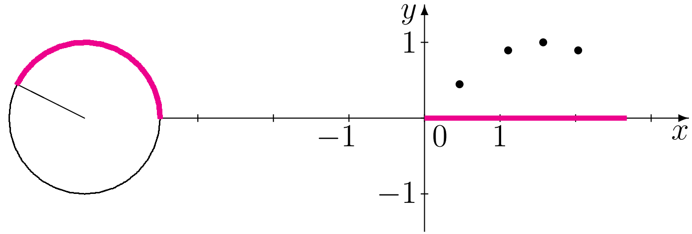
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим график синуса.
По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса, а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.



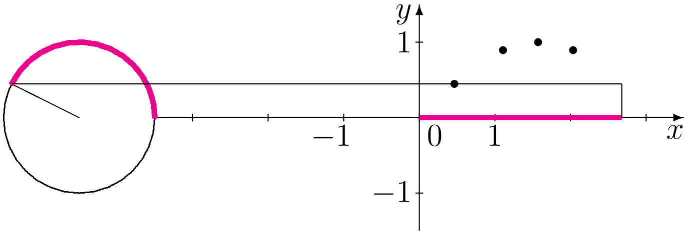
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим график синуса.
По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса, а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.



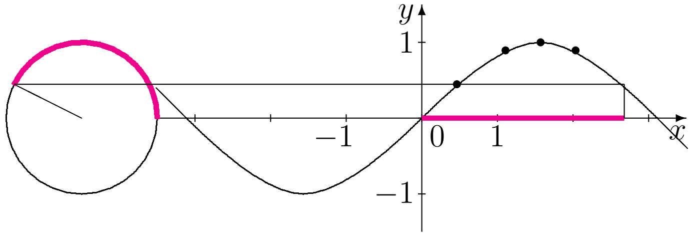
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим график синуса.
По оси Ox отложим длину дуги единичного радиуса, а по оси Oy — ординату конца радиуса-вектора данной точки на окружности.



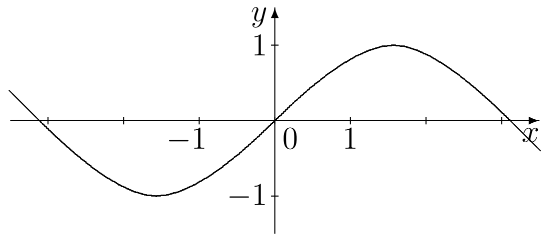
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим график синуса.



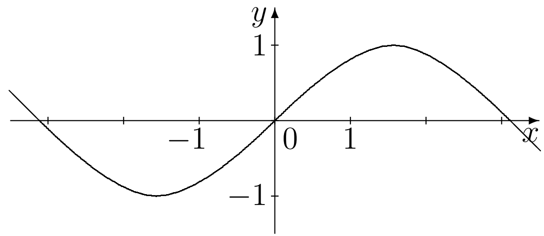
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Изобразим график синуса.



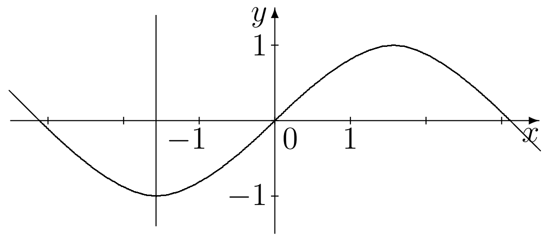
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Сначала зафиксируем наименьшее допутимое значение x, т.е. изобразом линию $x = -\dfrac{\pi}{2}$.



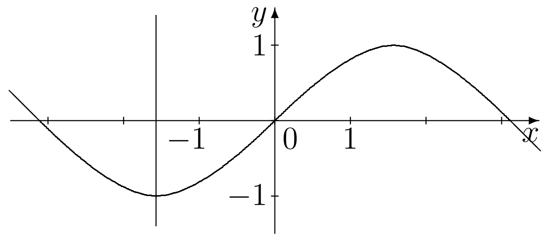
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Сначала зафиксируем наименьшее допутимое значение x, т.е. изобразом линию $x = -\dfrac{\pi}{2}$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

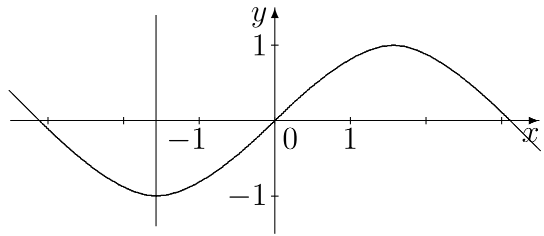
Решение. Сначала зафиксируем наименьшее допустимое значение x, т.е. изобразим линию $x = -\dfrac{\pi}{2}$.



Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.

Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

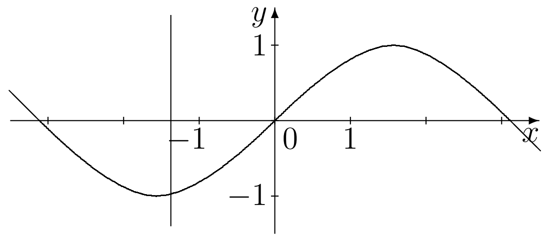
Решение. Сначала зафиксируем наименьшее допустимое значение x, т.е. изобразим линию $x = -\dfrac{\pi}{2}$.



Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.

Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

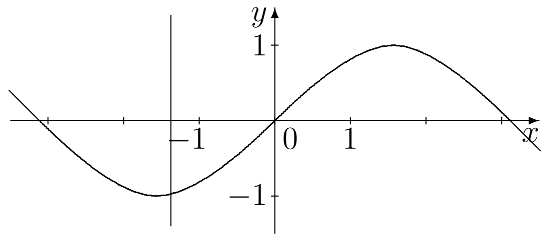
Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.



Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.

Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

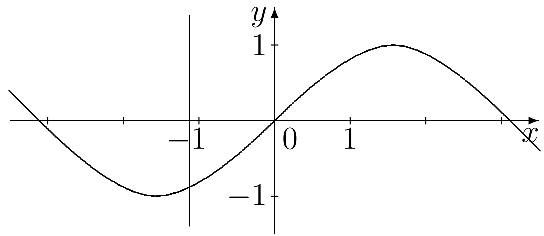
Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.



Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.

Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

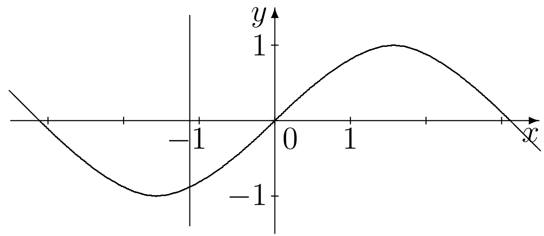


Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.

Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

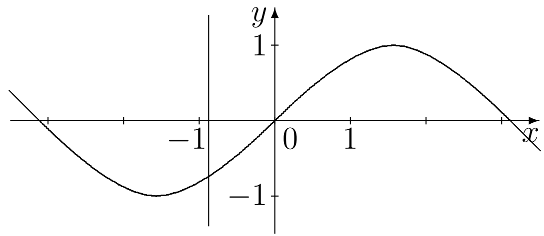
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

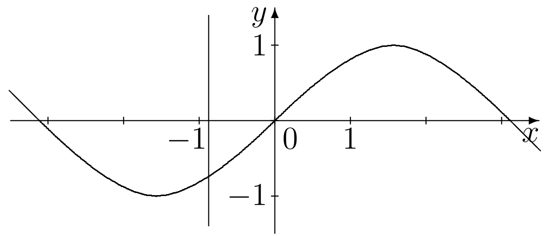
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

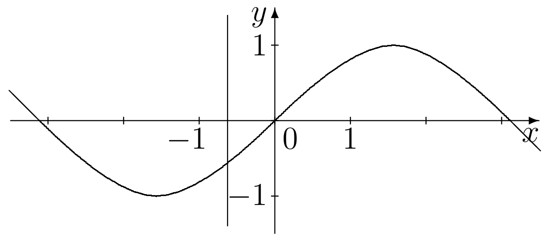
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

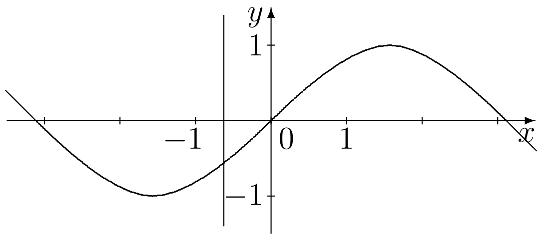
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

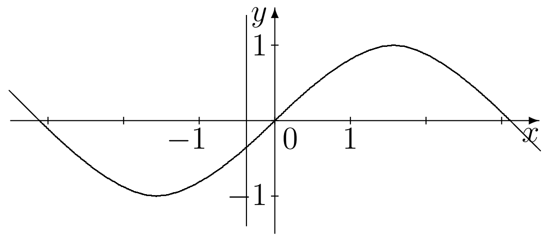
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

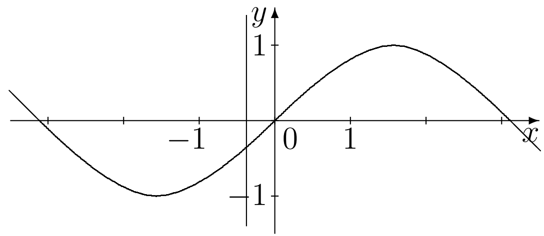
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

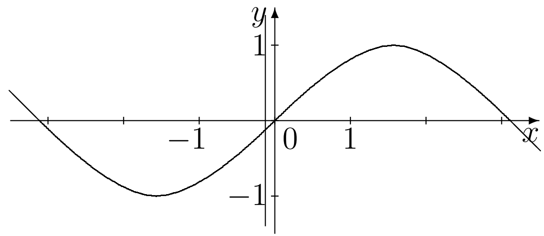
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

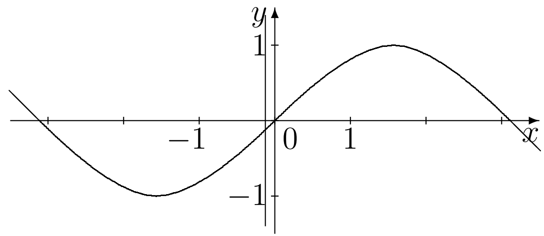
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

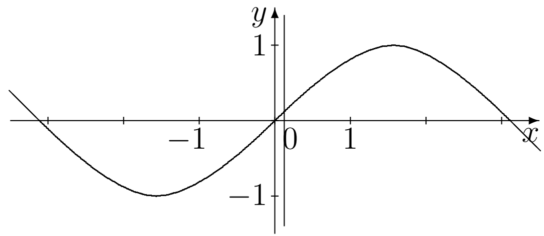
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

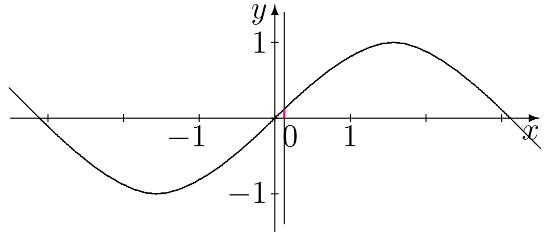
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

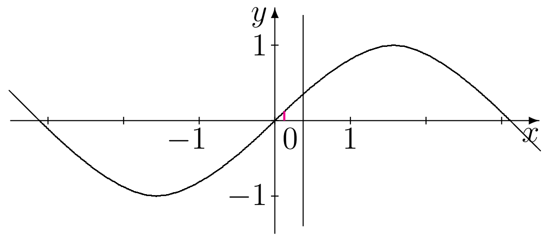
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

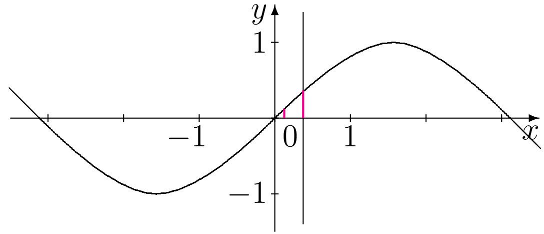
Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

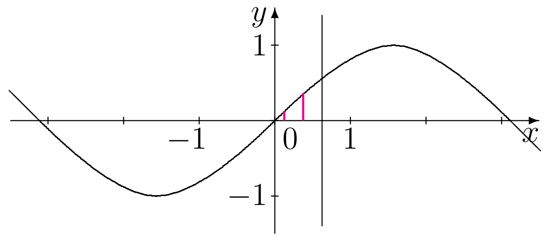


Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.

Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

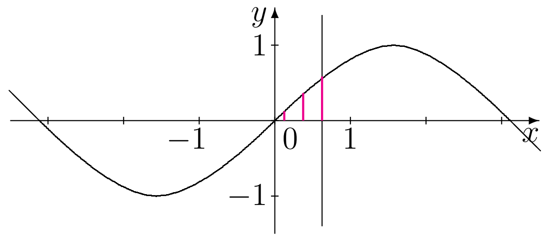
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

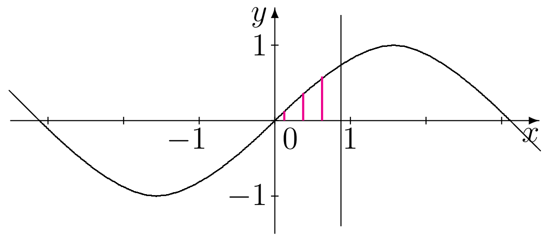
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

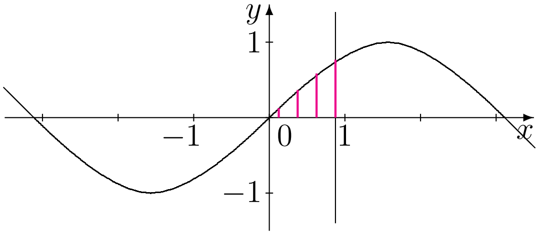
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

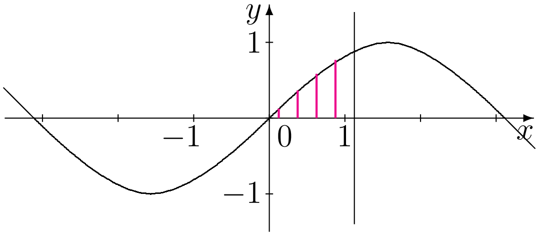
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

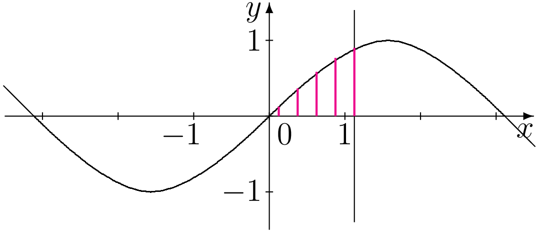
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

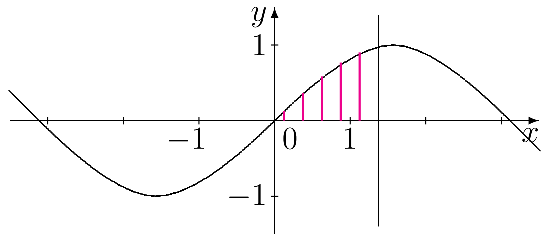
Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

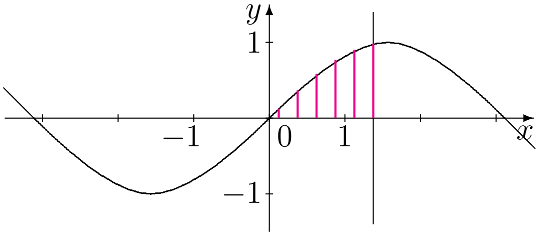


Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.

Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

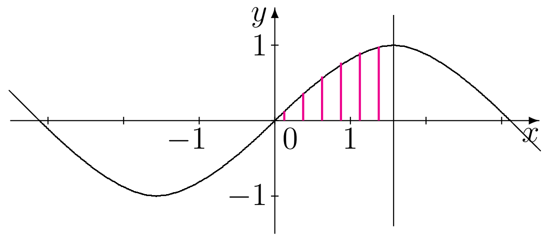
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

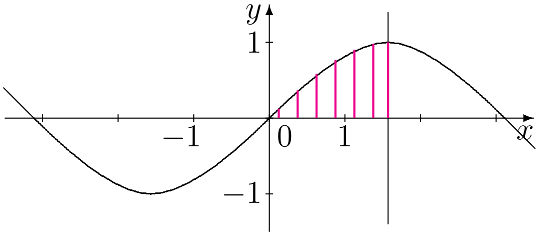
Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

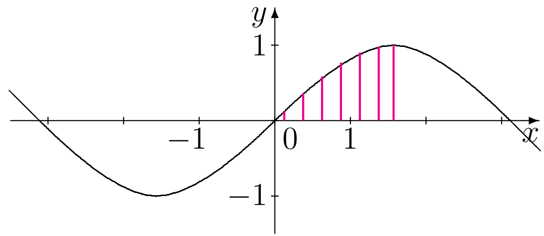
Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.



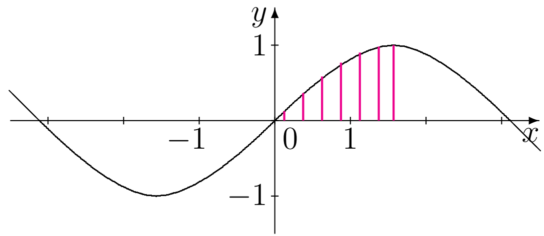
Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.



Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.

Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

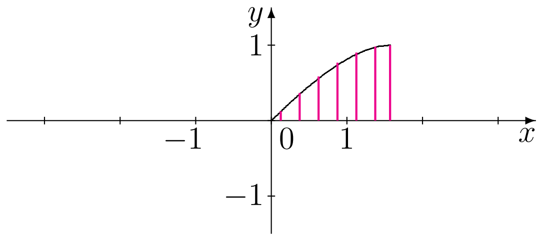


Решение. Зафиксируем другое допустимое значение x.

Выделим участок, на котором координата y при данном x удовлетворяет неравенству $0 \leqslant y \leqslant \sin x$.

Пример 2. *Изобразите множество всех точек координатной плоскости, задаваемое системой неравенств* $\begin{cases} 0 \leqslant y \leqslant \sin x, \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

Решение. Штриховкой изображено искомое множество точек.



Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Аналитическое решение. Преобразуем исходное неравенство:

$$\frac{x+a}{x-a+2} - 2 \geqslant 0 \;\Leftrightarrow$$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Аналитическое решение. Преобразуем исходное неравенство:

$$\frac{x+a}{x-a+2} - 2 \geqslant 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{x+a-2x+2a-4}{x-a+2} \geqslant 0 \;\Leftrightarrow$$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Аналитическое решение. Преобразуем исходное неравенство:

$$\frac{x+a}{x-a+2} - 2 \geqslant 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{x+a-2x+2a-4}{x-a+2} \geqslant 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Аналитическое решение. Преобразуем исходное неравенство:

$$\frac{x+a}{x-a+2} - 2 \geqslant 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{x+a-2x+2a-4}{x-a+2} \geqslant 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$$

Возможны только 2 случая: $\begin{cases} 3a-x-4 \geqslant 0, \\ x-a+2 > 0 \end{cases}$ и

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Аналитическое решение. Преобразуем исходное неравенство:

$$\frac{x+a}{x-a+2} - 2 \geqslant 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{x+a-2x+2a-4}{x-a+2} \geqslant 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$$

Возможны только 2 случая: $\begin{cases} 3a-x-4 \geqslant 0, \\ x-a+2 > 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 3a-x-4 \leqslant 0, \\ x-a+2 < 0. \end{cases}$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Первый случай.

$$\begin{cases} 3a - x - 4 \geqslant 0, \\ x - a + 2 > 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Первый случай.

$$\begin{cases} 3a - x - 4 \geqslant 0, \\ x - a + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant 3a - 4, \\ x > a - 2. \end{cases}$$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Первый случай.

$$\begin{cases} 3a - x - 4 \geqslant 0, \\ x - a + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant 3a - 4, \\ x > a - 2. \end{cases}$$

Последняя система неравенств имеет решение тогда и только тогда, когда

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра* a *неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Первый случай.

$$\begin{cases} 3a - x - 4 \geqslant 0, \\ x - a + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant 3a - 4, \\ x > a - 2. \end{cases}$$

Последняя система неравенств имеет решение тогда и только тогда, когда $a - 2 < 3a - 4$, то есть при $a >$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Первый случай.

$$\begin{cases} 3a - x - 4 \geqslant 0, \\ x - a + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant 3a - 4, \\ x > a - 2. \end{cases}$$

Последняя система неравенств имеет решение тогда и только тогда, когда $a - 2 < 3a - 4$, то есть при $a > 1$.

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра* a *неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Первый случай. $a > 1 \;\Rightarrow\; 3a-4 \geqslant x < a-2$.

Второй случай.

$$\begin{cases} 3a-x-4 \leqslant 0, \\ x-a+2 < 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow$$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Первый случай. $a > 1 \;\Rightarrow\; 3a - 4 \geqslant x < a - 2.$

Второй случай.

$$\begin{cases} 3a - x - 4 \leqslant 0, \\ x - a + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geqslant 3a - 4, \\ x < a - 2. \end{cases}$$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Первый случай. $a > 1 \;\Rightarrow\; 3a-4 \geqslant x < a-2.$

Второй случай.

$$\begin{cases} 3a - x - 4 \leqslant 0, \\ x - a + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geqslant 3a - 4, \\ x < a - 2. \end{cases}$$

Последняя система неравенств имеет решение тогда и только тогда, когда

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Первый случай. $a > 1 \;\Rightarrow\; 3a - 4 \geqslant x < a - 2$.

Второй случай.

$$\begin{cases} 3a - x - 4 \leqslant 0, \\ x - a + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geqslant 3a - 4, \\ x < a - 2. \end{cases}$$

Последняя система неравенств имеет решение тогда и только тогда, когда $a - 2 > 3a - 4$, то есть при $a <$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Первый случай. $a > 1 \;\Rightarrow\; 3a-4 \geqslant x < a-2$.

Второй случай.

$$\begin{cases} 3a - x - 4 \leqslant 0, \\ x - a + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geqslant 3a - 4, \\ x < a - 2. \end{cases}$$

Последняя система неравенств имеет решение тогда и только тогда, когда $a - 2 > 3a - 4$, то есть при $a < 1$.

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра* a *неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Первый случай. $a > 1 \;\Rightarrow\; 3a-4 \geqslant x < a-2.$

Второй случай. $a < 1 \;\Rightarrow\; a-2 < x \leqslant 3a-4.$

Получаем такой ответ:

если $a < 1$, то ???

если $a = 1$, то

если $a > 1$, то

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Первый случай. $a > 1 \ \Rightarrow \ 3a-4 \geqslant x < a-2$.

Второй случай. $a < 1 \ \Rightarrow \ a-2 < x \leqslant 3a-4$.

Получаем такой ответ:

если $a < 1$, то $3a-4 \geqslant x < a-2$;

если $a = 1$, то

если $a > 1$, то ???

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Первый случай. $a > 1 \;\Rightarrow\; 3a - 4 \geqslant x < a - 2$.

Второй случай. $a < 1 \;\Rightarrow\; a - 2 < x \leqslant 3a - 4$.

Получаем такой ответ:

если $a < 1$, то $3a - 4 \geqslant x < a - 2$;

если $a = 1$, то ???

если $a > 1$, то $a - 2 < x \leqslant 3a - 4$.

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Первый случай. $a > 1 \;\Rightarrow\; 3a - 4 \geqslant x < a - 2$.

Второй случай. $a < 1 \;\Rightarrow\; a - 2 < x \leqslant 3a - 4$.

Получаем такой ответ:

если $a < 1$, то $3a - 4 \geqslant x < a - 2$;

если $a = 1$, то нет решений;

если $a > 1$, то $a - 2 < x \leqslant 3a - 4$.

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра* a *неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Первый случай. $a > 1 \;\Rightarrow\; 3a - 4 \geqslant x < a - 2.$

Второй случай. $a < 1 \;\Rightarrow\; a - 2 < x \leqslant 3a - 4.$

Получаем такой ответ:

если $a < 1$, то $3a - 4 \geqslant x < a - 2$;

если $a = 1$, то нет решений;

если $a > 1$, то $a - 2 < x \leqslant 3a - 4$.

В данном случае аналитическое решение оказалось посильным.

Но даже в чуть более сложном случае аналитическое решение может оказаться чрезмерно громоздким.

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Первый случай. $a > 1 \ \Rightarrow \ 3a - 4 \geqslant x < a - 2.$

Второй случай. $a < 1 \ \Rightarrow \ a - 2 < x \leqslant 3a - 4.$

Получаем такой ответ:

если $a < 1$, то $3a - 4 \geqslant x < a - 2$;

если $a = 1$, то нет решений;

если $a > 1$, то $a - 2 < x \leqslant 3a - 4$.

В данном случае аналитическое решение оказалось посильным.

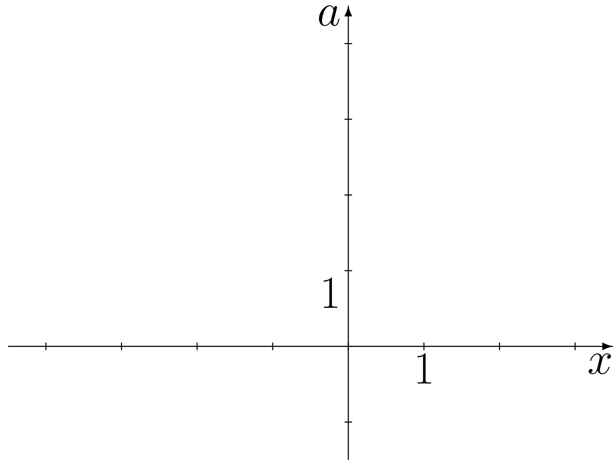
Но даже в чуть более сложном случае аналитическое решение может оказаться чрезмерно громоздким.

Поэтому рассмотрим другой способ решения, который мы назовём геометрическим.

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

Рассмотрим множество точек плоскости xOa, координаты которых удовлетворяют этому неравенству.

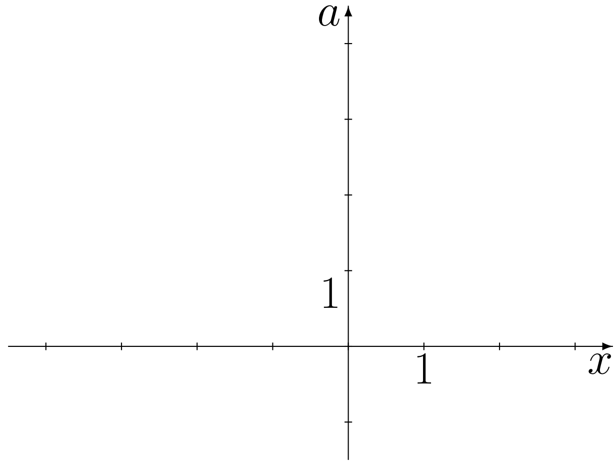


Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

Рассмотрим множество точек плоскости xOa, координаты которых удовлетворяют этому неравенству.

Сведём с сравнению с 0:



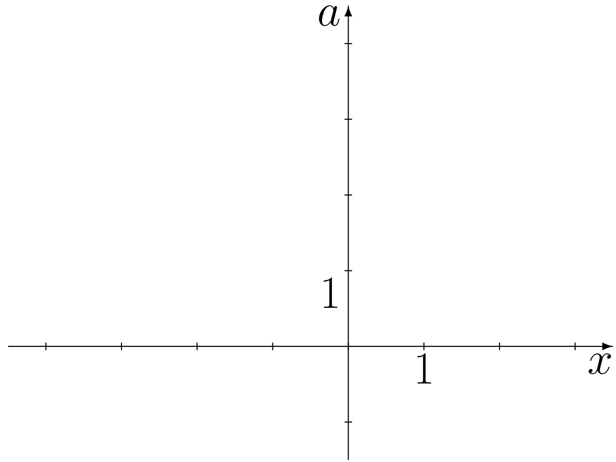
Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

Рассмотрим множество точек плоскости xOa, координаты которых удовлетворяют этому неравенству.

Сведём с сравнению с 0:

$\dfrac{x+a}{x-a+2} - 2 \geqslant 0,$



Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

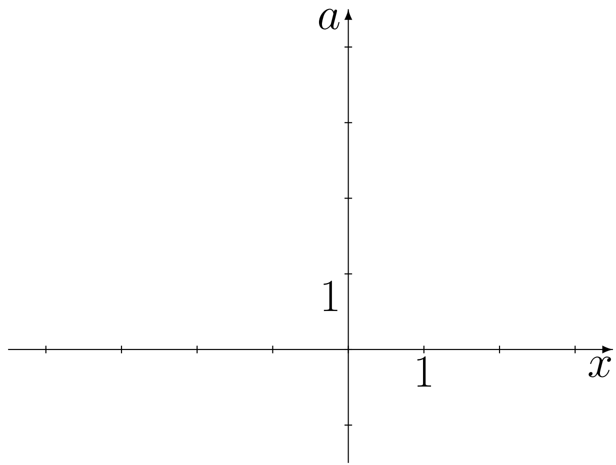
Геометрическое решение.

Рассмотрим множество точек плоскости xOa, координаты которых удовлетворяют этому неравенству.

Сведём с сравнению с 0:

$\dfrac{x+a}{x-a+2} - 2 \geqslant 0,$

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

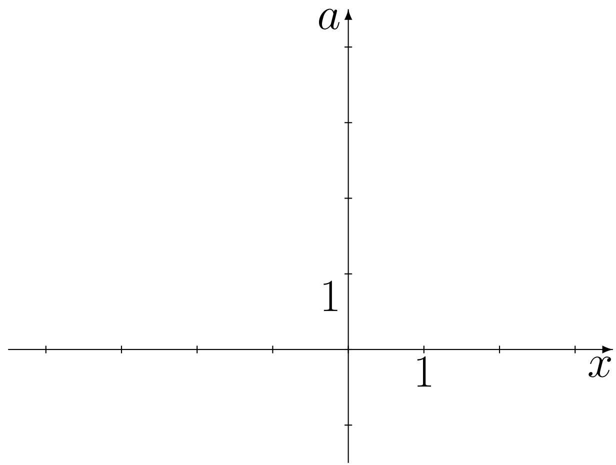


Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

При «плавном» изменении значений переменных a и x выражение в левой части неравенства может сменить знак только после того, как в ноль обратится числитель $3a-x-4$ или знаменатель $x-a+2$.

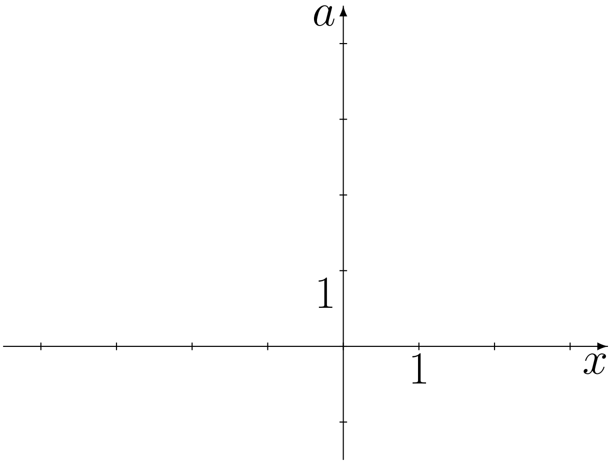


Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0.$

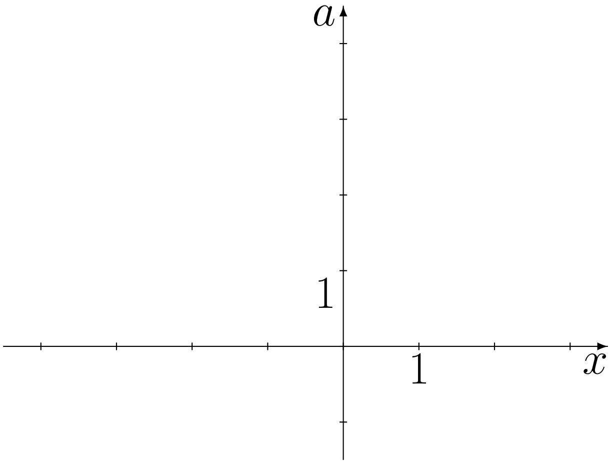


Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра* a *неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0$.

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



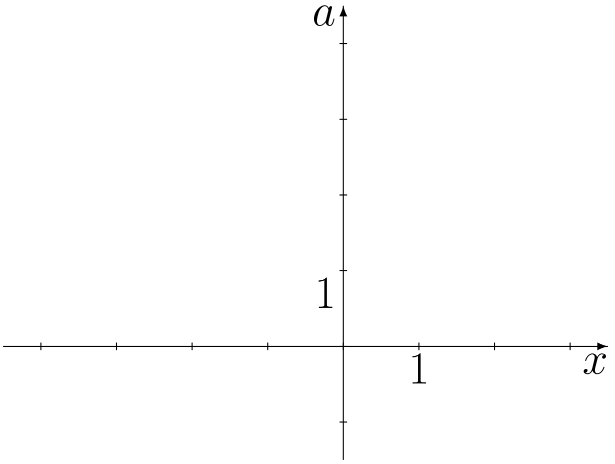
Построим $3a-x-4=0$.

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0$.

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



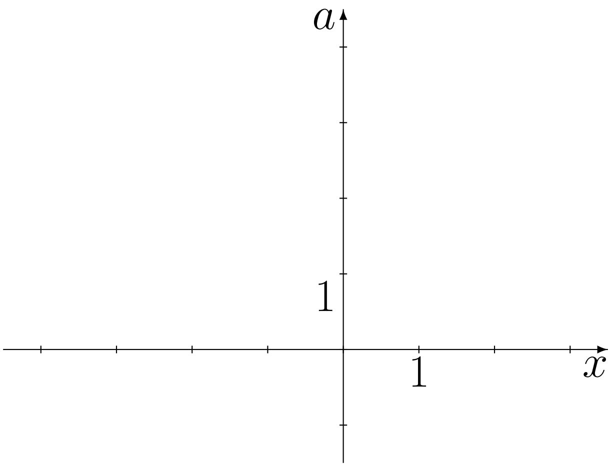
Построим прямую $3a-x-4=0$.

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0$.

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



Построим прямую $3a-x-4=0$.

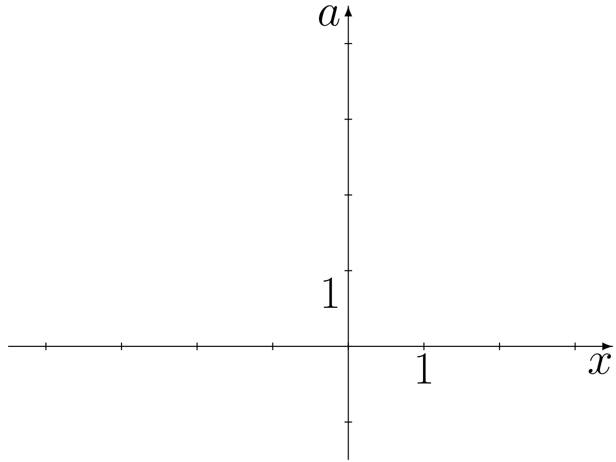
$a=0 \ \Rightarrow$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



Построим прямую $3a-x-4=0$.

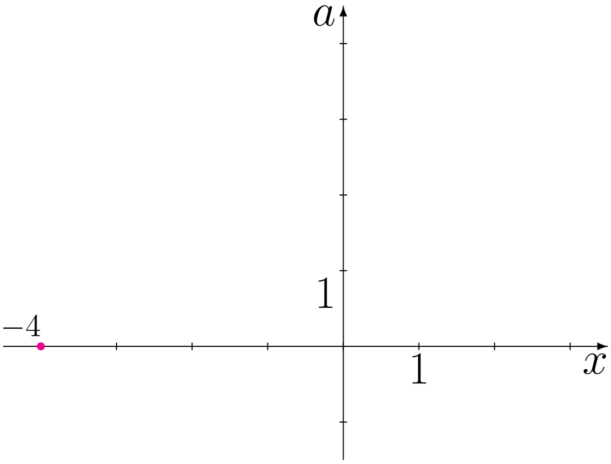
$a=0 \Rightarrow x=-4.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



Построим прямую $3a-x-4=0$.

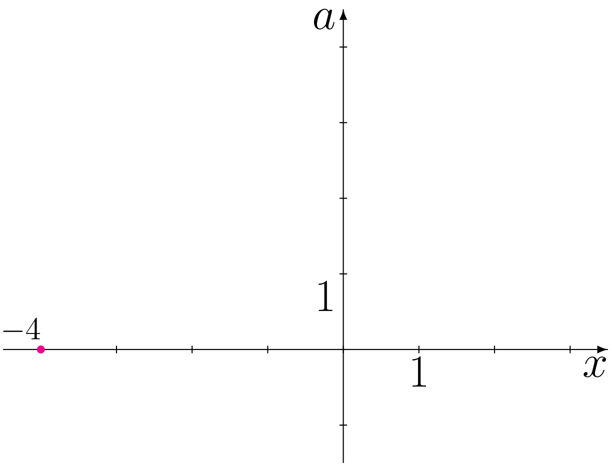
$a=0 \;\Rightarrow\; x=-4.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



Построим прямую $3a-x-4=0$.

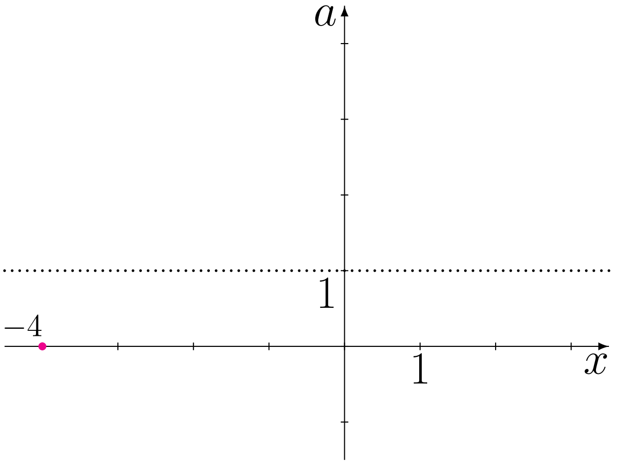
$a=0 \;\Rightarrow\; x=-4. \qquad a=1 \;\Rightarrow$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0$.

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



Построим прямую $3a-x-4=0$.

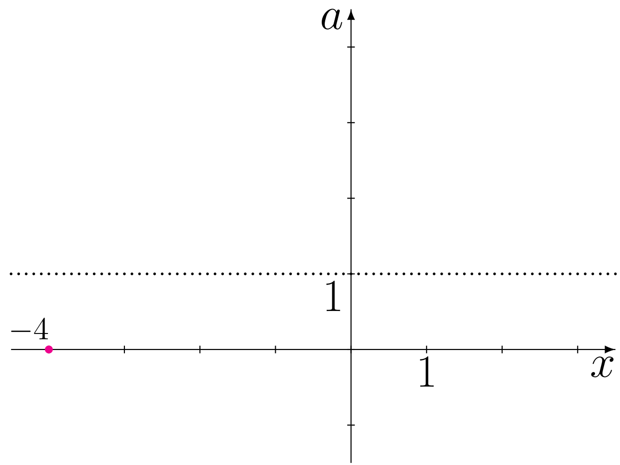
$a=0 \;\Rightarrow\; x=-4$. $\qquad a=1 \;\Rightarrow$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a - x - 4 = 0$ и $x - a + 2 = 0$.



Построим прямую $3a - x - 4 = 0$.

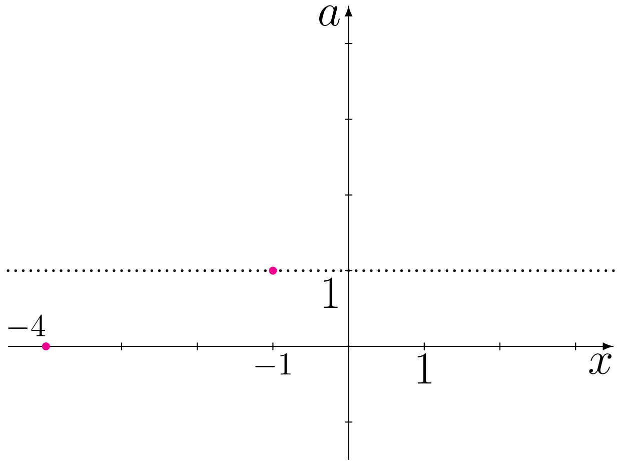
$a = 0 \;\Rightarrow\; x = -4. \qquad a = 1 \;\Rightarrow\; x = -1.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра* a *неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



Построим прямую $3a-x-4=0$.

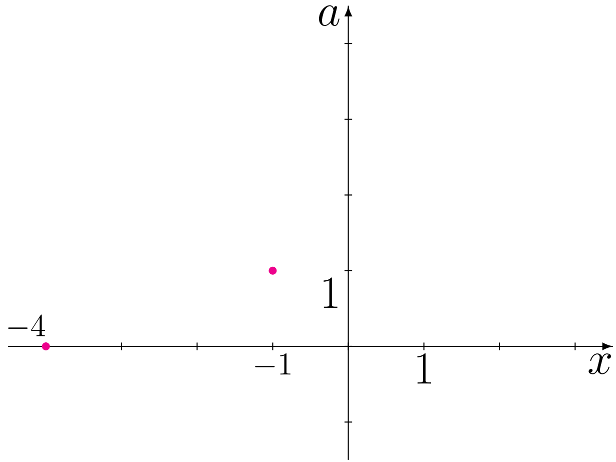
$a=0 \;\Rightarrow\; x=-4. \qquad a=1 \;\Rightarrow\; x=-1.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



Построим прямую $3a-x-4=0$.

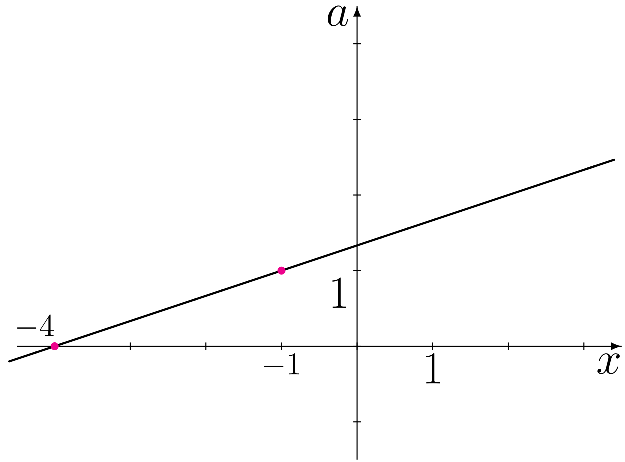
$a=0 \;\Rightarrow\; x=-4. \qquad a=1 \;\Rightarrow\; x=-1.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



Построим прямую $3a-x-4=0$.

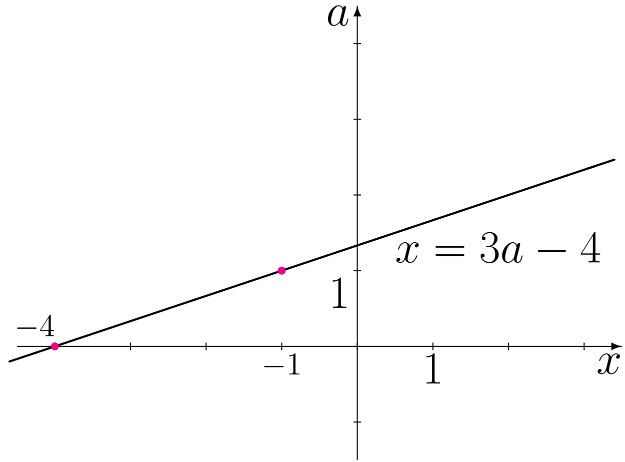
$a=0 \Rightarrow x=-4. \qquad a=1 \Rightarrow x=-1.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



Построим прямую $3a-x-4=0$.

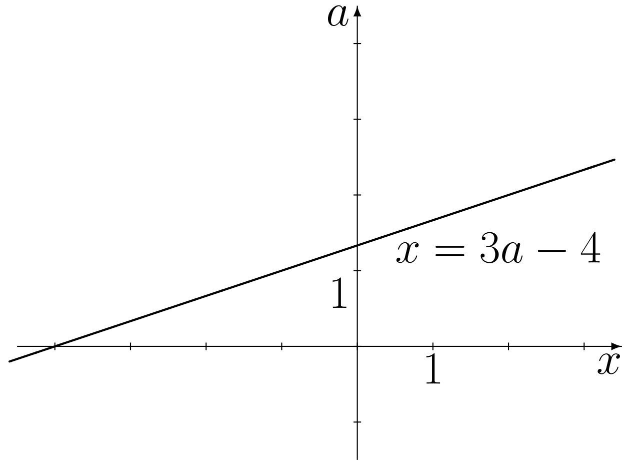
$a=0 \Rightarrow x=-4. \qquad a=1 \Rightarrow x=-1.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$$\frac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



Построим прямую $x-a+2=0$.

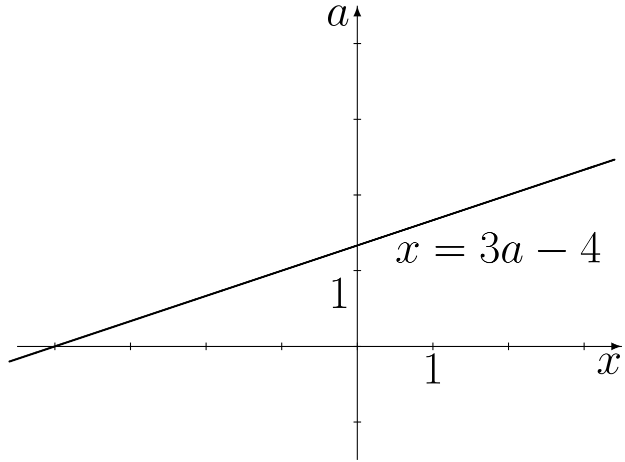
$a=0 \Rightarrow$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a - x - 4 = 0$ и $x - a + 2 = 0$.



Построим прямую $x - a + 2 = 0$.

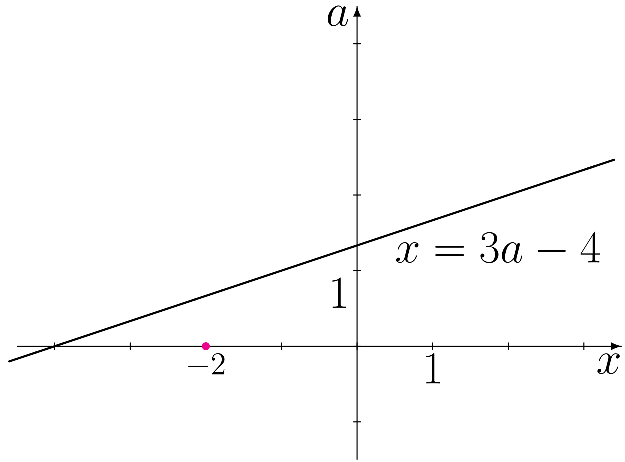
$a = 0 \;\Rightarrow\; x = -2.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a - x - 4 = 0$ и $x - a + 2 = 0.$



Построим прямую $x - a + 2 = 0.$

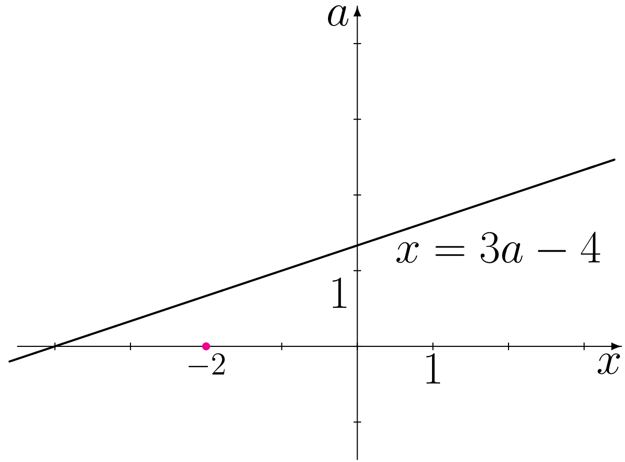
$a = 0 \ \Rightarrow\ x = -2.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a - x - 4 = 0$ и $x - a + 2 = 0$.



Построим прямую $x - a + 2 = 0$.

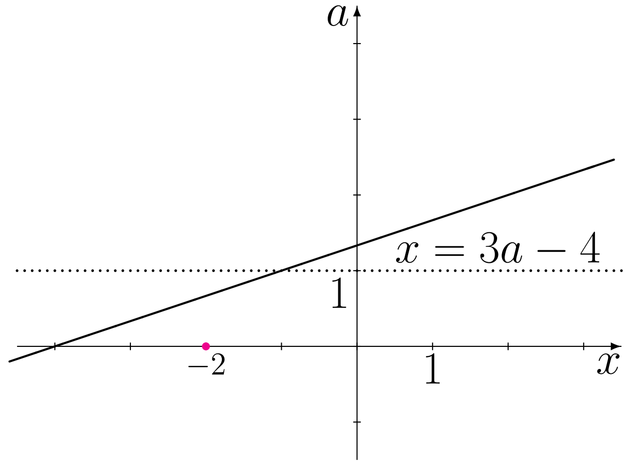
$a = 0 \Rightarrow x = -2$. $\quad a = 1 \Rightarrow$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0$.

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



Построим прямую $x-a+2=0$.

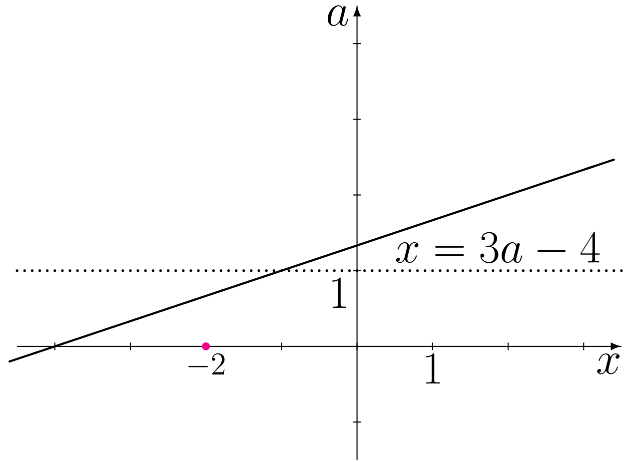
$a=0 \Rightarrow x=-2$. $\quad a=1 \Rightarrow$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0$.

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



Построим прямую $x-a+2=0$.

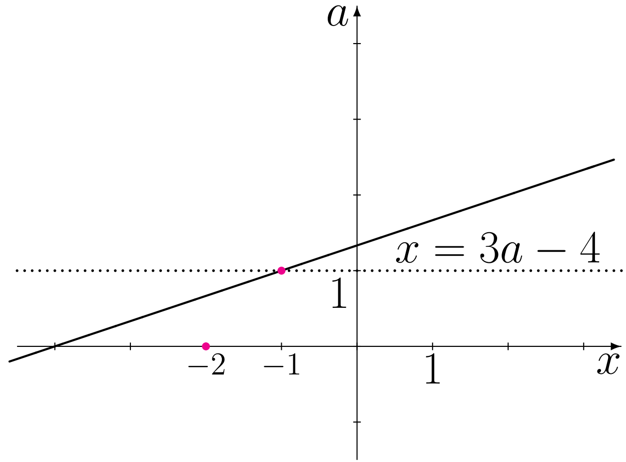
$a=0 \Rightarrow x=-2$. $\quad a=1 \Rightarrow x=-1$.

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a - x - 4 = 0$ и $x - a + 2 = 0$.



Построим прямую $x - a + 2 = 0$.

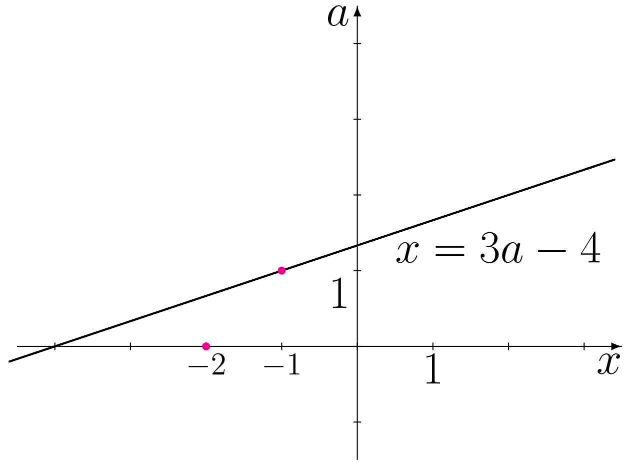
$a = 0 \;\Rightarrow\; x = -2. \qquad a = 1 \;\Rightarrow\; x = -1.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0$.



Построим прямую $x-a+2=0$.

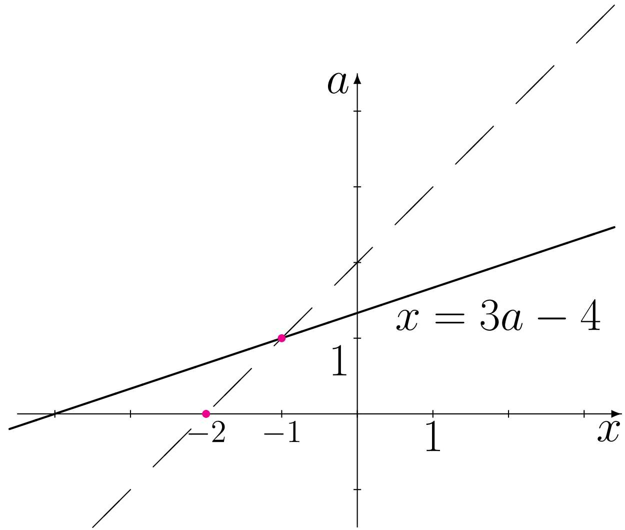
$a=0 \;\Rightarrow\; x=-2. \qquad a=1 \;\Rightarrow\; x=-1.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0.$



Построим прямую $x-a+2=0.$

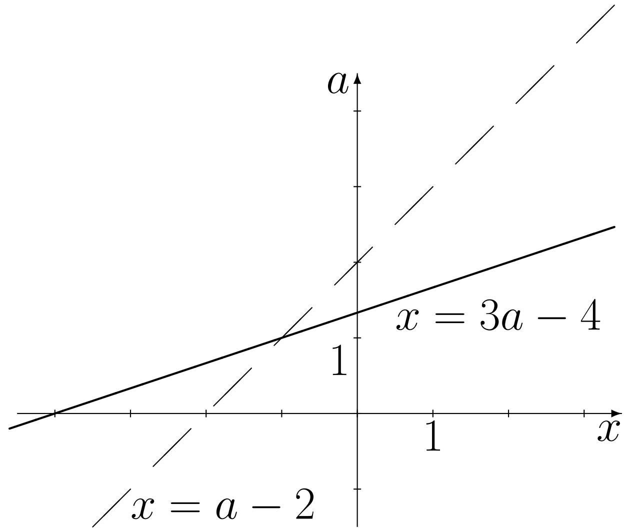
$a=0 \Rightarrow x=-2. \qquad a=1 \Rightarrow x=-1.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра* a *неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Итак, границами множества M являются линии, заданные уравнениями $3a-x-4=0$ и $x-a+2=0.$



Построим прямую $x-a+2=0.$

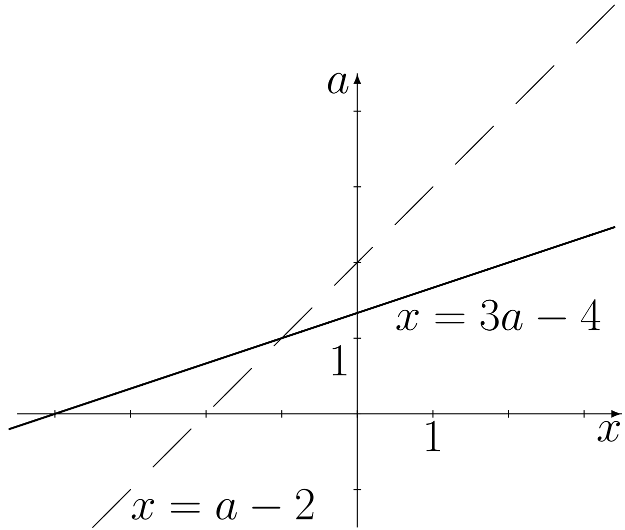
$a=0 \;\Rightarrow\; x=-2. \qquad a=1 \;\Rightarrow\; x=-1.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0$.

Эти границы разбили плоскость xOa на 4 части.

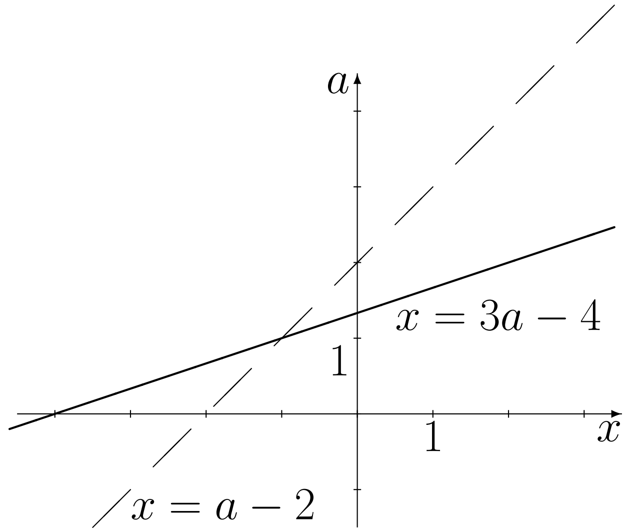


Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра* a *неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.

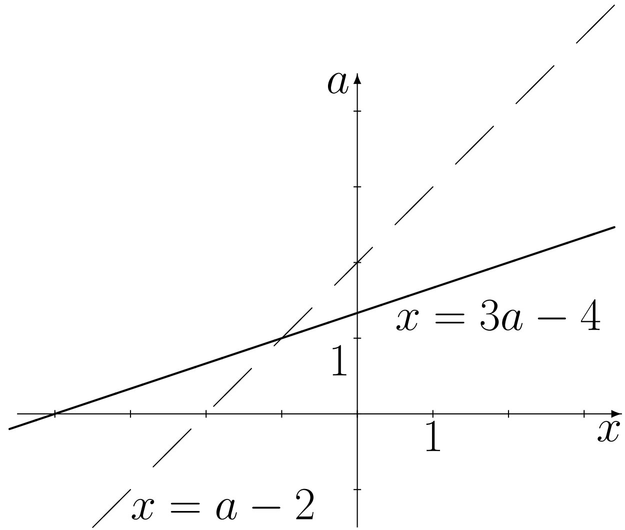


Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



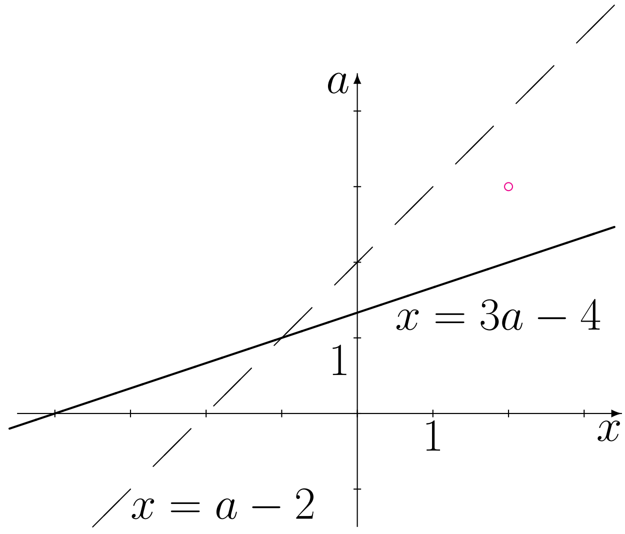
Достаточно <u>одной</u> точки из области, так как знак неравенства может измениться только после пересечения границы!

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.

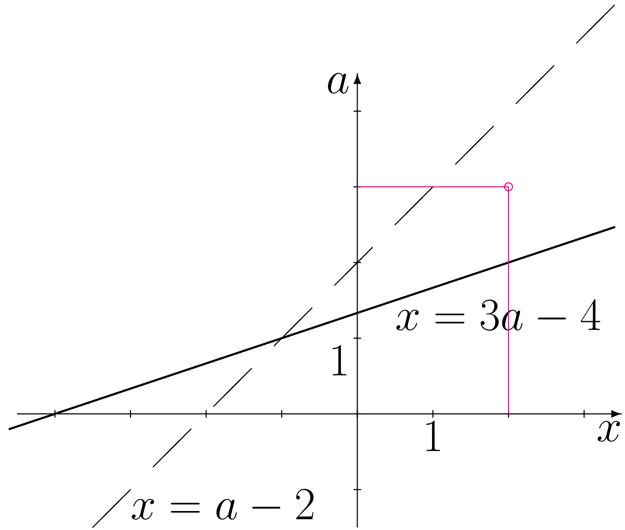


Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.

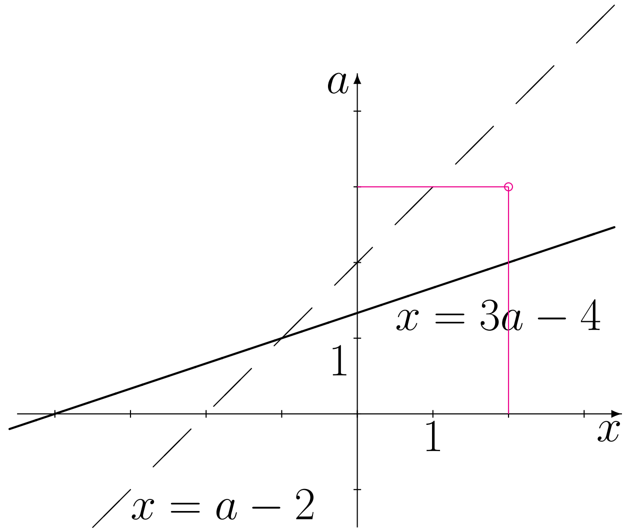


Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



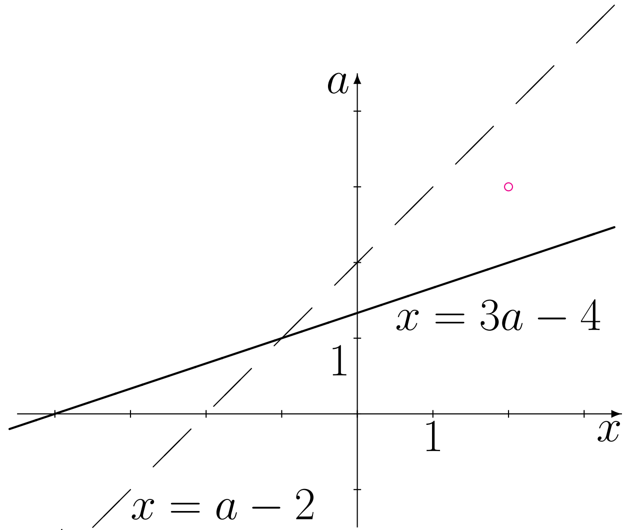
Для $(x,\ a) = (2,\ 3)$ имеем

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



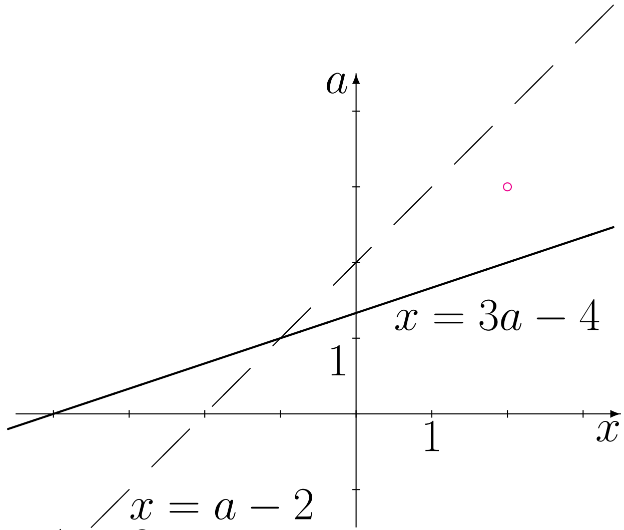
Для $(x,\ a) = (2,\ 3)$ имеем $\dfrac{3 \cdot 3 - 2 - 4}{2 - 3 + 2} =$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



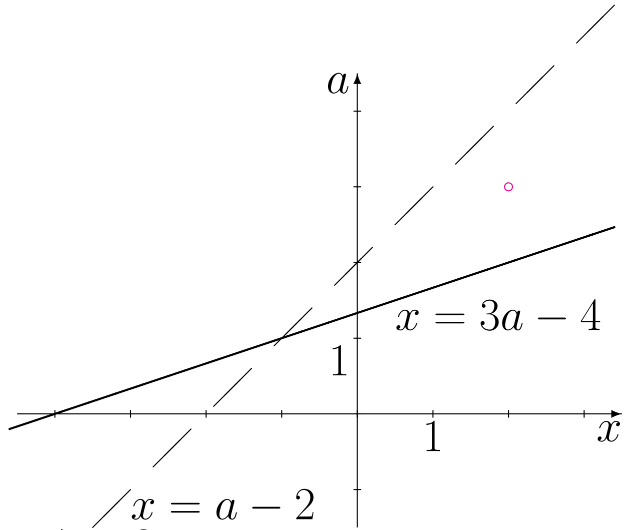
Для $(x,\ a) = (2,\ 3)$ имеем $\dfrac{3\cdot 3 - 2 - 4}{2-3+2} = \dfrac{3}{1}$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$$\frac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



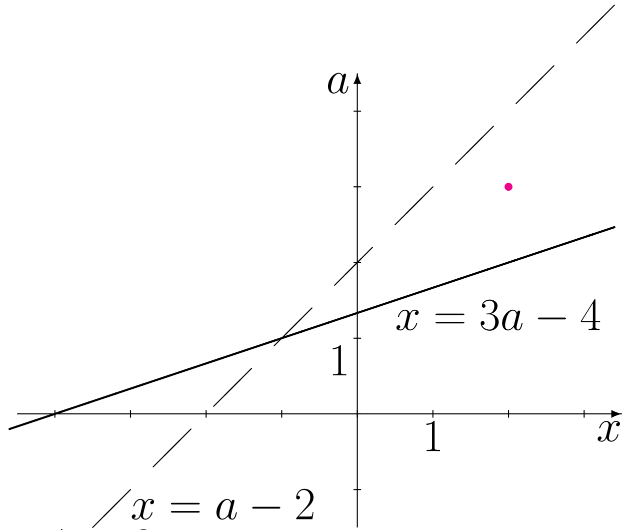
Для $(x,\ a) = (2,\ 3)$ имеем $\dfrac{3\cdot 3-2-4}{2-3+2} = \dfrac{3}{1} > 0$.

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



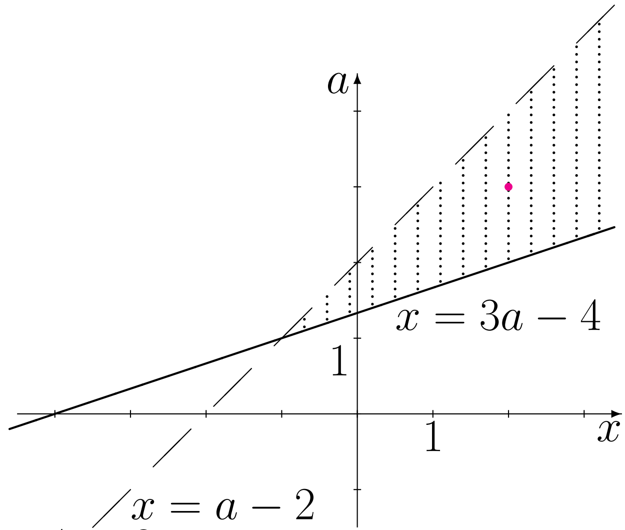
Для $(x,\ a) = (2,\ 3)$ имеем $\dfrac{3\cdot 3-2-4}{2-3+2} = \dfrac{3}{1} > 0.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



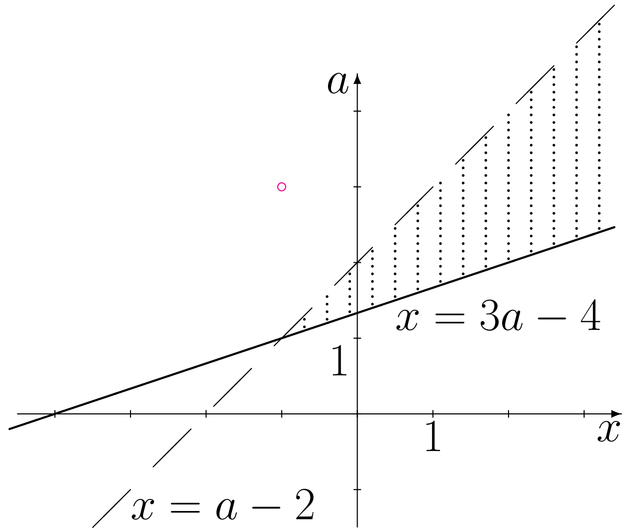
Для $(x,\ a) = (2,\ 3)$ имеем $\dfrac{3\cdot 3-2-4}{2-3+2} = \dfrac{3}{1} > 0.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.

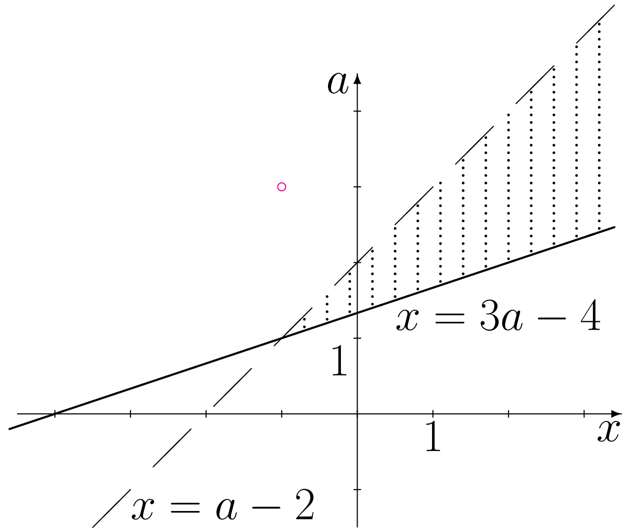


Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



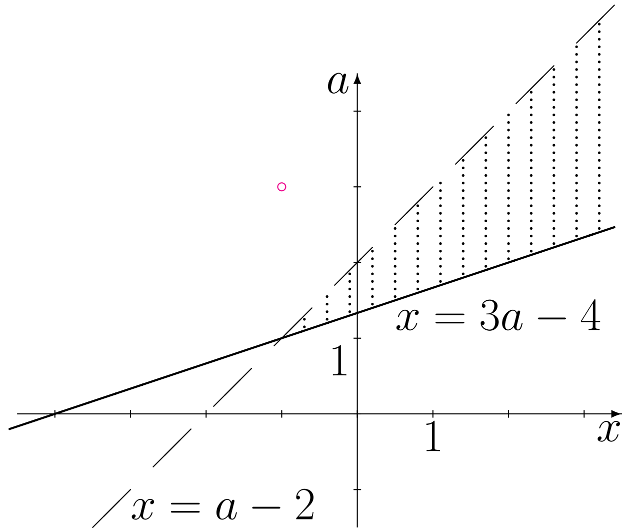
Для $(x,\ a) = (-1,\ 3)$ имеем

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



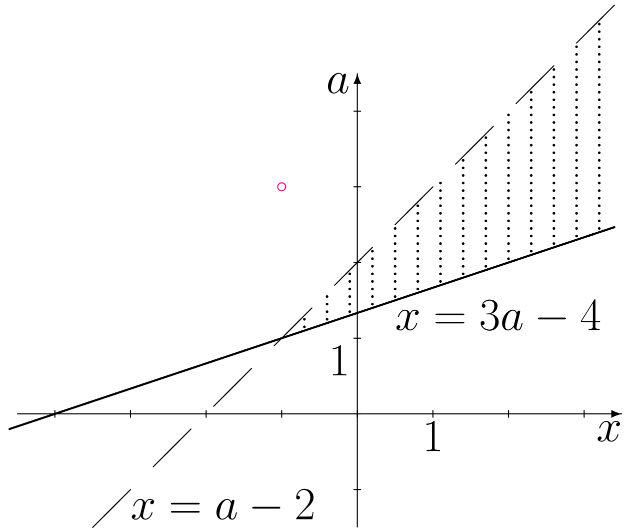
Для $(x,\ a) = (-1,\ 3)$ имеем $\dfrac{3\cdot 3-(-1)-4}{(-1)-3+2} =$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



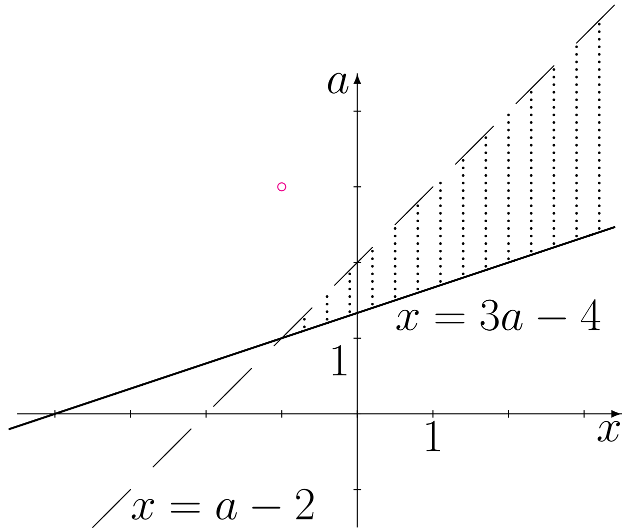
Для $(x,\ a) = (-1,\ 3)$ имеем $\dfrac{3 \cdot 3 - (-1) - 4}{(-1) - 3 + 2} = \dfrac{6}{-2}$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$$\frac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



Для $(x,\ a) = (-1,\ 3)$ имеем $\dfrac{3\cdot 3-(-1)-4}{(-1)-3+2} = \dfrac{6}{-2} < 0.$

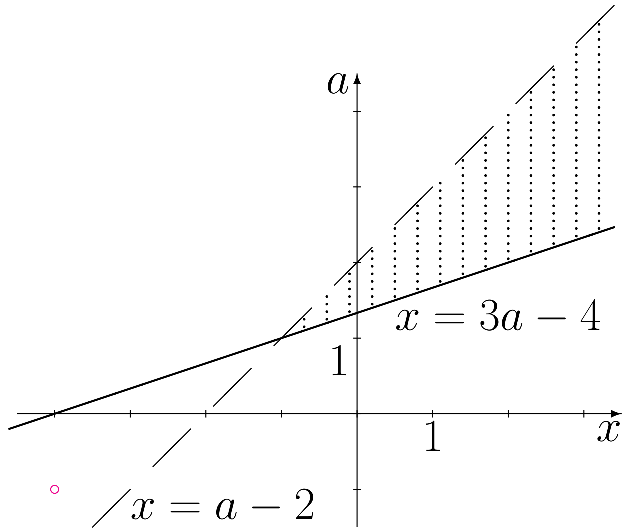
Координаты точки не удовлетворяют неравенству $\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.

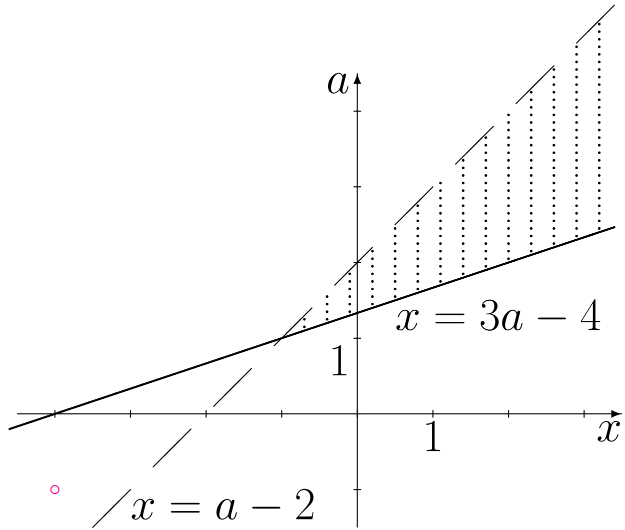


Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



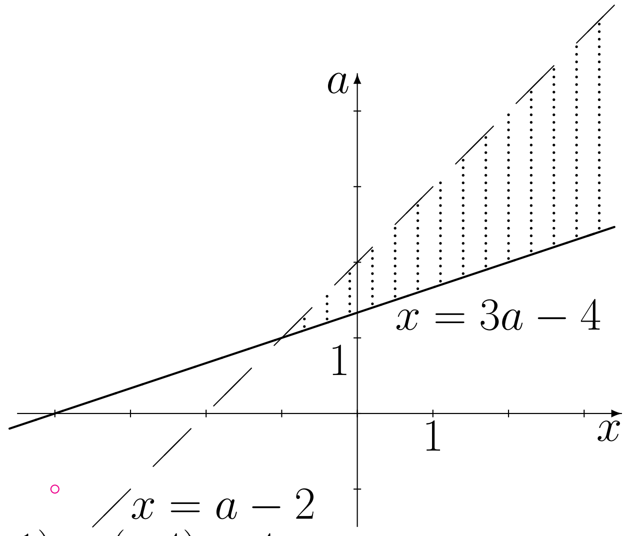
Для $(x,\ a) = (-4,\ -1)$ имеем

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



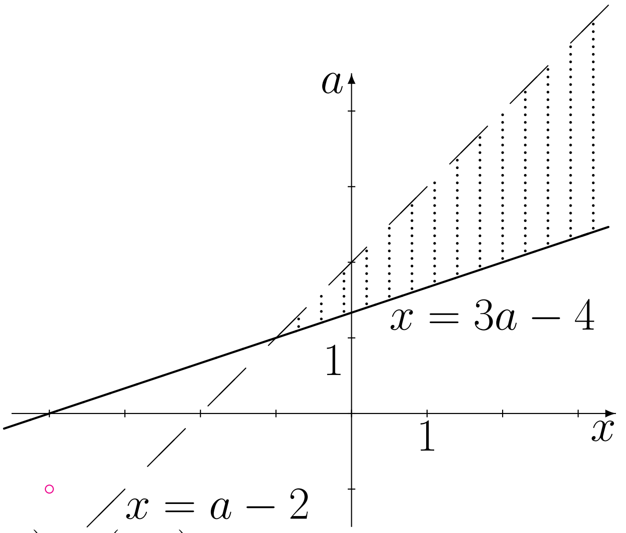
Для $(x,\ a) = (-4,\ -1)$ имеем $\dfrac{3\cdot(-1)-(-4)-4}{(-4)-(-1)+2} =$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



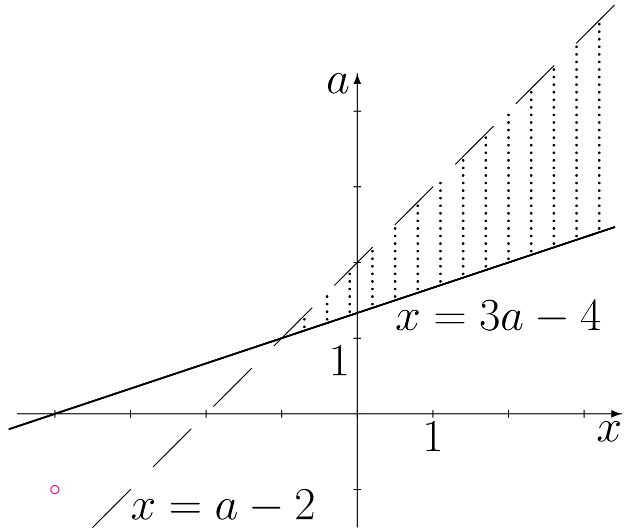
Для $(x,\ a) = (-4,\ -1)$ имеем $\dfrac{3\cdot(-1)-(-4)-4}{(-4)-(-1)+2} = \dfrac{-1}{-1}$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



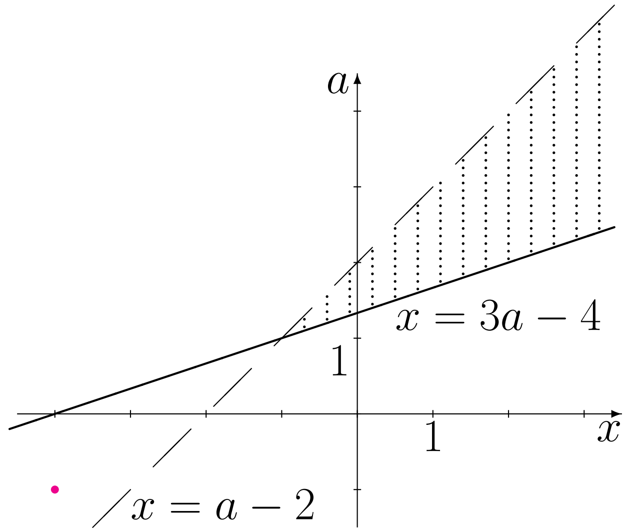
Для $(x,\ a) = (-4,\ -1)$ имеем $\dfrac{3\cdot(-1)-(-4)-4}{(-4)-(-1)+2} = \dfrac{-1}{-1} > 0.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



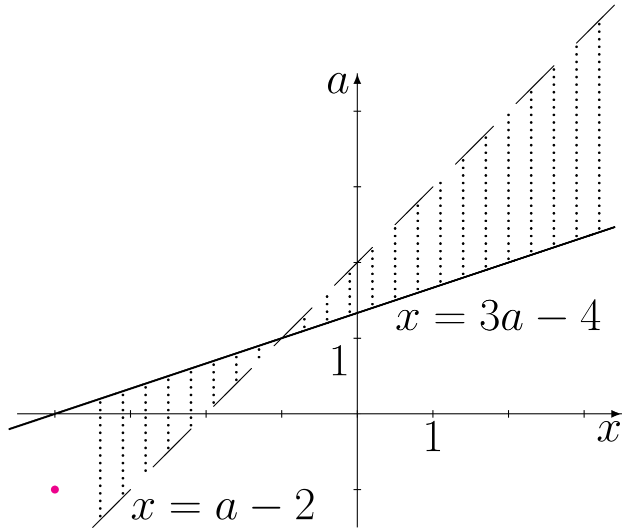
$$\text{Для } (x,\ a) = (-4,\ -1) \text{ имеем } \frac{3\cdot(-1)-(-4)-4}{(-4)-(-1)+2} = \frac{-1}{-1} > 0.$$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



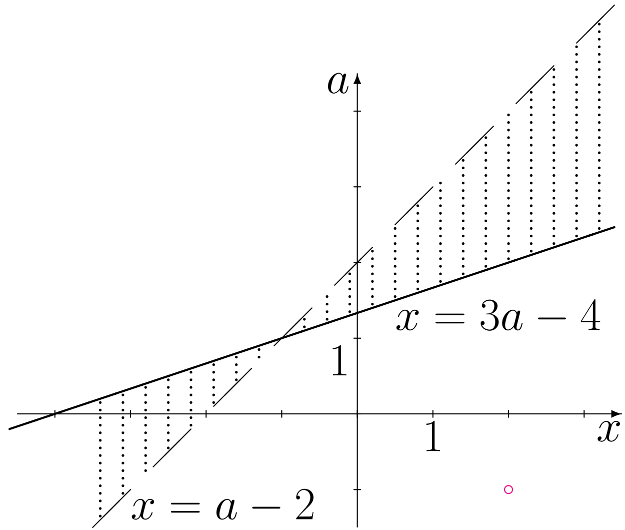
Для $(x,\ a) = (-4,\ -1)$ имеем $\dfrac{3\cdot(-1)-(-4)-4}{(-4)-(-1)+2} = \dfrac{-1}{-1} > 0.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.

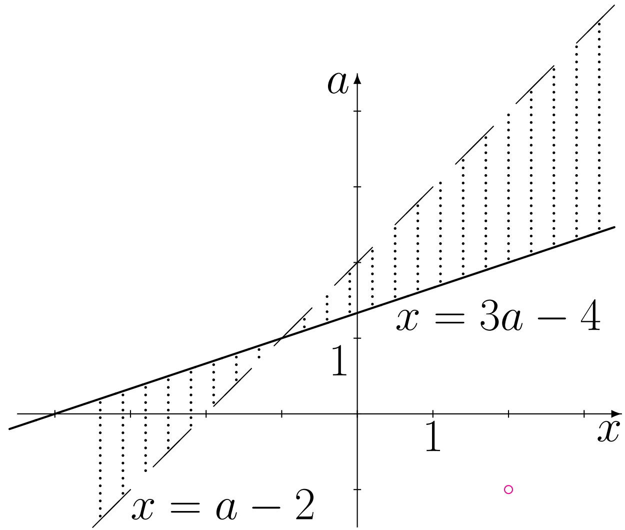


Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$$\frac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



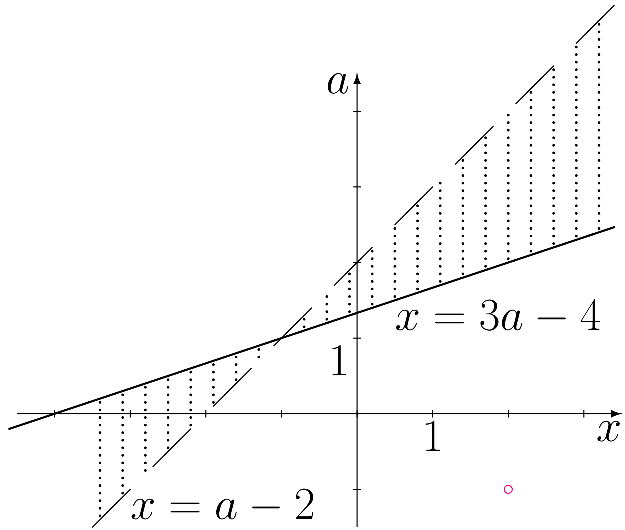
Для $(x,\ a) = (2,\ -1)$ имеем

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



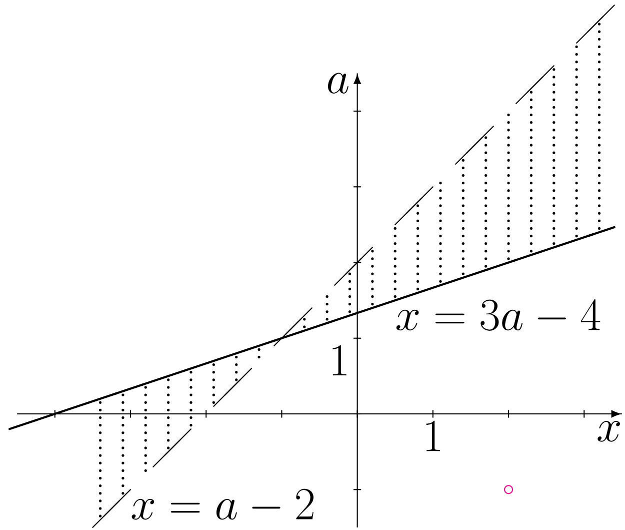
Для $(x,\ a) = (2,\ -1)$ имеем $\dfrac{3\cdot(-1)-2-4}{2-(-1)+2} =$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0$.

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.

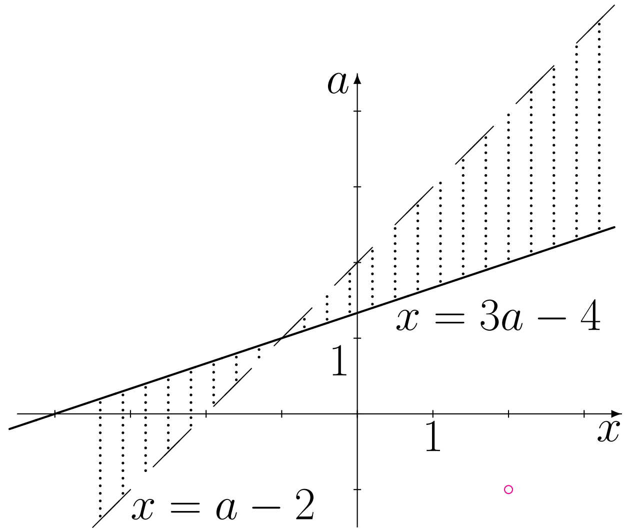


Для $(x,\ a) = (2,\ -1)$ имеем $\dfrac{3\cdot(-1)-2-4}{2-(-1)+2} = \dfrac{-7}{3}$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$



Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.

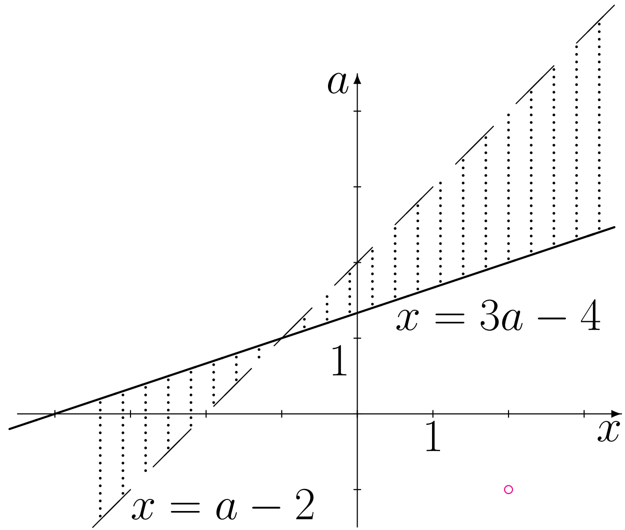
Для $(x,\ a) = (2,\ -1)$ имеем $\dfrac{3\cdot(-1)-2-4}{2-(-1)+2} = \dfrac{-7}{3} < 0.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Для того, чтобы понять, в каких частях «живут наши», достаточно выбрать из каждой части одну(!) точку, и проверить, удовлетворяют ли ее координаты неравенству.



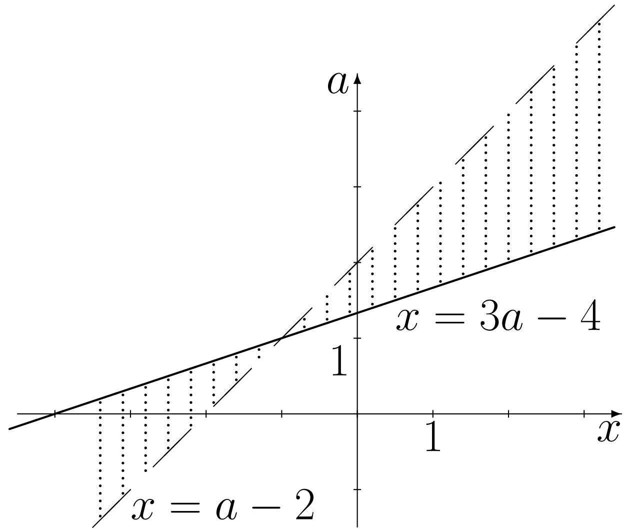
Для $(x,\ a) = (2,\ -1)$ имеем $\dfrac{3\cdot(-1)-2-4}{2-(-1)+2} = \dfrac{-7}{3} < 0.$

Координаты точки не удовлетворяют неравенству $\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра* a *неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$



Осталось записать ответ:

если $a <$

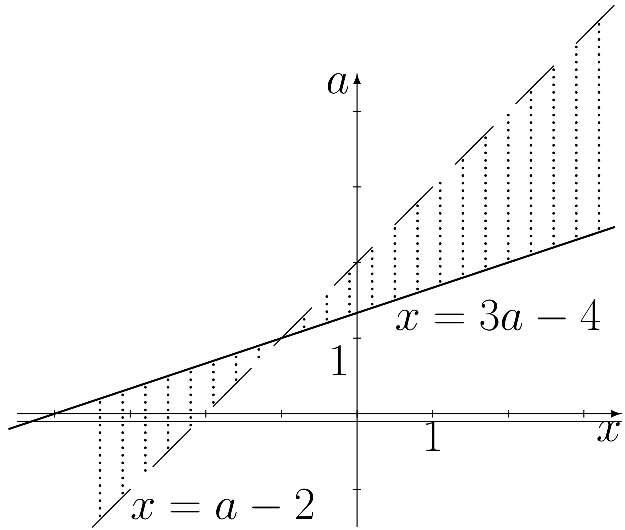
Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Осталось записать ответ:

если $a <$



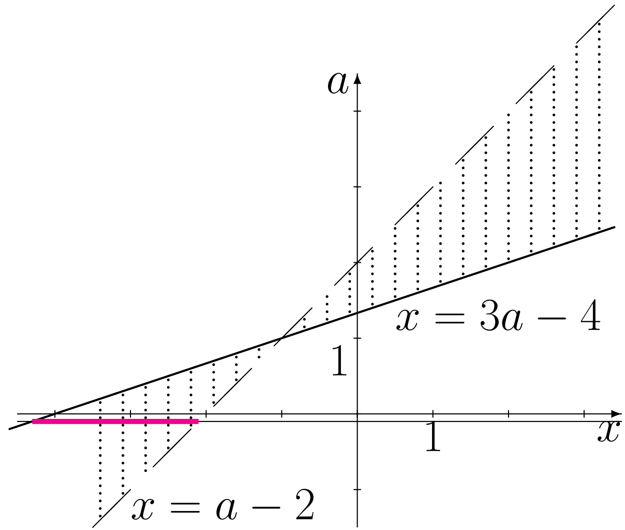
Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Осталось записать ответ:

если $a <$



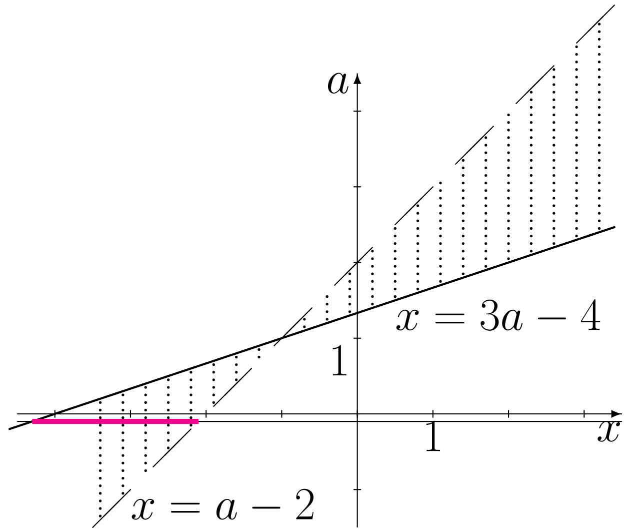
Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Осталось записать ответ:

если $a <$, то $3a-4 \leqslant x < a-2$,



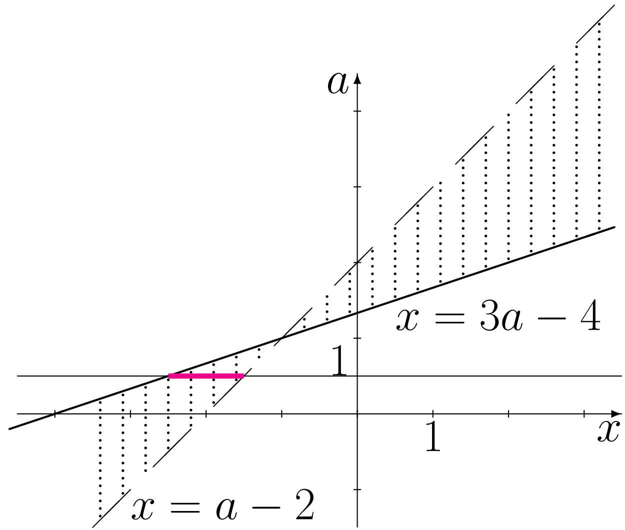
Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра* a *неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$$\frac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$$

Осталось записать ответ:

если $a <$, то $3a-4 \leqslant x < a-2$,



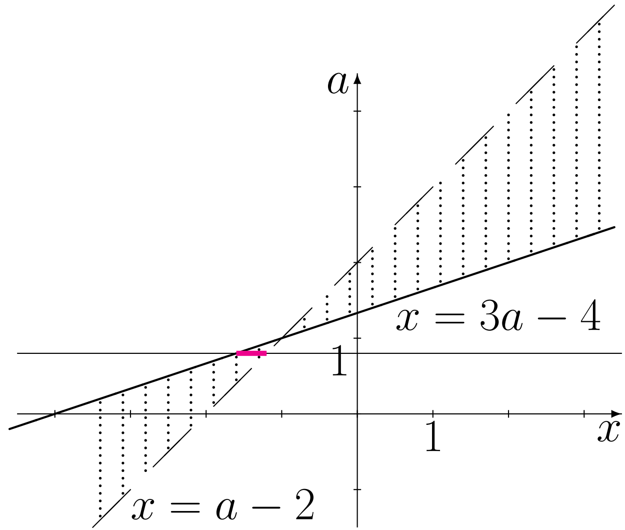
Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра* a *неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Осталось записать ответ:

если $a <$, то $3a-4 \leqslant x < a-2$,



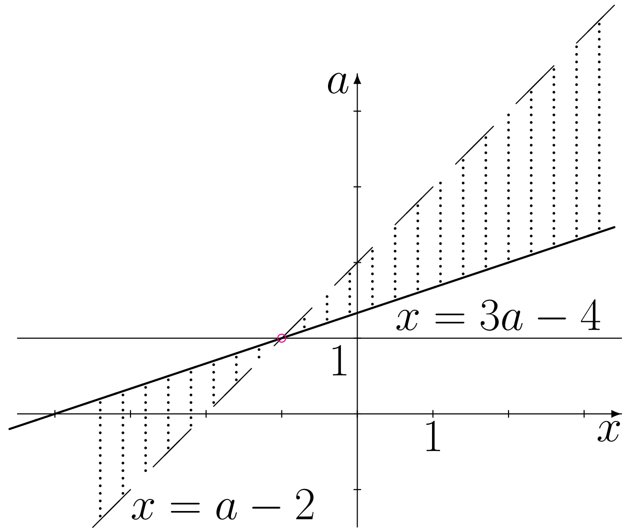
Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Осталось записать ответ:

если $a <$, то $3a-4 \leqslant x < a-2$,



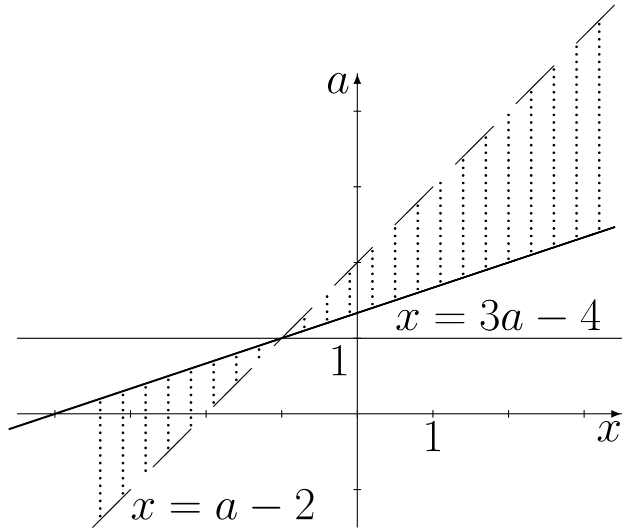
Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Осталось записать ответ:

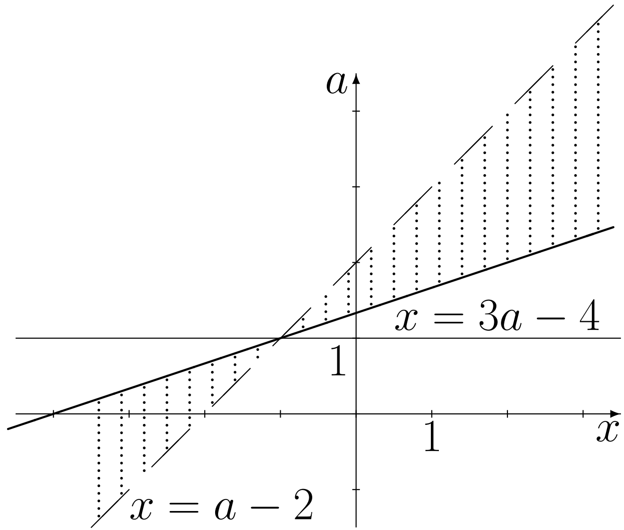
если $a < 1$, то $3a-4 \leqslant x < a-2$,



Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0$.



Осталось записать ответ:

если $a < 1$, то $3a-4 \leqslant x < a-2$,

если $a = 1$, то решений нет.

Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

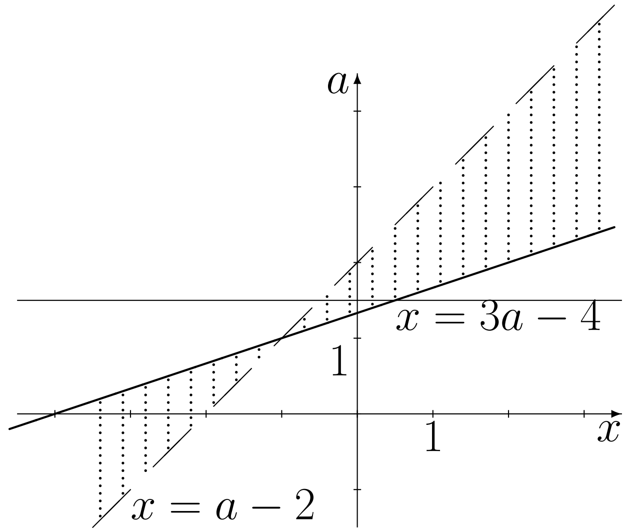
$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Осталось записать ответ:

если $a<1$, то $3a-4 \leqslant x < a-2$,

если $a=1$, то решений нет.

если $a>1$, то



Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра a неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2$.

Геометрическое решение.

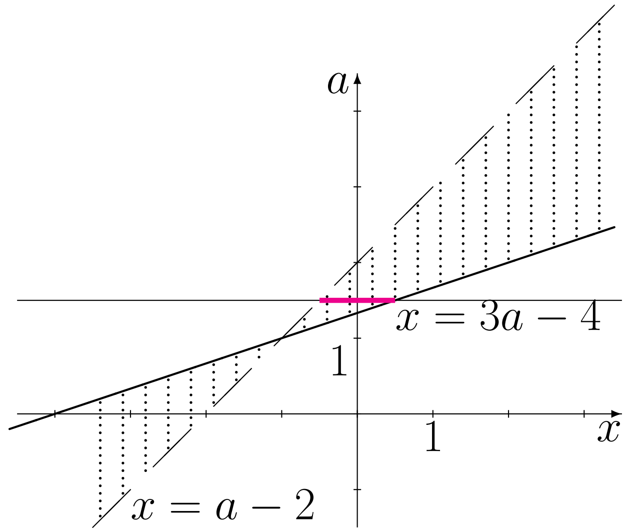
$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Осталось записать ответ:

если $a < 1$, то $3a-4 \leqslant x < a-2$,

если $a = 1$, то решений нет.

если $a > 1$, то



Пример 3. *Решить при всех допустимых значениях параметра* a *неравенство* $\dfrac{x+a}{x-a+2} \geqslant 2.$

Геометрическое решение.

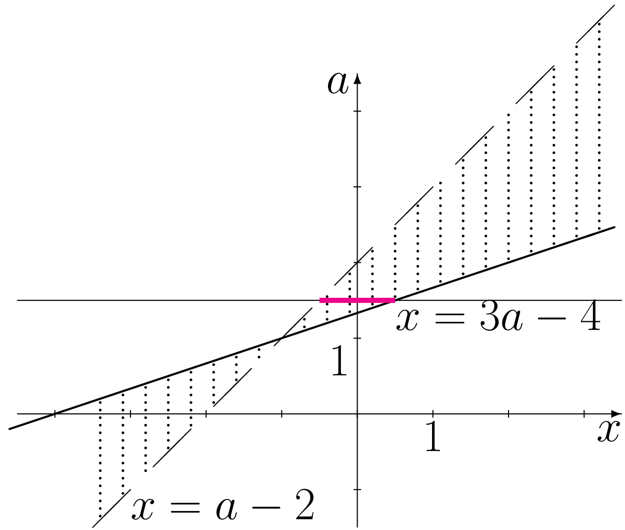
$\dfrac{3a-x-4}{x-a+2} \geqslant 0.$

Осталось записать ответ:

если $a<1$, то $3a-4 \leqslant x < a-2$,

если $a=1$, то решений нет.

если $a>1$, то $a-2 < x \leqslant 3a-4$.



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Выражение в левой части неравенства представляет собой произведение.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^{\mathbf{2}}\left(\sqrt{\mathbf{2}-\mathbf{x}}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Выражение в левой части неравенства представляет собой произведение.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{\mathbf{1/2}}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+\mathbf{2}\log_{\mathbf{4}}(\mathbf{2x}+\mathbf{a}-\mathbf{4})-\mathbf{2}\right)\geq 0.$$

Решение. Выражение в левой части неравенства представляет собой произведение.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Выражение в левой части неравенства представляет собой произведение.

Тем не менее, аналитическое решение будет, очевидно, чрезвычайно громоздким.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Выражение в левой части неравенства представляет собой произведение.

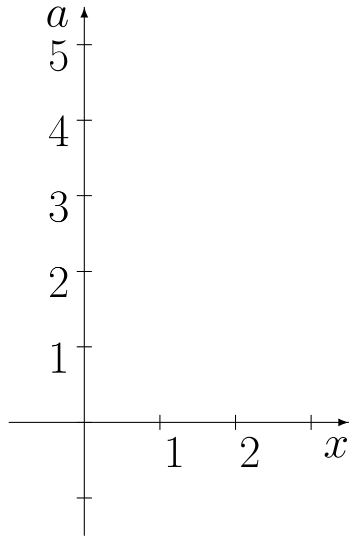
Тем не менее, аналитическое решение будет, очевидно, чрезвычайно громоздким.

Перейдём к геометрической модели неравенств.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

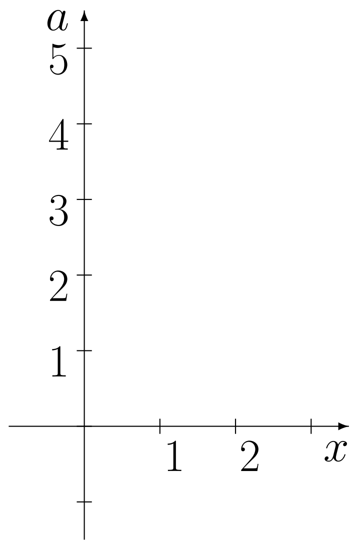
Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{\mathbf{2-x}}\right)\cdot\Bigl(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Bigr)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

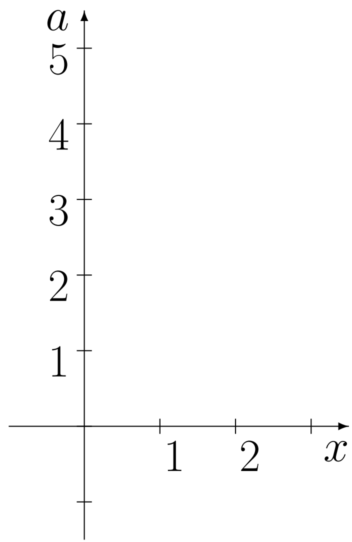


Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{\mathbf{2-x}}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ \\ \end{cases}$$

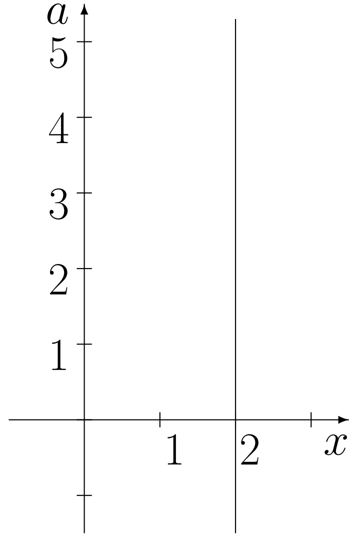


Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{\mathbf{2-x}}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ \end{cases}$$

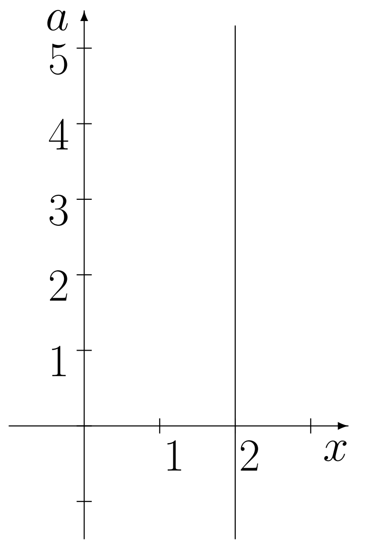


Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{\mathbf{2-x}}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ \\ \end{cases}$$



Если взять точку на прямой $x=2$, то для того, чтобы точка попала в область $2-x<0$, x мож-
увеличивать?
но уменьшать?

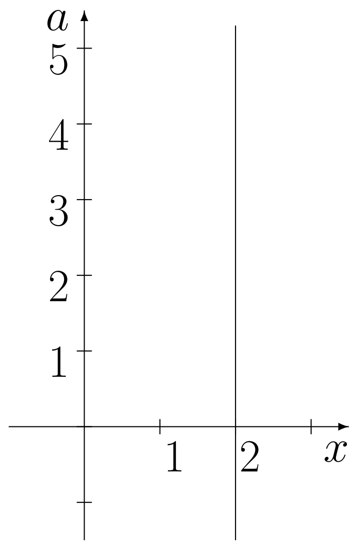
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{\mathbf{2-x}}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ \\ \end{cases}$$

Если взять точку на прямой $x=2$, то для того, чтобы точка попала в область $2-x<0$, x можно уменьшать.

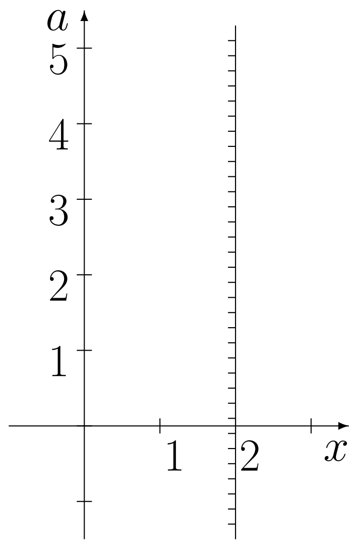


Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{\mathbf{2-x}}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ \\ \end{cases}$$



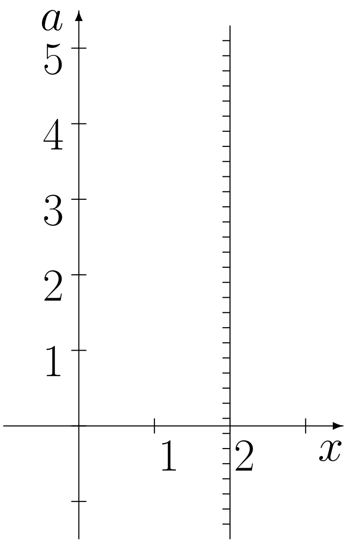
Если взять точку на прямой $x=2$, то для того, чтобы точка попала в область $2-x<0$, $\quad x$ можно уменьшать.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}\left(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3}\right)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ \\ \end{cases}$$

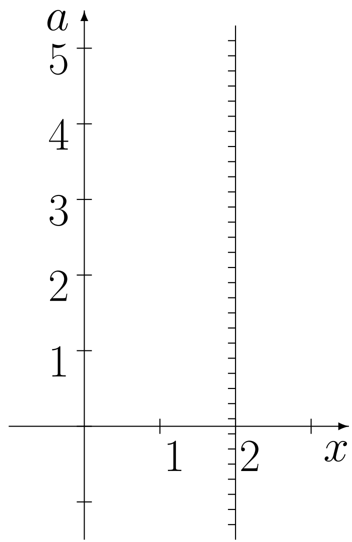


Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0, \\ \end{cases}$$



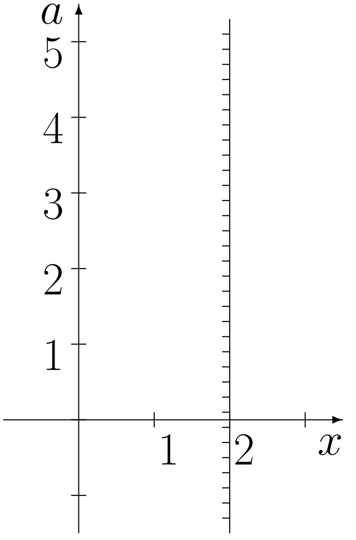
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}\left(\mathbf{x-a+3}\right)+2\log_4\left(2x+a-4\right)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

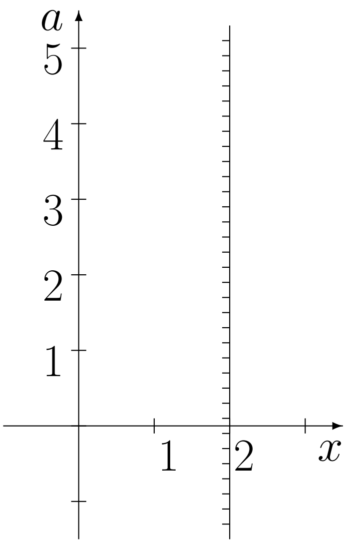
$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ \end{cases}$$

Сначала изобразим границу области $x-a+3>0$, т.е. $x-a+3=0$.



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x-a+3})+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$



Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ \end{cases}$$

Сначала изобразим границу области $x-a+3>0$, т.е. прямую $x-a+3=0$.

Пример 4. *Решите неравенство*

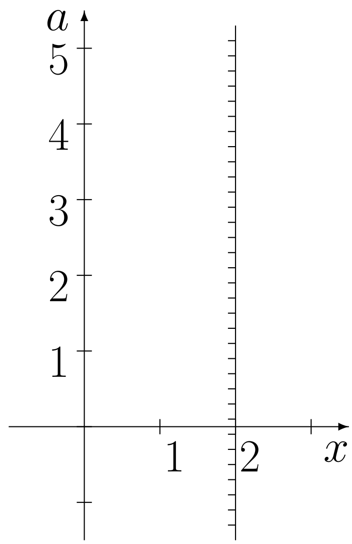
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ \end{cases}$$

Сначала изобразим границу области $x-a+3>0$, т.е. прямую $x-a+3=0$.

При $x=0$



Пример 4. *Решите неравенство*

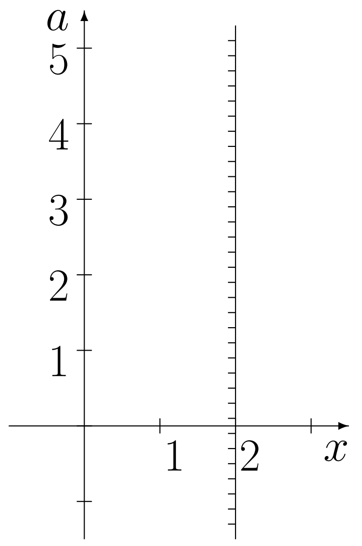
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}\left(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3}\right)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ \end{cases}$$

Сначала изобразим границу области $x-a+3>0$, т.е. прямую $x-a+3=0$.

При $x=0$ получаем $0-a+3=0$, т.е. .



Пример 4. *Решите неравенство*

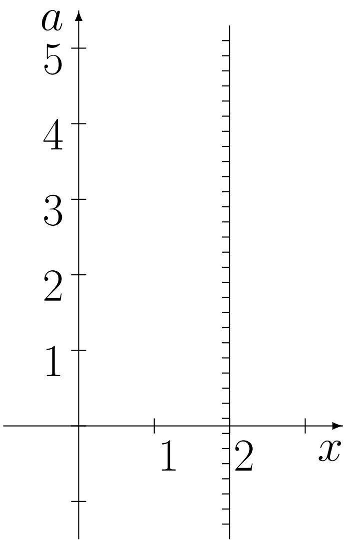
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ \end{cases}$$

Сначала изобразим границу области $x-a+3>0$, т.е. прямую $x-a+3=0$.

При $x=0$ получаем $0-a+3=0$, т.е. $a=3$.



Пример 4. *Решите неравенство*

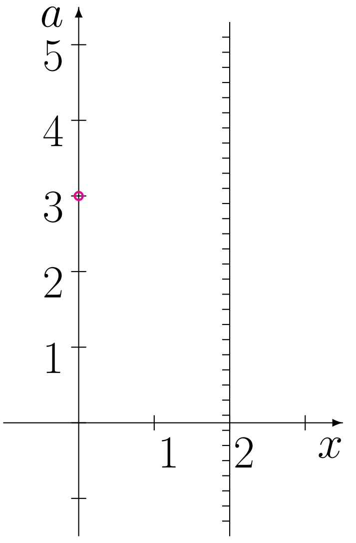
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ \end{cases}$$

Сначала изобразим границу области $x-a+3>0$, т.е. прямую $x-a+3=0$.

При $x=0$ получаем $0-a+3=0$, т.е. $a=3$.



Пример 4. *Решите неравенство*

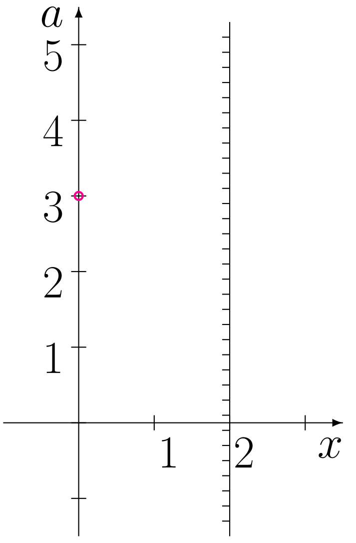
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}\left(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3}\right)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ \end{cases}$$

Сначала изобразим границу области $x-a+3>0$, т.е. прямую $x-a+3=0$.

При $x=2$ получаем



Пример 4. *Решите неравенство*

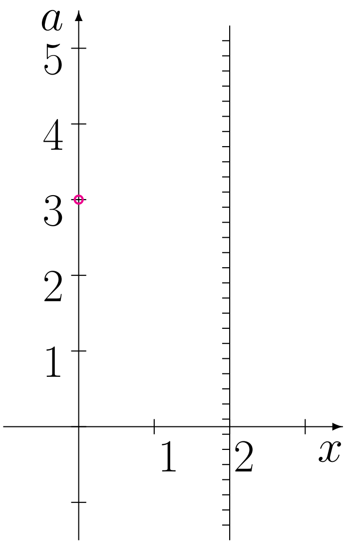
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ \end{cases}$$

Сначала изобразим границу области $x-a+3>0$, т.е. прямую $x-a+3=0$.

При $x=2$ получаем $2-a+3=0$, т.е. .



Пример 4. *Решите неравенство*

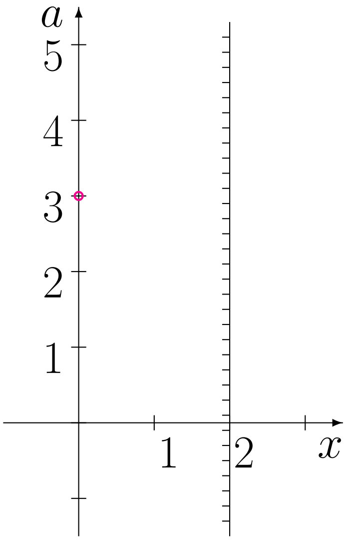
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x-a+3})+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ \end{cases}$$

Сначала изобразим границу области $x-a+3>0$, т.е. прямую $x-a+3=0$.

При $x=2$ получаем $2-a+3=0$, т.е. $a=5$.

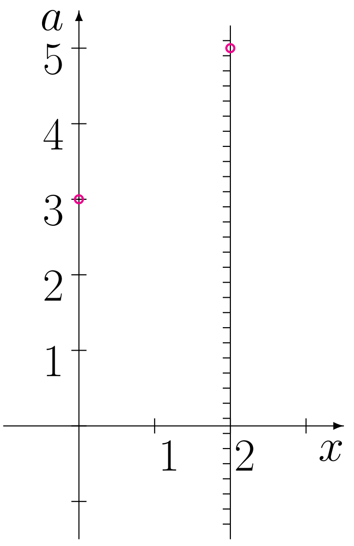


Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}\left(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3}\right)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ \end{cases}$$



Сначала изобразим границу области $x-a+3>0$, т.е. прямую $x-a+3=0$.

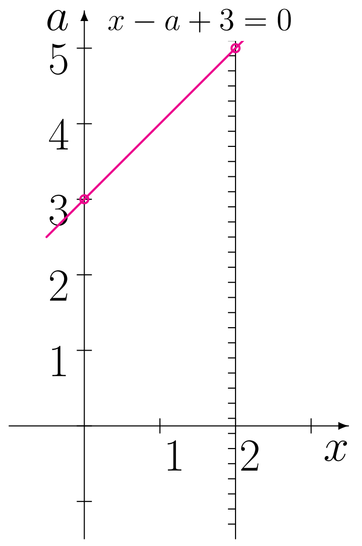
При $x=2$ получаем $2-a+3=0$, т.е. $a=5$.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}\left(\mathbf{x-a+3}\right)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ \end{cases}$$



Сначала изобразим границу области $x-a+3>0$, т.е. прямую $x-a+3=0$.

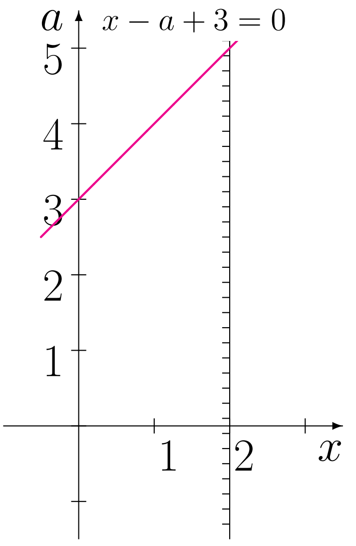
При $x=2$ получаем $2-a+3=0$, т.е. $a=5$.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ \end{cases}$$



Если взять точку на границе $x-a+3=0$, то при фиксированном a для получения $x-a+3>0$ значение переменной x надо увеличивать?

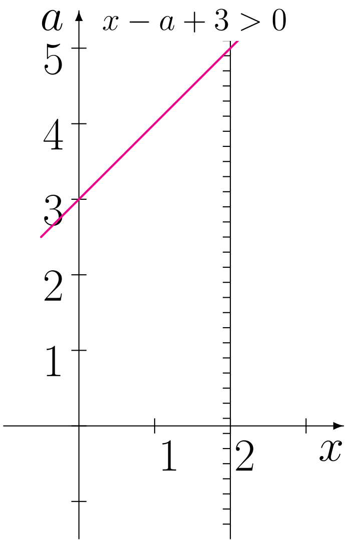
уменьшать?

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}\left(\mathbf{x-a+3}\right)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ \end{cases}$$



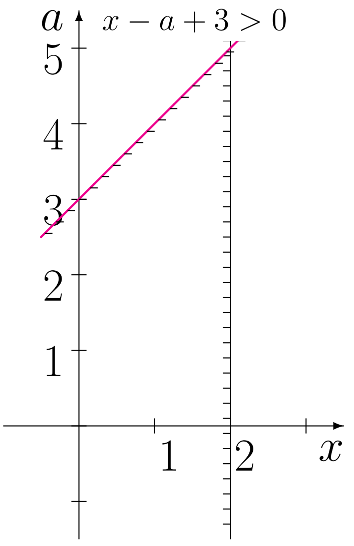
Если взять точку на границе $x-a+3=0$, то при фиксированном a для получения $x-a+3>0$ значение переменной x надо увеличивать.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ \end{cases}$$



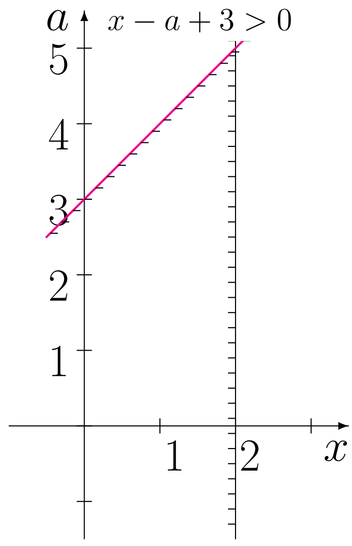
Если взять точку на границе $x-a+3=0$, то при фиксированном a для получения $x-a+3>0$ значение переменной x надо увеличивать.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(\mathbf{2x+a-4})-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ \end{cases}$$



Неравенство $x-a+3>0$ строгое, поэтому граница не принадлежит области $x-a+3>0$.

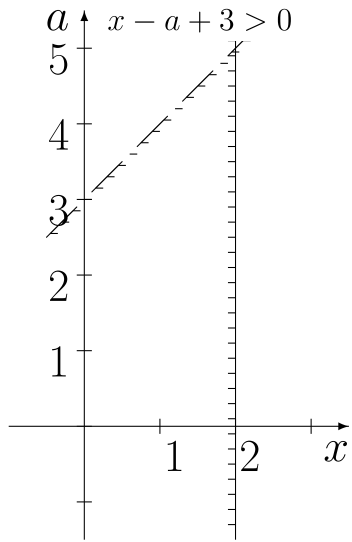
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4\left(\mathbf{2x+a-4}\right)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ \end{cases}$$

Неравенство $x-a+3>0$ строгое, поэтому граница не принадлежит области $x-a+3>0$.

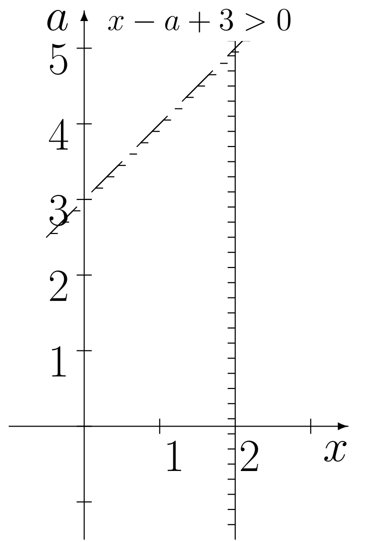


Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(\mathbf{2x}+\mathbf{a}-\mathbf{4})-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ 2x+a-4>0. \end{cases}$$



Пример 4. *Решите неравенство*

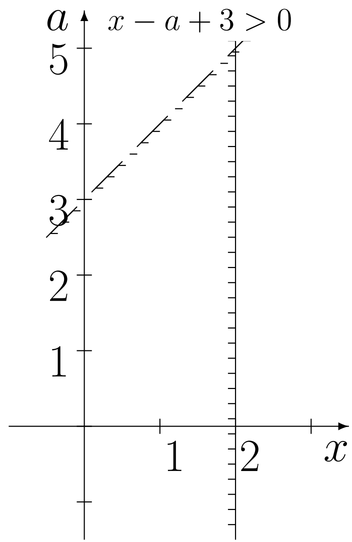
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ 2x+a-4>0.\end{cases}$$

Сначала изобразим границу —

$$2x+a-4=0.$$



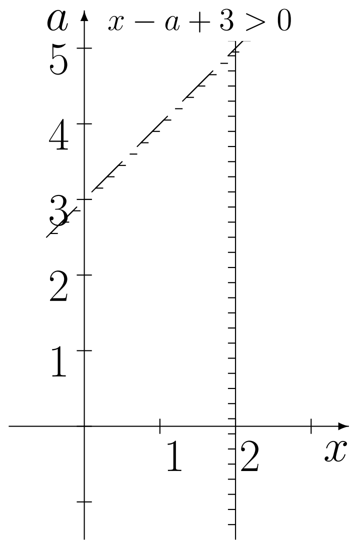
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ 2x+a-4>0. \end{cases}$$

Сначала изобразим границу — прямую $2x+a-4=0$.



Пример 4. *Решите неравенство*

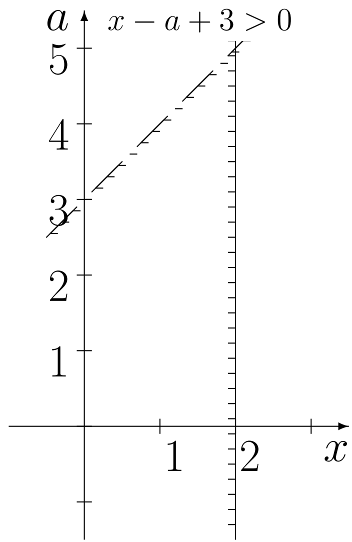
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ 2x+a-4>0.\end{cases}$$

Сначала изобразим границу — прямую $2x+a-4=0$.

При $x=0$ имеем



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

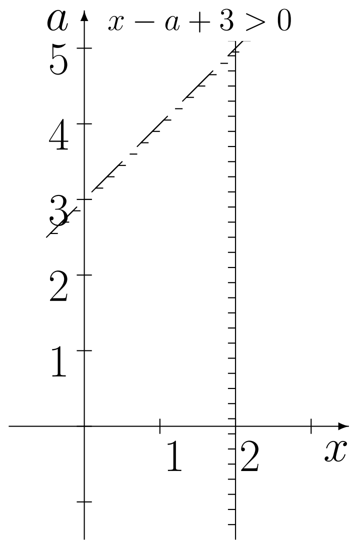
Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ 2x+a-4>0.\end{cases}$$

Сначала изобразим границу —

прямую $2x+a-4=0$.

При $x=0$ имеем $2\cdot 0+a-4=0\ \Rightarrow$

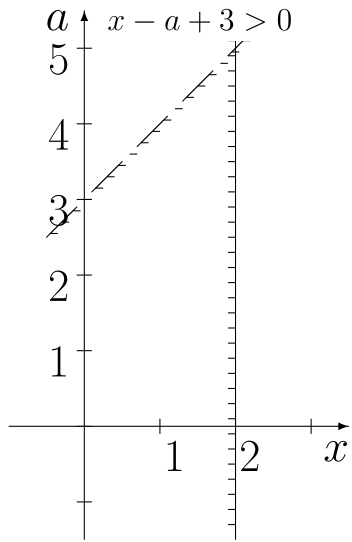


Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ 2x+a-4>0. \end{cases}$$



Сначала изобразим границу —

прямую $2x+a-4=0$.

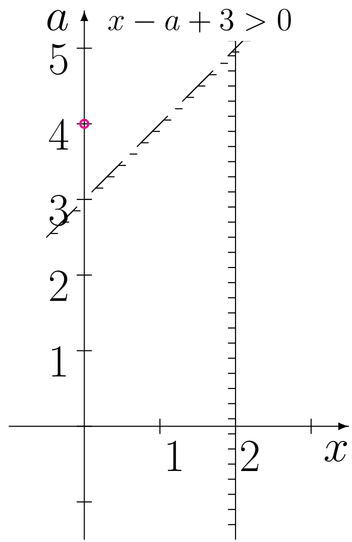
При $x=0$ имеем $2\cdot 0+a-4=0 \;\Rightarrow\; a=4$.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ 2x+a-4>0. \end{cases}$$



Сначала изобразим границу — прямую $2x+a-4=0$.

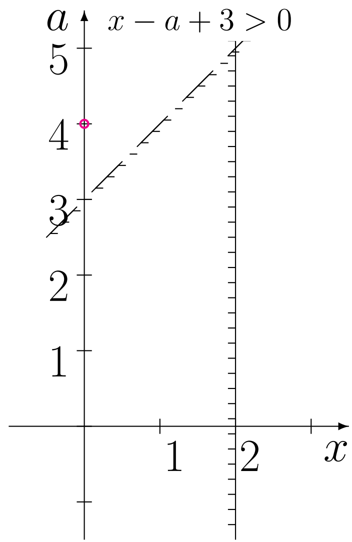
При $x=0$ имеем $2\cdot 0+a-4=0 \;\Rightarrow\; a=4.$

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ 2x+a-4>0. \end{cases}$$



Сначала изобразим границу —

прямую $2x+a-4=0$.

При $x=0$ имеем $2\cdot 0+a-4=0 \;\Rightarrow\; a=4$.

При $x=2$ имеем

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

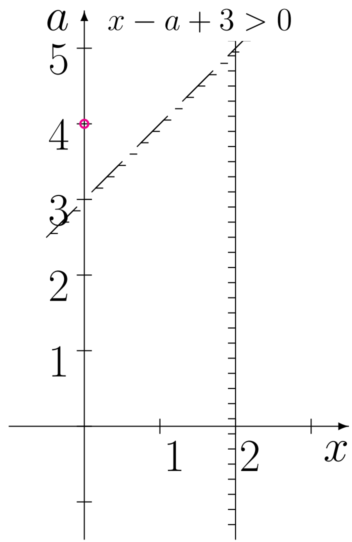
$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ 2x+a-4>0. \end{cases}$$

Сначала изобразим границу —

прямую $2x+a-4=0$.

При $x=0$ имеем $2\cdot 0+a-4=0 \;\Rightarrow\; a=4$.

При $x=2$ имеем $2\cdot 2+a-4=0 \;\Rightarrow$



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

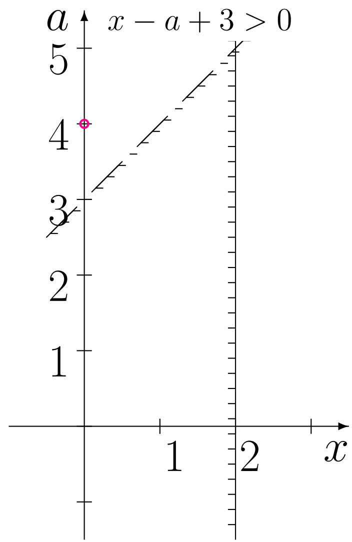
$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ 2x+a-4>0.\end{cases}$$

Сначала изобразим границу —

прямую $2x+a-4=0$.

При $x=0$ имеем $2\cdot 0+a-4=0 \;\Rightarrow\; a=4$.

При $x=2$ имеем $2\cdot 2+a-4=0 \;\Rightarrow\; a=0$.



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

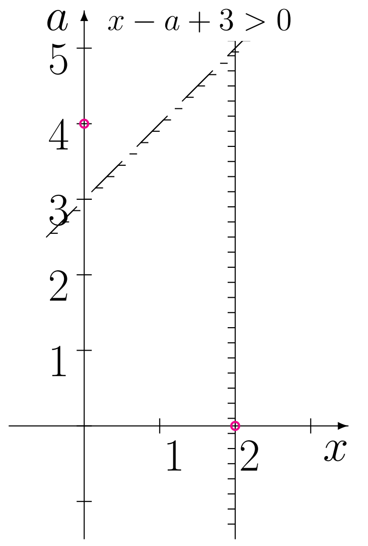
$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ 2x+a-4>0. \end{cases}$$

Сначала изобразим границу —

прямую $2x+a-4=0$.

При $x=0$ имеем $2\cdot 0+a-4=0 \;\Rightarrow\; a=4$.

При $x=2$ имеем $2\cdot 2+a-4=0 \;\Rightarrow\; a=0$.



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

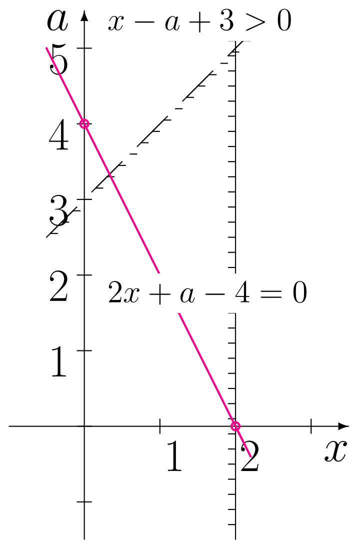
$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ 2x+a-4>0. \end{cases}$$

Сначала изобразим границу —

прямую $2x+a-4=0$.

При $x=0$ имеем $2\cdot 0+a-4=0 \Rightarrow a=4$.

При $x=2$ имеем $2\cdot 2+a-4=0 \Rightarrow a=0$.

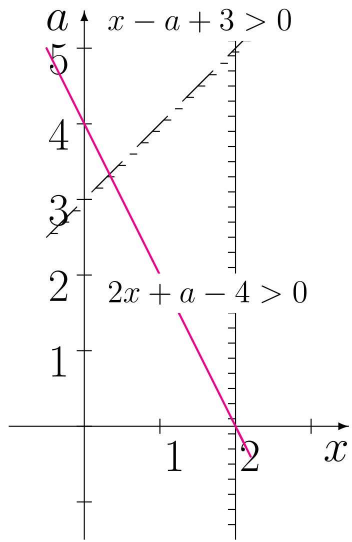


Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0, \\ x-a+3>0, \\ 2x+a-4>0. \end{cases}$$



Если взять точку на границе $2x+a-4>0$, то она при фиксированном a попадёт в область

увеличивать?

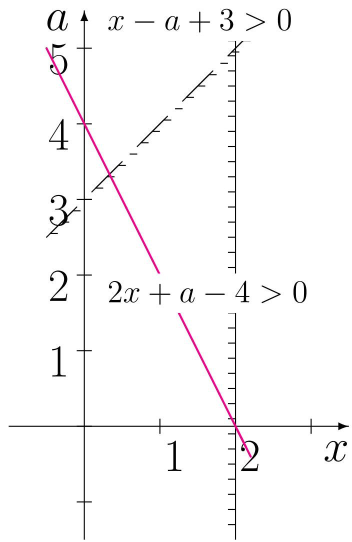
$2x+a-4>0$, если x уменьшать?

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ 2x+a-4>0.\end{cases}$$



Если взять точку на границе $2x+a-4>0$, то она при фиксированном a попадёт в область

$2x+a-4>0$, если x увеличивать.

Пример 4. *Решите неравенство*

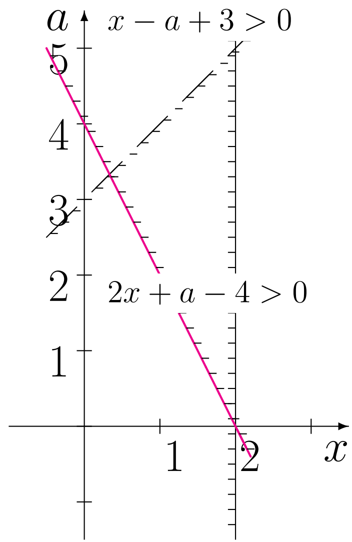
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ 2x+a-4>0.\end{cases}$$

Если взять точку на границе $2x+a-4>0$, то она при фиксированном a попадёт в область

$2x+a-4>0$, если x увеличивать.



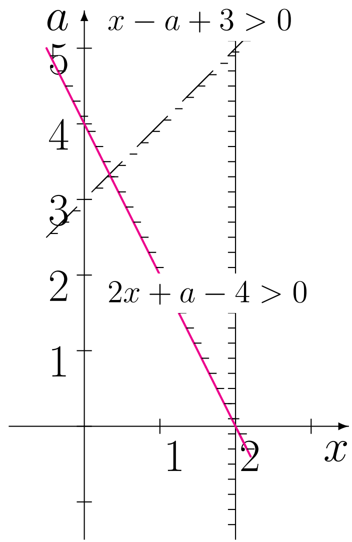
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ 2x+a-4>0.\end{cases}$$

Неравенство $2x+a-4>0$ — строгое, поэтому граница $2x+a-4=0$ не принадлежит области.



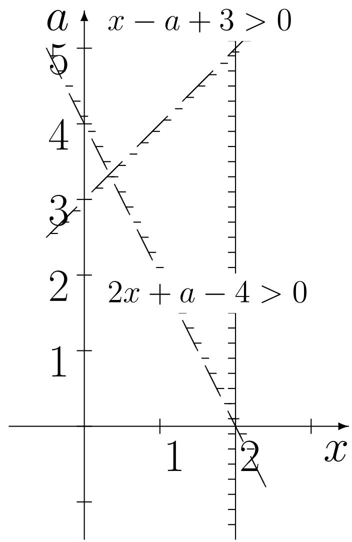
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$

Решение. Сначала найдём ОДЗ неравенства:

$$\begin{cases} 2-x\geq 0,\\ x-a+3>0,\\ 2x+a-4>0.\end{cases}$$

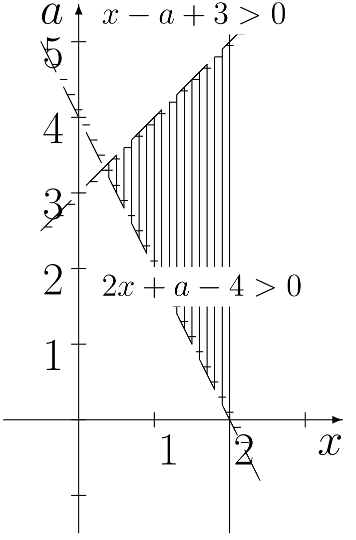
Неравенство $2x+a-4>0$ — строгое, поэтому граница $2x+a-4=0$ не принадлежит области.



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Первый множитель принимает только неотрицательные значения.

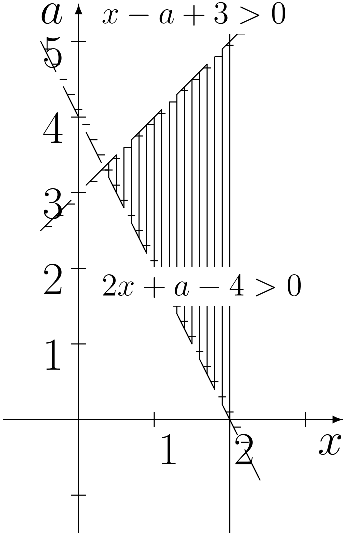


Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^{\mathbf{2}}\left(\sqrt{\mathbf{2-x}}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$

Решение. Первый множитель принимает только неотрицательные значения.

Поэтому, при ненулевом значении первого множителя второй множитель должен быть неотрицательным.



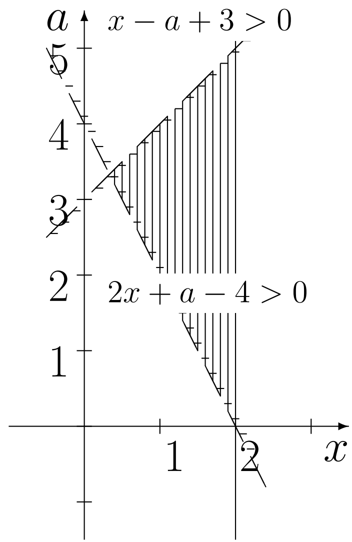
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^{\mathbf{2}}\left(\sqrt{\mathbf{2-x}}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Первый множитель принимает только неотрицательные значения.

Поэтому, при ненулевом значении первого множителя второй множитель должен быть неотрицательным.

При нулевом значении первого множителя знак второго множителя несущественен.



Пример 4. *Решите неравенство*

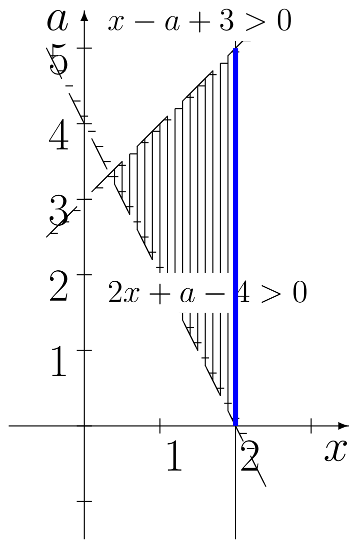
$$\sin^2\left(\sqrt{\mathbf{2}-\mathbf{x}}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Первый множитель принимает только неотрицательные значения.

Поэтому, при ненулевом значении первого множителя второй множитель должен быть неотрицательным.

При нулевом значении первого множителя знак второго множителя несущественен.

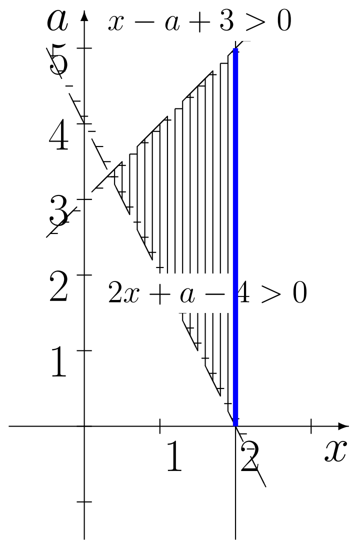
Поэтому отрезок прямой $x=2$ при $0<a<5$ включается в область, задаваемую исходным уравнением.



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^{\mathbf{2}}\left(\sqrt{\mathbf{2-x}}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

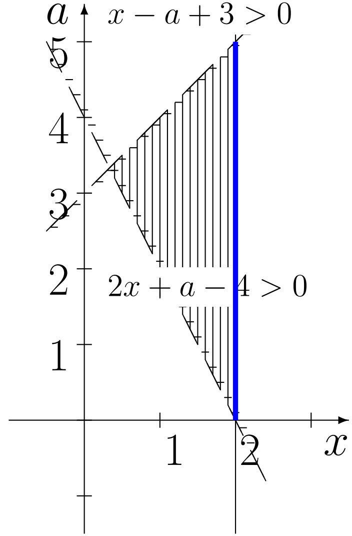
Решение. Рассмотрим остальные корни уравнения $\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)=0$:



Пример 4. *Решите неравенство*

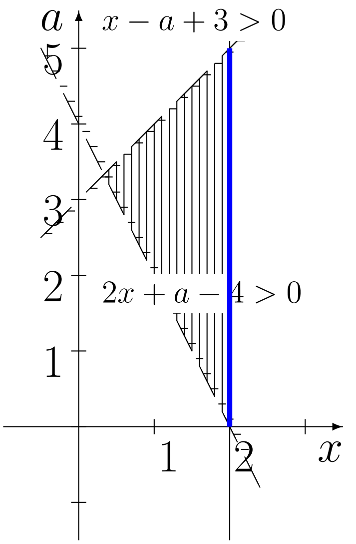
$$\sin^{\mathbf{2}}\left(\sqrt{\mathbf{2-x}}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Рассмотрим остальные корни уравнения $\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)=0$:
$\sqrt{2-x}=2k\pi$, где $k\in\mathbb{Z}$,



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{\mathbf{2-x}}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$



Решение. Рассмотрим остальные корни уравнения $\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)=0$:

$\sqrt{2-x}=2k\pi$, где $k\in\mathbb{Z}$,

$2-x=4k^2\pi^2\ \Rightarrow$

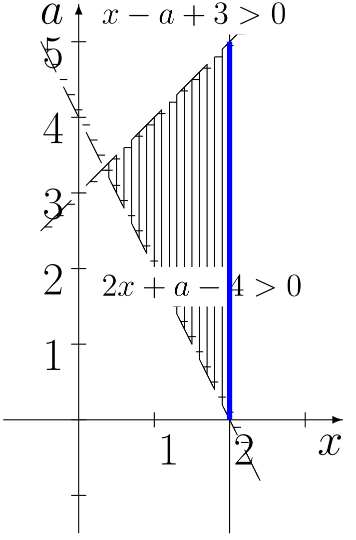
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Рассмотрим остальные корни уравнения $\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)=0$:

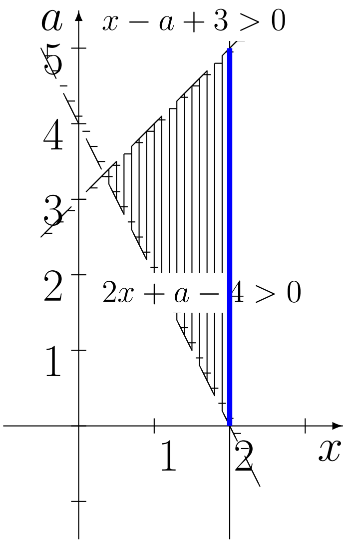
$\sqrt{2-x}=2k\pi$, где $k\in\mathbb{Z}$,

$2-x=4k^2\pi^2 \;\Rightarrow\; x=2-4k^2\pi^2$.



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\color{magenta}{\sin^{\mathbf{2}}\left(\sqrt{\mathbf{2-x}}\right)}\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$



Решение. Рассмотрим остальные корни уравнения $\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)=0$:

$\sqrt{2-x}=2k\pi$, где $k\in\mathbb{Z}$,

$2-x=4k^2\pi^2 \;\Rightarrow\; x=2-4k^2\pi^2$.

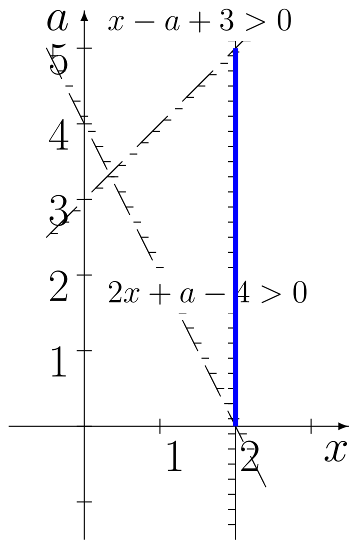
При $k\neq 0$ имеем $x=2-4k^2\pi^2\leq 0$, значит эти значения x не входят в ОДЗ исходного неравенства.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+\mathbf{2}\log_4(\mathbf{2x}+\mathbf{a}-\mathbf{4})-\mathbf{2}\right)\geq 0.$$

Решение. ООсталось рассмотреть случай, когда второй множитель неорицателен:

$-\log_2(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\geq 0,$



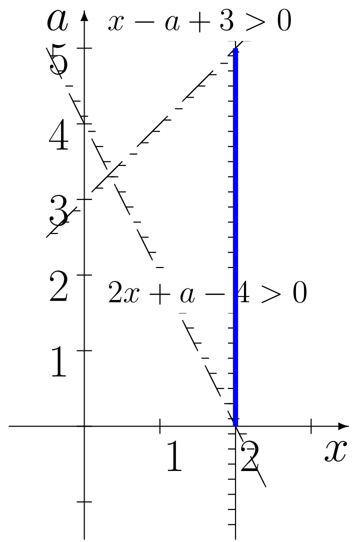
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+\mathbf{2}\log_4(\mathbf{2x}+\mathbf{a}-\mathbf{4})-\mathbf{2}\right)\geq 0.$$

Решение. ООсталось рассмотреть случай, когда второй множитель неорицателен:

$$-\log_2(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\geq 0,$$

$$-\log_2(x-a+3)+\log_2(2x+a-4)-2\geq 0,$$



Пример 4. *Решите неравенство*

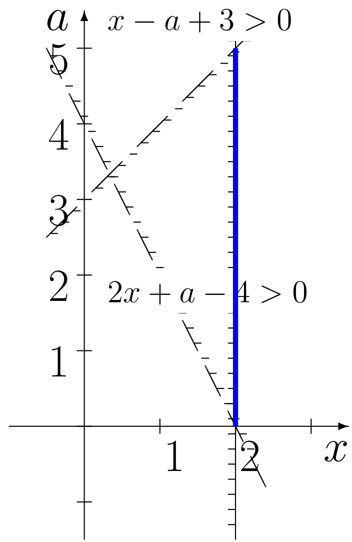
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+\mathbf{2}\log_4(\mathbf{2x}+\mathbf{a}-\mathbf{4})-\mathbf{2}\right)\geq 0.$$

Решение. ООсталось рассмотреть случай, когда второй множитель неорицателен:

$$-\log_2(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\geq 0,$$

$$-\log_2(x-a+3)+\log_2(2x+a-4)-2\geq 0,$$

$$\log_2\frac{2x+a-4}{4(x-a+3)}\geq 0,$$



Пример 4. *Решите неравенство*

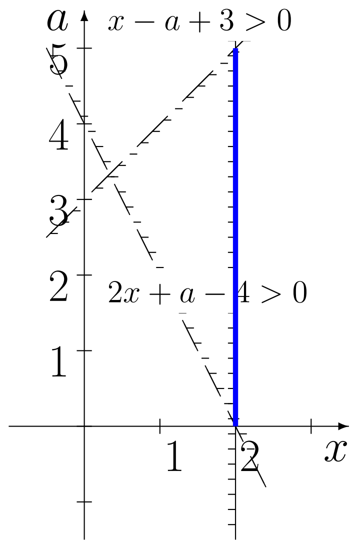
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+\mathbf{2}\log_4(\mathbf{2x}+\mathbf{a}-\mathbf{4})-\mathbf{2}\right)\geq 0.$$

Решение. ООсталось рассмотреть случай, когда второй множитель неорицателен:

$$-\log_2(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\geq 0,$$

$$-\log_2(x-a+3)+\log_2(2x+a-4)-2\geq 0,$$

$$\log_2\frac{2x+a-4}{4(x-a+3)}\geq 0,\quad \frac{2x+a-4}{4(x-a+3)}\geq 1,$$



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{\mathbf{1/2}}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+\mathbf{2}\log_{\mathbf{4}}(\mathbf{2x}+\mathbf{a}-\mathbf{4})-\mathbf{2}\right)\geq 0.$$

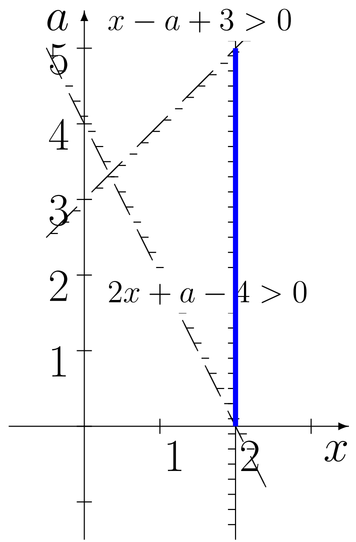
Решение. ООсталось рассмотреть случай, когда второй множитель неорицателен:

$-\log_2(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\geq 0,$

$-\log_2(x-a+3)+\log_2(2x+a-4)-2\geq 0,$

$\log_2\dfrac{2x+a-4}{4(x-a+3)}\geq 0,\quad \dfrac{2x+a-4}{4(x-a+3)}\geq 1,$

$\dfrac{5a-2x-16}{4(x-a+3)}\geq 0.$



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+\mathbf{2}\log_4(\mathbf{2x}+\mathbf{a}-\mathbf{4})-\mathbf{2}\right)\geq 0.$$

Решение. OОсталось рассмотреть случай, когда второй множитель неорицателен:

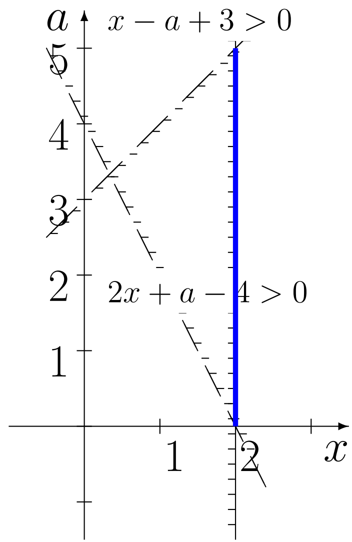
$$-\log_2(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\geq 0,$$

$$-\log_2(x-a+3)+\log_2(2x+a-4)-2\geq 0,$$

$$\log_2\frac{2x+a-4}{4(x-a+3)}\geq 0,\quad \frac{2x+a-4}{4(x-a+3)}\geq 1,$$

$$\frac{5a-2x-16}{4(x-a+3)}\geq 0.$$

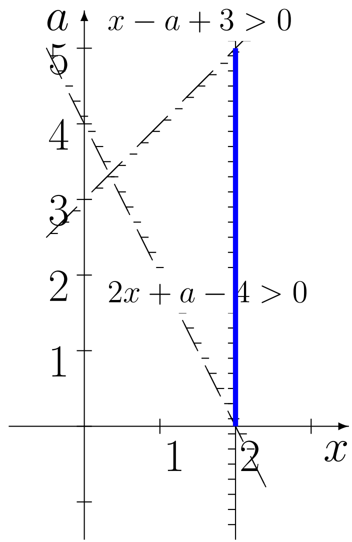
Из ОДЗ имеем, что знаменатель положителен.



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(\mathbf{x}-\mathbf{a}+\mathbf{3})+\mathbf{2}\log_4(\mathbf{2x}+\mathbf{a}-\mathbf{4})-\mathbf{2}\right)\geq 0.$$

Решение. ООсталось рассмотреть случай, когда второй множитель неорицателен:



$-\log_2(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\geq 0,$

$-\log_2(x-a+3)+\log_2(2x+a-4)-2\geq 0,$

$\log_2\dfrac{2x+a-4}{4(x-a+3)}\geq 0,\quad \dfrac{2x+a-4}{4(x-a+3)}\geq 1,$

$\dfrac{5a-2x-16}{4(x-a+3)}\geq 0.$

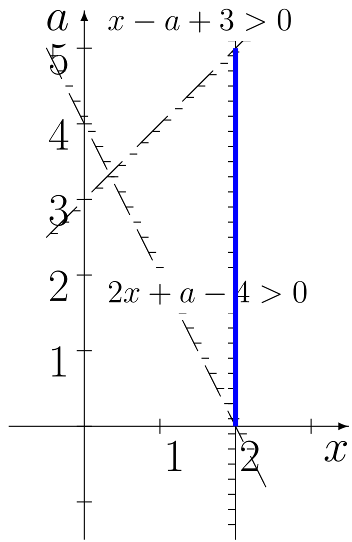
Из ОДЗ имеем, что знаменатель положителен.

Поэтому $5a-2x-16\geq 0.$

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$

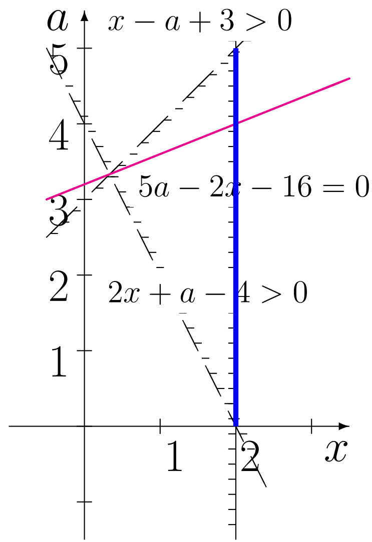
Решение. Для того, чтобы изобразить область $5a-2x-16\geq 0$, как обычно, сначала изобразим границу $5a-2x-16=0$.



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

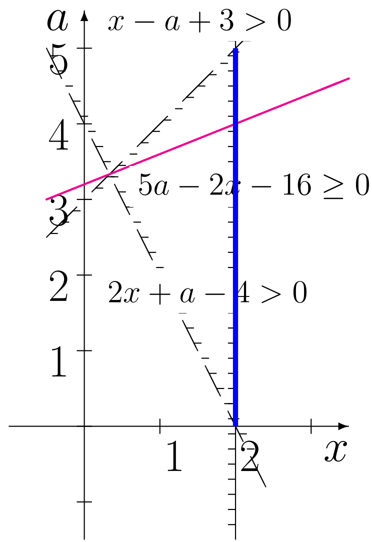
Решение. Для того, чтобы изобразить область $5a-2x-16\geq 0$, как обычно, сначала изобразим границу $5a-2x-16=0$.



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Для того, чтобы изобразить область $5a-2x-16\geq 0$, как обычно, сначала изобразим границу $5a-2x-16=0$.



Если взять точку на границе $5a-2x-16=0$, то при фиксированном x точка попадает в область $5a-2x-16\geq 0$, когда a

убывает?

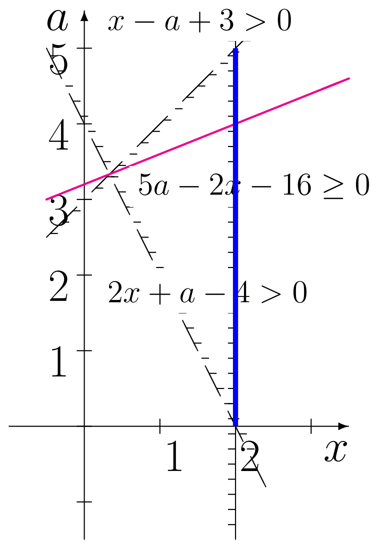
возрастает?

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Для того, чтобы изобразить область $5a-2x-16\geq 0$, как обычно, сначала изобразим границу $5a-2x-16=0$.

Если взять точку на границе $5a-2x-16=0$, то при фиксированном x точка попадает в область $5a-2x-16\geq 0$, когда a возрастает.

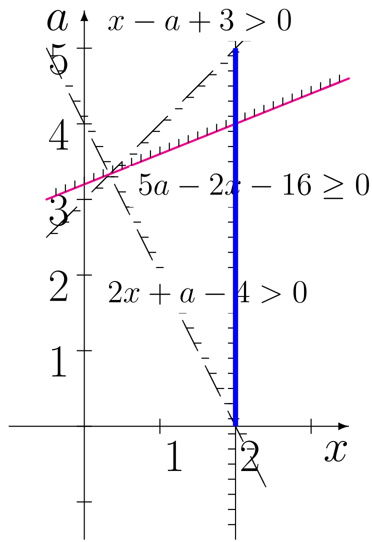


Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

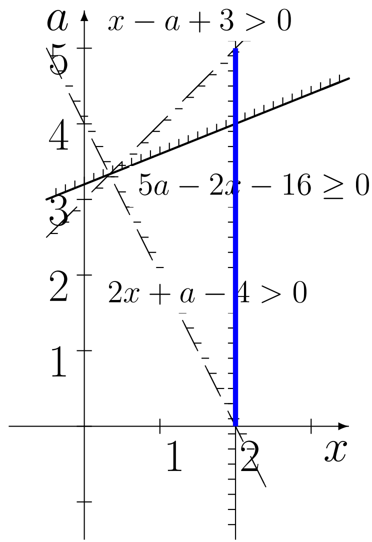
Решение. Для того, чтобы изобразить область $5a-2x-16\geq 0$, как обычно, сначала изобразим границу $5a-2x-16=0$.

Если взять точку на границе $5a-2x-16=0$, то при фиксированном x точка попадает в область $5a-2x-16\geq 0$, когда a возрастает.



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$



Решение. Для того, чтобы изобразить область $5a-2x-16\geq 0$, как обычно, сначала изобразим границу $5a-2x-16=0$.

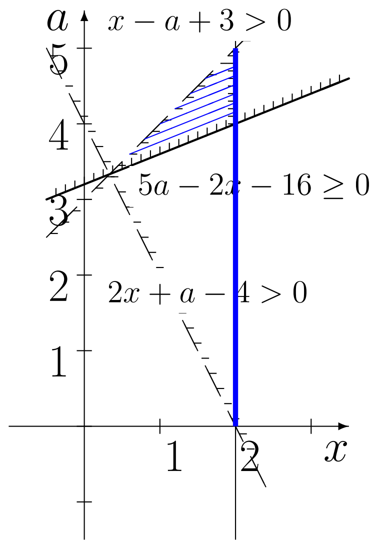
Если взять точку на границе $5a-2x-16=0$, то при фиксированном x точка попадает в область $5a-2x-16\geq 0$, когда a возрастает.

Неравенство нестрогое, поэтому граница принадлежит области $5a-2x-16\geq 0$.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

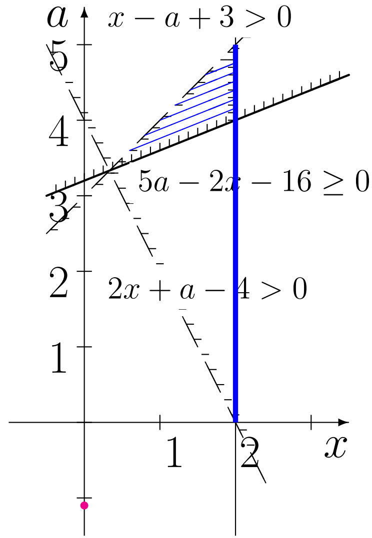
Решение. Следовательно, получаем, что область, задаваемое исходным неравенством, имеет вид «флажка».



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

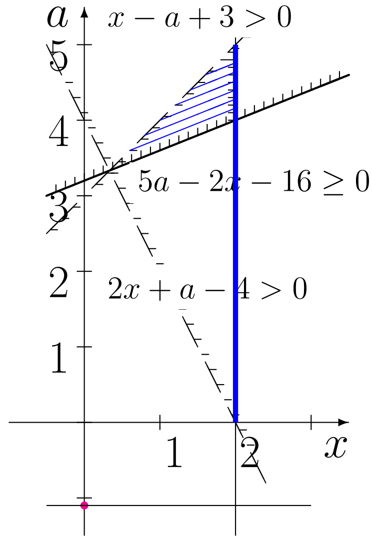
Решение. Осталось записать ответ:
если $a<0$, то



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

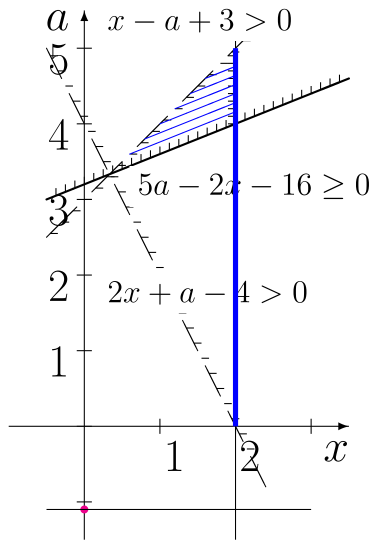
Решение. Осталось записать ответ:
если $a<0$, то



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:
если $a<0$, то

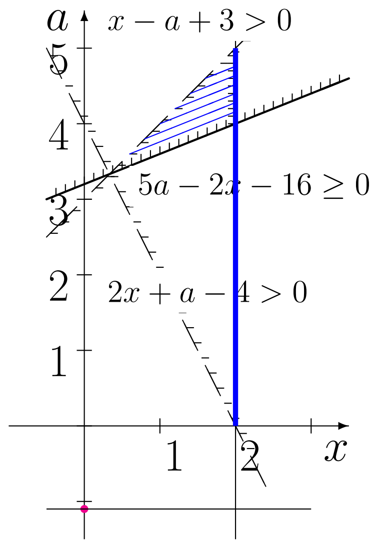


Нет точек пересечения прямой $y=a$ с областью, изображающей ОДЗ исходного неравенства.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:
 если $a<0$, то нет решений;

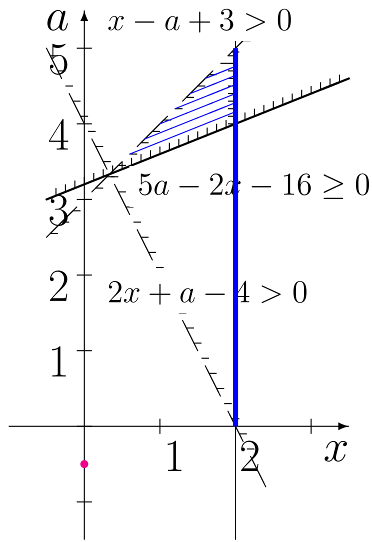


Нет точек пересечения прямой $y=a$ с областью, изображающей ОДЗ исходного неравенства.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:
 если $a<0$, то нет решений;

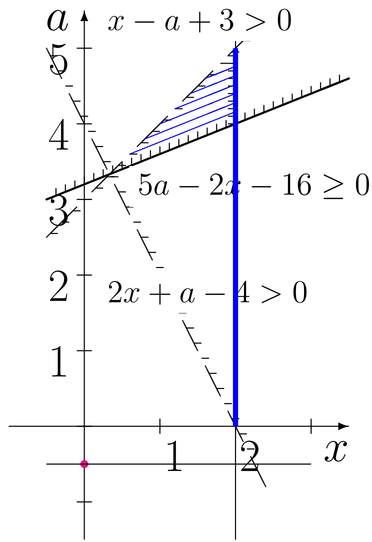


Нет точек пересечения прямой $y=a$ с областью, изображающей ОДЗ исходного неравенства.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:
если $a<0$, то нет решений;

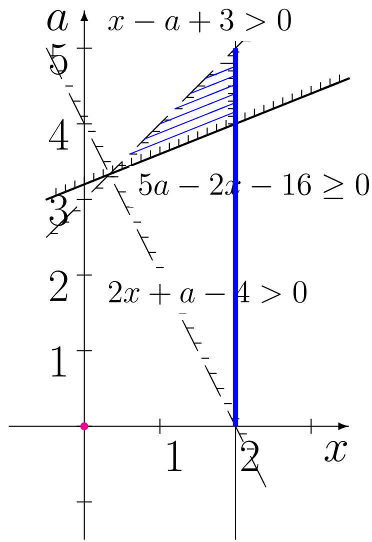


Нет точек пересечения прямой $y=a$ с областью, изображающей ОДЗ исходного неравенства.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:
если $a<0$, то нет решений;

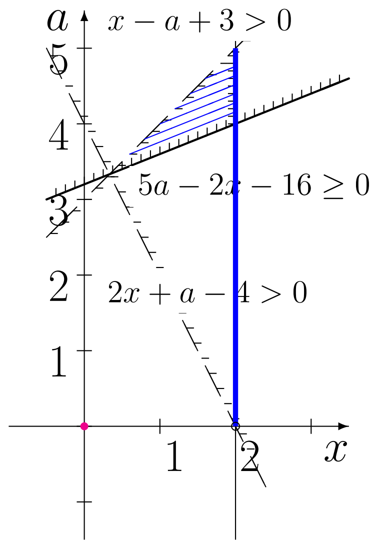


Нет точек пересечения прямой $y=a$ с областью, изображающей ОДЗ исходного неравенства.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:
если $a<0$, то нет решений;

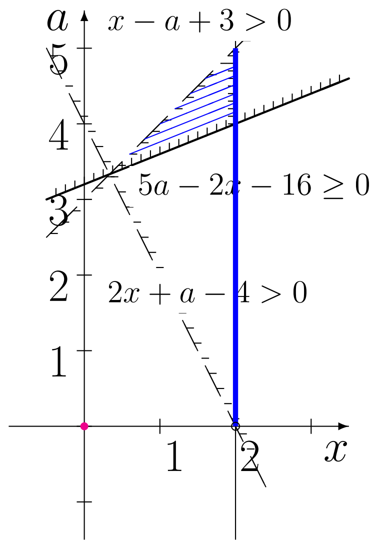


Нет точек пересечения прямой $y=a$ с областью, изображающей ОДЗ исходного неравенства, поскольку неравенство $2x+a-4>0$ — строгое.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:
если $a \leq 0$, то нет решений;



Нет точек пересечения прямой $y=a$ с областью, изображающей ОДЗ исходного неравенства, поскольку неравенство $2x+a-4>0$ — строгое.

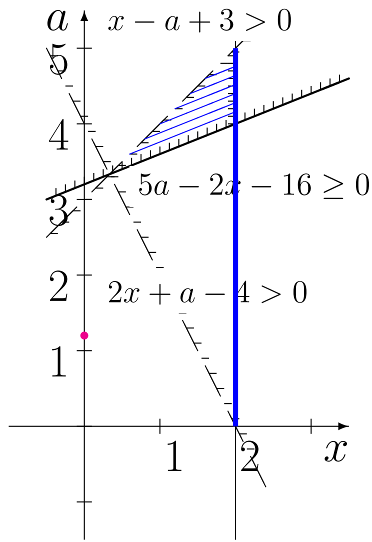
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a<\dfrac{10}{3}$, то



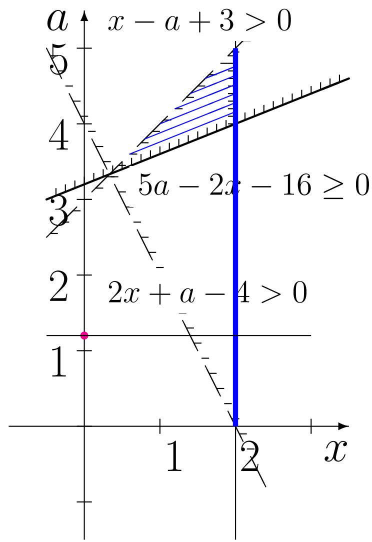
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a<\dfrac{10}{3}$, то



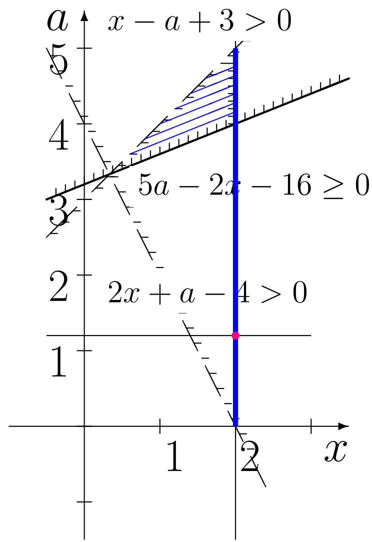
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a<\dfrac{10}{3}$, то



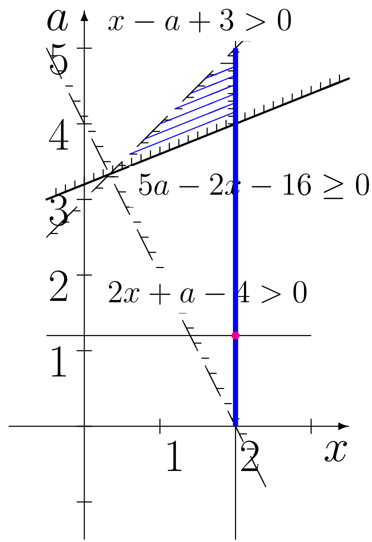
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a<\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;



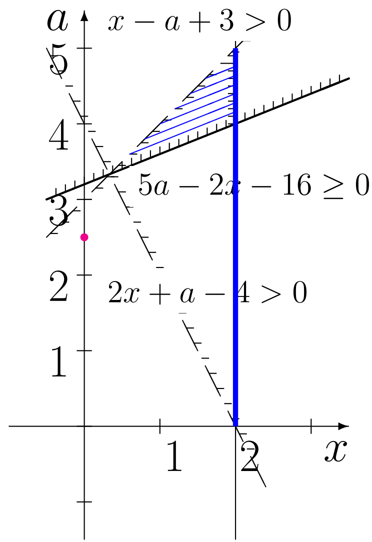
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a<\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;



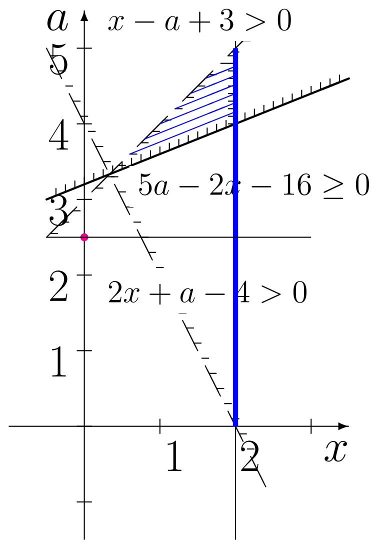
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a<\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;



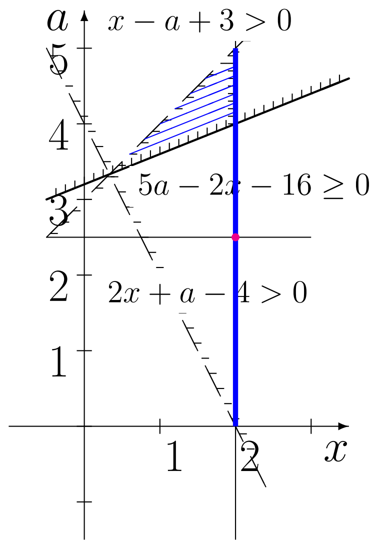
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a<\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;



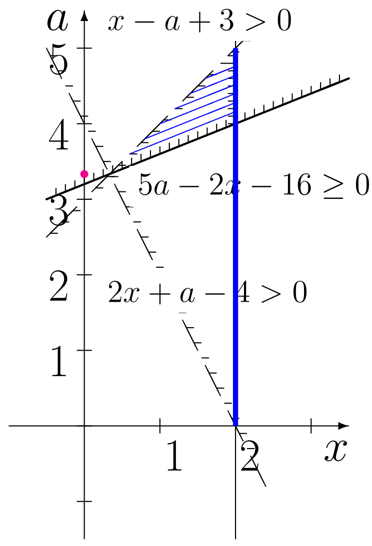
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a<\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;



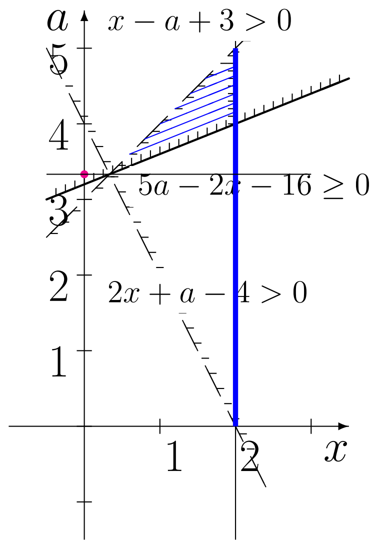
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a<\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;



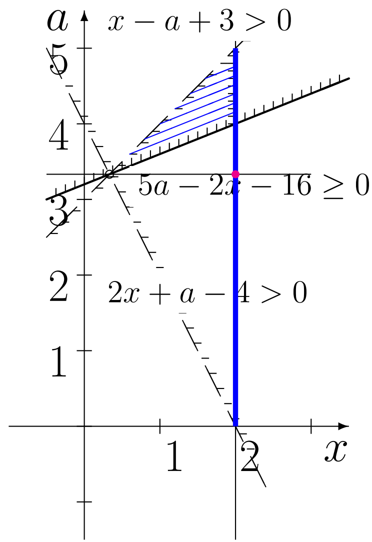
Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;



Пример 4. *Решите неравенство*

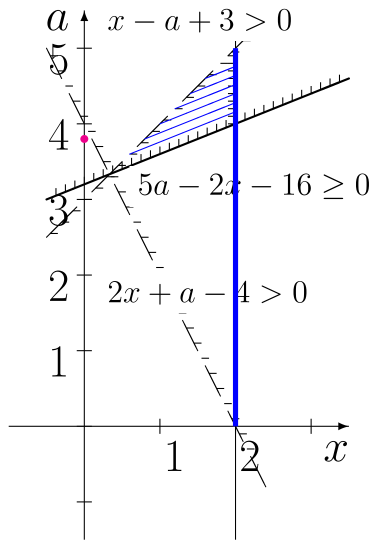
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a \leq 0$, то нет решений;

если $0 < a \leq \dfrac{10}{3}$, то $x = 2$;

если $\dfrac{10}{3} < a \leq 4$, то



Пример 4. *Решите неравенство*

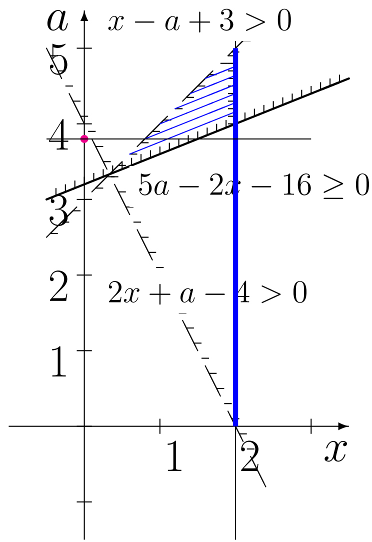
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то



Пример 4. *Решите неравенство*

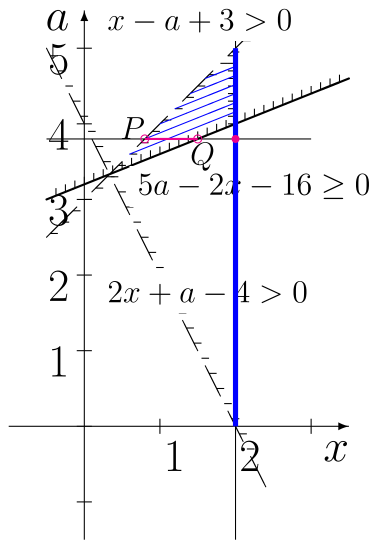
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то



Пример 4. *Решите неравенство*

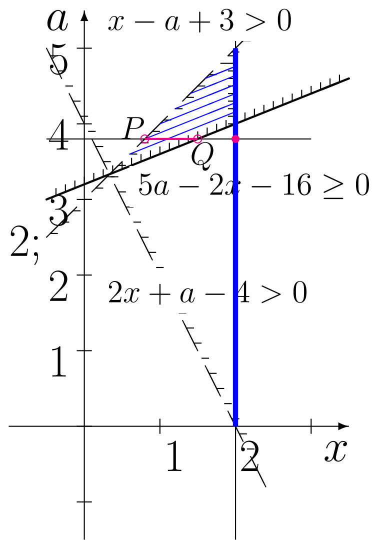
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\Big(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\Big)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то $a-3<x\leq 2,5a-8$ или $x=2$;



Пример 4. *Решите неравенство*

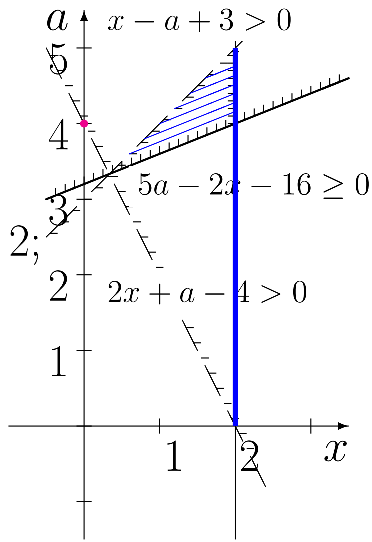
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то $a-3<x\leq 2,5a-8$ или $x=2$;



Пример 4. *Решите неравенство*

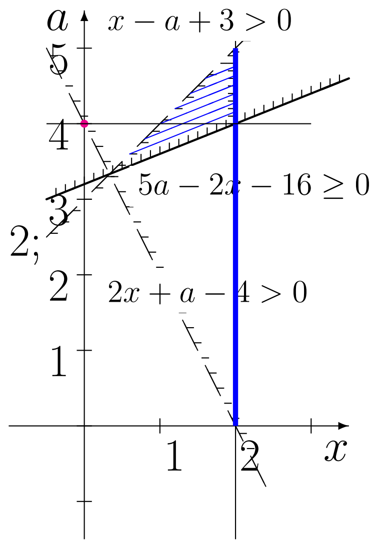
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то $a-3<x\leq 2,5a-8$ или $x=2$;



Пример 4. *Решите неравенство*

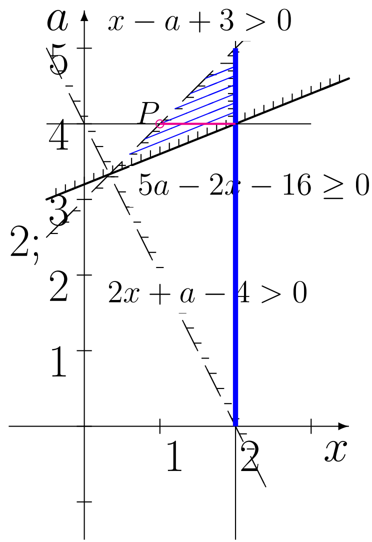
$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то $a-3<x\leq 2,5a-8$ или $x=2$;



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

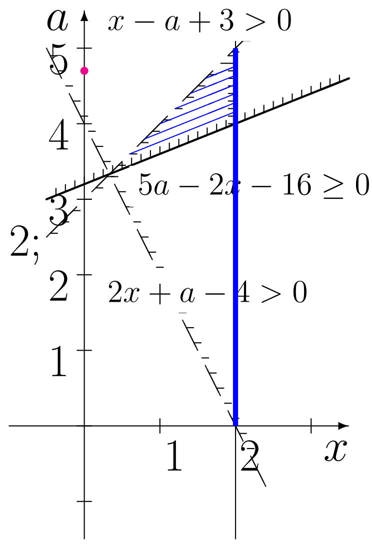
Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то $a-3<x\leq 2{,}5a-8$ или $x=2$;

если $4<a<5$, то



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

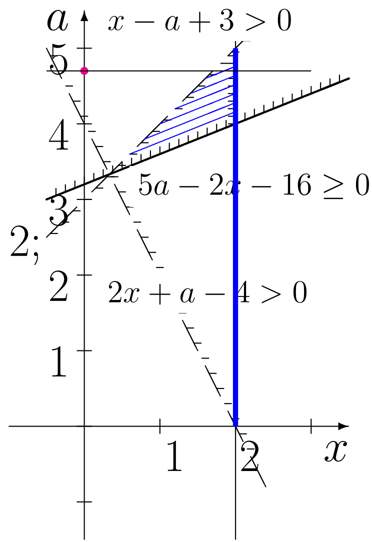
Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то $a-3<x\leq 2,5a-8$ или $x=2$;

если $4<a<5$, то



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

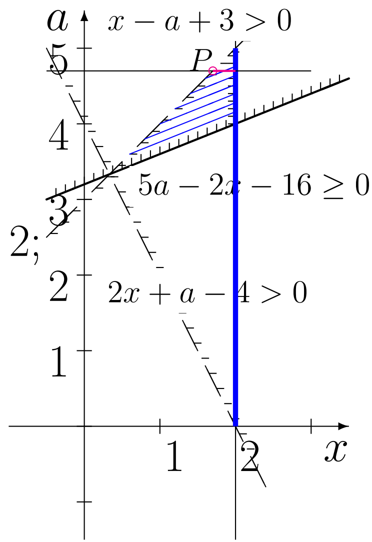
Решение. Осталось записать ответ:

если $a \leq 0$, то нет решений;

если $0 < a \leq \dfrac{10}{3}$, то $x = 2$;

если $\dfrac{10}{3} < a \leq 4$, то $a-3 < x \leq 2,5a-8$ или $x = 2$;

если $4 < a < 5$, то



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

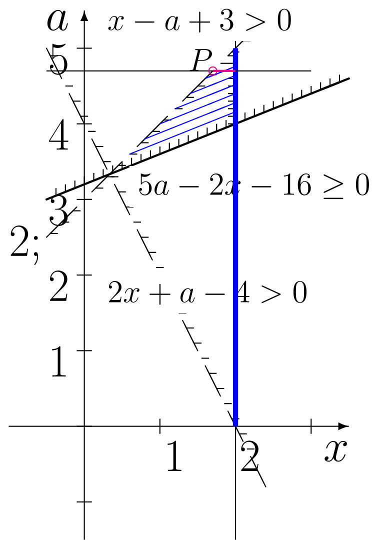
Решение. Осталось записать ответ:

если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то $a-3<x\leq 2{,}5a-8$ или $x=2$;

если $4<a<5$, то $a-3<x\leq 2$;



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

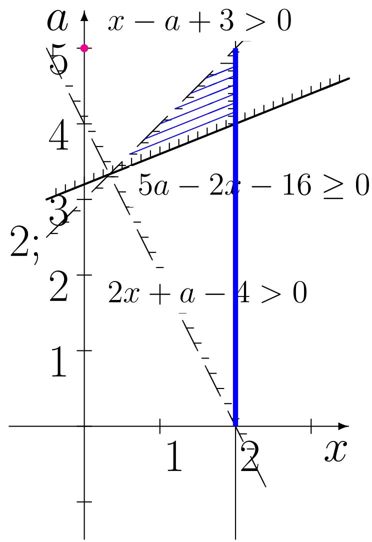
если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то $a-3<x\leq 2{,}5a-8$ или $x=2$;

если $4<a<5$, то $a-3<x\leq 2$;

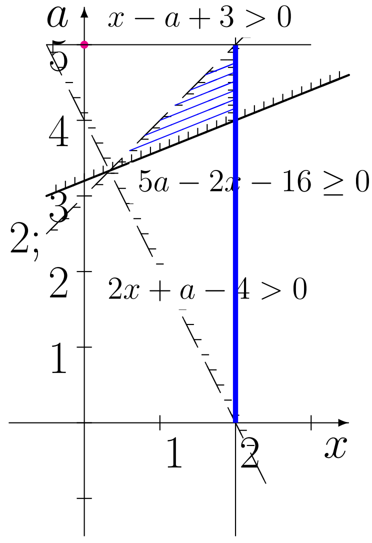
если $a\geq 5$, то



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:



если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то $a-3<x\leq 2{,}5a-8$ или $x=2$;

если $4<a<5$, то $a-3<x\leq 2$;

если $a\geq 5$, то

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

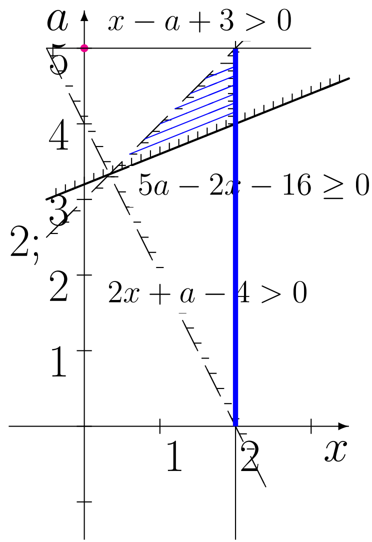
если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то $a-3<x\leq 2{,}5a-8$ или $x=2$;

если $4<a<5$, то $a-3<x\leq 2$;

если $a\geq 5$, то



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

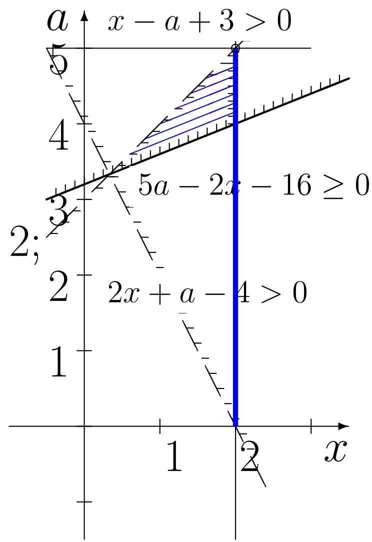
если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то $a-3<x\leq 2{,}5a-8$ или $x=2$;

если $4<a<5$, то $a-3<x\leq 2$;

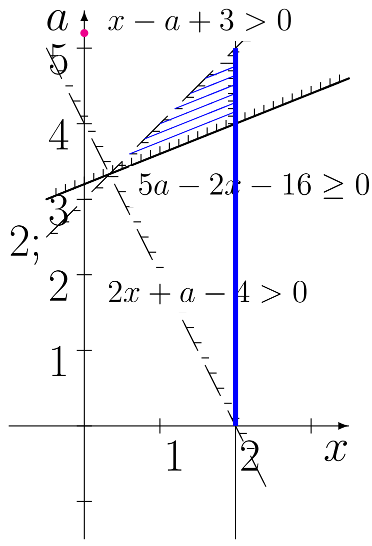
если $a\geq 5$, то нет решений.



Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:



если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то $a-3<x\leq 2{,}5a-8$ или $x=2$;

если $4<a<5$, то $a-3<x\leq 2$;

если $a\geq 5$, то нет решений.

Пример 4. *Решите неравенство*

$$\sin^2\left(\sqrt{2-x}\right)\cdot\left(\log_{1/2}(x-a+3)+2\log_4(2x+a-4)-2\right)\geq 0.$$

Решение. Осталось записать ответ:

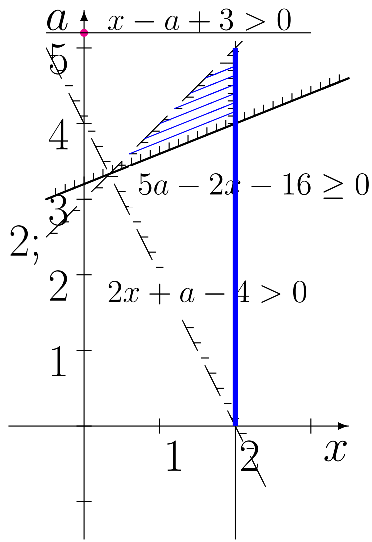
если $a\leq 0$, то нет решений;

если $0<a\leq\dfrac{10}{3}$, то $x=2$;

если $\dfrac{10}{3}<a\leq 4$, то $a-3<x\leq 2{,}5a-8$ или $x=2$;

если $4<a<5$, то $a-3<x\leq 2$;

если $a\geq 5$, то нет решений.



IV.5. *Задачи на отыскание решения при всех значениях параметра*

Задача IV.1. (Ответ приведен на стр.729.) Решите неравенства **1)** $x - 1 > \sqrt{x+a}$; **2)** $x - 1 < \sqrt{x+a}$.

Задача IV.2. (Ответ приведен на стр.849.) Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Задача IV.3. (Ответ приведен на стр.897.) Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Задача IV.4. (Ответ приведен на стр.945.) Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Задача IV.5. (Ответ приведен на стр.993.) Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Задача IV.6. (Ответ приведен на стр.1032.) Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

V. «Косвенные» задачи с параметрами

«Обратная» или **«косвенная» задача** —найти значения параметра, при которых решения системы уравнений и неравенств имеют такие-то свойства.

V.1. О графическом методе получения ответа для «косвенных задач» с параметрами

«Обратная» или **«косвенная» задача** —найти значения параметра, при которых решения системы уравнений и неравенств имеют такие-то свойства. Запись **ответа к «обратной задаче»** более традиционна.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра* a, *при которых неравенство* $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ *имеет хотя бы одно решение.*

Мы рассмотрим несколько решений.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра* a, *при которых неравенство* $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первое решение.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство* $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первое решение. «Притворимся», что решаем квадратное неравенство $x^2 - 4x + a^2 - 6x + 9 \leqslant 0$.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Первое решение. «Притворимся», что решаем квадратное неравенство $x^2 - 4x + a^2 - 6x + 9 \leqslant 0$.

График левой части этого неравенства представляет собой

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Первое решение. «Притворимся», что решаем квадратное неравенство $x^2 - 4x + a^2 - 6x + 9 \leqslant 0$.
График левой части этого неравенства представляет собой параболу, ветви которой направлены

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Первое решение. «Притворимся», что решаем квадратное неравенство $x^2 - 4x + a^2 - 6x + 9 \leqslant 0$.
График левой части этого неравенства представляет собой параболу, ветви которой направлены вверх.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Первое решение. «Притворимся», что решаем квадратное неравенство $x^2 - 4x + a^2 - 6x + 9 \leqslant 0$.
График левой части этого неравенства представляет собой параболу, ветви которой направлены вверх.

Это неравенство имеет решение если, и только если

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Первое решение. «Притворимся», что решаем квадратное неравенство $x^2 - 4x + a^2 - 6x + 9 \leqslant 0$.
График левой части этого неравенства представляет собой параболу, ветви которой направлены вверх.

Это неравенство имеет решение если, и только если
имеется хотя бы один корень вспомогательного уравнения $x^2 - 4x + a^2 - 6x + 9 = 0$, т.е. когда

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Первое решение. «Притворимся», что решаем квадратное неравенство $x^2 - 4x + a^2 - 6x + 9 \leqslant 0$.
График левой части этого неравенства представляет собой параболу, ветви которой направлены вверх.

Это неравенство имеет решение если, и только если
имеется хотя бы один корень вспомогательного уравнения $x^2 - 4x + a^2 - 6x + 9 = 0$, т.е. когда
дискриминант неотрицателен: $4^2 - 4\left(a^2 - 6x + 9\right) \geqslant 0$.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра* a*, при которых неравенство* $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ *имеет хотя бы одно решение.*

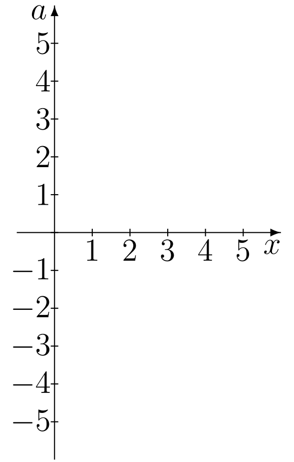
Первое решение. «Притворимся», что решаем квадратное неравенство $x^2 - 4x + a^2 - 6x + 9 \leqslant 0$.
График левой части этого неравенства представляет собой параболу, ветви которой направлены вверх.

Это неравенство имеет решение если, и только если
имеется хотя бы один корень вспомогательного уравнения $x^2 - 4x + a^2 - 6x + 9 = 0$, т.е. когда
дискриминант неотрицателен: $4^2 - 4\left(a^2 - 6x + 9\right) \geqslant 0$.

Ответ: $\boxed{1 \leqslant a \leqslant 5}$

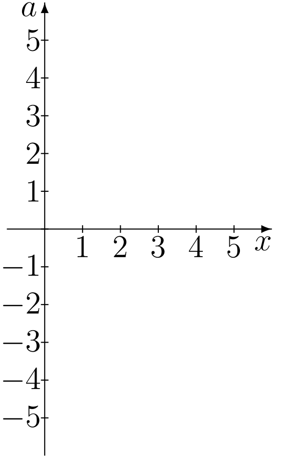
Пример 5. *Найдите все такие значения параметра* a, *при которых неравенство* $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второе решение.



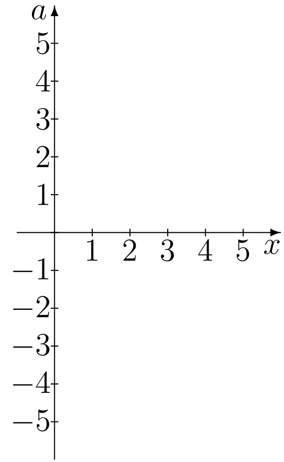
Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Второе решение. Исходное неравенство равносильно неравенству



Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

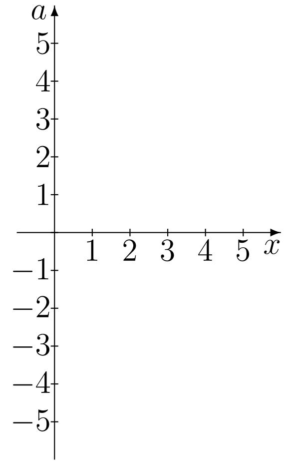
Второе решение. Исходное неравенство равносильно неравенству



$$x^2 - 4x + a^2 - 6a + 9 \leqslant 0 \ \Leftrightarrow$$

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

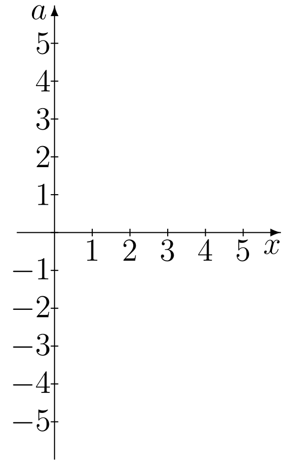
Второе решение. Исходное неравенство равносильно неравенству



$$x^2 - 4x + a^2 - 6a + 9 \leqslant 0 \;\Leftrightarrow\; x^2 - 4x + (a-3)^2 \leqslant 0 \;\Leftrightarrow$$

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

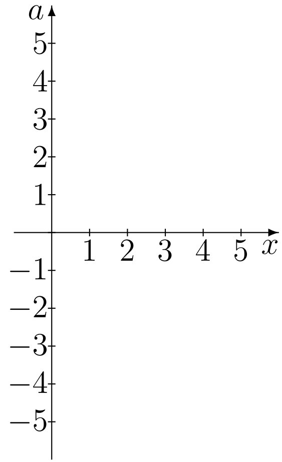
Второе решение. Исходное неравенство равносильно неравенству



$$x^2 - 4x + a^2 - 6a + 9 \leqslant 0 \;\Leftrightarrow\; x^2 - 4x + (a-3)^2 \leqslant 0 \;\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\; x^2 - 4x + 4 - 4 + (a-3)^2 \leqslant 0 \;\Leftrightarrow$$

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра* a, *при которых неравенство* $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второе решение. Исходное неравенство равносильно неравенству

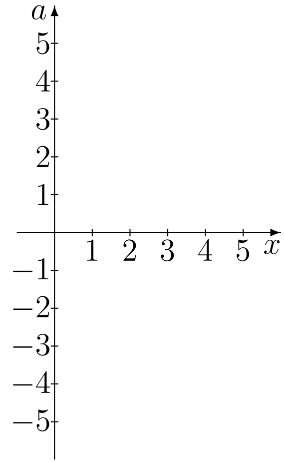


$$x^2 - 4x + a^2 - 6a + 9 \leqslant 0 \;\Leftrightarrow\; x^2 - 4x + (a-3)^2 \leqslant 0 \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; x^2 - 4x + 4 - 4 + (a-3)^2 \leqslant 0 \;\Leftrightarrow\; (x-2)^2 - 4 + (a-3)^2 \leqslant 0.$$

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Второе решение. Исходное неравенство равносильно неравенству $(x-2)^2 + (a-3)^2 \leqslant 4$.

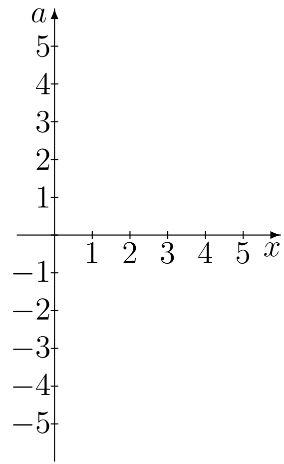


$$x^2 - 4x + a^2 - 6a + 9 \leqslant 0 \;\Leftrightarrow\; x^2 - 4x + (a-3)^2 \leqslant 0 \;\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\; x^2 - 4x + 4 - 4 + (a-3)^2 \leqslant 0 \;\Leftrightarrow\; (x-2)^2 - 4 + (a-3)^2 \leqslant 0.$$

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Второе решение. Исходное неравенство равносильно неравенству $(x-2)^2 + (a-3)^2 \leqslant 4.$

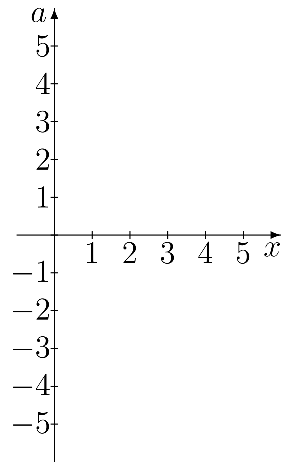
Для того, чтобы изобразить это множество, сначала начертим



Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Второе решение. Исходное неравенство равносильно неравенству $(x-2)^2 + (a-3)^2 \leqslant 4$.

Для того, чтобы изобразить это множество, сначала начертим границу этой области.

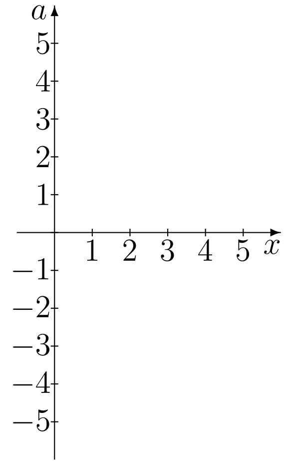


Пример 5. *Найдите все такие значения параметра* a, *при которых неравенство* $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второе решение. Исходное неравенство равносильно неравенству $(x-2)^2 + (a-3)^2 \leqslant 4$.

Граница этой области определяется уравнением $(x-2)^2 + (a-3)^2 = 4$.

Это уравнение

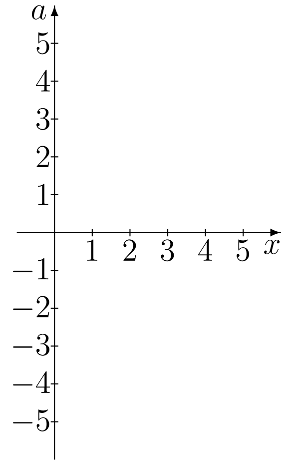


Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Второе решение. Исходное неравенство равносильно неравенству $(x-2)^2 + (a-3)^2 \leqslant 4$.

Граница этой области определяется уравнением $(x-2)^2 + (a-3)^2 = 4$.

Это уравнение окружности.

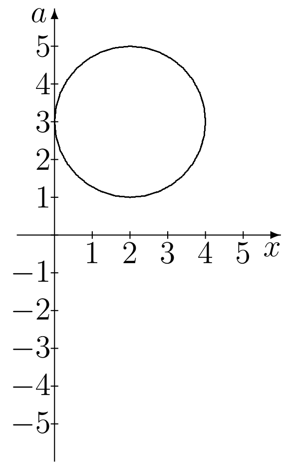


Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Второе решение. Исходное неравенство равносильно неравенству $(x-2)^2 + (a-3)^2 \leqslant 4$.

Граница этой области определяется уравнением $(x-2)^2 + (a-3)^2 = 4$.

Это уравнение окружности.

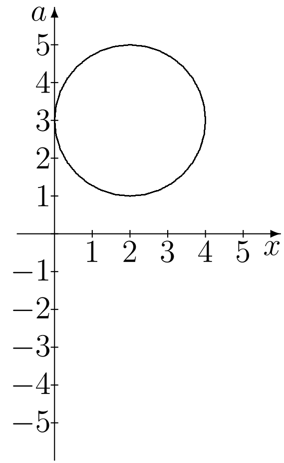


Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Второе решение. Исходное неравенство равносильно неравенству $(x-2)^2 + (a-3)^2 \leqslant 4$.

Граница этой области определяется уравнением $(x-2)^2 + (a-3)^2 = 4$.

Это уравнение окружности.



внешнюю часть(?)

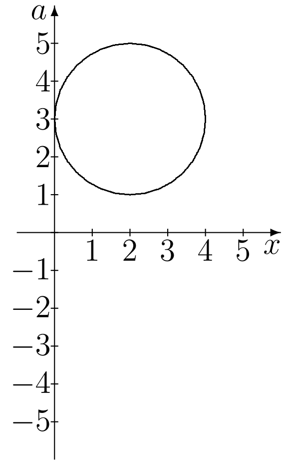
Область представляет собой внутренность(?) этого круга.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Второе решение. Исходное неравенство равносильно неравенству $(x-2)^2 + (a-3)^2 \leqslant 4$.

Граница этой области определяется уравнением $(x-2)^2 + (a-3)^2 = 4$.

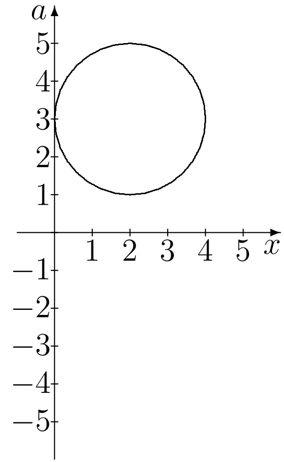
Это уравнение окружности.



Область представляет собой внутренность этого круга.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Второе решение. Исходное неравенство равносильно неравенству $(x-2)^2 + (a-3)^2 \leqslant 4$.



Граница этой области определяется уравнением $(x-2)^2 + (a-3)^2 = 4$.

Это уравнение окружности.

Область представляет собой внутренность этого круга.

Значит, $-2 \leqslant a - 3 \leqslant 2$.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Третье решение.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Третье решение. Построим графики левой и правой частей этого неравенства.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

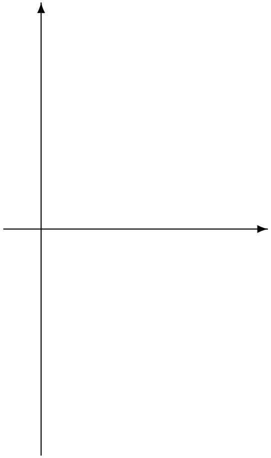
Третье решение. Построим графики левой и правой частей этого неравенства.

Для этого представим неравенство в виде $x^2 - 4x \leqslant y \leqslant 6a - a^2 - 9$.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра* a*, при которых неравенство* $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ *имеет хотя бы одно решение.*

Третье решение. Построим графики левой и правой частей этого неравенства.

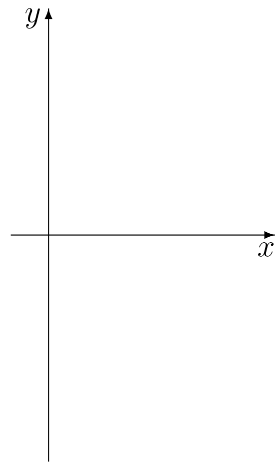
Для этого представим неравенство в виде $x^2 - 4x \leqslant y \leqslant 6a - a^2 - 9$.



Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Третье решение. Построим графики левой и правой частей этого неравенства.

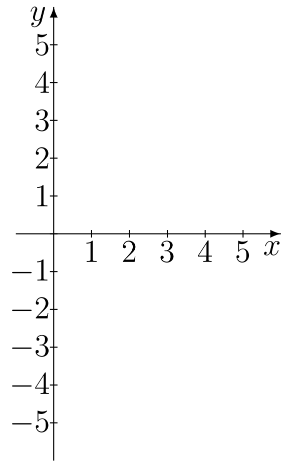
Для этого представим неравенство в виде $x^2 - 4x \leqslant y \leqslant 6a - a^2 - 9$.



Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Третье решение. Построим графики левой и правой частей этого неравенства.

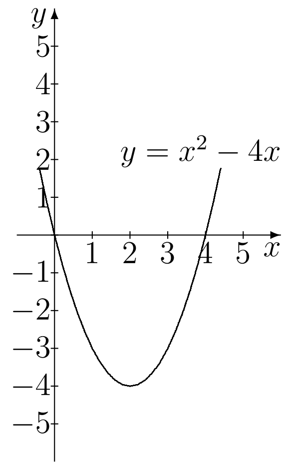
Для этого представим неравенство в виде $x^2 - 4x \leqslant y \leqslant 6a - a^2 - 9$.



Пример 5. *Найдите все такие значения параметра* a, *при которых неравенство* $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ *имеет хотя бы одно решение.*

Третье решение. Построим графики левой и правой частей этого неравенства.

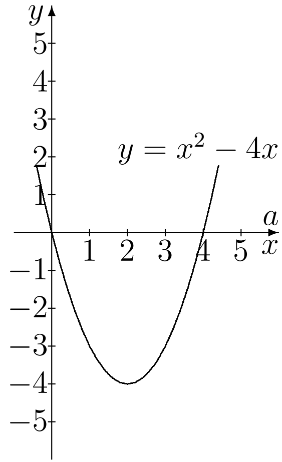
Для этого представим неравенство в виде $x^2 - 4x \leqslant y \leqslant 6a - a^2 - 9$.



Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Третье решение. Построим графики левой и правой частей этого неравенства.

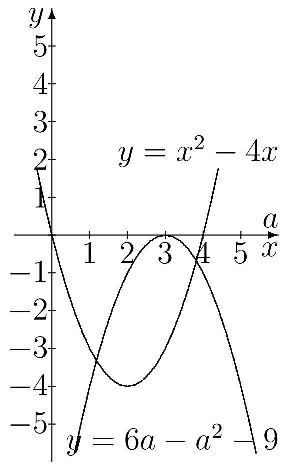
Для этого представим неравенство в виде $x^2 - 4x \leqslant y \leqslant 6a - a^2 - 9$.



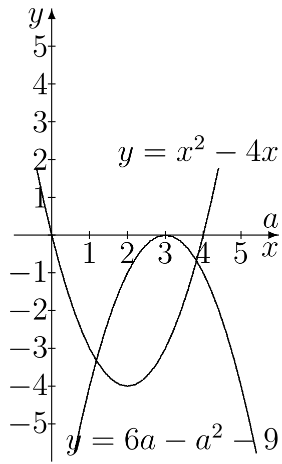
Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Третье решение. Построим графики левой и правой частей этого неравенства.

Для этого представим неравенство в виде $x^2 - 4x \leqslant y \leqslant 6a - a^2 - 9$.



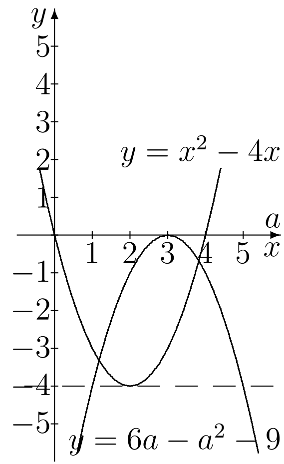
Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*



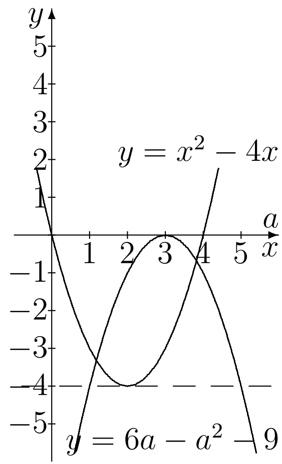
Третье решение. Неравенство $x^2 - 4x \leqslant y$ определяет область плоскости, находящуюся *выше* параболы $y = x^2 - 4x$.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Третье решение. Неравенство $x^2 - 4x \leqslant y$ определяет область плоскости, находящуюся *выше* параболы $y = x^2 - 4x$.



Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*



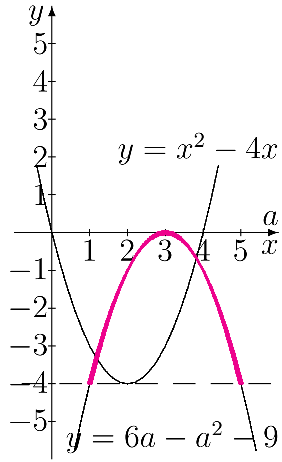
Третье решение. Неравенство $x^2 - 4x \leqslant y$ определяет область плоскости, находящуюся *выше* параболы $y = x^2 - 4x$.

Поэтому нас интересует часть параболы $y = 6a - a^2 - 9$, находящаяся выше прямой $y = -4$.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Третье решение. Неравенство $x^2 - 4x \leqslant y$ определяет область плоскости, находящуюся *выше* параболы $y = x^2 - 4x$.

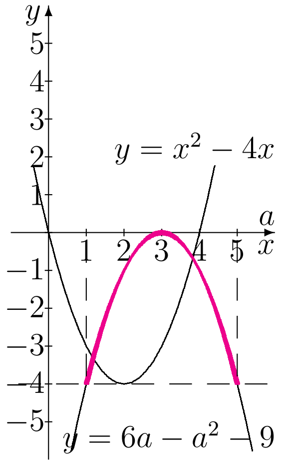
Поэтому нас интересует часть параболы $y = 6a - a^2 - 9$, находящаяся выше прямой $y = -4$.



Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Третье решение. Неравенство $x^2 - 4x \leqslant y$ определяет область плоскости, находящуюся *выше* параболы $y = x^2 - 4x$.

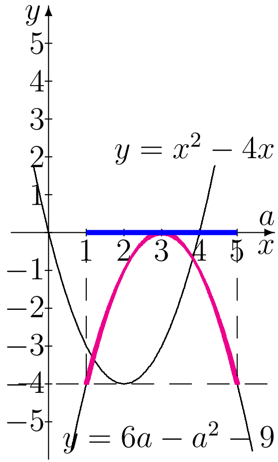
Поэтому нас интересует часть параболы $y = 6a - a^2 - 9$, находящаяся выше прямой $y = -4$.



Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Третье решение. Неравенство $x^2 - 4x \leqslant y$ определяет область плоскости, находящуюся *выше* параболы $y = x^2 - 4x$.

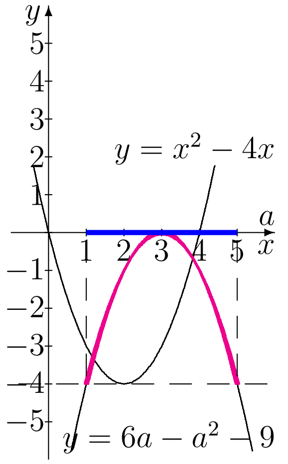
Поэтому нас интересует часть параболы $y = 6a - a^2 - 9$, находящаяся выше прямой $y = -4$.



Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Третье решение. Неравенство $x^2 - 4x \leqslant y$ определяет область плоскости, находящуюся *выше* параболы $y = x^2 - 4x$.

Поэтому нас интересует часть параболы $y = 6a - a^2 - 9$, находящаяся выше прямой $y = -4$.

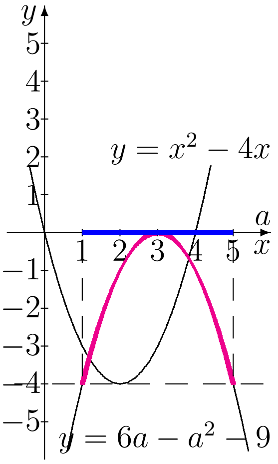


Значит, $\boxed{1 \leqslant a \leqslant 5}$, что совпадает с **результатом** решения **первым** и **вторым** способами.

Пример 5. *Найдите все такие значения параметра a, при которых неравенство $x^2 - 4x \leqslant 6a - a^2 - 9$ имеет хотя бы одно решение.*

Третье решение. Неравенство $x^2 - 4x \leqslant y$ определяет область плоскости, находящуюся *выше* параболы $y = x^2 - 4x$.

Поэтому нас интересует часть параболы $y = 6a - a^2 - 9$, находящаяся выше прямой $y = -4$.



Значит, $\boxed{1 \leqslant a \leqslant 5}$, что совпадает с **результатом** решения **первым** и **вторым** способами.

V.4. О графическом методе получения ответа для «косвенных задач» с параметрами

Один из наиболее эффективных приемов решения «задач с параметрами» состоит в переводе условия задачи на язык графики:

1) строим соответствующее множество в плоскости с системой координат xOa;

V.4. О графическом методе получения ответа для «косвенных задач» с параметрами

Один из наиболее эффективных приемов решения «задач с параметрами» состоит в переводе условия задачи на язык графики:

1) строим соответствующее множество в плоскости с системой координат xOa;

2) строим соответствующие множества в плоскости с системой координат xOy и смотрим изменение их границ при изменении значений параметра a.

V.4. О графическом методе получения ответа для «косвенных задач» с параметрами

Один из наиболее эффективных приемов решения «задач с параметрами» состоит в переводе условия задачи на язык графики:

1) строим соответствующее множество в плоскости с системой координат xOa;

2) строим соответствующие множества в плоскости с системой координат xOy и смотрим изменение их границ при изменении значений параметра a.

И в том, и в другом случае обычно приходится выполнять преобразования графиков функций (точнее, преобразования плоскости) и «переводить» полученное множество в систему высказываний приведенного выше типа.

V.4. О графическом методе получения ответа для «косвенных задач» с параметрами

Один из наиболее эффективных приемов решения «задач с параметрами» состоит в переводе условия задачи на язык графики:

1) строим соответствующее множество в плоскости с системой координат xOa;

2) строим соответствующие множества в плоскости с системой координат xOy и смотрим изменение их границ при изменении значений параметра a.

Поэтому для успешного решения задач «с параметрами» с использованием геометрии необходимо хорошо владеть правилами преобразования графика функции.

V.5. Некоторые нюансы «решения косвенных задач с параметрами»

Во-первых, необычным кажется тот факт, что в ответе фигурирует только параметр, а не неизвестные.

V.5. Некоторые нюансы «решения косвенных задач с параметрами»

Во-первых, необычным кажется тот факт, что в ответе фигурирует только параметр, а не неизвестные.

Во-вторых, решить «косвенную» задачу аналитическим методом часто бывает весьма проблематично, и записать ответ в случае решения аналитическим методом обычно бывает непросто.

Пример 6. *Найдите все значения параметра* a, *при каждом из которых корни уравнений* $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются, в том смысле, что между корнями первого уравнения либо находятся оба корня второго уравнения, либо между корнями первого уравнения вообще нет корней второго уравнения.*

Решение. Мы приведем 3 варианта решения.

Пример 6. *Найдите все такие значения* a, *что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

«Честное» решение.

Переведём на «язык равенств и неравенств» условия задачи.

Пример 6. *Найдите все такие значения* a*, что корни уравнений* $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

«Честное» решение.

Корни уравнений имеют вид:

Переведём на «язык равенств и неравенств» условия задачи.

Пример 6. *Найдите все такие значения* a, *что корни уравнений* $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

«Честное» решение.

Корни уравнений имеют вид:

$$\frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8a^3}}{2a},$$

Переведём на «язык равенств и неравенств» условия задачи.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются.*

«Честное» решение.

Корни уравнений имеют вид:

$$\frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8a^3}}{2a}, \quad \frac{-6 \pm \sqrt{36 + a^3}}{a}.$$

Переведём на «язык равенств и неравенств» условия задачи.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

«Честное» решение. Получаем 4 случая:

Корни уравнений имеют вид:

$$\frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8a^3}}{2a}, \quad \frac{-6 \pm \sqrt{36 + a^3}}{a}.$$

Переведём на «язык равенств и неравенств» условия задачи.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются.*

«Честное» решение. Получаем 4 случая:

При $a > 0$...

Корни уравнений имеют вид:

$$\frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8a^3}}{2a}, \quad \frac{-6 \pm \sqrt{36 + a^3}}{a}.$$

Переведём на «язык равенств и неравенств» условия задачи.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2+\frac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\frac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

«Честное» решение. Получаем 4 случая:

1) $$\frac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\frac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}\le\frac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}<\frac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a};$$

При $a>0$...

Корни уравнений имеют вид:

$$\frac{-3\pm\sqrt{9-8a^3}}{2a},\quad \frac{-6\pm\sqrt{36+a^3}}{a}.$$

Переведём на «язык равенств и неравенств» условия задачи.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2+\frac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\frac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются.*

«Честное» решение. Получаем 4 случая:

1) $\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}<\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}$;

2) $\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}$;

При $a>0$...

Корни уравнений имеют вид:

$$\frac{-3\pm\sqrt{9-8a^3}}{2a},\qquad \frac{-6\pm\sqrt{36+a^3}}{a}.$$

Переведём на «язык равенств и неравенств» условия задачи.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

«Честное» решение. Получаем 4 случая:

1) $\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a} < \dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a} \le \dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a} < \dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}$;

2) $\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a} \le \dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a} < \dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a} < \dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}$;

При $a < 0$...

Корни уравнений имеют вид:

$$\frac{-3 \pm \sqrt{9-8a^3}}{2a}, \quad \frac{-6 \pm \sqrt{36+a^3}}{a}.$$

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются.*

«Честное» решение. Получаем 4 случая:

1) $\frac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a} < \frac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a} \leq \frac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a} < \frac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}$;

2) $\frac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a} \leq \frac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a} < \frac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a} < \frac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}$;

3) $\frac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a} < \frac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a} \leq \frac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a} < \frac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}$;

При $a < 0$...

Корни уравнений имеют вид:

$$\frac{-3 \pm \sqrt{9-8a^3}}{2a}, \quad \frac{-6 \pm \sqrt{36+a^3}}{a}.$$

Пример 6. *Найдите все такие значения* a, *что корни уравнений* $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

«Честное» решение. Получаем 4 случая:

1) $\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}<\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}$;

2) $\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}$;

3) $\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}<\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}$;

4) $\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}$.

При $a<0$...

Корни уравнений имеют вид:

$$\frac{-3\pm\sqrt{9-8a^3}}{2a},\qquad \frac{-6\pm\sqrt{36+a^3}}{a}.$$

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

«Честное» решение. Получаем 4 случая:

1) $\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}<\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}$;

2) $\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}$;

3) $\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}<\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}$;

4) $\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}$.

Какой-то уж очень геройский путь...

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются.*

«Честное» решение. Получаем 4 случая:

1) $\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}<\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}$;

2) $\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}$;

3) $\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}<\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}$;

4) $\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}$.

Впрочем, всё не так уж страшно, поскольку для всех этих случаев вспомогательное уравнение приводится к виду $a^3\left(a^3+27\right)=0$.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

«Честное» решение. Получаем 4 случая:

1) $\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}<\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}$;

2) $\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}$;

3) $\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}<\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}$;

4) $\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}$.

Критические точки: $a=0$, $a=-3$.

Впрочем, всё не так уж страшно, поскольку для всех этих случаев вспомогательное уравнение приводится к виду $a^3\left(a^3+27\right)=0$.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

«Честное» решение. Получаем 4 случая:

1) $\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}<\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}$;

2) $\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}$;

3) $\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}<\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}$;

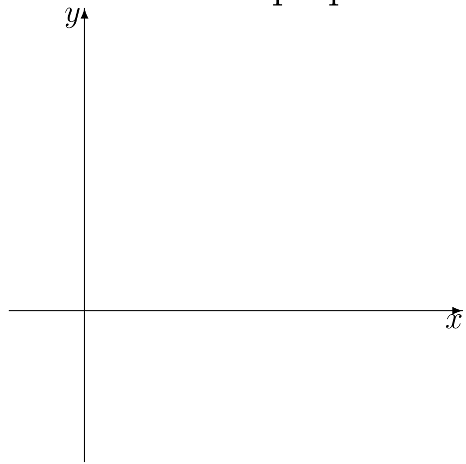
4) $\dfrac{-6+\sqrt{36+a^3}}{a}\leq\dfrac{-3+\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-3-\sqrt{9-8a^3}}{2a}<\dfrac{-6-\sqrt{36+a^3}}{a}$.

Критические точки: $a=0$, $a=-3$. ОДЗ переменной a:

$\left[-\sqrt[3]{36};\ 0\right)\cup\left(0;\ \dfrac{\sqrt[3]{9}}{2}\right]$. **Ответ:** $\boxed{a\in\left[-\sqrt[3]{36};\ -3\right)\cup\left(0;\ \dfrac{\sqrt[3]{9}}{2}\right]}$.

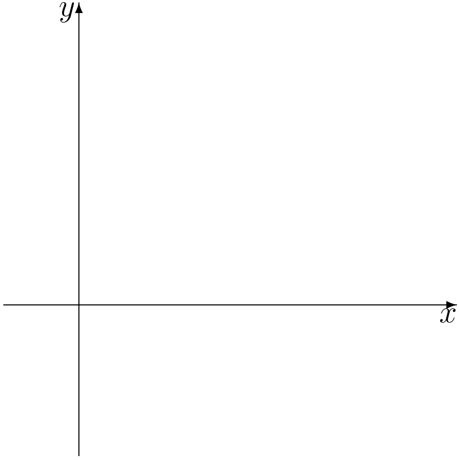
Пример 6. *Найдите все такие значения* a*, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.



Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

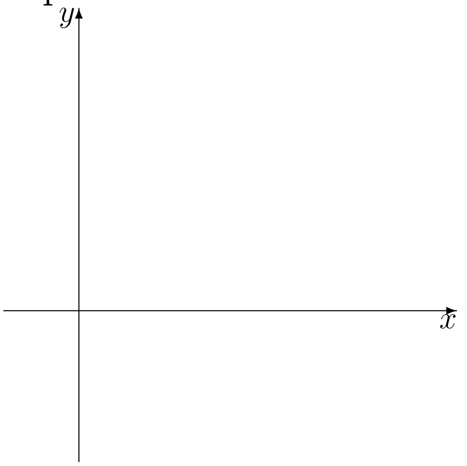
Второе решение. Построим графики для правых частей.



Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Построим графики для правых частей.

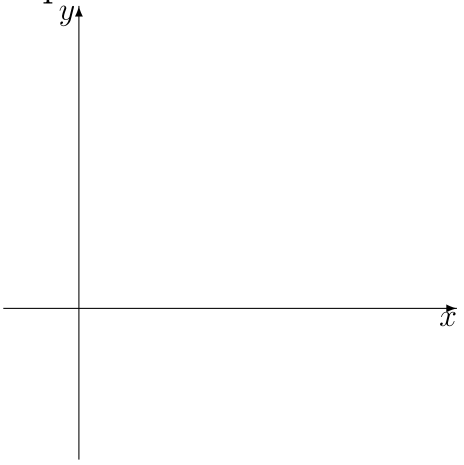
График функции $y = x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a$ при любом a — это



Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Построим графики для правых частей.

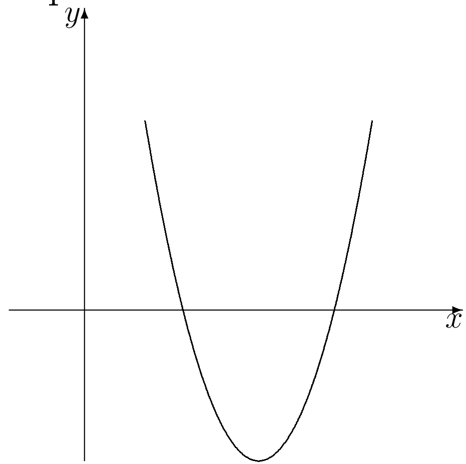
График функции $y = x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a$ при любом a — это парабола.



Пример 6. *Найдите все такие значения* a, *что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Построим графики для правых частей.

График функции $y = x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a$ при любом a — это парабола.

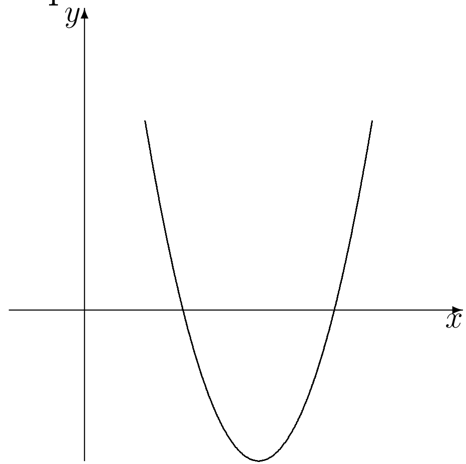


Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются.*

Второе решение. Построим графики для правых частей.

График функции $y = x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a$ при любом a — это парабола.

Это верно и для выражения из правой части второго уравнения.

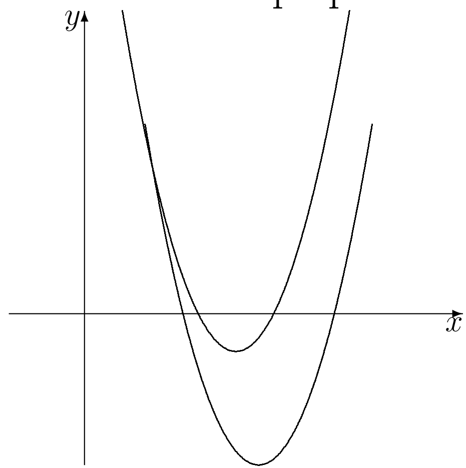


Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

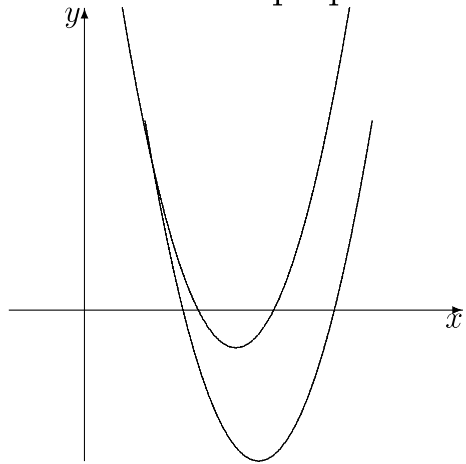
График функции $y = x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a$ при любом a — это парабола.

Это верно и для выражения из правой части второго уравнения.



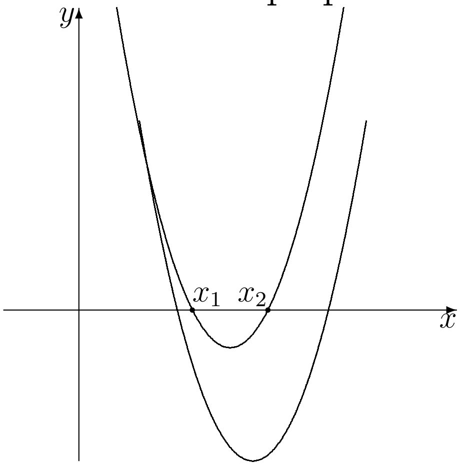
Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики. Пусть x_1 и x_2 — это корни одного из уравнений.



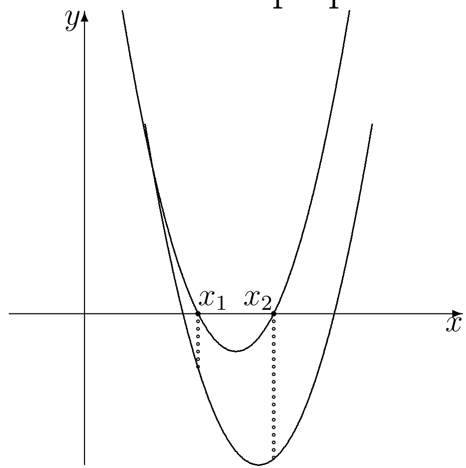
Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики. Пусть x_1 и x_2 — это корни одного из уравнений.



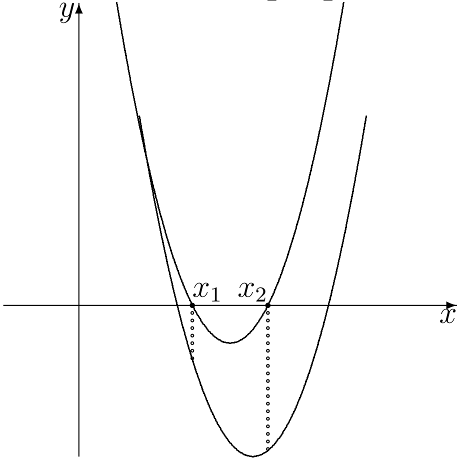
Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики. Пусть x_1 и x_2 — это корни одного из уравнений.



Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.



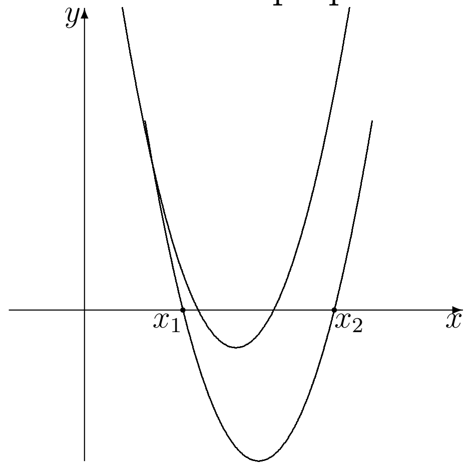
Пусть x_1 и x_2 — это корни одного из уравнений.

Значит, для второго уравнения $y=f(x)$ имеем либо

$$\begin{cases} f\left(x_1\right)\leq 0, \\ f\left(x_2\right)\leq 0, \end{cases}$$ либо

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.



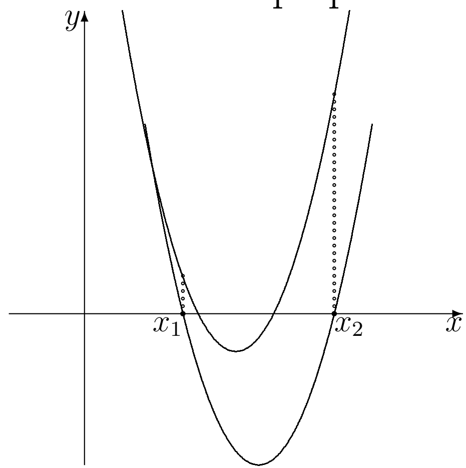
Пусть x_1 и x_2 — это корни одного из уравнений.

Значит, для второго уравнения $y = f(x)$ имеем либо

$$\begin{cases} f(x_1) \leq 0, \\ f(x_2) \leq 0, \end{cases}$$ либо

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.



Пусть x_1 и x_2 — это корни одного из уравнений.

Значит, для второго уравнения $y = f(x)$ имеем либо

$$\begin{cases} f(x_1) \leq 0, \\ f(x_2) \leq 0, \end{cases}$$ либо

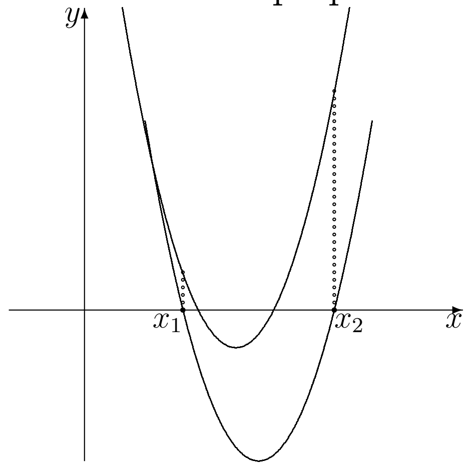
Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

Пусть x_1 и x_2 — это корни одного из уравнений.

Значит, для второго уравнения $y = f(x)$ имеем либо

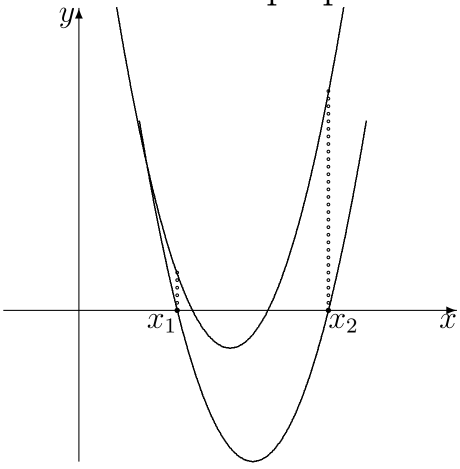
$$\begin{cases} f(x_1) \le 0, \\ f(x_2) \le 0, \end{cases} \text{ либо } \begin{cases} f(x_1) \ge 0, \\ f(x_2) \ge 0. \end{cases}$$



Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2+\frac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\frac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$\begin{cases} f(x_1)\le 0, \\ f(x_2)\le 0, \end{cases} \text{либо} \begin{cases} f(x_1)\ge 0, \\ f(x_2)\ge 0. \end{cases}$$

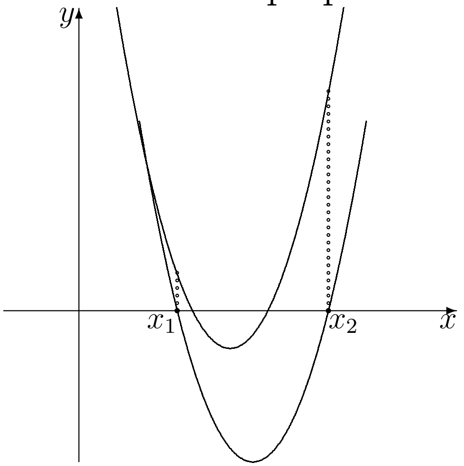


Подставим в правую часть второго уравнения корни первого уравнения.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$\begin{cases} f(x_1) \le 0, \\ f(x_2) \le 0, \end{cases} \text{ либо } \begin{cases} f(x_1) \ge 0, \\ f(x_2) \ge 0. \end{cases}$$

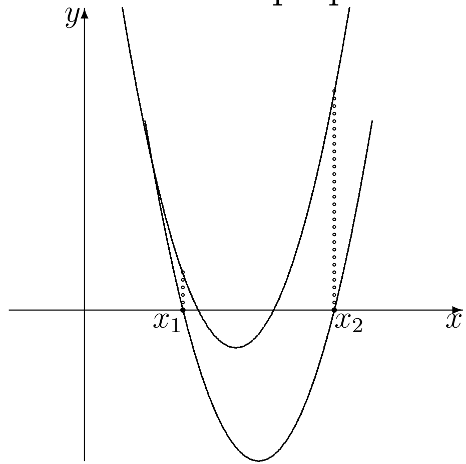


Подставим в правую часть второго уравнения корни $-\dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 8a^3}}{2a}$ первого уравнения.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$\begin{cases} f(x_1) \le 0, \\ f(x_2) \le 0, \end{cases} \text{либо} \begin{cases} f(x_1) \ge 0, \\ f(x_2) \ge 0. \end{cases}$$



$$-\frac{3\left(9 + 2a^3 \pm 3\sqrt{9 - 8a^2}\right)}{2a^2}$$

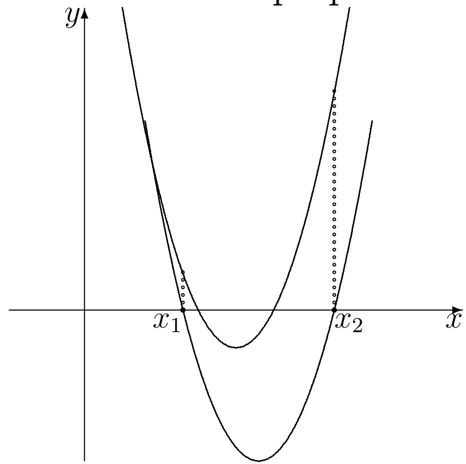
Подставим в правую часть второго уравнения корни $-\dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 8a^3}}{2a}$ первого уравнения.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$\begin{cases} f(x_1)\le 0,\\ f(x_2)\le 0,\end{cases} \text{либо} \begin{cases} f(x_1)\ge 0,\\ f(x_2)\ge 0.\end{cases}$$

Выражение $-\dfrac{3\left(9+2a^3\pm 3\sqrt{9-8a^2}\right)}{2a^2}$ имеет постоянный знак $\Leftrightarrow$

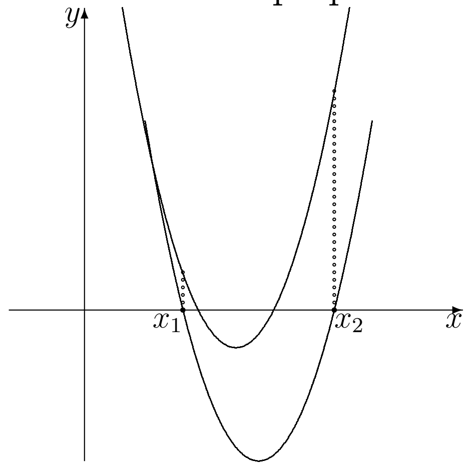


Подставим в правую часть второго уравнения корни $-\dfrac{3\pm\sqrt{9-8a^3}}{2a}$ первого уравнения.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$\begin{cases} f(x_1)\le 0, \\ f(x_2)\le 0, \end{cases} \text{ либо } \begin{cases} f(x_1)\ge 0, \\ f(x_2)\ge 0. \end{cases}$$



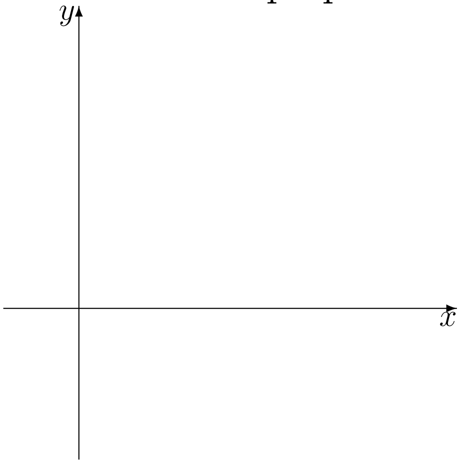
Выражение $-\dfrac{3\left(9+2a^3\pm 3\sqrt{9-8a^2}\right)}{2a^2}$ имеет постоянный знак $\Leftrightarrow$ $3\sqrt{9-8a^3}\le\left|9+2a^3\right|$.

Подставим в правую часть второго уравнения корни $-\dfrac{3\pm\sqrt{9-8a^3}}{2a}$ первого уравнения.

Пример 6. *Найдите все такие значения* a*, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$3\sqrt{9 - 8a^3} \leq \left|9 + 2a^3\right|$$



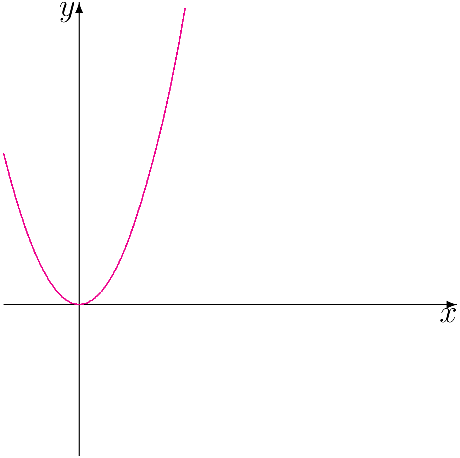
Напрашивается возвести обе части неравенства в квадрат:

$$L < R \;\Rightarrow\; L^2 \,?\, R^2$$

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2+\frac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\frac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$3\sqrt{9-8a^3} \le \left|9+2a^3\right|$$



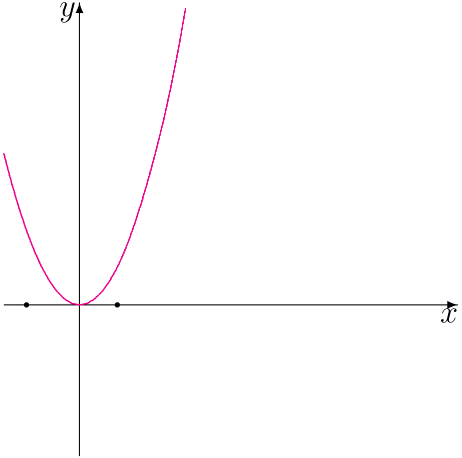
Напрашивается возвести обе части неравенства в квадрат:

$$L < R \;\Rightarrow\; L^2\,?\,R^2$$

Пример 6. *Найдите все такие значения* a, *что корни уравнений* $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$3\sqrt{9 - 8a^3} \leq \left|9 + 2a^3\right|$$



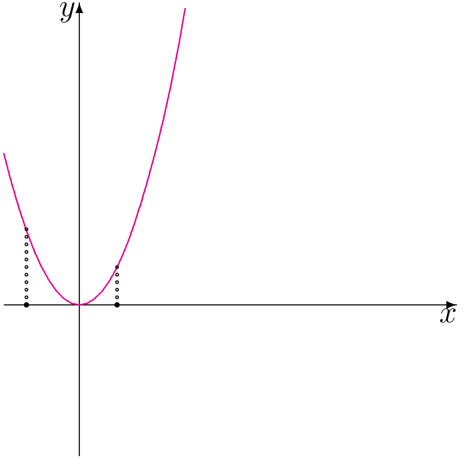
Напрашивается возвести обе части неравенства в квадрат:

$$L < R \;\Rightarrow\; L^2 \,?\, R^2$$

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$3\sqrt{9-8a^3}\leq\left|9+2a^3\right|$$



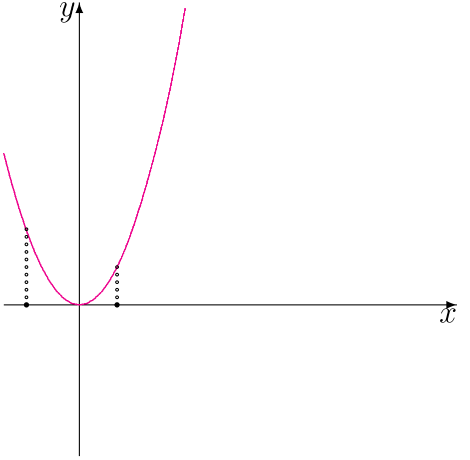
Напрашивается возвести обе части неравенства в квадрат:

$L<R\ \Rightarrow\ L^2\,?\,R^2$

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$3\sqrt{9-8a^3}\leq\left|9+2a^3\right|$$



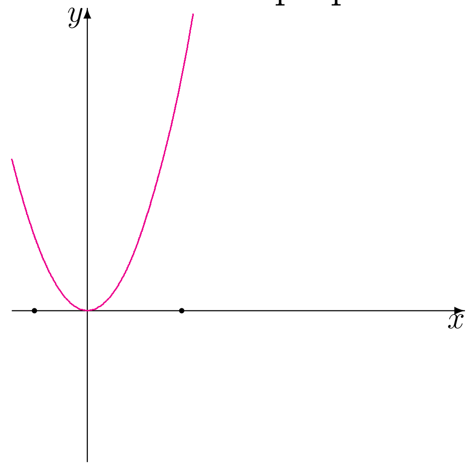
Напрашивается возвести обе части неравенства в квадрат:

$$L<R\ \Rightarrow\ L^2\overset{?}{>}R^2$$

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$3\sqrt{9 - 8a^3} \le \left|9 + 2a^3\right|$$



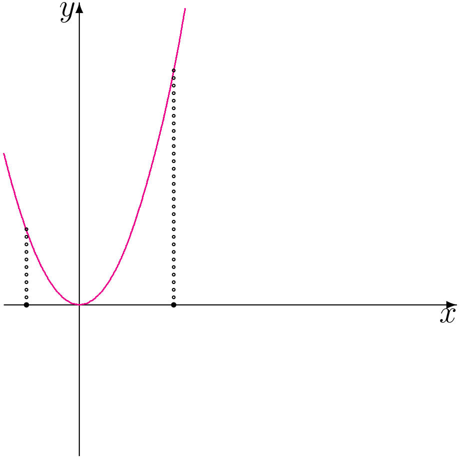
Напрашивается возвести обе части неравенства в квадрат:

$$L < R \;\Rightarrow\; L^2 \overset{?}{>} R^2$$

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2+\frac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\frac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$3\sqrt{9-8a^3}\le\left|9+2a^3\right|$$



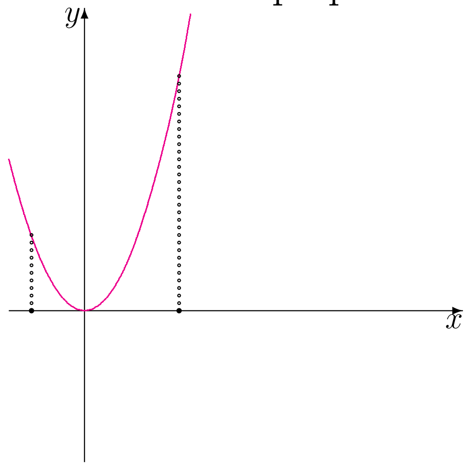
Напрашивается возвести обе части неравенства в квадрат:

$$L<R\ \Rightarrow\ L^2\overset{?}{>}R^2 \text{ или } L^2\overset{?}{<}R^2$$

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$0 \le\ 3\sqrt{9-8a^3} \le \left|9+2a^3\right|$



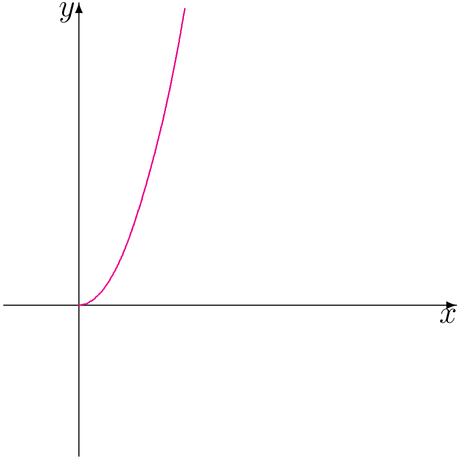
Напрашивается возвести обе части неравенства в квадрат:

$L<R \ \Rightarrow\ L^2 \overset{?}{>} R^2$ или $L^2 \overset{?}{<} R^2$

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$0 \le\ 3\sqrt{9-8a^3} \le \left|9+2a^3\right|$

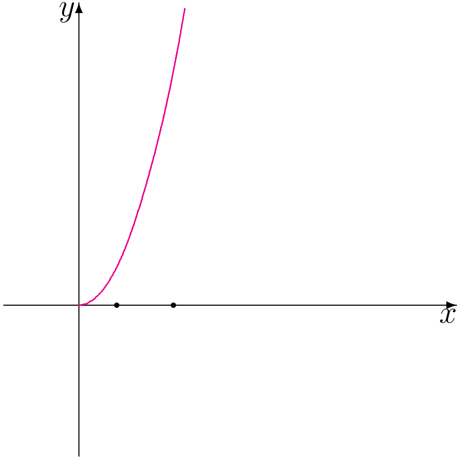


$0 < L < R\ \Rightarrow$

Пример 6. *Найдите все такие значения* a, *что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$0 \le 3\sqrt{9 - 8a^3} \le \left|9 + 2a^3\right|$$

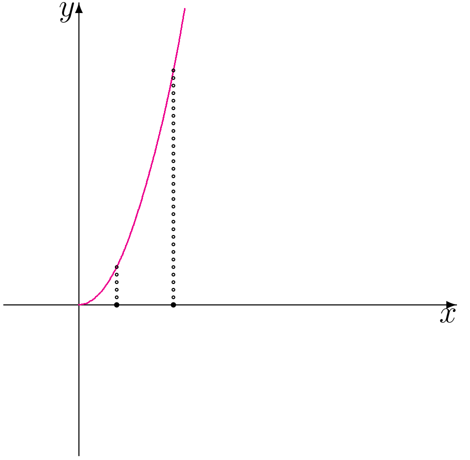


$$0 < L < R \Rightarrow$$

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$0 \le\ 3\sqrt{9-8a^3} \le \left|9+2a^3\right|$$

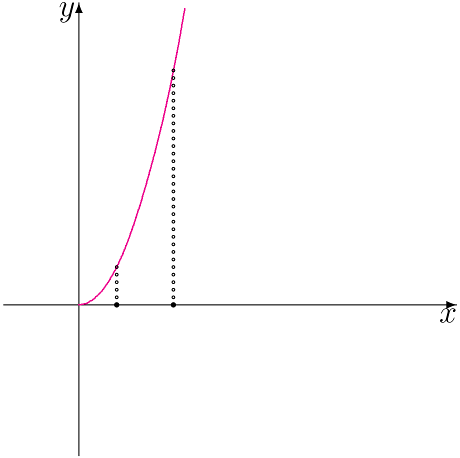


$$0 < L < R\ \Rightarrow$$

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$0 \le\ 3\sqrt{9-8a^3} \le \left|9+2a^3\right|$$



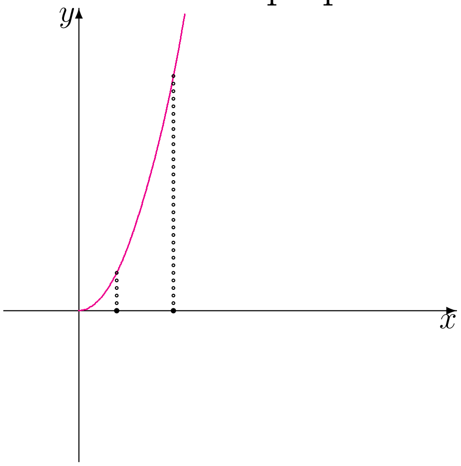
$$0 < L < R\ \Rightarrow\ 0 < L^2 < R^2.$$

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$0 \leq 3\sqrt{9 - 8a^3} \leq \left|9 + 2a^3\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 < 9\left(9 - 8a^3\right) \leq \left|9 + 2a^3\right|^2$$



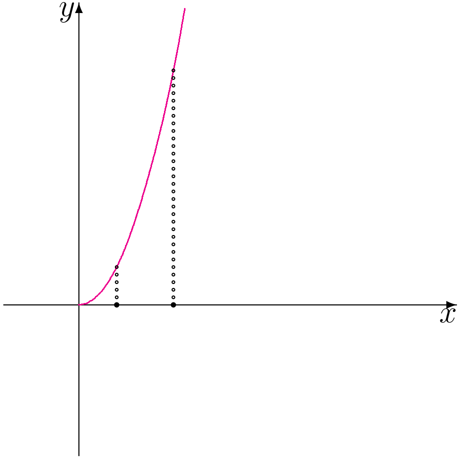
$$0 < L < R \Rightarrow 0 < L^2 < R^2.$$

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$0 \leq 3\sqrt{9 - 8a^3} \leq \left|9 + 2a^3\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 < 9\left(9 - 8a^3\right) \leq \left|9 + 2a^3\right|^2$$



Очевидно, что $|t|^2 = t^2$.

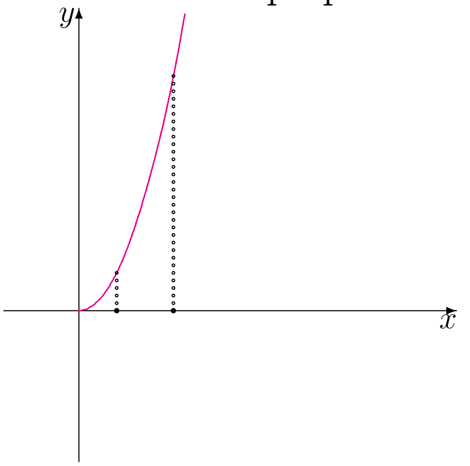
Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются.*

Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$0 \le \ 3\sqrt{9 - 8a^3} \le \left|9 + 2a^3\right| \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ 0 < 9\left(9 - 8a^3\right) \le \left|9 + 2a^3\right|^2 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \begin{cases} a \le \dfrac{\sqrt[3]{9}}{2}, \\ 4a^6 + 108a^3 \ge 0, \end{cases} \qquad \Rightarrow$$



Очевидно, что $|t|^2 = t^2$.

Пример 6. *Найдите все такие значения* a*, что корни уравнений* $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

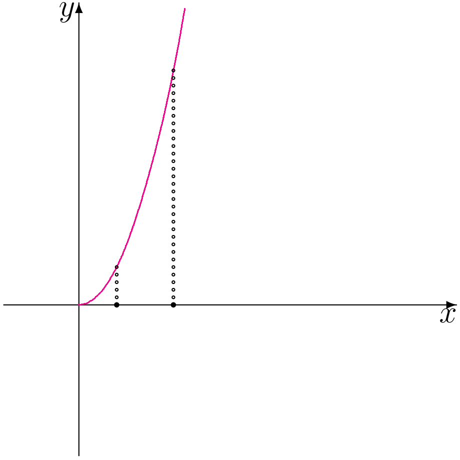
Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$0 \le\ 3\sqrt{9-8a^3} \le \left|9+2a^3\right| \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 0<9\left(9-8a^3\right) \le \left|9+2a^3\right|^2 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \begin{cases} a \le \dfrac{\sqrt[3]{9}}{2}, \\ 4a^6+108a^3 \ge 0, \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ a \in (-\infty;\ -3] \cup [0;\ +\infty).$$



Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются.*

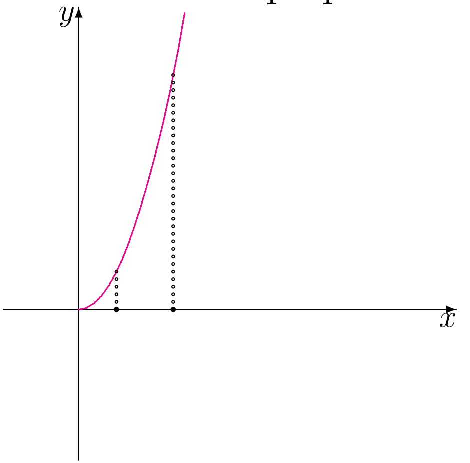
Второе решение. Переведем условие задачи на язык графики.

$$0 \le\ 3\sqrt{9 - 8a^3} \le \left|9 + 2a^3\right| \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 0 < 9\left(9 - 8a^3\right) \le \left|9 + 2a^3\right|^2 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \begin{cases} a \le \dfrac{\sqrt[3]{9}}{2}, \\ 4a^6 + 108a^3 \ge 0, \end{cases} \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ a \in (-\infty;\ -3] \cup [0;\ +\infty).$$

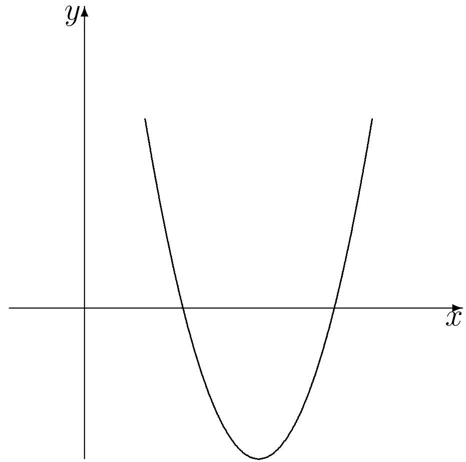


Корни уравнений не перемежаются тогда и только тогда, когда

$$\boxed{a \in \left[-\sqrt[3]{36};\ -3\right) \cup \left(0;\ \frac{\sqrt[3]{9}}{2}\right]}.$$

Пример 6. *Найдите все такие значения* a, *что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

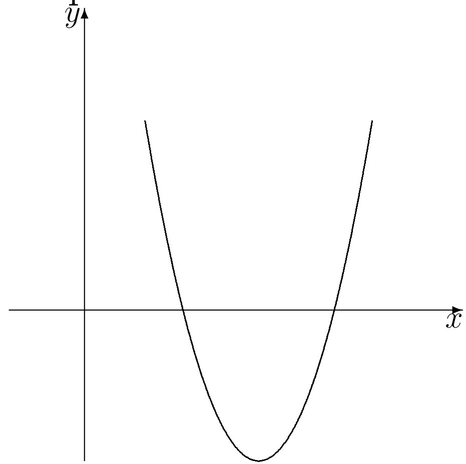
Третье решение.



Попробуем решить *обратную задачу.*

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

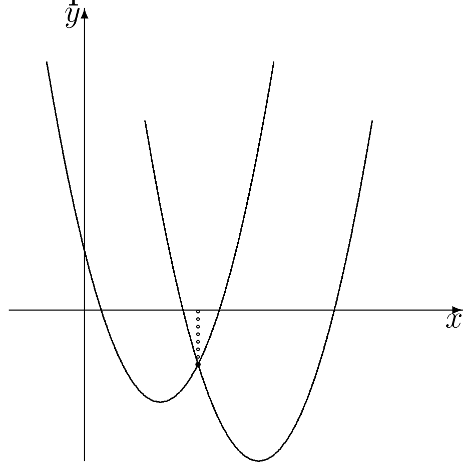
Третье решение. Когда корни уравнений перемежаются?



Попробуем решить *обратную задачу.*

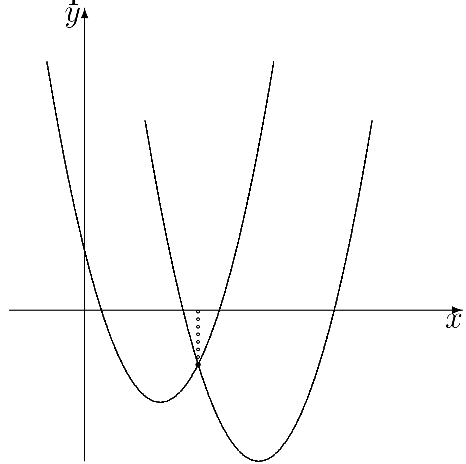
Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Третье решение. Когда корни уравнений перемежаются?



Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

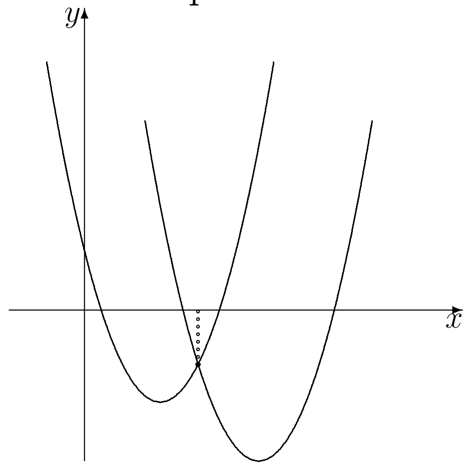
Третье решение. Когда корни уравнений перемежаются?



Из рисунка видно, что корни перемежаются тогда и только тогда, когда точка пересечения этих парабол находится *ниже* оси абсцисс.

Пример 6. *Найдите все такие значения* a, *что корни уравнений* $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

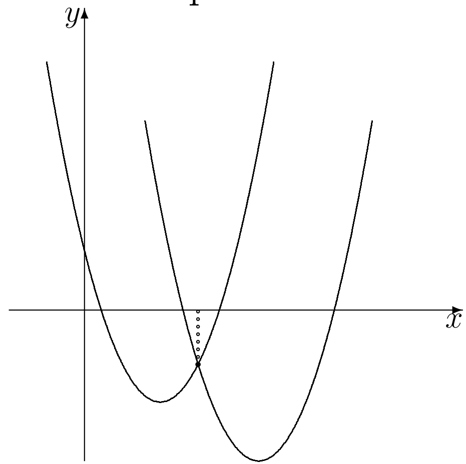
Третье решение. Переведём последнее на язык неравенств.



Из рисунка видно, что корни перемежаются тогда и только тогда, когда точка пересечения этих парабол находится *ниже* оси абсцисс.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Третье решение. Переведём последнее на язык неравенств.



Если (u, v) — координаты точки пересечения парабол, то $v < 0$.

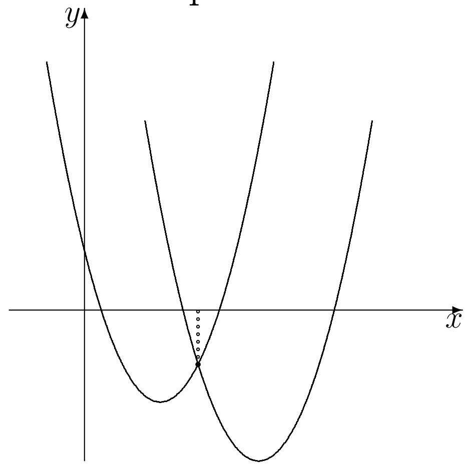
Из рисунка видно, что корни перемежаются тогда и только тогда, когда точка пересечения этих парабол находится *ниже* оси абсцисс.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются.*

Третье решение. Переведём последнее на язык неравенств.

$$\begin{cases} v = u^2 + \dfrac{3u}{a} + 2a, \\ v = u^2 + \dfrac{12u}{a} - a, \\ v < 0. \end{cases}$$

Если (u, v) — координаты точки пересечения парабол, то $v < 0$.

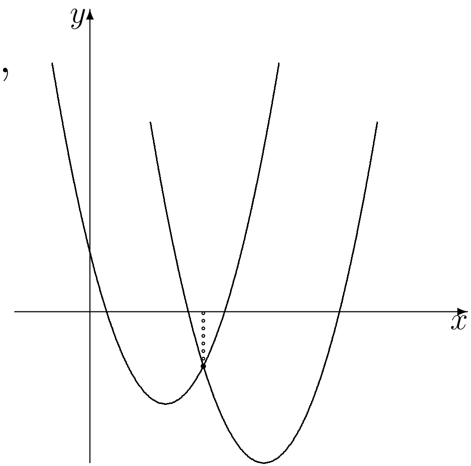


Из рисунка видно, что корни перемежаются тогда и только тогда, когда точка пересечения этих парабол находится *ниже* оси абсцисс.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Третье решение.

$$\begin{cases} v = u^2 + \dfrac{3u}{a} + 2a, \\ v = u^2 + \dfrac{12u}{a} - a, \\ v < 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = u^2 + \dfrac{3u}{a} + 2a, \\ \dfrac{9u}{a} = 3a, \\ v < 0. \end{cases} \Rightarrow$$

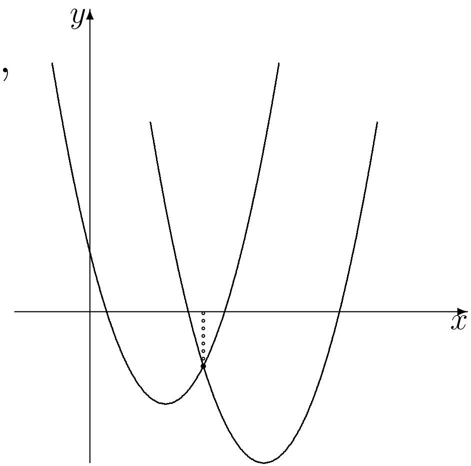


Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ *и* $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ *не перемежаются.*

Третье решение.

$$\begin{cases} v = u^2 + \dfrac{3u}{a} + 2a, \\ v = u^2 + \dfrac{12u}{a} - a, \\ v < 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = u^2 + \dfrac{3u}{a} + 2a, \\ \dfrac{9u}{a} = 3a, \\ v < 0. \end{cases} \Rightarrow$$

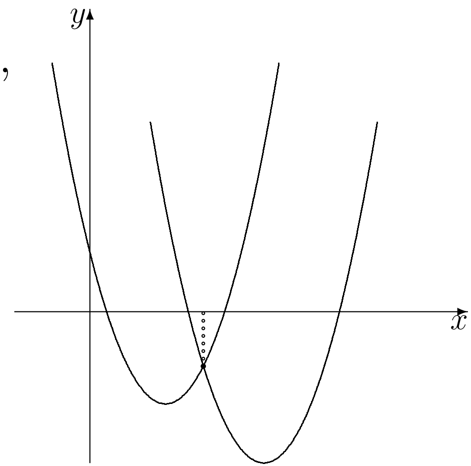
$$\Rightarrow \begin{cases} v = u^2 + \dfrac{3u}{a} + 2a, \\ u = \dfrac{a^2}{3}, \\ v < 0. \end{cases} \Rightarrow$$



Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются.*

Третье решение.

$$\begin{cases} v=u^2+\dfrac{3u}{a}+2a, \\ v=u^2+\dfrac{12u}{a}-a, \\ v<0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v=u^2+\dfrac{3u}{a}+2a, \\ \dfrac{9u}{a}=3a, \\ v<0. \end{cases} \Rightarrow$$

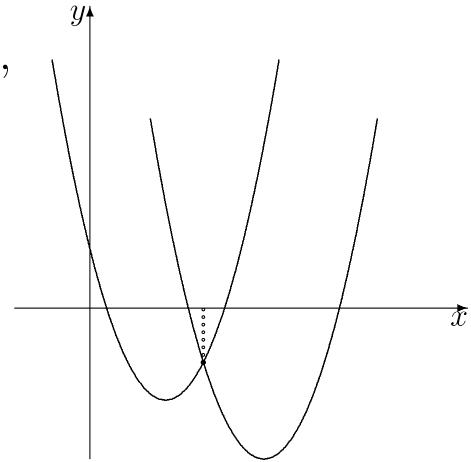


$$\Rightarrow \begin{cases} v=u^2+\dfrac{3u}{a}+2a, \\ u=\dfrac{a^2}{3}, \\ v<0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v=\dfrac{a\left(a^3+27\right)}{9}, \\ u=\dfrac{a^2}{3}, \\ v<0. \end{cases}$$

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений* $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ *и* $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ *не перемежаются.*

Третье решение.

$$\begin{cases} v=u^2+\dfrac{3u}{a}+2a, \\ v=u^2+\dfrac{12u}{a}-a, \\ v<0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v=u^2+\dfrac{3u}{a}+2a, \\ \dfrac{9u}{a}=3a, \\ v<0. \end{cases} \Rightarrow$$



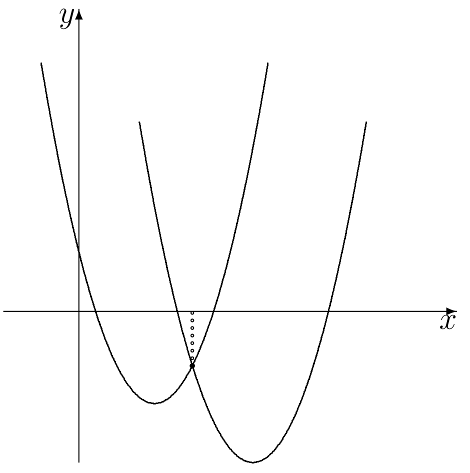
$$\Rightarrow \begin{cases} v=u^2+\dfrac{3u}{a}+2a, \\ u=\dfrac{a^2}{3}, \\ v<0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v=\dfrac{a\left(a^3+27\right)}{9}, \\ u=\dfrac{a^2}{3}, \\ v<0. \end{cases}$$

$\dfrac{a\left(a^3+27\right)}{9}<0$, что приводит к полученному ранее ответу.

Пример 6. *Найдите все такие значения a, что корни уравнений $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются.*

Третье решение.

Корни уравнений не перемежаются тогда и только тогда, когда $\boxed{a\in\left[-\sqrt[3]{36};\ -3\right)\cup\left(0;\ \dfrac{\sqrt[3]{9}}{2}\right]}$.



Учтите, что мы решали обратную здачу, и что надо использовать условие существования корней исходных уравнений.

Вернёмся к лекции?

$$\frac{a\left(a^3+27\right)}{9}<0,$$ что приводит к полученному ранее ответу.

V.8. Некоторые нюансы «решения косвенных задач с параметрами»

Во-первых, необычным кажется тот факт, что в ответе фигурирует только параметр, а не неизвестные.

Во-вторых, решить «косвенную» задачу аналитическим методом часто бывает весьма проблематично, и записать ответ в случае решения аналитическим методом обычно бывает непросто.

В-третьих, нередко используется не один, а несколько параметров.

Рассмотреть пример?

V.8. Некоторые нюансы «решения косвенных задач с параметрами»

Во-первых, необычным кажется тот факт, что в ответе фигурирует только параметр, а не неизвестные.

Во-вторых, решить «косвенную» задачу аналитическим методом часто бывает весьма проблематично, и записать ответ в случае решения аналитическим методом обычно бывает непросто.

В-третьих, нередко используется не один, а несколько параметров.

В-четвёртых, в формулировки и решения «косвенных» задач используют широкий спектр математических понятий и конструкций.

V.8. Некоторые нюансы «решения косвенных задач с параметрами»

Во-первых, необычным кажется тот факт, что в ответе фигурирует только параметр, а не неизвестные.

Во-вторых, решить «косвенную» задачу аналитическим методом часто бывает весьма проблематично, и записать ответ в случае решения аналитическим методом обычно бывает непросто.

В-третьих, нередко используется не один, а несколько параметров.

В-четвёртых, в формулировки и решения «косвенных» задач используют широкий спектр математических понятий и конструкций.

В-пятых, формулировки некоторых «косвенных» задач имеют не очень простую логическую структуру.

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Решение.

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Решение.

«Притворяемся, что решаем»: «избавимся» от x.

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Решение.

«Притворяемся, что решаем»: «избавимся» от x.

Для этого из первого уравнения, умноженного на b, вычтем второе уравнение.

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Решение. $$\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$$

«Притворяемся, что решаем»: «избавимся» от x.

Для этого из первого уравнения, умноженного на b, вычтем второе уравнение.

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Решение. $$\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$$

Если $b^2 - 2 \neq 0$, то последнее уравнение имеет решение для любых значений параметров a, c, при этом x также вычисляется.

Пример 7. *При каких* a *для любого* b *найдётся хотя бы одно* c *такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Решение. $$\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$$

Если $b^2 - 2 \neq 0$, то последнее уравнение имеет решение для любых значений параметров a, c, при этом x также вычисляется.

Значит, осталось рассмотреть случаи

Пример 7. *При каких* a *для любого* b *найдётся хотя бы одно* c *такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Решение. $$\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$$

Если $b^2 - 2 \neq 0$, то последнее уравнение имеет решение для любых значений параметров a, c, при этом x также вычисляется.

Значит, осталось рассмотреть случаи $b = \pm\sqrt{2}$.

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Решение. $$\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$$

Если $b^2 - 2 \neq 0$, то последнее уравнение имеет решение для любых значений параметров a, c, при этом x также вычисляется.

Значит, осталось рассмотреть случаи $b = \pm\sqrt{2}$.

В этом случае полученное выше уравнение имеет решение тогда и только тогда, когда

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Решение. $$\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$$

Если $b^2 - 2 \neq 0$, то последнее уравнение имеет решение для любых значений параметров a, c, при этом x также вычисляется.

Значит, осталось рассмотреть случаи $b = \pm\sqrt{2}$.

В этом случае полученное выше уравнение имеет решение тогда и только тогда, когда $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0$,

где $b = \pm\sqrt{2}$.

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Решение. $$\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$$
Если $b^2 - 2 \neq 0$, то последнее уравнение имеет решение для любых значений параметров a, c, при этом x также вычисляется.
Значит, осталось рассмотреть случаи $b = \pm\sqrt{2}$.
В этом случае полученное выше уравнение имеет решение тогда и только тогда, когда $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0$,
где $b = \pm\sqrt{2}$.
Мы предложим два варианта дальнейшего решения.

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$

Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$

Относительно c это уравнение является квадратным, поэтому оно имеет решение тогда и только тогда, когда его дискриминант неотрицателен:

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$

Относительно c это уравнение является квадратным, поэтому оно имеет решение тогда и только тогда, когда его дискриминант неотрицателен:

$$(b-1)^2 - 4ab \geq 0 \;\Leftrightarrow$$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$

Относительно c это уравнение является квадратным, поэтому оно имеет решение тогда и только тогда, когда его дискриминант неотрицателен:

$$(b-1)^2 - 4ab \geq 0 \;\Leftrightarrow\; 4ba \leq (b-1)^2.$$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$
Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $\quad bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$
$4ba \leq (b-1)^2.$
Относительно c это уравнение является квадратным, поэтому оно имеет решение тогда и только тогда, когда его дискриминант неотрицателен:

$$(b-1)^2 - 4ab \geq 0 \;\Leftrightarrow\; 4ba \leq (b-1)^2.$$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$
Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$
$4ba \le (b-1)^2.$

При $b = -\sqrt{2}$ получаем

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$
Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$
$4ba \leq (b-1)^2.$

При $b = -\sqrt{2}$ получаем

$-4\sqrt{2}a \leq \left(-\sqrt{2} - 1\right)^2 \Leftrightarrow$

Пример 7. *При каких* a *для любого* b *найдётся хотя бы одно* c *такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$ $4ba \le (b-1)^2.$

При $b = -\sqrt{2}$ получаем

$$-4\sqrt{2}a \le \left(-\sqrt{2} - 1\right)^2 \Leftrightarrow a \ge \frac{\left(-\sqrt{2}-1\right)^2}{-4\sqrt{2}} \Leftrightarrow$$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$
Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$
$4ba \le (b-1)^2.$

При $b = -\sqrt{2}$ получаем

$$-4\sqrt{2}a \le \left(-\sqrt{2} - 1\right)^2 \Leftrightarrow a \ge \frac{\left(-\sqrt{2} - 1\right)^2}{-4\sqrt{2}} \Leftrightarrow a \ge \frac{2 + 2\sqrt{2} + 1}{-4\sqrt{2}}.$$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$
Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$
$4ba \leq (b-1)^2.$

При $b = -\sqrt{2}$ получаем $a \geq -\dfrac{4 + 3\sqrt{2}}{8}.$

$$-4\sqrt{2}a \leq \left(-\sqrt{2} - 1\right)^2 \Leftrightarrow a \geq \frac{\left(-\sqrt{2} - 1\right)^2}{-4\sqrt{2}} \Leftrightarrow a \geq \frac{2 + 2\sqrt{2} + 1}{-4\sqrt{2}}.$$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$ $4ba \leq (b-1)^2.$

При $b = -\sqrt{2}$ получаем $a \geq -\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8}.$

При $b = \sqrt{2}$ получаем

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$
Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$
$4ba \leq (b-1)^2.$

При $b = -\sqrt{2}$ получаем $a \geq -\dfrac{4 + 3\sqrt{2}}{8}.$

При $b = \sqrt{2}$ получаем

$4\sqrt{2}a \leq \left(\sqrt{2} - 1\right)^2 \Leftrightarrow$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$
Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $\quad bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$
$4ba \leq (b-1)^2.$

При $b = -\sqrt{2}$ получаем $a \geq -\dfrac{4 + 3\sqrt{2}}{8}$.

При $b = \sqrt{2}$ получаем

$$4\sqrt{2}a \leq \left(\sqrt{2} - 1\right)^2 \Leftrightarrow a \leq \frac{\left(\sqrt{2} - 1\right)^2}{4\sqrt{2}} \Leftrightarrow$$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$
Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $\quad bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$
$4ba \le (b-1)^2.$

При $b = -\sqrt{2}$ получаем $a \ge -\dfrac{4 + 3\sqrt{2}}{8}.$

При $b = \sqrt{2}$ получаем

$$4\sqrt{2}a \le \left(\sqrt{2} - 1\right)^2 \Leftrightarrow a \le \frac{\left(\sqrt{2} - 1\right)^2}{4\sqrt{2}} \Leftrightarrow a \le \frac{2 - 2\sqrt{2} + 1}{4\sqrt{2}}.$$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$
Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$
$4ba \leq (b-1)^2.$

При $b = -\sqrt{2}$ получаем $a \geq -\dfrac{4 + 3\sqrt{2}}{8}.$

При $b = \sqrt{2}$ получаем $a \leq \dfrac{3\sqrt{2} - 4}{8}.$

$$4\sqrt{2}a \leq \left(\sqrt{2} - 1\right)^2 \Leftrightarrow a \leq \frac{\left(\sqrt{2} - 1\right)^2}{4\sqrt{2}} \Leftrightarrow a \leq \frac{2 - 2\sqrt{2} + 1}{4\sqrt{2}}.$$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1$.
Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0$.
$4ba \le (b-1)^2$.

При $b = -\sqrt{2}$ получаем $a \ge -\dfrac{4 + 3\sqrt{2}}{8}$.

При $b = \sqrt{2}$ получаем $a \le \dfrac{3\sqrt{2} - 4}{8}$.

Так как решение должно существовать для любого b, то ответ таков:

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Первый вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$
Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$
$4ba \leq (b-1)^2.$

При $b = -\sqrt{2}$ получаем $a \geq -\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8}$.

При $b = \sqrt{2}$ получаем $a \leq \dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}$.

Так как решение должно существовать для любого b, то ответ таков:
$\boxed{-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8} \leq a \leq \dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}}$.

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$

Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $\quad bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$

Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$

Выразим a:

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$

Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $\quad bac^2 + (b-1)c + 1 = 0.$

Выразим a:

$$a = \frac{(1-b)c - 1}{bc^2}.$$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x+by=ac^2+c; \\ bx+2y=c-1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2-2\right)y=bac^2+(b-1)c+1.$

Осталось рассмотреть случай $b=\pm\sqrt{2}$: $\quad bac^2+(b-1)c+1=0.$

Выразим a: $\quad a=\dfrac{1-b}{bc}-\dfrac{1}{bc^2}.$

$$a=\frac{(1-b)c-1}{bc^2}.$$

Пример 7. *При каких* a *для любого* b *найдётся хотя бы одно* c *такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b - 1)c + 1.$
Осталось рассмотреть случай $b = \pm\sqrt{2}$: $\quad bac^2 + (b - 1)c + 1 = 0.$

Выразим a: $\quad a = \dfrac{1 - b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}.$

Осталось найти область значений выражения в правой части при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$, тогда совокупность требуемых значений a совпадает

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x+by=ac^2+c; \\ bx+2y=c-1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2-2\right)y=bac^2+(b-1)c+1.$
Осталось рассмотреть случай $b=\pm\sqrt{2}$: $\quad bac^2+(b-1)c+1=0.$

Выразим a: $\quad a=\dfrac{1-b}{bc}-\dfrac{1}{bc^2}.$

Осталось найти область значений выражения в правой части при $b=\sqrt{2}$ и при $b=-\sqrt{2}$, тогда совокупность требуемых значений a совпадает

с пересечением полученных областей.

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$.

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно с такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$.

$a'(c) =$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$.

$a'(c) = -\dfrac{1-b}{bc^2} + \dfrac{2}{bc^3} =$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1$. Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$.

$$a'(c) = -\frac{1-b}{bc^2} + \frac{2}{bc^3} = \frac{2 - (1-b)c}{bc^3}.$$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$.

$$a'(c) = -\frac{1-b}{bc^2} + \frac{2}{bc^3} = \frac{2-(1-b)c}{bc^3}.$$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x+by=ac^2+c; \\ bx+2y=c-1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2-2\right)y=bac^2+(b-1)c+1$. Осталось найти пересечение при $b=\sqrt{2}$ и при $b=-\sqrt{2}$ областей значений для $a=\dfrac{1-b}{bc}-\dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c)=\dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$.

Эта производная не существует при $c=0$ и равна 0 при $c=\dfrac{2}{1-b}$.

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$

c	$(-\infty;\ 0)$	0	$\left(0;\ \dfrac{2}{1+\sqrt{2}}\right)$	$\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}$	$\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{2}};\ +\infty\right)$
$a'(c)$					
$a(c)$					

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1$. Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$

c	$(-\infty;\ 0)$	0	$\left(0;\ \dfrac{2}{1+\sqrt{2}}\right)$	$\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}$	$\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{2}};\ +\infty\right)$
$a'(c)$	$+$				
$a(c)$					

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1$. Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$

c	$(-\infty;\ 0)$	0	$\left(0;\ \dfrac{2}{1+\sqrt{2}}\right)$	$\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}$	$\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{2}};\ +\infty\right)$
$a'(c)$	$+$				
$a(c)$	$\nearrow$				

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2 - (1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$

c	$(-\infty;\ 0)$	0	$\left(0;\ \dfrac{2}{1+\sqrt{2}}\right)$	$\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}$	$\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{2}};\ +\infty\right)$
$a'(c)$	$+$	не сущ.			
$a(c)$	$\nearrow$				

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$

c	$(-\infty;\ 0)$	0	$\left(0;\ \dfrac{2}{1+\sqrt{2}}\right)$	$\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}$	$\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{2}};\ +\infty\right)$
$a'(c)$	$+$	не сущ.			
$a(c)$	$\nearrow$	$+\infty$			

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1$. Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$

c	$(-\infty;\ 0)$	0	$\left(0;\ \dfrac{2}{1+\sqrt{2}}\right)$	$\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}$	$\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{2}};\ +\infty\right)$
$a'(c)$	$+$	не сущ.	$-$		
$a(c)$	$\nearrow$	$+\infty$			

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1$. Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$

c	$(-\infty;\ 0)$	0	$\left(0;\ \dfrac{2}{1+\sqrt{2}}\right)$	$\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}$	$\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{2}};\ +\infty\right)$
$a'(c)$	$+$	не сущ.	$-$		
$a(c)$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$		

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x+by=ac^2+c; \\ bx+2y=c-1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2-2\right)y=bac^2+(b-1)c+1$. Осталось найти пересечение при $b=\sqrt{2}$ и при $b=-\sqrt{2}$ областей значений для $a=\dfrac{1-b}{bc}-\dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c)=\dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b=-\sqrt{2}$

c	$(-\infty;\ 0)$	0	$\left(0;\ \dfrac{2}{1+\sqrt{2}}\right)$	$\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}$	$\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{2}};\ +\infty\right)$
$a'(c)$	$+$	не сущ.	$-$	0	
$a(c)$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$		

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1$. Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$

c	$(-\infty;\ 0)$	0	$\left(0;\ \dfrac{2}{1+\sqrt{2}}\right)$	$\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}$	$\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{2}};\ +\infty\right)$
$a'(c)$	$+$	не сущ.	$-$	0	
$a(c)$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	$-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8}$	

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1$. Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$

c	$(-\infty;\ 0)$	0	$\left(0;\ \dfrac{2}{1+\sqrt{2}}\right)$	$\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}$	$\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{2}};\ +\infty\right)$
$a'(c)$	$+$	не сущ.	$-$	0	$+$
$a(c)$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	$-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8}$	

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x+by=ac^2+c; \\ bx+2y=c-1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2-2\right)y=bac^2+(b-1)c+1$. Осталось найти пересечение при $b=\sqrt{2}$ и при $b=-\sqrt{2}$ областей значений для $a=\dfrac{1-b}{bc}-\dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c)=\dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b=-\sqrt{2}$

c	$(-\infty;\ 0)$	0	$\left(0;\ \dfrac{2}{1+\sqrt{2}}\right)$	$\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}$	$\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{2}};\ +\infty\right)$
$a'(c)$	$+$	не сущ.	$-$	0	$+$
$a(c)$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	$-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8}$	$\nearrow$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$ значения $a(c)$ заполняют луч $\left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$.

c	$(-\infty;\ 0)$	0	$\left(0;\ \dfrac{2}{1+\sqrt{2}}\right)$	$\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}$	$\left(\dfrac{2}{1+\sqrt{2}};\ +\infty\right)$
$a'(c)$	$+$	не сущ.	$-$	0	$+$
$a(c)$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	$-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8}$	$\nearrow$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1$. Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$ $a \in \left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b = \sqrt{2}$ имеем

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x+by=ac^2+c; \\ bx+2y=c-1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2-2\right)y=bac^2+(b-1)c+1.$ Осталось найти пересечение при $b=\sqrt{2}$ и при $b=-\sqrt{2}$ областей значений для $a=\dfrac{1-b}{bc}-\dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c)=\dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b=-\sqrt{2}$ $a\in\left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b=\sqrt{2}$ имеем

c	$\left(-\infty;\ -2\left(\sqrt{2}+1\right)\right)$	$-2\left(\sqrt{2}+1\right)$	$\left(-2\left(\sqrt{2}+1\right);\ 0\right)$	0	$(0;\ +\infty)$
$a'(c)$					
$a(c)$					

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$ $a \in \left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b = \sqrt{2}$ имеем

c	$\left(-\infty;\ -2\left(\sqrt{2}+1\right)\right)$	$-2\left(\sqrt{2}+1\right)$	$\left(-2\left(\sqrt{2}+1\right);\ 0\right)$	0	$(0;\ +\infty)$
$a'(c)$	$+$				
$a(c)$					

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$ $a \in \left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b = \sqrt{2}$ имеем

c	$\left(-\infty;\ -2\left(\sqrt{2}+1\right)\right)$	$-2\left(\sqrt{2}+1\right)$	$\left(-2\left(\sqrt{2}+1\right);\ 0\right)$	0	$(0;\ +\infty)$
$a'(c)$	$+$				
$a(c)$	$\nearrow$				

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x+by=ac^2+c; \\ bx+2y=c-1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2-2\right)y=bac^2+(b-1)c+1$. Осталось найти пересечение при $b=\sqrt{2}$ и при $b=-\sqrt{2}$ областей значений для $a=\dfrac{1-b}{bc}-\dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c)=\dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b=-\sqrt{2}$ $a\in\left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b=\sqrt{2}$ имеем

c	$\left(-\infty;\ -2\left(\sqrt{2}+1\right)\right)$	$-2\left(\sqrt{2}+1\right)$	$\left(-2\left(\sqrt{2}+1\right);\ 0\right)$	0	$(0;\ +\infty)$
$a'(c)$	$+$	0			
$a(c)$	$\nearrow$				

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x+by=ac^2+c; \\ bx+2y=c-1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2-2\right)y=bac^2+(b-1)c+1$. Осталось найти пересечение при $b=\sqrt{2}$ и при $b=-\sqrt{2}$ областей значений для $a=\dfrac{1-b}{bc}-\dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c)=\dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b=-\sqrt{2}$ $a\in\left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b=\sqrt{2}$ имеем

c	$\left(-\infty;\ -2\left(\sqrt{2}+1\right)\right)$	$-2\left(\sqrt{2}+1\right)$	$\left(-2\left(\sqrt{2}+1\right);\ 0\right)$	0	$(0;\ +\infty)$
$a'(c)$	$+$	0			
$a(c)$	$\nearrow$	$\dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}$			

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$ $a \in \left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b = \sqrt{2}$ имеем

c	$\left(-\infty;\ -2\left(\sqrt{2}+1\right)\right)$	$-2\left(\sqrt{2}+1\right)$	$\left(-2\left(\sqrt{2}+1\right);\ 0\right)$	0	$(0;\ +\infty)$
$a'(c)$	$+$	0	$-$		
$a(c)$	$\nearrow$	$\dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}$			

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x+by=ac^2+c; \\ bx+2y=c-1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2-2\right)y=bac^2+(b-1)c+1.$ Осталось найти пересечение при $b=\sqrt{2}$ и при $b=-\sqrt{2}$ областей значений для $a=\dfrac{1-b}{bc}-\dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c)=\dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b=-\sqrt{2}$ $a\in\left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b=\sqrt{2}$ имеем

c	$\left(-\infty;\ -2\left(\sqrt{2}+1\right)\right)$	$-2\left(\sqrt{2}+1\right)$	$\left(-2\left(\sqrt{2}+1\right);\ 0\right)$	0	$(0;\ +\infty)$
$a'(c)$	$+$	0	$-$		
$a(c)$	$\nearrow$	$\dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}$	$\searrow$		

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$ $a \in \left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b = \sqrt{2}$ имеем

c	$\left(-\infty;\ -2\left(\sqrt{2}+1\right)\right)$	$-2\left(\sqrt{2}+1\right)$	$\left(-2\left(\sqrt{2}+1\right);\ 0\right)$	0	$(0;\ +\infty)$
$a'(c)$	$+$	0	$-$	не сущ.	
$a(c)$	$\nearrow$	$\dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}$	$\searrow$		

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x+by=ac^2+c; \\ bx+2y=c-1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2-2\right)y=bac^2+(b-1)c+1.$ Осталось найти пересечение при $b=\sqrt{2}$ и при $b=-\sqrt{2}$ областей значений для $a=\dfrac{1-b}{bc}-\dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c)=\dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b=-\sqrt{2}$ $a\in\left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b=\sqrt{2}$ имеем

c	$\left(-\infty;\ -2\left(\sqrt{2}+1\right)\right)$	$-2\left(\sqrt{2}+1\right)$	$\left(-2\left(\sqrt{2}+1\right);\ 0\right)$	0	$(0;\ +\infty)$
$a'(c)$	$+$	0	$-$	не сущ.	
$a(c)$	$\nearrow$	$\dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}$	$\searrow$	$+\infty$	

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x+by=ac^2+c; \\ bx+2y=c-1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2-2\right)y=bac^2+(b-1)c+1$. Осталось найти пересечение при $b=\sqrt{2}$ и при $b=-\sqrt{2}$ областей значений для $a=\dfrac{1-b}{bc}-\dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c)=\dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b=-\sqrt{2}$ $a\in\left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b=\sqrt{2}$ имеем

c	$\left(-\infty;\ -2\left(\sqrt{2}+1\right)\right)$	$-2\left(\sqrt{2}+1\right)$	$\left(-2\left(\sqrt{2}+1\right);\ 0\right)$	0	$(0;\ +\infty)$
$a'(c)$	$+$	0	$-$	не сущ.	$+$
$a(c)$	$\nearrow$	$\dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}$	$\searrow$	$+\infty$	

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x+by=ac^2+c; \\ bx+2y=c-1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2-2\right)y=bac^2+(b-1)c+1$. Осталось найти пересечение при $b=\sqrt{2}$ и при $b=-\sqrt{2}$ областей значений для $a=\dfrac{1-b}{bc}-\dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c)=\dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b=-\sqrt{2}$ $a\in\left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b=\sqrt{2}$ имеем

c	$\left(-\infty;\ -2\left(\sqrt{2}+1\right)\right)$	$-2\left(\sqrt{2}+1\right)$	$\left(-2\left(\sqrt{2}+1\right);\ 0\right)$	0	$(0;\ +\infty)$
$a'(c)$	$+$	0	$-$	не сущ.	$+$
$a(c)$	$\nearrow$	$\dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}$	$\searrow$	$+\infty$	$\nearrow$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$ $a \in \left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b = \sqrt{2}$ имеем $a \in \left(-\infty;\ \dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}\right]$.

c	$\left(-\infty;\ -2\left(\sqrt{2}+1\right)\right)$	$-2\left(\sqrt{2}+1\right)$	$\left(-2\left(\sqrt{2}+1\right);\ 0\right)$	0	$(0;\ +\infty)$
$a'(c)$	$+$	0	$-$	не сущ.	$+$
$a(c)$	$\nearrow$	$\dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}$	$\searrow$	$+\infty$	$\nearrow$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$ $a \in \left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b = \sqrt{2}$ имеем $a \in \left(-\infty;\ \dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}\right]$.

$a \in \left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right) \cap \left(-\infty;\ \dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}\right] =$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1.$ Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$ $a \in \left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b = \sqrt{2}$ имеем $a \in \left(-\infty;\ \dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}\right]$.

$a \in \left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right) \cap \left(-\infty;\ \dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}\right] = \left(-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ \dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}\right].$

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x+by=ac^2+c; \\ bx+2y=c-1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2-2\right)y=bac^2+(b-1)c+1$. Осталось найти пересечение при $b=\sqrt{2}$ и при $b=-\sqrt{2}$ областей значений для $a=\dfrac{1-b}{bc}-\dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c)=\dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b=-\sqrt{2}$ $a\in\left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b=\sqrt{2}$ имеем $a\in\left(-\infty;\ \dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}\right]$.

$$a\in\left[-\frac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)\cap\left(-\infty;\ \frac{3\sqrt{2}-4}{8}\right]=\left(-\frac{4+3\sqrt{2}}{8};\ \frac{3\sqrt{2}-4}{8}\right].$$

Это совпадает с **результатом, полученным в первом решении.**

Пример 7. *При каких a для любого b найдётся хотя бы одно c такое, что система* $\begin{cases} x + by = ac^2 + c; \\ bx + 2y = c - 1 \end{cases}$ *имеет хотя бы одно решение.*

Второй вариант решения. $\left(b^2 - 2\right) y = bac^2 + (b-1)c + 1$. Осталось найти пересечение при $b = \sqrt{2}$ и при $b = -\sqrt{2}$ областей значений для $a = \dfrac{1-b}{bc} - \dfrac{1}{bc^2}$. $a'(c) = \dfrac{2-(1-b)c}{bc^3}$. При $b = -\sqrt{2}$ $a \in \left[-\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right)$. При $b = \sqrt{2}$ имеем $a \in \left(-\infty;\ \dfrac{3\sqrt{2}-4}{8}\right]$.

$$a \in \left[-\frac{4+3\sqrt{2}}{8};\ +\infty\right) \cap \left(-\infty;\ \frac{3\sqrt{2}-4}{8}\right] = \left(-\frac{4+3\sqrt{2}}{8};\ \frac{3\sqrt{2}-4}{8}\right].$$

Это совпадает с **результатом, полученным в первом решении.** **Вернёмся к лекции?**

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3 - a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3 - a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение. Как обычно, начинаем решать задачу «с конца», с вопроса задачи.

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение. Как обычно, начинаем решать задачу «с конца», с вопроса задачи.

От нас требуется найти такие значения параметра a, для которых выполняется некоторое условие.

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3 - a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение. Как обычно, начинаем решать задачу «с конца», с вопроса задачи.

От нас требуется найти такие значения параметра a, для которых выполняется некоторое условие.

На примере этой задачи мы продемонстрируем, как полезно переформулировать условия (а зачастую и вопрос задачи) на различных математических языках.

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3 - a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение. В условии задачи ограничение на a сформулировано в виде словесной формулы
«*для любого* значения переменной x выражение
$y = (3 - a)x^2 + 2x - a + 3$ положительно».

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3 - a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение. В условии задачи ограничение на a сформулировано в виде словесной формулы
«*для любого* значения переменной x выражение
$y = (3 - a)x^2 + 2x - a + 3$ положительно».

Переформулируем это условие.
на «языке неравенств»:

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение. В условии задачи ограничение на a сформулировано в виде словесной формулы
«*для любого* значения переменной x выражение
$y = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$ положительно».

Переформулируем это условие.
на «языке неравенств»: $y = (3-a)x^2 + 2x - a + 3 > 0$ выполняется при любом $x \in \mathbb{R}$;

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение. В условии задачи ограничение на a сформулировано в виде словесной формулы
«*для любого* значения переменной x выражение
$y = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$ положительно».

Переформулируем это условие.
на «языке неравенств»: $y = (3-a)x^2 + 2x - a + 3 > 0$ выполняется при любом $x \in \mathbb{R}$;
на «языке графиков»:

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение. В условии задачи ограничение на a сформулировано в виде словесной формулы
«*для любого* значения переменной x выражение
$y = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$ положительно».

Переформулируем это условие.
на «языке неравенств»: $y = (3-a)x^2 + 2x - a + 3 > 0$ выполняется при любом $x \in \mathbb{R}$;
на «языке графиков»: *график* функции f, заданной выражением $(3-a)x^2 + 2x - a + 3$, должен лежать выше оси Ox.

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.

«Притворимся», что ищем множество решений неравенства, но при этом будем все время помнить, что на самом деле нас интересует не решение, а условия, при которых множество решений совпадает с $\mathbb{R}$.

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.

«Притворимся», что ищем множество решений неравенства, но при этом будем все время помнить, что на самом деле нас интересует не решение, а условия, при которых множество решений совпадает с $\mathbb{R}$.

Корни многочлена $f(x)$ равны $\dfrac{-1 \pm \sqrt{1-(a-3)^2}}{3-a}$.

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.

$$\begin{cases} & \text{(ветви параболы направлены вверх)} \\ & \end{cases}$$

«Притворимся», что ищем множество решений неравенства, но при этом будем все время помнить, что на самом деле нас интересует не решение, а условия, при которых множество решений совпадает с $\mathbb{R}$.

Корни многочлена $f(x)$ равны $\dfrac{-1 \pm \sqrt{1-(a-3)^2}}{3-a}$.

Пример 8. *При каких значениях а функция*

$$f(x) = (3 - a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.

$$\begin{cases} 3 - a > 0; \quad \text{(ветви параболы направлены вверх)} \\ \end{cases}$$

«Притворимся», что ищем множество решений неравенства, но при этом будем все время помнить, что на самом деле нас интересует не <u>решение</u>, а <u>условия</u>, при которых множество решений совпадает с $\mathbb{R}$.

Корни многочлена $f(x)$ равны $\dfrac{-1 \pm \sqrt{1 - (a-3)^2}}{3 - a}$.

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.

$$\begin{cases} 3 - a > 0; & \text{(ветви параболы направлены вверх)} \\ & \text{(парабола не пересекает ось абсцисс)} \end{cases}$$

«Притворимся», что ищем множество решений неравенства, но при этом будем все время помнить, что на самом деле нас интересует не решение, а условия, при которых множество решений совпадает с $\mathbb{R}$.

Корни многочлена $f(x)$ равны $\dfrac{-1 \pm \sqrt{1-(a-3)^2}}{3-a}$.

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.

$$\begin{cases} 3 - a > 0; & \text{(ветви параболы направлены вверх)} \\ 1 - (a-3)^2 < 0 & \text{(парабола не пересекает ось абсцисс)} \end{cases}$$

«Притворимся», что ищем множество решений неравенства, но при этом будем все время помнить, что на самом деле нас интересует не решение, а условия, при которых множество решений совпадает с $\mathbb{R}$.

Корни многочлена $f(x)$ равны $\dfrac{-1 \pm \sqrt{1-(a-3)^2}}{3-a}$.

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.

$$\begin{cases} 3 - a > 0; \\ 1 - (a-3)^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \\ \\ \end{cases}$$

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.

$$\begin{cases} 3 - a > 0; \\ 1 - (a-3)^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - a > 0; \\ \end{cases}$$

Пример 8. *При каких значениях а функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.

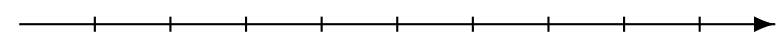
$$\begin{cases} 3-a>0; \\ 1-(a-3)^2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-a>0; \\ (4-a)(a-2)<0. \end{cases}$$

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.



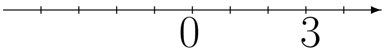
$$\begin{cases} 3 - a > 0; \\ 1 - (a-3)^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - a > 0; \\ (4-a)(a-2) < 0. \end{cases}$$

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.

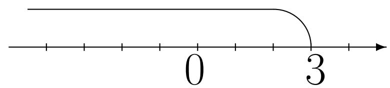


$$\begin{cases} 3 - a > 0; \\ 1 - (a-3)^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - a > 0; \\ (4-a)(a-2) < 0. \end{cases}$$

Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?



Решение.

$$\begin{cases} 3 - a > 0; \\ 1 - (a-3)^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - a > 0; \\ (4-a)(a-2) < 0. \end{cases}$$

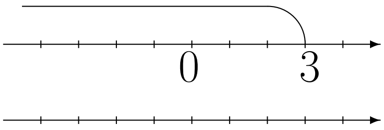
Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.

$$\begin{cases} 3 - a > 0; \\ 1 - (a-3)^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - a > 0; \\ (4-a)(a-2) < 0. \end{cases}$$



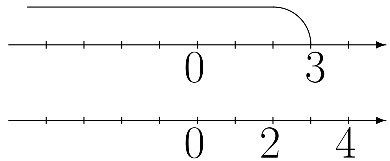
Пример 8. *При каких значениях а функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.

$$\begin{cases} 3-a>0; \\ 1-(a-3)^2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-a>0; \\ (4-a)(a-2)<0. \end{cases}$$



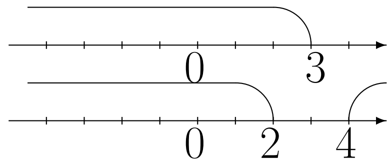
Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.

$$\begin{cases} 3 - a > 0; \\ 1 - (a-3)^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - a > 0; \\ (4-a)(a-2) < 0. \end{cases}$$

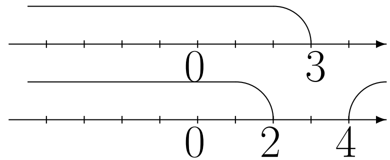


Пример 8. *При каких значениях a функция*

$$f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$$

положительна при любых x?

Решение.



$$\begin{cases} 3-a>0; \\ 1-(a-3)^2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-a>0; \\ (4-a)(a-2)<0. \end{cases}$$

Функция f, заданная выражением $f(x) = (3-a)x^2 + 2x - a + 3$ принимает только положительные значения тогда и только тогда, когда $a < 2$.

Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\leq 0.$

Решение.

Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\leq 0.$

Решение. ОДЗ:

Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)} < 1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a \le 0.$

Решение. ОДЗ:

$$\begin{cases} 3x+2>0, \\ \log_3(3x+2) \neq 0 \end{cases}$$

Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\leq 0.$

Решение. ОДЗ:

$$\begin{cases} 3x+2>0, \\ \log_3(3x+2)\neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x+2>0, \\ 3x+2\neq 1 \end{cases}$$

Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\leq 0.$

Решение. ОДЗ:

$$\begin{cases} x>-2/3, \\ x\neq -1/3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+2>0, \\ \log_3(3x+2)\neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x+2>0, \\ 3x+2\neq 1 \end{cases}$$

Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\leq 0$.

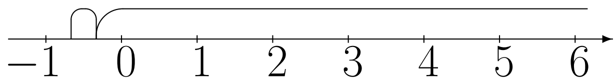
Решение. ОДЗ:

$$\begin{cases} x>-2/3, \\ x\neq -1/3. \end{cases}$$

Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)} < 1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a \le 0.$

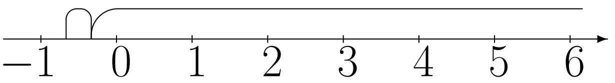
Решение. ОДЗ:

$$\begin{cases} x > -2/3, \\ x \neq -1/3. \end{cases}$$



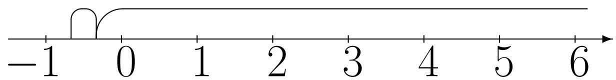
Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\le 0.$

Решение. Для первого нер-ва:



Пример 9. *Найти a, при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\leq 0.$

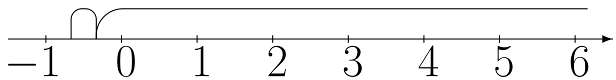
Решение. Для первого нер-ва:



$$\frac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}-1<0$$

Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)} < 1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a \le 0.$

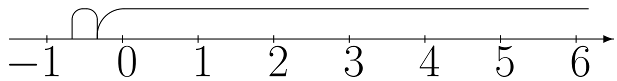
Решение. Для первого нер-ва:



$$\frac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)} - 1 < 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{\log_3\left(x^2-3x+7-(\log_3(3x+2))\right)}{\log_3(3x+2)} < 0$$

Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)} < 1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a \le 0.$

Решение. Для первого нер-ва:

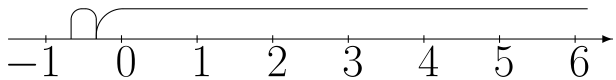


$$\frac{\log_3 \dfrac{x^2-3x+7}{3x+2}}{\log_3(3x+2)} < 0.$$

$$\frac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)} - 1 < 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{\log_3\left(x^2-3x+7-(\log_3(3x+2))\right)}{\log_3(3x+2)} < 0$$

Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\le 0.$

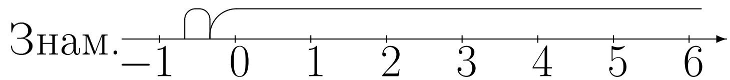
Решение. Для первого нер-ва:



$$\frac{\log_3\dfrac{x^2-3x+7}{3x+2}}{\log_3(3x+2)}<0.$$

Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)} < 1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a \le 0.$

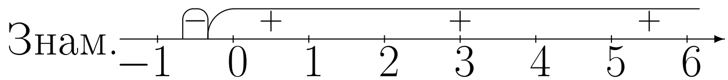
Решение. Для первого нер-ва:



$$\frac{\log_3 \dfrac{x^2-3x+7}{3x+2}}{\log_3(3x+2)} < 0.$$

Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)} < 1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a \leq 0$.

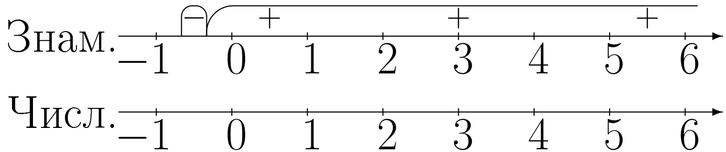
Решение. Для первого нер-ва:



$$\frac{\log_3 \dfrac{x^2-3x+7}{3x+2}}{\log_3(3x+2)} < 0.$$

Пример 9. *Найти a, при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\le 0.$

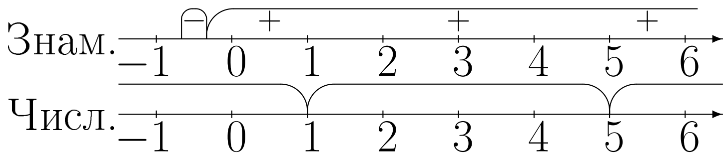
Решение. Для первого нер-ва:



$$\frac{\log_3\dfrac{x^2-3x+7}{3x+2}}{\log_3(3x+2)}<0.$$

Пример 9. *Найти a, при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\le 0.$

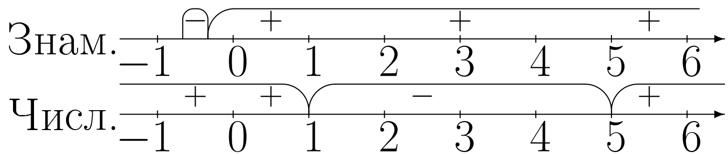
Решение. Для первого нер-ва:



$$\frac{\log_3\dfrac{x^2-3x+7}{3x+2}}{\log_3(3x+2)}<0.$$

Пример 9. *Найти* a*, при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\le 0.$

Решение. Для первого нер-ва:

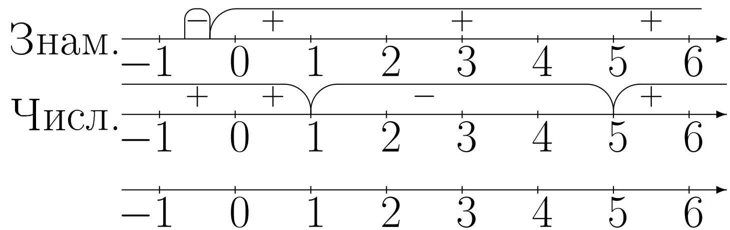


$$\frac{\log_3\dfrac{x^2-3x+7}{3x+2}}{\log_3(3x+2)}<0.$$

Пример 9. *Найти a, при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\leq 0.$

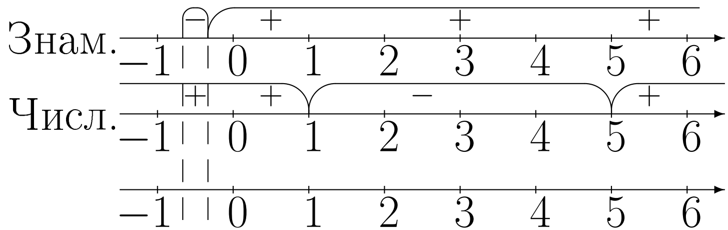
Решение. Для первого нер-ва:

$$\frac{\log_3\dfrac{x^2-3x+7}{3x+2}}{\log_3(3x+2)}<0.$$



Пример 9. *Найти a, при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\leq 0.$

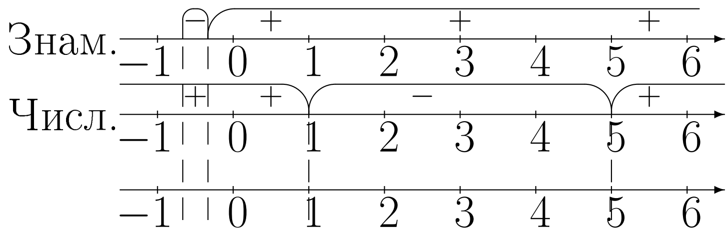
Решение. Для первого нер-ва:



$$\frac{\log_3\dfrac{x^2-3x+7}{3x+2}}{\log_3(3x+2)}<0.$$

Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)} < 1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a \le 0.$

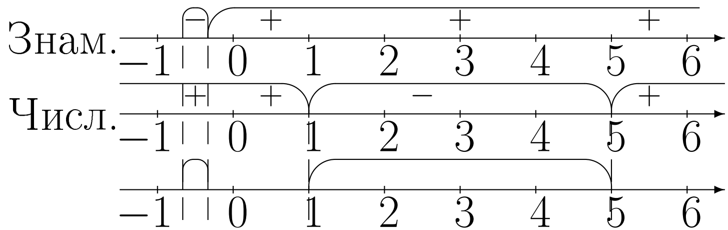
Решение. Для первого нер-ва:



$$\frac{\log_3 \dfrac{x^2-3x+7}{3x+2}}{\log_3(3x+2)} < 0.$$

Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\le 0$.

Решение. Для первого нер-ва:

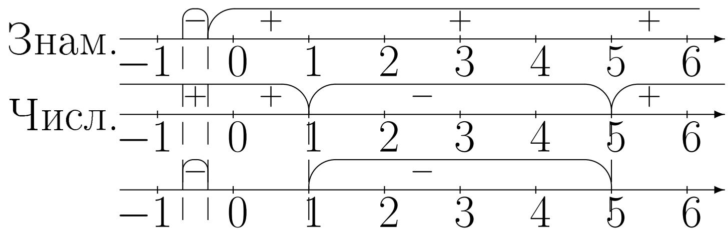


$$\frac{\log_3\dfrac{x^2-3x+7}{3x+2}}{\log_3(3x+2)}<0.$$

Пример 9. *Найти a, при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\le 0.$

Решение. Для первого нер-ва:

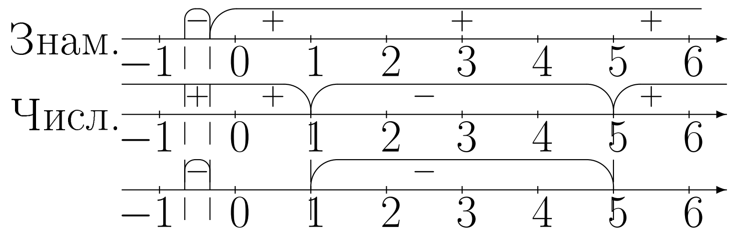
$$\frac{\log_3\dfrac{x^2-3x+7}{3x+2}}{\log_3(3x+2)}<0.$$



Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\le 0.$

Решение. Для первого нер-ва:

$$x\in\left(-\frac{2}{3},\ -\frac{2}{3}\right)\cup(1,\ 5).$$

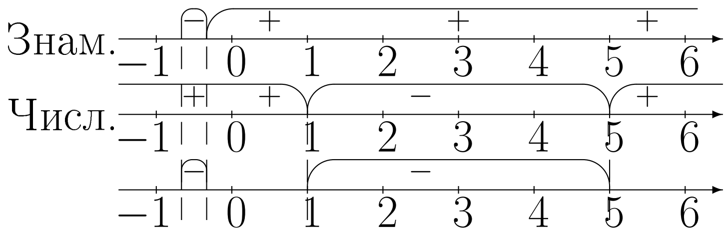


$$\frac{\log_3\dfrac{x^2-3x+7}{3x+2}}{\log_3(3x+2)}<0.$$

Пример 9. *Найти a, при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\le 0.$

Решение. Для первого нер-ва:

$x\in\left(-\dfrac{2}{3},\ -\dfrac{2}{3}\right)\cup(1,\ 5).$

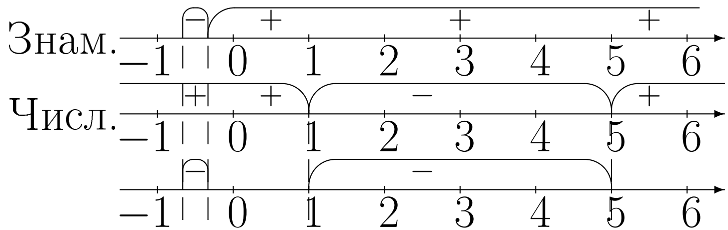


Множество решений неравенства $x^2+(5-2a)x-10a\le 0$, как известно, представляет собой интервал, концы которого совпадают с корнями многочлена $x^2+(5-2a)x-10a$.

Пример 9. *Найти a, при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)} < 1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a \le 0.$

Решение. Для первого нер-ва:

$x \in \left(-\dfrac{2}{3},\ -\dfrac{2}{3}\right) \cup (1,\ 5).$



Корни многочлена $x^2+(5-2a)x-10a$:

$$\frac{2a-5 \pm \sqrt{4a^2-20a+25+40a}}{2} = \frac{2a-5 \pm |2a+5|}{2} \in \{-5, 2a\}\,.$$

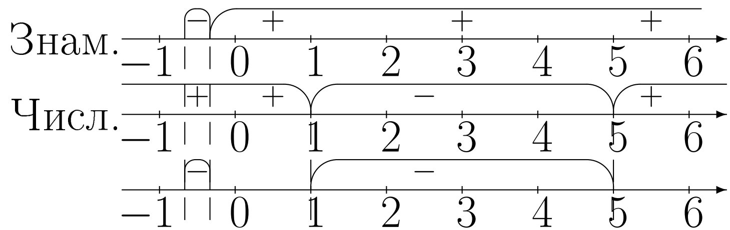
Пример 9. *Найти a, при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\le 0.$

Решение. Для первого нер-ва:

$$x\in\left(-\frac{2}{3},\ -\frac{2}{3}\right)\cup(1,\ 5).$$

Для второго неравенства:

$$x\in(-5,2a)\,.$$



Корни многочлена $x^2+(5-2a)x-10a$:

$$\frac{2a-5\pm\sqrt{4a^2-20a+25+40a}}{2}=\frac{2a-5\pm|2a+5|}{2}\in\{-5,2a\}\,.$$

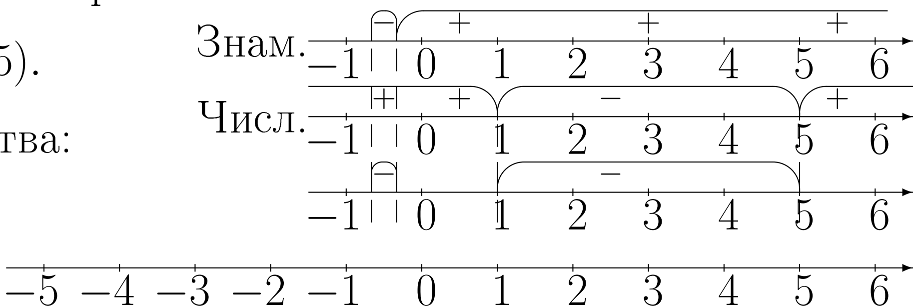
Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)} < 1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a \le 0$.

Решение. Для первого нер-ва:

$$x \in \left(-\frac{2}{3},\ -\frac{2}{3}\right) \cup (1,\ 5).$$

Для второго неравенства:

$$x \in (-5, 2a)\,.$$



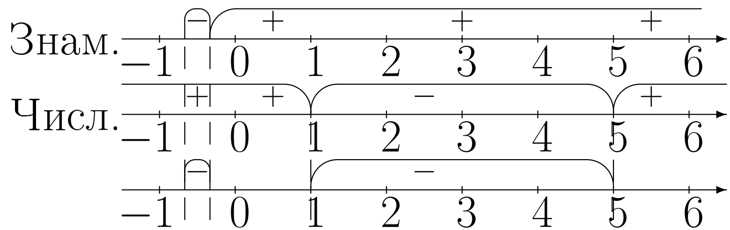
Пример 9. *Найти* a, *при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\leq 0.$

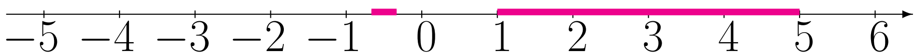
Решение. Для первого нер-ва:

$$x\in\left(-\frac{2}{3},\ -\frac{2}{3}\right)\cup(1,\ 5).$$

Для второго неравенства:

$$x\in(-5,2a).$$





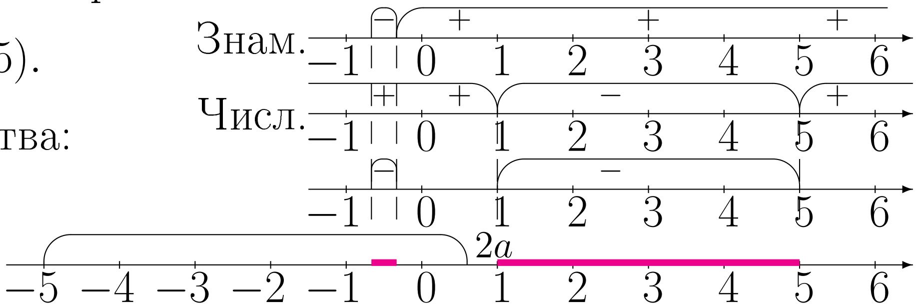
Пример 9. *Найти a, при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\leq 0.$

Решение. Для первого нер-ва:

$x\in\left(-\dfrac{2}{3},\ -\dfrac{2}{3}\right)\cup(1,\ 5).$

Для второго неравенства:

$x\in(-5,2a)\,.$



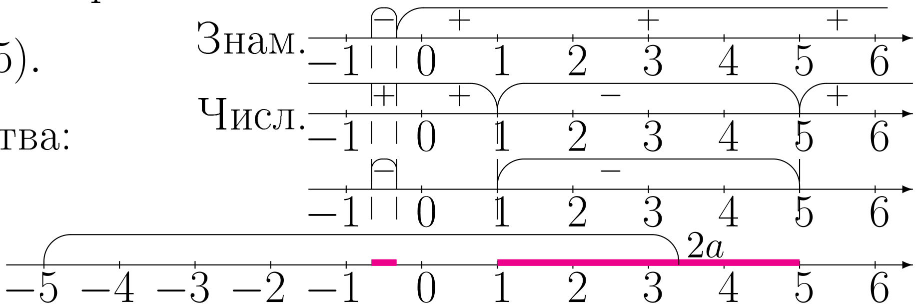
Пример 9. *Найти a, при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\le 0.$

Решение. Для первого нер-ва:

$x\in\left(-\dfrac{2}{3},\ -\dfrac{2}{3}\right)\cup(1,\ 5).$

Для второго неравенства:

$x\in(-5,2a)\,.$



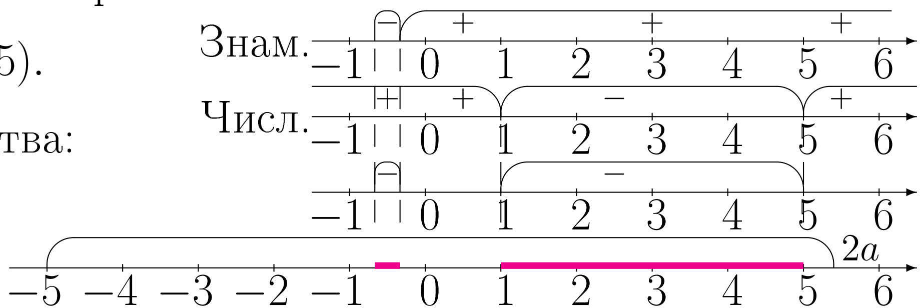
Пример 9. *Найти a, при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\leq 0.$

Решение. Для первого нер-ва:

$$x\in\left(-\frac{2}{3},\ -\frac{2}{3}\right)\cup(1,\ 5).$$

Для второго неравенства:

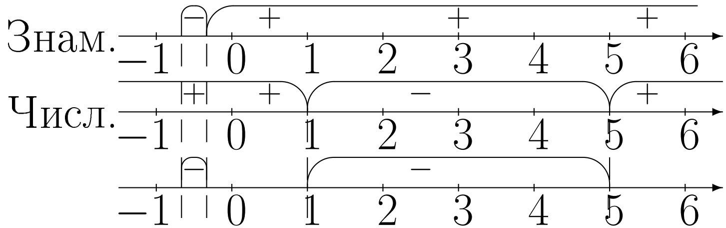
$$x\in(-5,2a)\,.$$



Пример 9. *Найти a, при которых любое решение неравенства* $\dfrac{\log_3\left(x^2-3x+7\right)}{\log_3(3x+2)}<1$ *является также решением неравенства* $x^2+(5-2a)x-10a\leq 0.$

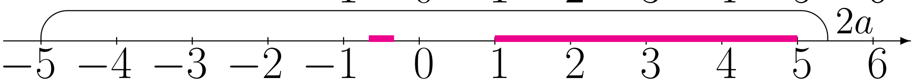
Решение. Для первого нер-ва:

$$x\in\left(-\frac{2}{3},\ -\frac{2}{3}\right)\cup(1,\ 5).$$



Для второго неравенства:

$$x\in(-5,2a)\,.$$



Ответ: $2a\geq 5$, т.е. $\boxed{a\geq\dfrac{5}{2}.}$

Пример 10. *При каких значениях параметра* a *неравенство* $\cos 2x - 8\cos x - 9 \le a$ *не имеет решений?*

Решение.

Пример 10. *При каких значениях параметра* a *неравенство* $\cos 2x - 8\cos x - 9 \le a$ *не имеет решений?*

Первый вариант решения. Приведем исходное уравнение к равносильному:

$$2\cos^2 x - 8\cos x - 10 - a \le 0 \;\Rightarrow\; \begin{cases} y = \cos x, \\ 2y^2 - 8y - 10 - a \le 0. \end{cases}$$

Решений у последней системы нет тогда и только тогда, когда либо квадратное уравнение не имеет корней, либо когда оба корня по абсолютной величине больше 1.

Пример 10. *При каких значениях параметра* a *неравенство* $\cos 2x - 8\cos x - 9 \le a$ *не имеет решений?*

В первом случае дискриминант отрицателен:

$$64 - 4 \cdot 2 \cdot (-10 - a) < 0 \;\Leftrightarrow\; a < -18.$$

Пример 10. *При каких значениях параметра* a *неравенство* $\cos 2x - 8\cos x - 9 \le a$ *не имеет решений?*

Во втором случае либо

$$\begin{cases} a \ge -18, \\ \dfrac{4-\sqrt{36+2a}}{2} < -1, \\ \dfrac{4+\sqrt{36+2a}}{2} > 1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge -18, \\ \sqrt{36+2a} > 6, \\ \sqrt{36+2a} > -2, \end{cases} \Leftrightarrow a > 0,$$

Пример 10. *При каких значениях параметра a неравенство* $\cos 2x - 8\cos x - 9 \le a$ *не имеет решений?*

либо

$$\begin{cases} a \ge -18, \\ \dfrac{4 - \sqrt{36 + 2a}}{2} > 1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge -18, \\ \sqrt{36 + 2a} > 2, \end{cases} \Leftrightarrow -18 \le a < -16,$$

Пример 10. *При каких значениях параметра* a *неравенство* $\cos 2x - 8\cos x - 9 \le a$ *не имеет решений?*

либо

$$\begin{cases} a \ge -18, \\ \dfrac{4+\sqrt{36+2a}}{2} < -1, \end{cases} \iff a \in \emptyset.$$

Пример 10. *При каких значениях параметра* a *неравенство* $\cos 2x - 8\cos x - 9 \leq a$ *не имеет решений?*

Таким образом, $a \in (-\infty;\ -16)$.

Пример 10. *При каких значениях параметра a неравенство $\cos 2x - 8\cos x - 9 \le a$ не имеет решений?*

Второй вариант решения. Переведем условие на другой язык: рассмотрим выражение в левой части исходного неравенства как функцию $L(x) = \cos 2x - 8\cos x - 9$. Тогда искомые значения a — это в точности все те значения, что луч $(-\infty;\ a)$ не пересекается[1] с областью значений функции $L(x)$. Если положить $t = \cos x$, то нам надо найти область значений функции $M(t) = 2t^2 - 8t - 10$ при $t \in [-1;\ 1]$ (точнее, множество всех тех действительных чисел, которые в нее не входят). Эта функция непрерывная, поэтому достаточно найти ее наибольшее и наименьшее значение на отрезке $[-1;\ 1]$.

$$M'(t) = 4t - 8 \ \Rightarrow\ \left(M'(t) = 0 \ \Leftrightarrow\ t = 2\right).$$

Найденое критическое значение t не принадлежит отрезку $[-1;\ 1]$.

---

[1] Точнее, пересекается по пустому множеству.

Значит, на этом отрезке функция M монотонна. Имеем $M(-1) = 0$, $M(1) = -16$.

Пример 10. *При каких значениях параметра* a *неравенство* $\cos 2x - 8\cos x - 9 \leq a$ *не имеет решений?*

Ответ. $a < -16$. **Вернуться к лекции?**

Пример 11. *Найдите такое значение параметра* a, *при котором линия с уравнением* $y = -2x^2 + 2ax + a$ *касается прямой* $y = 11 - 2x$.

Решение. *Что надо найти?*

Пример 11. *Найдите такое значение параметра* a, *при котором линия с уравнением* $y = -2x^2 + 2ax + a$ *касается прямой* $y = 11 - 2x$.

Значение параметра.

Пример 11. *Найдите такое значение параметра* a*, при котором линия с уравнением* $y = -2x^2 + 2ax + a$ *касается прямой* $y = 11 - 2x$.

В каком виде запишем ответ?

Пример 11. *Найдите такое значение параметра a, при котором линия с уравнением $y = -2x^2 + 2ax + a$ касается прямой $y = 11 - 2x$.*

Формулой, содержащей символ a, арифметические выражения и знаки отношений равенства, неравенств или теоретико-множественных включений.

Пример 11. *Найдите такое значение параметра a, при котором линия с уравнением $y = -2x^2 + 2ax + a$ касается прямой $y = 11 - 2x$.*

Сведем задачу к числовым параметрам и либо применим «мышление Печорина», либо введем переменные.

Пример 11. *Найдите такое значение параметра a, при котором линия с уравнением $y = -2x^2 + 2ax + a$ касается прямой $y = 11 - 2x$.*

Обозначение a для параметра уже введено. Линия с уравнением $y = 11 - 2x$ является касательной к графику функции $f(x) = -2x^2 + 2ax + a$. Согласно разделу **??**, стр.**??** уравнение касательной определяется абсциссой точки касания. Обозначим ее через x_0.

Пример 11. *Найдите такое значение параметра a, при котором линия с уравнением $y = -2x^2 + 2ax + a$ касается прямой $y = 11 - 2x$.*

Составим уравнение.

Пример 11. *Найдите такое значение параметра* a, *при котором линия с уравнением* $y = -2x^2 + 2ax + a$ *касается прямой* $y = 11 - 2x$.

Уравнение касательной к графику функции, заданной выражением $f(x)$, в точке x_0 (то есть в точке графика с координатами $(x_0, f(x_0))$ имеет вид $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$. Имеем $f'(x) = -4x + 2a$, поэтому уравнение касательной имеет вид

$$y = \left(-2x_0^2 + 2ax_0 + a\right) + (-4x_0 + 2a)(x - x_0),$$

что равносильно

$$y = (-4x_0 + 2a)\, x + 2x_0^2 + a.$$

Пример 11. *Найдите такое значение параметра* a, *при котором линия с уравнением* $y = -2x^2 + 2ax + a$ *касается прямой* $y = 11 - 2x$.

Эта прямая совпадает с прямой, заданной уравнением $y = 11 - 2x$. Поэтому в правой части равенств, задающих эти прямые, должны совпадать коэффициенты перед x и свободные члены. Вычисляя двумя способами коэффициент при x (первое уравнение) и свободный член (второе уравнение), получаем систему

$$\begin{cases} -4x_0 + 2a = -2, \\ 2x_0^2 + a = 11 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = 3, \\ a = -7. \end{array} \right.$$

Пример 11. *Найдите такое значение параметра a, при котором линия с уравнением $y = -2x^2 + 2ax + a$ касается прямой $y = 11 - 2x$.*

Ответ. $a = 3$ или $a = -7$.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение.

Что надо найти?

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение.

Что надо найти? Множество.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение.

Что надо найти? Множество.

В каком виде представим ответ?

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение.

Что надо найти? Множество.

В каком виде представим ответ? В виде системы или совокупности неравенств.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение.

Что надо найти? Множество.

В каком виде представим ответ? В виде системы или совокупности неравенств.

Сведём задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение.

Что надо найти? Множество.

В каком виде представим ответ? В виде системы или совокупности неравенств.

Сведём задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Вопросы о множествах сводим к вопросам об их элементах.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

Что надо найти? Множество.

В каком виде представим ответ? В виде системы или совокупности неравенств.

Сведём задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Вопросы о множествах сводим к вопросам об их элементах.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда по определению области значений функции имеем

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Нас интересуют значения переменной y такие, чтобы можно было найти действительное значение переменной t, для которой выполняется это равенство.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Рассмотрим равенство (2) как уравнение относительно переменной t и выясним условия, при которых это уравнение имеет решения. Нас интересуют значения переменной y такие, чтобы можно было найти действительное значение переменной t, для которой выполняется это равенство.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Рассмотрим равенство (2) как уравнение относительно переменной t и выясним условия, при которых это уравнение имеет решения. Найти ответ нетрудно, если построить эскизы графиков при различных значениях a, но это требует умения свободно переводить на язык геометрии обратно.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Рассмотрим равенство (2) как уравнение относительно переменной t и выясним условия, при которых это уравнение имеет решения.
Найти ответ нетрудно, если построить эскизы графиков
при различных значениях a, но это требует умения свободно переводить на язык геометрии обратно.
Поэтому мы приведем аналитическое решение.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2+a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2+a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

При $y = 0$ уравнение (2) разрешимо относительно t тогда и только тогда, когда $a = 0$.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.

$$y \neq 0 \ \Rightarrow$$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.

$$y \neq 0 \;\Rightarrow\; \Big(t = \qquad\qquad\qquad\qquad \text{и} \quad t^2 + a \neq 0\Big).$$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.

$$y \neq 0 \;\Rightarrow\; \left(t = \pm\sqrt{a(1 - y)/y} \quad \text{и} \quad t^2 + a \neq 0\right). \tag{3}$$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.
Если $y < 0$, то подкоренное выражение будет неотрицательным тогда и только тогда, когда $a \leq 0$.

$$y \neq 0 \;\Rightarrow\; \left(t = \pm\sqrt{a(1 - y)/y} \quad \text{и} \quad t^2 + a \neq 0\right). \tag{3}$$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.
Если $y < 0$, то подкоренное выражение будет неотрицательным тогда и только тогда, когда $a \le 0$.
При этом система (3) разрешима при $a < 0$, так как при $a = 0$ и $y < 0$ получаем $t = 0$, но тогда $t^2 + a = 0^2 + 0 = 0$, что противоречит неравенству в системе (3).

$$y \neq 0 \;\Rightarrow\; \left(t = \pm\sqrt{a(1-y)/y} \quad \text{и} \quad t^2 + a \neq 0\right). \tag{3}$$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.
Если $y < 0$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.

$$y \neq 0 \;\Rightarrow\; \left(t = \pm\sqrt{a(1-y)/y} \quad \text{и} \quad t^2 + a \neq 0\right). \tag{3}$$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.
Если $y < 0$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.
Если $0 < y < 1$, то подкоренное выражение будет неотрицательным тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.

$$y \neq 0 \;\Rightarrow\; \left(t = \pm\sqrt{a(1-y)/y} \quad \text{и} \quad t^2 + a \neq 0\right). \tag{3}$$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.
Если $y < 0$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.
Если $0 < y < 1$, то подкоренное выражение будет неотрицательным тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.
Но при $a = 0$ нарушается неравенство в системе (3), поэтому при $0 < y < 1$ система (3) разрешима тогда и только тогда $a > 0$.

$$y \neq 0 \;\Rightarrow\; \left(t = \pm\sqrt{a(1-y)/y} \quad \text{и} \quad t^2 + a \neq 0\right). \tag{3}$$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.
Если $y < 0$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.
Если $0 < y < 1$, то в (2) t найдется только при $a > 0$.

$$y \neq 0 \;\Rightarrow\; \left(t = \pm\sqrt{a(1-y)/y} \quad \text{и} \quad t^2 + a \neq 0\right). \tag{3}$$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.
Если $y < 0$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.
Если $0 < y < 1$, то в (2) t найдется только при $a > 0$.
Если $y = 1$, то $t = 0$ для любого значения параметра $a \neq 0$.

$$y \neq 0 \;\Rightarrow\; \left(t = \pm\sqrt{a(1-y)/y} \quad \text{и} \quad t^2 + a \neq 0\right). \tag{3}$$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.
Если $y < 0$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.
Если $0 < y < 1$, то в (2) t найдется только при $a > 0$.
Если $y = 1$, то $t = 0$ для любого значения параметра $a \neq 0$.
Если $y > 1$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.

$$y \neq 0 \;\Rightarrow\; \left(t = \pm\sqrt{a(1-y)/y} \quad \text{и} \quad t^2 + a \neq 0 \right). \tag{3}$$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.
Если $y < 0$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.
Если $0 < y < 1$, то в (2) t найдется только при $a > 0$.
Если $y = 1$, то $t = 0$ для любого значения параметра $a \neq 0$.
Если $y > 1$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.

Ответ. При $a < 0$ $\quad$ ОДЗ$(f) =$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2+a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2+a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.
Если $y < 0$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.
Если $0 < y < 1$, то в (2) t найдется только при $a > 0$.
Если $y = 1$, то $t = 0$ для любого значения параметра $a \neq 0$.
Если $y > 1$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.

Ответ. При $a < 0$ $\quad$ ОДЗ$(f) = (-\infty;\ 0) \cup [1;\ \infty)$.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2+a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2+a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.
Если $y < 0$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.
Если $0 < y < 1$, то в (2) t найдется только при $a > 0$.
Если $y = 1$, то $t = 0$ для любого значения параметра $a \neq 0$.
Если $y > 1$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.

Ответ. При $a < 0$ $\quad$ ОДЗ$(f) = (-\infty;\ 0) \cup [1;\ \infty)$.
При $a = 0$ $\quad$ ОДЗ$(f) =$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.
Если $y < 0$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.
Если $0 < y < 1$, то в (2) t найдется только при $a > 0$.
Если $y = 1$, то $t = 0$ для любого значения параметра $a \neq 0$.
Если $y > 1$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.

Ответ. При $a < 0$ $\quad$ ОДЗ$(f) = (-\infty;\ 0) \cup [1;\ \infty)$.
При $a = 0$ $\quad$ ОДЗ$(f) = \{0\}$.

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2+a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2+a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.
Если $y < 0$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.
Если $0 < y < 1$, то в (2) t найдется только при $a > 0$.
Если $y = 1$, то $t = 0$ для любого значения параметра $a \neq 0$.
Если $y > 1$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.

Ответ. При $a < 0$ $\quad$ ОДЗ$(f) = (-\infty;\ 0) \cup [1;\ \infty)$.
При $a = 0$ $\quad$ ОДЗ$(f) = \{0\}$.
При $a > 0$ $\quad$ ОДЗ$(f) =$

Пример 12. *Найдите область значений функции* $p(t) = \dfrac{a}{t^2 + a}$ *при всех значениях параметра* a.

Решение. Пусть y — некоторое значение функции p. Тогда

$$y = \frac{a}{t^2 + a} \quad \text{для некоторого значения аргумента } t. \tag{2}$$

Если $y = 0$, то в (2) t найдется только при $a = 0$.
Если $y < 0$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.
Если $0 < y < 1$, то в (2) t найдется только при $a > 0$.
Если $y = 1$, то $t = 0$ для любого значения параметра $a \neq 0$.
Если $y > 1$, то в (2) t найдется только при $a < 0$.

Ответ. При $a < 0$ $\quad$ ОДЗ$(f) = (-\infty;\ 0) \cup [1;\ \infty)$.
При $a = 0$ $\quad$ ОДЗ$(f) = \{0\}$.
При $a > 0$ $\quad$ ОДЗ$(f) = (0;\ 1]$.

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.

Уравнение линии — это

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.

Уравнение линии — это ***утверждение***

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.

Уравнение линии — это ***утверждение о координатах***

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.

Уравнение линии — это ***утверждение о координатах точки***

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.

Уравнение линии — это ***утверждение о координатах любой точки***

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.

Уравнение линии — это ***утверждение о координатах любой точки этой линии.***

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.

Уравнение линии — это ***утверждение о координатах любой точки этой линии.***

Выделяем заключение теоремы:

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.

Уравнение линии — это ***утверждение о координатах любой точки этой линии.***

Выделяем заключение теоремы:

точка с координатами $(x; y)$ принадлежит окружности.

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.

Уравнение линии — это ***утверждение о координатах любой точки этой линии.***

Выделяем заключение теоремы:

точка с координатами $(x; y)$ принадлежит окружности.

О точке нам известно только одно — ее координаты.

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.

Уравнение линии — это ***утверждение о координатах любой точки этой линии.***

Выделяем заключение теоремы:
точка с координатами $(x; y)$ принадлежит окружности.

О точке нам известно только одно — ее координаты.

Значит, надо доказать, что эти координаты удовлетворяют уравнению окружности.

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.

Уравнение линии — это ***утверждение о координатах любой точки этой линии.***

Выделяем заключение теоремы:
точка с координатами $(x; y)$ принадлежит окружности.

О точке нам известно только одно — ее координаты.

Значит, надо доказать, что эти координаты удовлетворяют уравнению окружности.

Следовательно, надо доказать, что исходное уравнение можно преобразовать к виду $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. Надо «избавиться» от arcsin и arccos.

Уравнение линии — это ***утверждение о координатах любой точки этой линии.***

Выделяем заключение теоремы:
точка с координатами $(x; y)$ принадлежит окружности.

О точке нам известно только одно — ее координаты.

Значит, надо доказать, что эти координаты удовлетворяют уравнению окружности.

Следовательно, надо доказать, что исходное уравнение можно преобразовать к виду $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$.

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. Надо «избавиться» от arcsin и arccos.

Используем **функциональный подход к преобразованию уравнения**.

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. Надо «избавиться» от arcsin и arccos.

Используем **функциональный подход к преобразованию уравнения**.

Напрашивается

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. Надо «избавиться» от arcsin и arccos.

Используем **функциональный подход к преобразованию уравнения**.

Напрашивается подействовать на левую и правую части этого равенства функциями sin или cos.

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x)+\arccos(y)-\arcsin(2xy)=0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. Надо «избавиться» от arcsin и arccos.

Используем **функциональный подход к преобразованию уравнения**.

Напрашивается подействовать на левую и правую части этого равенства функциями sin или cos.

Для этого исходное уравнение лучше преобразовать...

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.
$$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

Используем **функциональный подход к преобразованию уравнения**.

Напрашивается подействовать на левую и правую части этого равенства функциями sin или cos.

Для этого исходное уравнение лучше преобразовать...

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.
$$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \tag{3}$$
$$\sin\Big(\arcsin(x) + \arccos(y)\Big) = \sin\Big(\arcsin(2xy)\Big)$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.
$$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \quad (3)$$
$$\sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big)$$

Функция sin не является взаимно однозначной. Поэтому придется учесть дополнительные условия.

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.
$$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \tag{3}$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \end{cases}$$

Функция sin не является взаимно однозначной. Поэтому придется учесть дополнительные условия.

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \\ \end{cases}$$

$$\leqslant \arcsin(2xy) \leqslant$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant \arcsin(2xy) \leqslant \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x)+\arccos(y)-\arcsin(2xy)=0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x)+\arccos(y)=\arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x)+\arccos(y)\big)=\sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \\ -\dfrac{\pi}{2}\leqslant \arcsin(2xy)\leqslant\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.
$$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \\ -\dfrac{\pi}{2} \leqslant \arcsin(2xy) \leqslant \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Ограничение функции sin на этот отрезок является взаимно однозначной функцией, поэтому достаточно потребовать, чтобы выражение в левой части (3) принадлежало этому же отрезку.

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.
$$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$
$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \le \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$
$$-\frac{\pi}{2} \leqslant \arcsin(2xy) \leqslant \frac{\pi}{2}.$$
Ограничение функции sin на этот отрезок является взаимно однозначной функцией, поэтому достаточно потребовать, чтобы выражение в левой части (3) принадлежало этому же отрезку.

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.
$$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \quad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \leq \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) =$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.
$$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \le \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\,\cos\beta + \cos\alpha\,\sin\beta.$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.
$$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\Big(\arcsin(x) + \arccos(y)\Big) = \sin\Big(\arcsin(2xy)\Big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \le \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\,\cos\beta + \cos\alpha\,\sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p) = \\ \cos(\arccos q) = \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \le \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\,\cos\beta + \cos\alpha\,\sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p) = p, \\ \cos(\arccos q) = \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.

$$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \le \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\ \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p) = p, \\ \cos(\arccos q) = q, \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \le \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\ \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p) = p, \\ \cos(\arccos q) = q, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\arccos t) = \\ \cos(\arcsin q) = \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \leq \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\ \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p) = p, \\ \cos(\arccos q) = q, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\arccos t) = \\ \cos(\arcsin q) = \end{cases}$$

$\arccos t \in$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \leq \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\ \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p) = p, \\ \cos(\arccos q) = q, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\arccos t) = \\ \cos(\arcsin q) = \end{cases}$$

$\arccos t \in [0; \pi] \ \Rightarrow$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \leq \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\ \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p) = p, \\ \cos(\arccos q) = q, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\arccos t) = \\ \cos(\arcsin q) = \end{cases}$$

$$\arccos t \in [0; \pi] \ \Rightarrow \sin(\arccos t) \geqslant 0.$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \le \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\ \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p) = p, \\ \cos(\arccos q) = q, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\arccos t) = \sqrt{1 - \cos^2(\arccos t)} = \\ \cos(\arcsin q) = \end{cases}$$

$\arccos t \in [0; \pi] \ \Rightarrow \sin(\arccos t) \geqslant 0.$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \leq \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\ \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p) = p, \\ \cos(\arccos q) = q, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\arccos t) = \sqrt{1 - \cos^2(\arccos t)} = \sqrt{1 - t^2}, \\ \cos(\arcsin q) = \end{cases}$$

$\arccos t \in [0; \pi] \ \Rightarrow \sin(\arccos t) \geqslant 0.$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \le \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\ \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p) = p, \\ \cos(\arccos q) = q, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\arccos t) = \sqrt{1 - \cos^2(\arccos t)} = \sqrt{1 - t^2}, \\ \cos(\arcsin q) = \end{cases}$$

$\arcsin t \in$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \le \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\ \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p) = p, \\ \cos(\arccos q) = q, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\arccos t) = \sqrt{1 - \cos^2(\arccos t)} = \sqrt{1 - t^2}, \\ \cos(\arcsin q) = \end{cases}$$

$\arcsin t \in [-\pi/2; \pi/2] \ \Rightarrow$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x)+\arccos(y)-\arcsin(2xy)=0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x)+\arccos(y)=\arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x)+\arccos(y)\big)=\sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x)+\arccos(y)\le\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\,\cos\beta+\cos\alpha\,\sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p)=p, \\ \cos(\arccos q)=q, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\arccos t)=\sqrt{1-\cos^2(\arccos t)}=\sqrt{1-t^2}, \\ \cos(\arcsin q)= \end{cases}$$

$\arcsin t\in[-\pi/2;\pi/2]\ \Rightarrow\cos(\arcsin t)\geqslant 0.$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \quad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\Big(\arcsin(x) + \arccos(y)\Big) = \sin\Big(\arcsin(2xy)\Big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \leq \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\ \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p) = p, \\ \cos(\arccos q) = q, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\arccos t) = \sqrt{1 - \cos^2(\arccos t)} = \sqrt{1 - t^2}, \\ \cos(\arcsin q) = \sqrt{1 - \sin^2(\arcsin t)} = \end{cases}$$

$\arcsin t \in [-\pi/2; \pi/2] \Rightarrow \cos(\arcsin t) \geqslant 0.$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x)+\arccos(y)-\arcsin(2xy)=0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x)+\arccos(y)=\arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x)+\arccos(y)\big)=\sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x)+\arccos(y)\le\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\ \cos\beta+\cos\alpha\ \sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p)=p, \\ \cos(\arccos q)=q, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\arccos t)=\sqrt{1-\cos^2(\arccos t)}=\sqrt{1-t^2}, \\ \cos(\arcsin q)=\sqrt{1-\sin^2(\arcsin t)}=\sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

$$\arcsin t\in[-\pi/2;\pi/2]\ \Rightarrow \cos(\arcsin t)\geqslant 0.$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \quad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \leq \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy + \\ \arcsin x \leqslant \dfrac{\pi}{2} - \arccos y. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\ \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p) = p, \\ \cos(\arccos q) = q, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\arccos t) = \sqrt{1 - \cos^2(\arccos t)} = \sqrt{1 - t^2}, \\ \cos(\arcsin q) = \sqrt{1 - \sin^2(\arcsin t)} = \sqrt{1 - t^2}. \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \le \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy + \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} = \\ \arcsin x \leqslant \dfrac{\pi}{2} - \arccos y. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\ \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p) = p, \\ \cos(\arccos q) = q, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\arccos t) = \sqrt{1-\cos^2(\arccos t)} = \sqrt{1-t^2}, \\ \cos(\arcsin q) = \sqrt{1-\sin^2(\arcsin t)} = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x)+\arccos(y)-\arcsin(2xy)=0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x)+\arccos(y)=\arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x)+\arccos(y)\big)=\sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x)+\arccos(y)\le\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy+\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}=2xy, \\ \arcsin x\leqslant\dfrac{\pi}{2}-\arccos y. \end{cases}$$

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\,\cos\beta+\cos\alpha\,\sin\beta.$$

$$\begin{cases} \sin(\arcsin p)=p, \\ \cos(\arccos q)=q, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\arccos t)=\sqrt{1-\cos^2(\arccos t)}=\sqrt{1-t^2}, \\ \cos(\arcsin q)=\sqrt{1-\sin^2(\arcsin t)}=\sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \le \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy + \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} = 2xy, \\ \arcsin x \leqslant \dfrac{\pi}{2} - \arccos y. \end{cases} \qquad \begin{cases} (1-x^2)(1-y^2) = \\ \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \leq \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy + \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} = 2xy, \\ \arcsin x \leqslant \dfrac{\pi}{2} - \arccos y. \end{cases} \qquad \begin{cases} (1-x^2)(1-y^2) = x^2y^2, \\ \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\Big(\arcsin(x) + \arccos(y)\Big) = \sin\Big(\arcsin(2xy)\Big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \le \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy + \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} = 2xy, \\ \arcsin x \leqslant \dfrac{\pi}{2} - \arccos y. \end{cases} \qquad \begin{cases} (1-x^2)(1-y^2) = x^2y^2, \\ xy \geqslant 0, \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x)+\arccos(y)-\arcsin(2xy)=0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x)+\arccos(y)=\arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x)+\arccos(y)\big)=\sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x)+\arccos(y)\le\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy+\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}=2xy, \\ \arcsin x\leqslant\dfrac{\pi}{2}-\arccos y. \end{cases} \qquad \begin{cases} (1-x^2)(1-y^2)=x^2y^2, \\ xy\geqslant 0, \quad \arcsin x\leqslant \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} \sin\big(\arcsin(x) + \arccos(y)\big) = \sin\big(\arcsin(2xy)\big), \\ \arcsin(x) + \arccos(y) \leq \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy + \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} = 2xy, \\ \arcsin x \leqslant \dfrac{\pi}{2} - \arccos y. \end{cases} \qquad \begin{cases} (1-x^2)(1-y^2) = x^2y^2, \\ xy \geqslant 0, \quad \arcsin x \leqslant \arcsin y. \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.
$$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

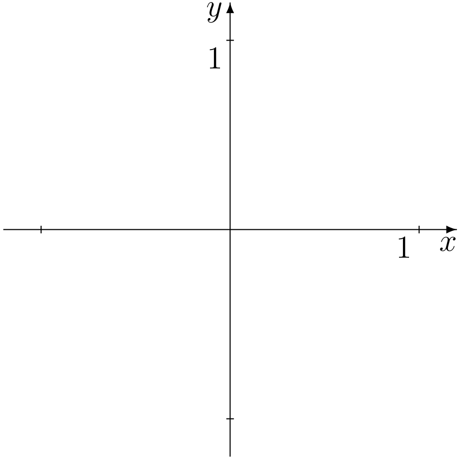
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ xy \geqslant 0, \quad x \leqslant y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy + \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} = 2xy, \\ \arcsin x \leqslant \dfrac{\pi}{2} - \arccos y. \end{cases} \qquad \begin{cases} (1-x^2)(1-y^2) = x^2y^2, \\ xy \geqslant 0, \quad \arcsin x \leqslant \arcsin y. \end{cases}$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

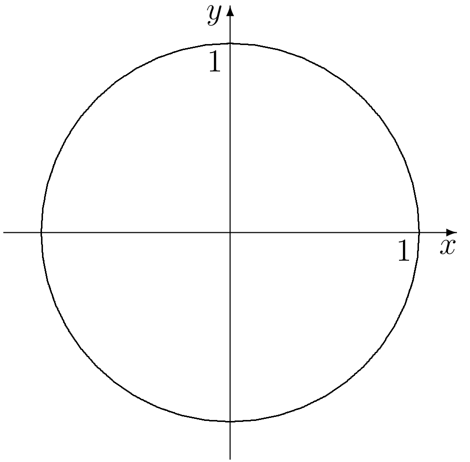
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ xy \geqslant 0, \quad x \leqslant y. \end{cases}$$



Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

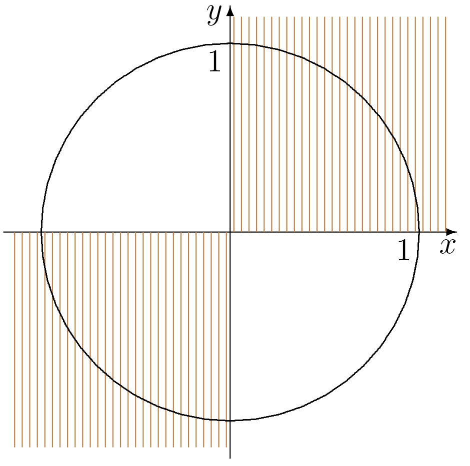
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ xy \geqslant 0, \quad x \leqslant y. \end{cases}$$



Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

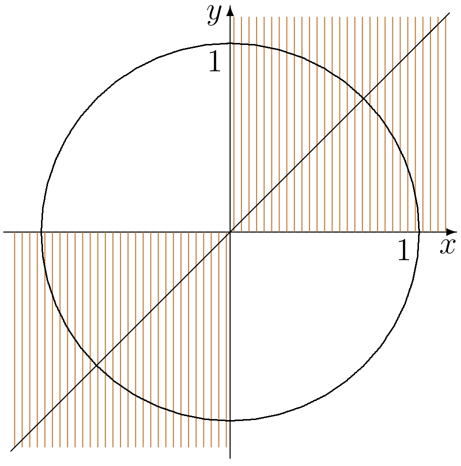
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ xy \geqslant 0, \quad x \leqslant y. \end{cases}$$



Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.
$$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

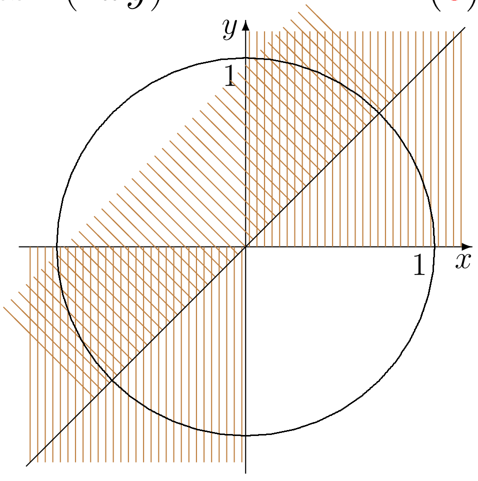
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ xy \geqslant 0, \quad x \leqslant y. \end{cases}$$



Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

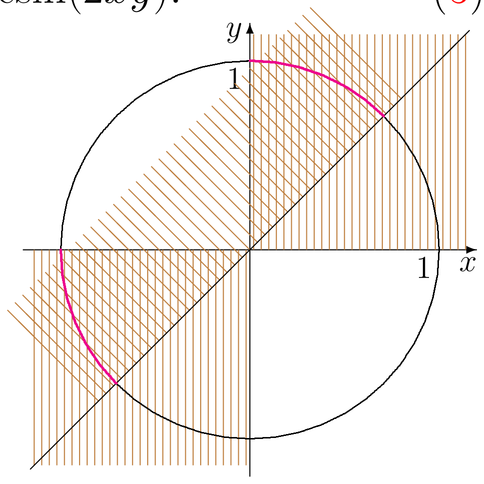
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ xy \geqslant 0, \quad x \leqslant y. \end{cases}$$



Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.
$$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

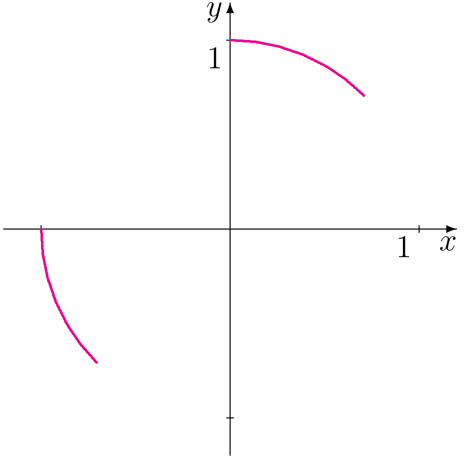
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ xy \geqslant 0, \quad x \leqslant y. \end{cases}$$



Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение.
$$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ xy \geqslant 0, \quad x \leqslant y. \end{cases}$$

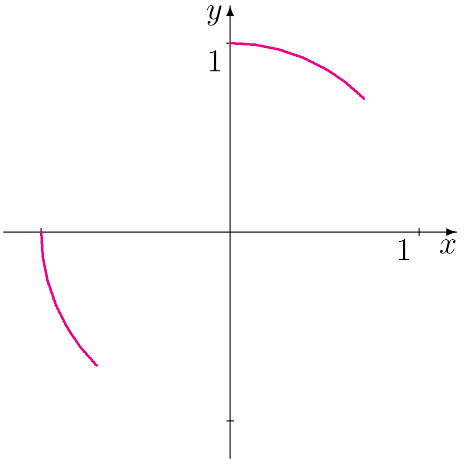


Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ xy \geqslant 0, \quad x \leqslant y. \end{cases}$$

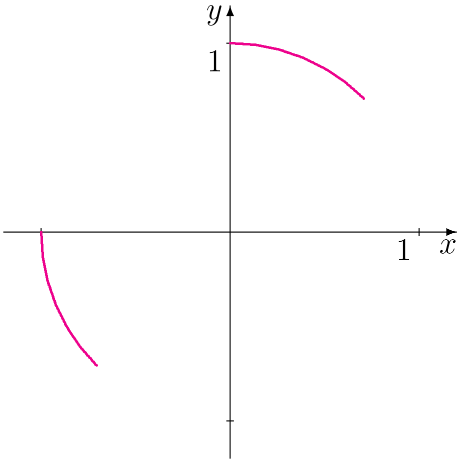
Дина линии равна



Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \quad (3)$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ xy \geqslant 0, \quad x \leqslant y. \end{cases}$$



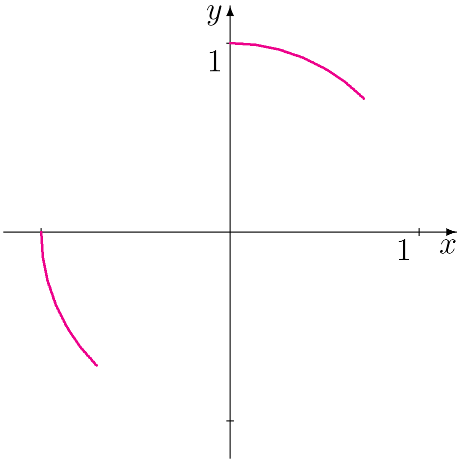
Дина линии равна

$2\pi\cdot$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ xy \geqslant 0, \quad x \leqslant y. \end{cases}$$



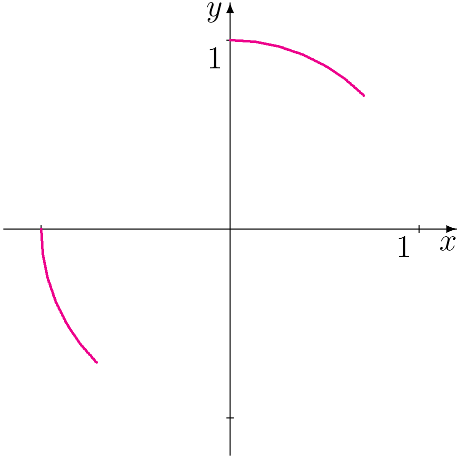
Дина линии равна

$$2\pi \cdot \frac{1}{4} =$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \quad (3)$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ xy \geqslant 0, \quad x \leqslant y. \end{cases}$$



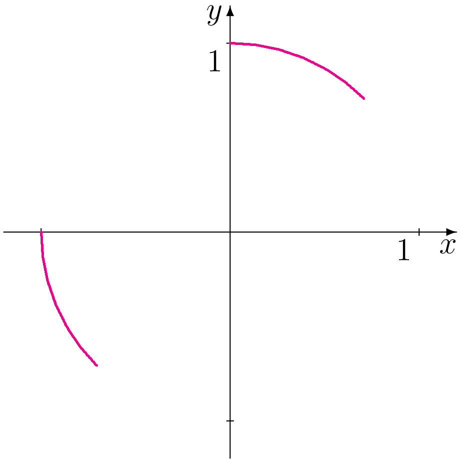
Дина линии равна

$$2\pi \cdot \frac{1}{4} = \frac{\pi}{2}.$$

Пример 13. *Докажите, что кривая, заданная уравнением* $\arcsin(x) + \arccos(y) - \arcsin(2xy) = 0$ *является объединением дуг окружности. Найдите суммарную длину этих дуг и радиус окружности.*

Решение. $$\arcsin(x) + \arccos(y) = \arcsin(2xy). \qquad (3)$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ xy \geqslant 0, \quad x \leqslant y. \end{cases}$$



Дина линии равна
$2\pi \cdot \dfrac{1}{4} = \dfrac{\pi}{2}$.

Задача решена.

V.11. *Задачи на нахождение значений параметров*

Задача V.7. (Ответ приведен на стр.1076.) Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\leq -1$.

Задача V.8. (Ответ приведен на стр.1115.) При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Задача V.9. (Ответ приведен на стр.1144.) При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Задача V.10. (Ответ приведен на стр.1171.) Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Задача V.11. (Ответ приведен на стр.1188.) При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \leq 0$ не имеет решений?

Задача V.12. (Ответ приведен на стр.1206.) При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2 + (3 - a)x + 2 - a = 0$ равно 4.

Задача V.13. (Ответ приведен на стр.1222.) При каких значениях параметра s уравнение $x^2 + 3s^2 = 4xs + 6s + 9$ имеет единственное решение?

Задача V.14. (Ответ приведен на стр.1265.) Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + \left|x^2 - 8x + 7\right|$ больше 1.

VI. *Задачи с параметрами с использованием производной*

Задача VI.15. (Ответ приведен на стр.1299.) При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Задача VI.16. (Ответ приведен на стр.1314.) При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x - 1 > \sqrt{x + a}$; **2)** $x - 1 < \sqrt{x + a}$.

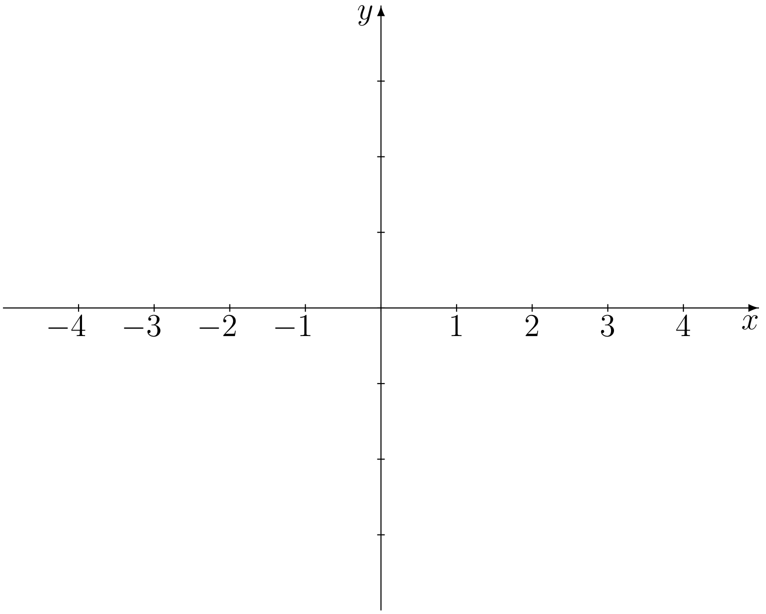
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

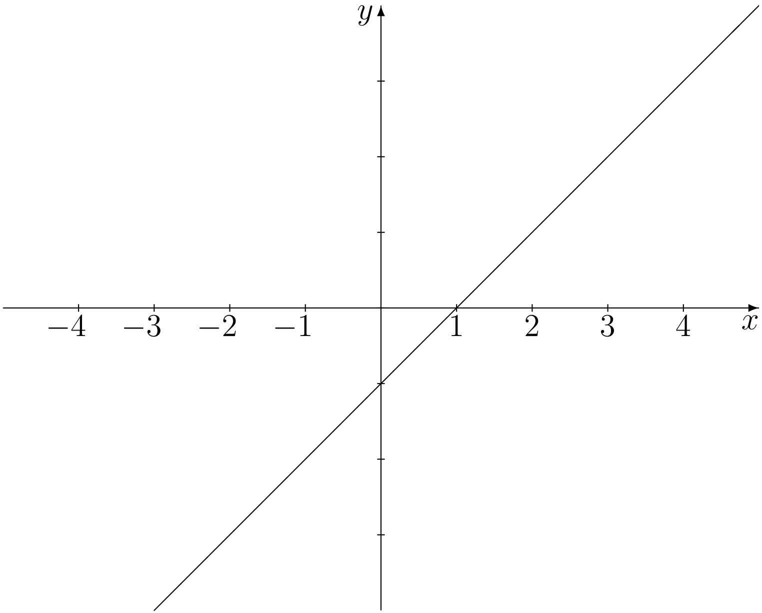
1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=x-1$ левой части неравенства.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x - 1 > \sqrt{x+a}$; **2)** $x - 1 < \sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x - 1 > \sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y = x - 1$ левой части неравенства.



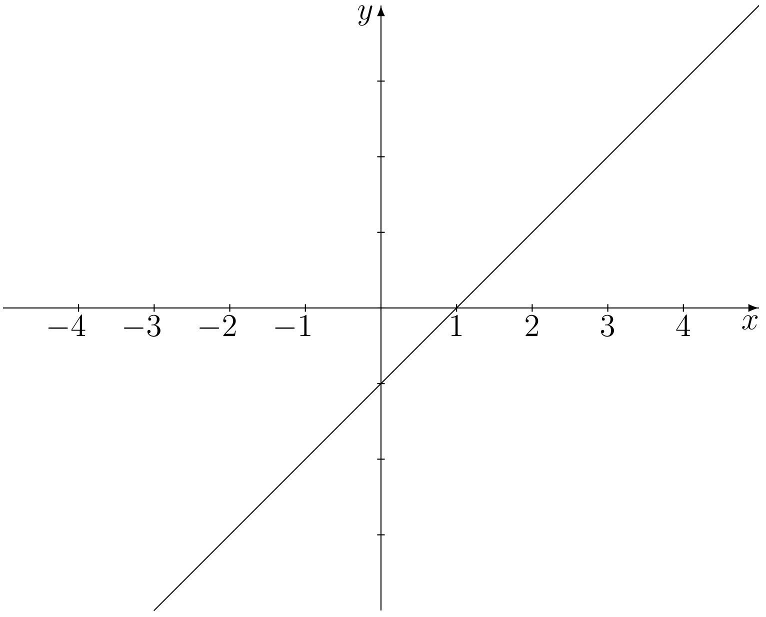
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Построим график $y=x-1$ левой части неравенства.

Нас интересуют значения y, ***меньшие*** $x-1$.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

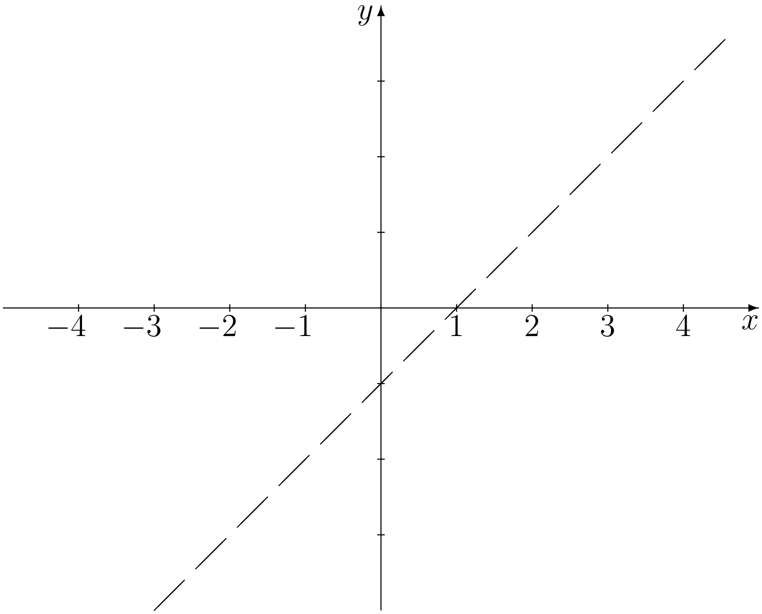
Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Построим график $y=x-1$ левой части неравенства.

Нас интересуют значения y, ***меньшие*** $x-1$.

Равенство недопустимо.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

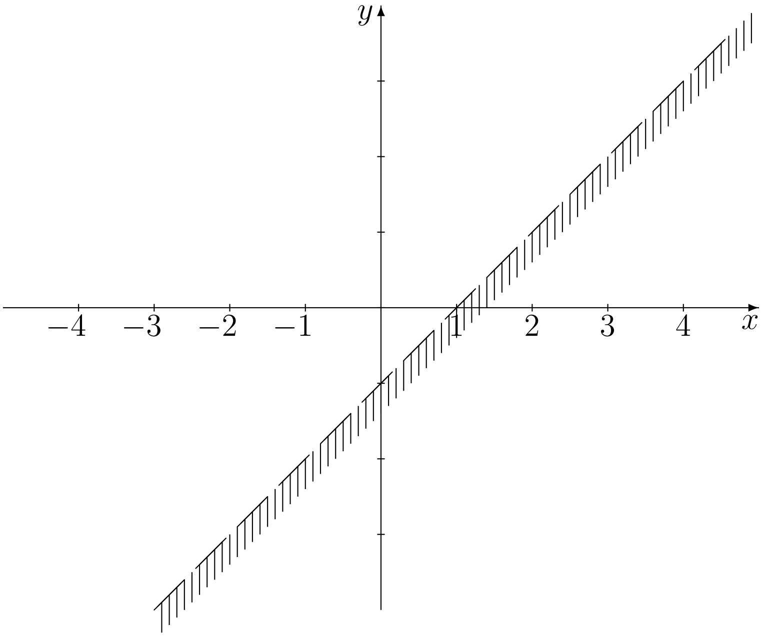
Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Построим график $y=x-1$ левой части неравенства.

Нас интересуют значения y, ***меньшие*** $x-1$.

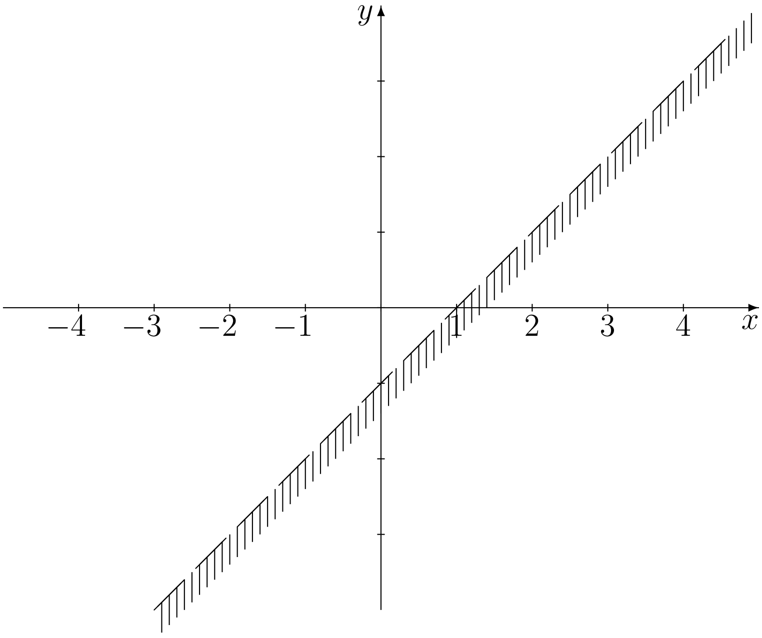
Равенство недопустимо.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

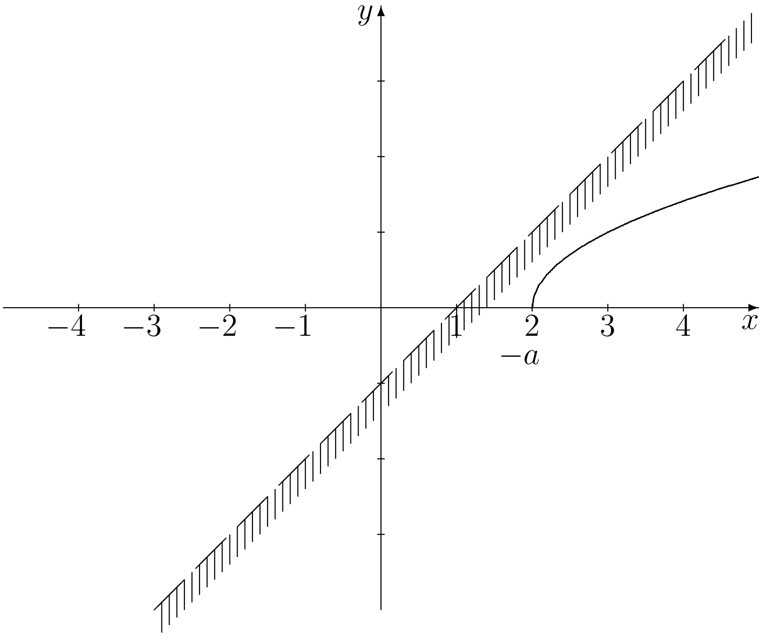


Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.

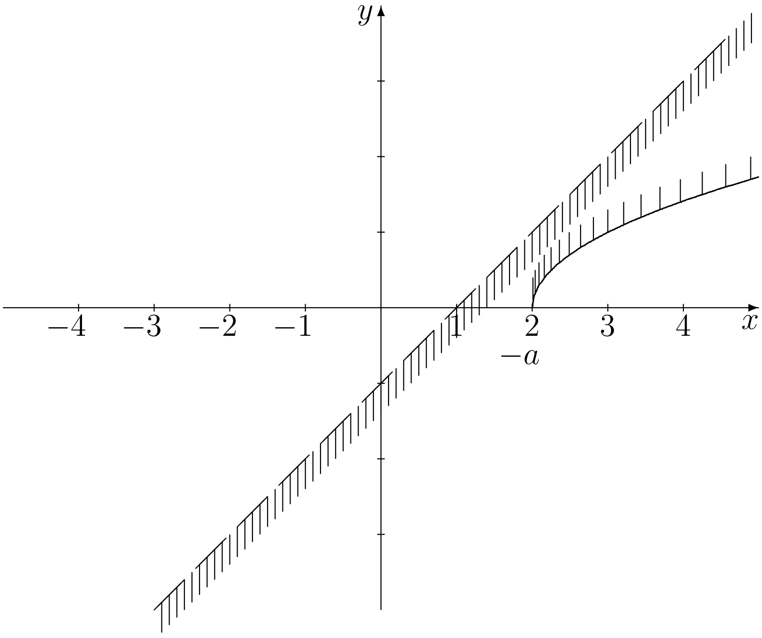


Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.



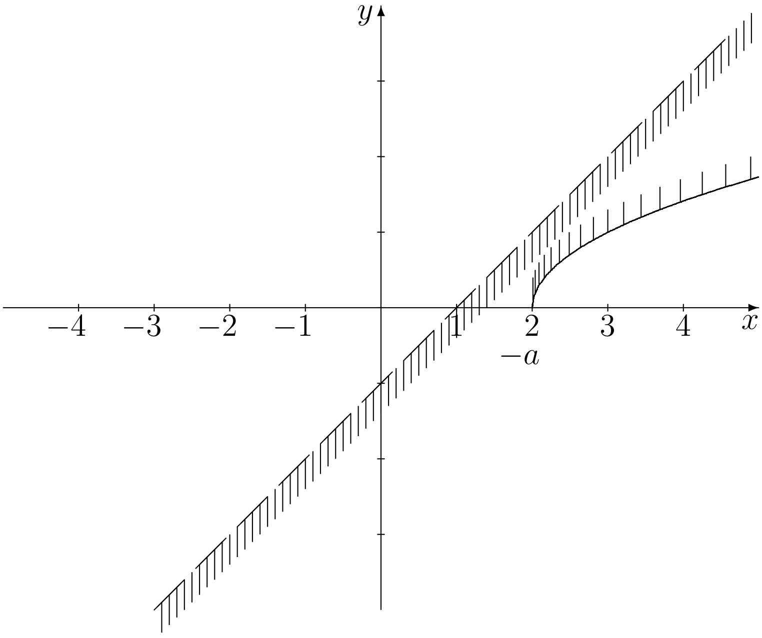
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.

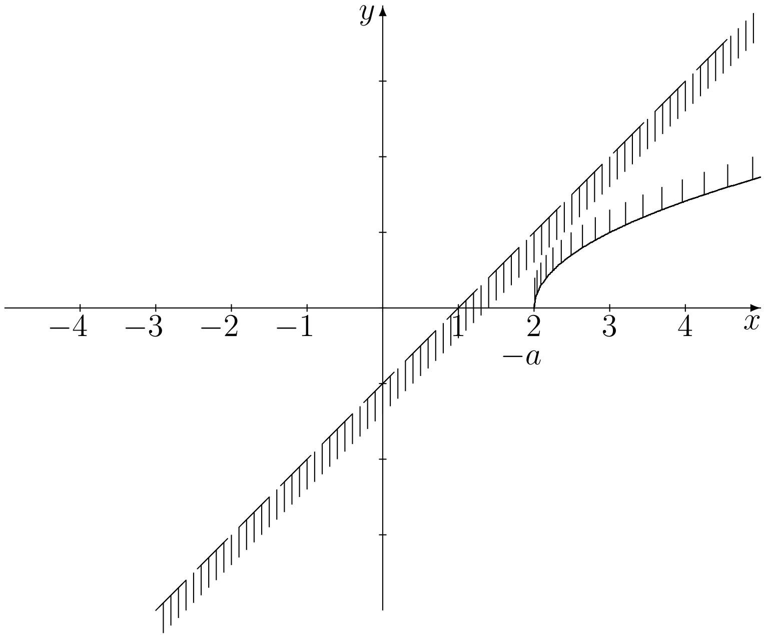
Переведём на язык геометрии утверждение 1):



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**
Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.
Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.
Переведём на язык геометрии утверждение 1):
«при данном значении параметра a выполняется 1), если точка с координатами (x,y) находится выше данной ветки параболы и ниже прямой.»



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

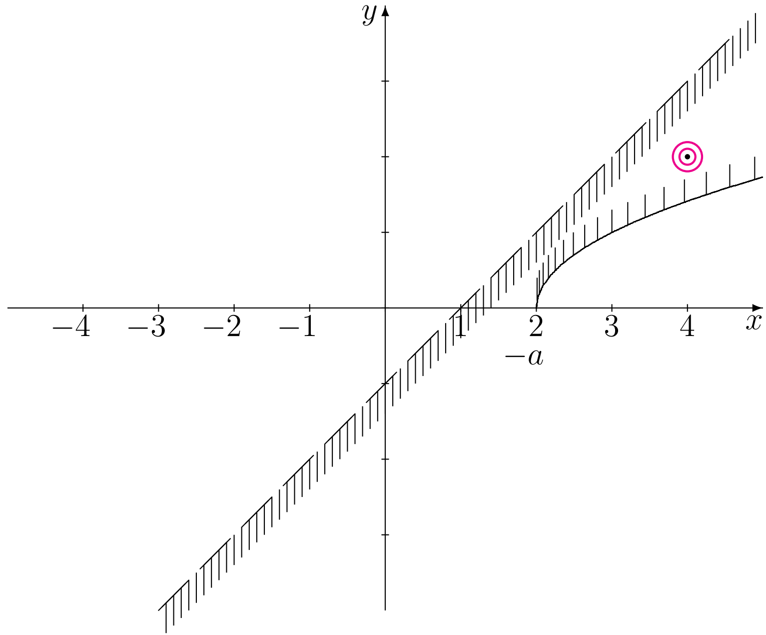
Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.

Переведём на язык геометрии утверждение 1):

«при данном значении параметра a выполняется 1), если точка с координатами (x, y) находится выше данной ветки параболы и ниже прямой.»



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

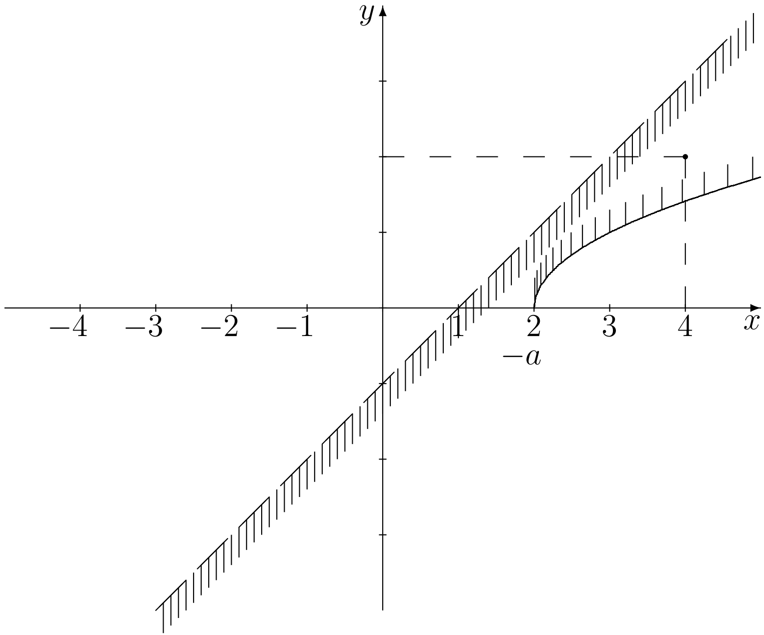
Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.

Переведём на язык геометрии утверждение 1):

«при данном значении параметра a выполняется 1), если точка с координатами (x,y) находится выше данной ветки параболы и ниже прямой.»



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

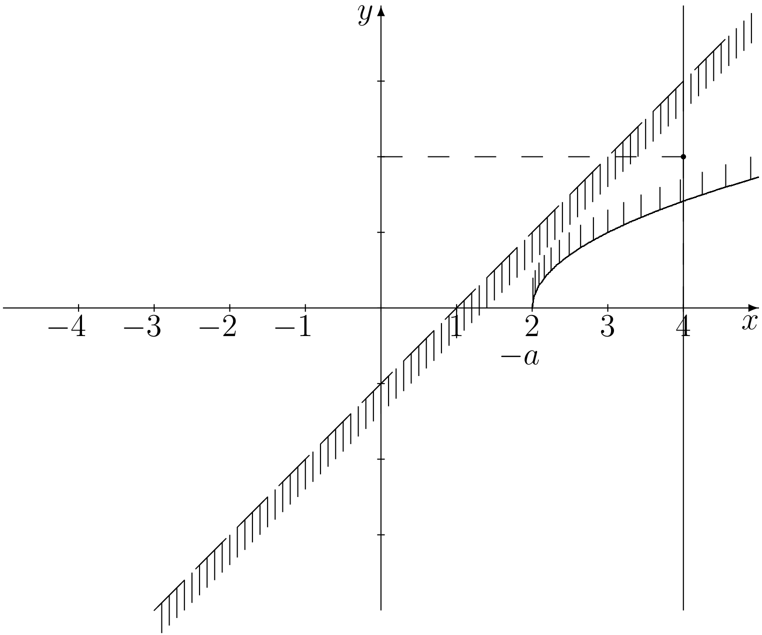
Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.

Переведём на язык геометрии утверждение 1):

«при данном значении параметра a выполняется 1), если точка с координатами (x,y) находится выше данной ветки параболы и ниже прямой.»



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

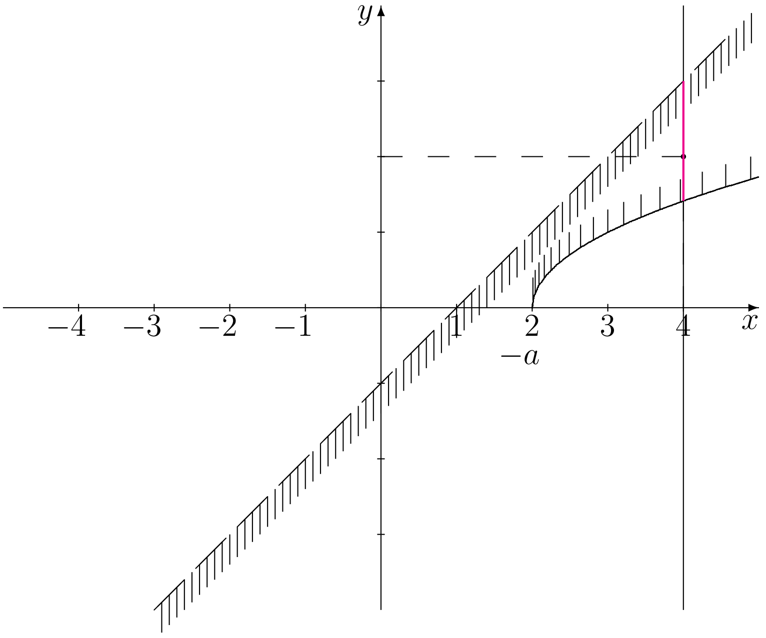
Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.

Переведём на язык геометрии утверждение 1):

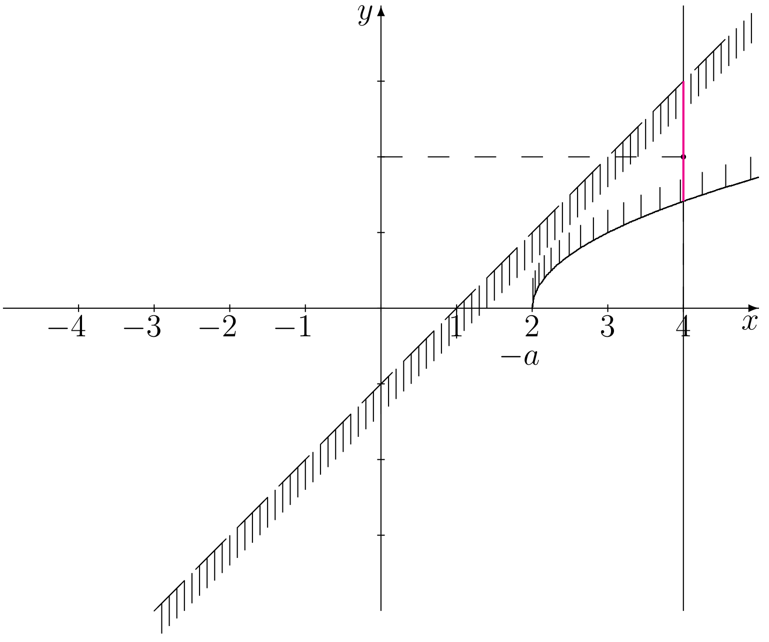
«при данном значении параметра a выполняется 1), если точка с координатами (x,y) находится выше данной ветки параболы и ниже прямой.»



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**
Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.
Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.
Переведём на язык геометрии утверждение 1):
«при данном значении параметра a выполняется 1), если точка с координатами (x,y) находится выше данной ветки параболы и ниже прямой.»
Значит, для координат изображенной точки утверждение 1) выполняется.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

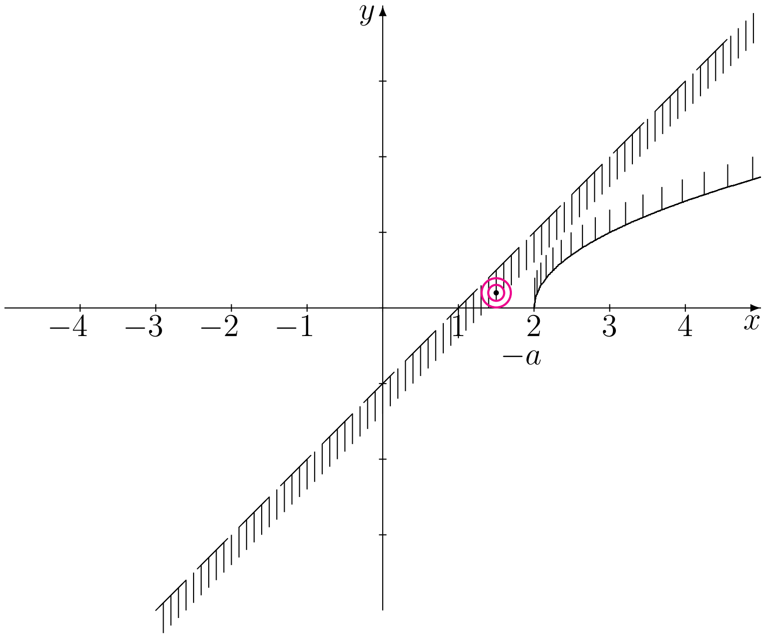
Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.

Переведём на язык геометрии утверждение 1):

«при данном значении параметра a выполняется 1), если точка с координатами (x,y) находится выше данной ветки параболы и ниже прямой.»

Для координат изображенной точки утверждение 1)



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

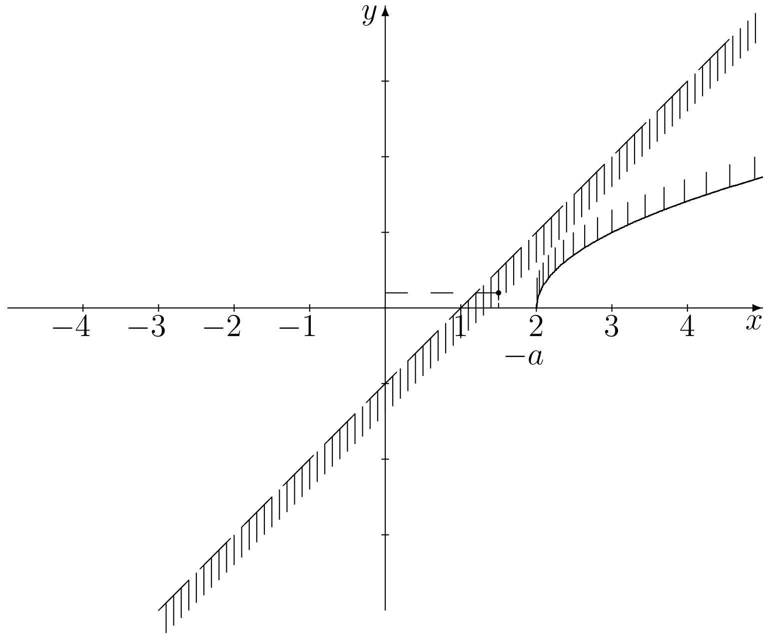
Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.

Переведём на язык геометрии утверждение 1):

«при данном значении параметра a выполняется 1), если точка с координатами (x,y) находится выше данной ветки параболы и ниже прямой.»

Для координат изображенной точки утверждение 1)



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

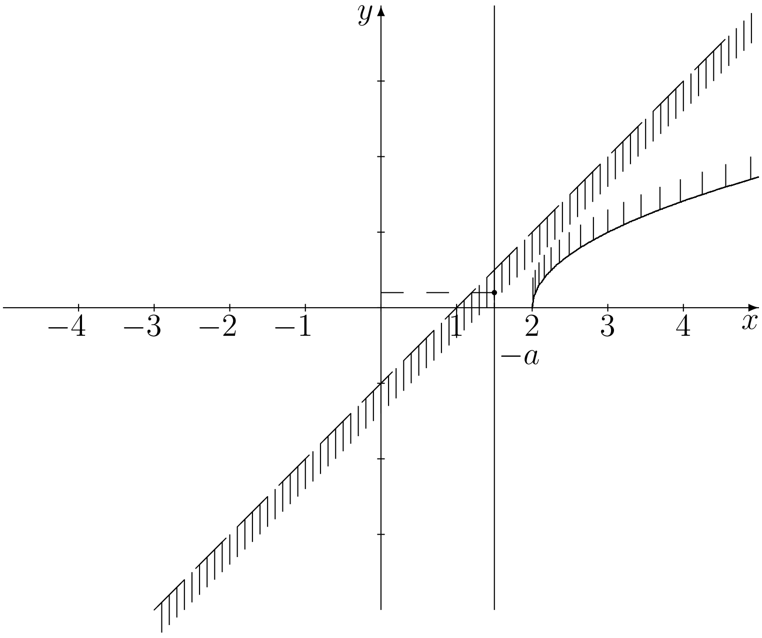
Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.

Переведём на язык геометрии утверждение 1):

«при данном значении параметра a выполняется 1), если точка с координатами (x, y) находится выше данной ветки параболы и ниже прямой.»

Для координат изображенной точки утверждение 1)



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

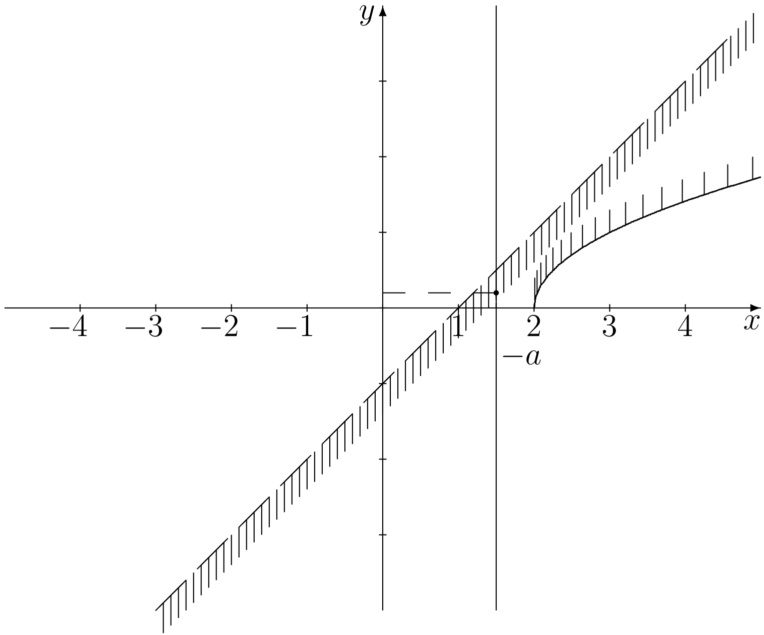
Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.

Переведём на язык геометрии утверждение 1):

«при данном значении параметра a выполняется 1), если точка с координатами (x,y) находится выше данной ветки параболы и ниже прямой.»

Для координат изображенной точки утверждение 1) не выполняется, поскольку значение $(x+a)$ не входит в область определения функции, определяющей нижнюю границу.



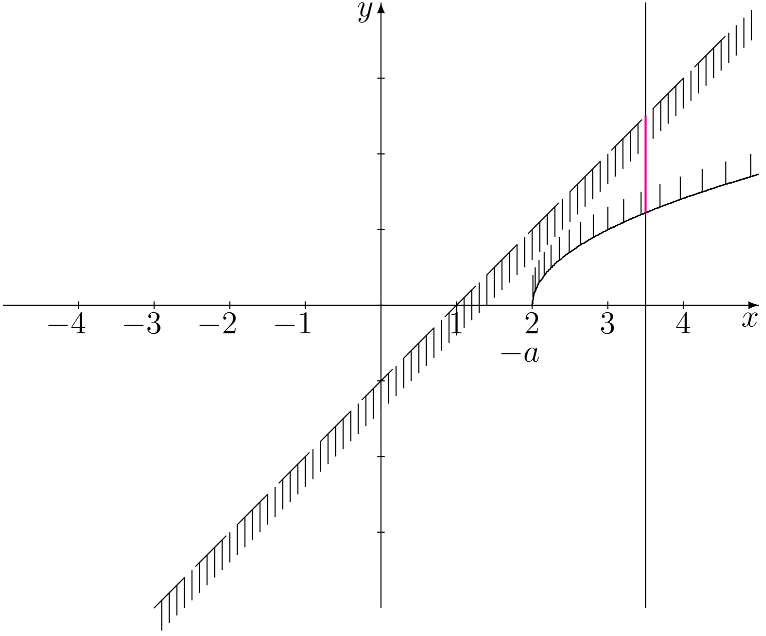
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.



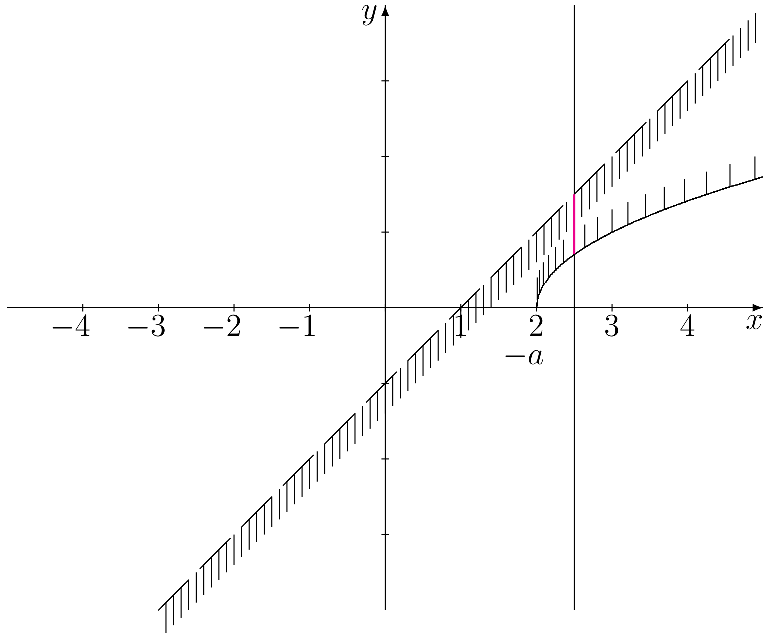
$\begin{cases} \text{если} \qquad\qquad , \text{ то} \\ \\ \end{cases}$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.



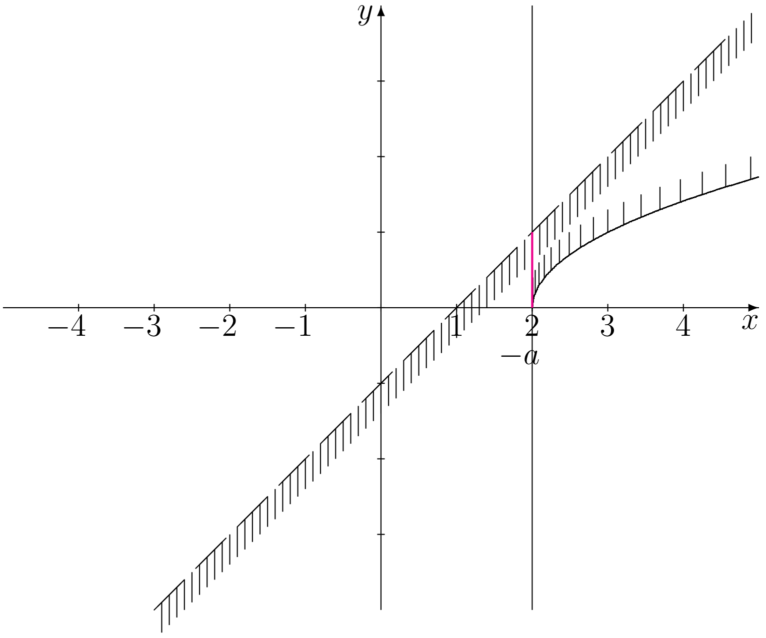
$\left\{\begin{array}{l} \text{если} \qquad\qquad \text{, то} \\ \\ \\ \end{array}\right.$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.



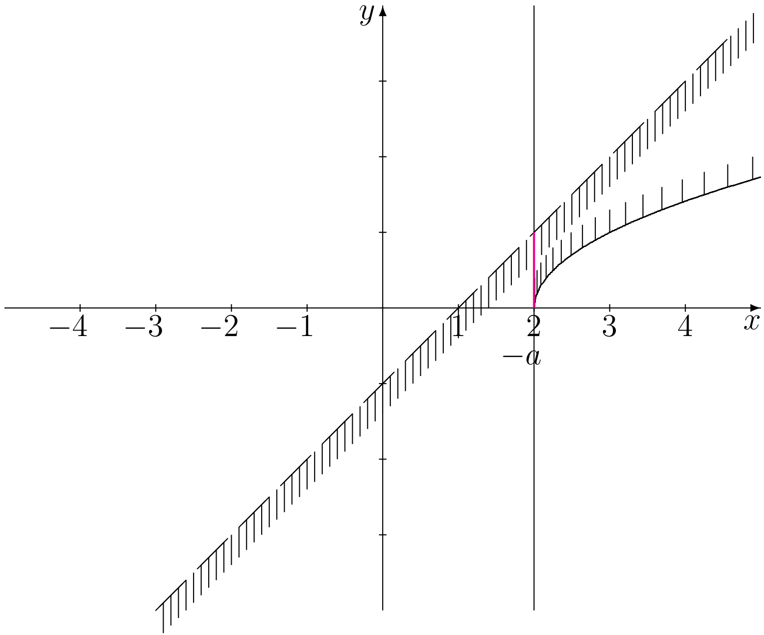
$\begin{cases} \text{если} \qquad\qquad , \text{ то} \\ \\ \end{cases}$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.



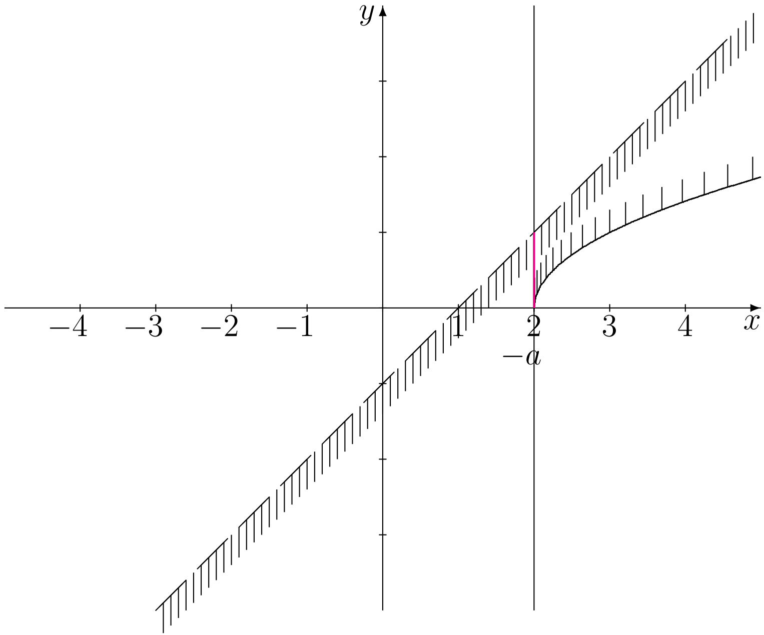
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{если} \qquad\qquad , \text{ то } x \geq a, \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.



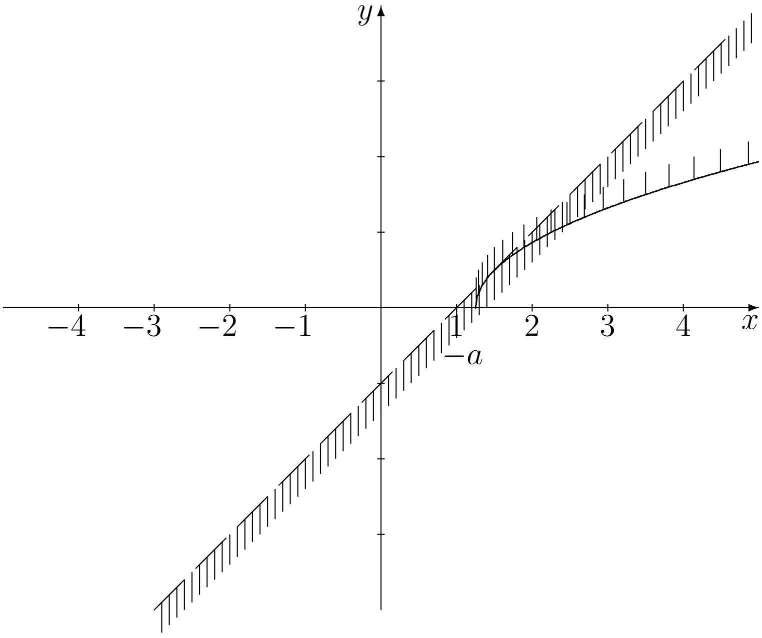
$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то } x\geq a, \\ \\ \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.



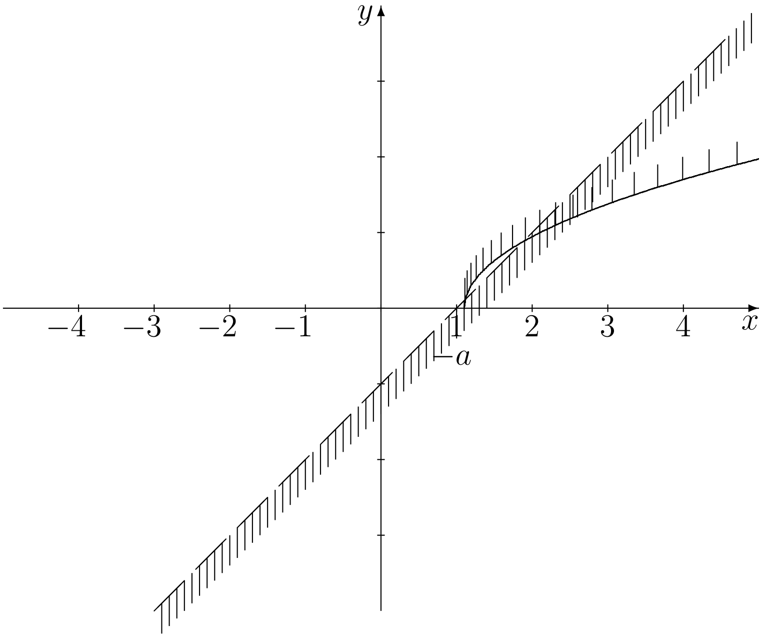
$$\left\{\begin{array}{l}\text{если } a<5/4, \text{ то } x\geq a, \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.



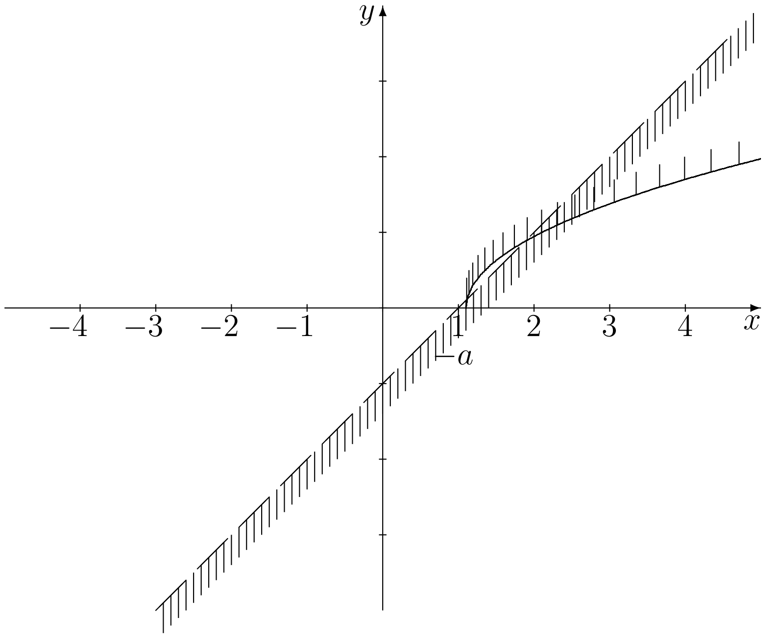
$$\left\{\begin{array}{l}\text{если } a<5/4, \text{ то } x\geq a,\\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.



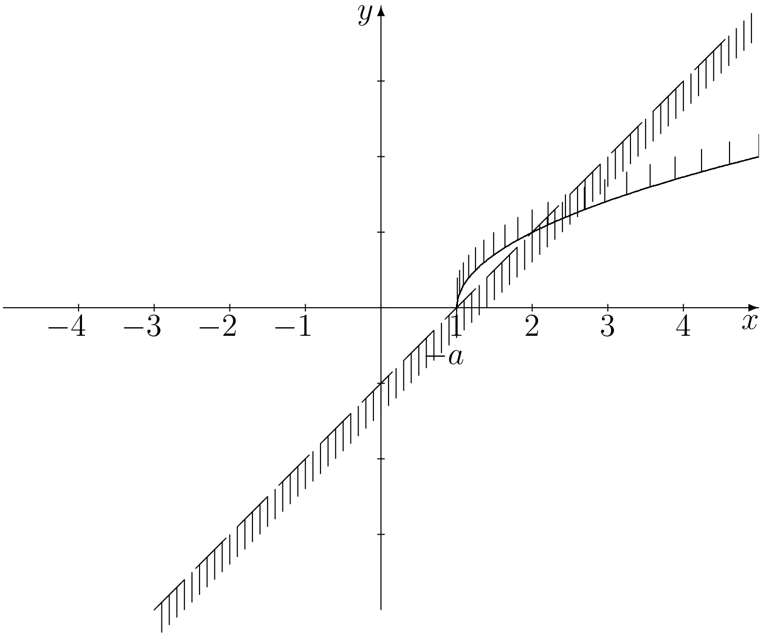
$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то } x\geq a, \\ \text{если } -1<a\leq 5/4, \text{ то } x\in\left[a, \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}, +\infty\right), \\ \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.



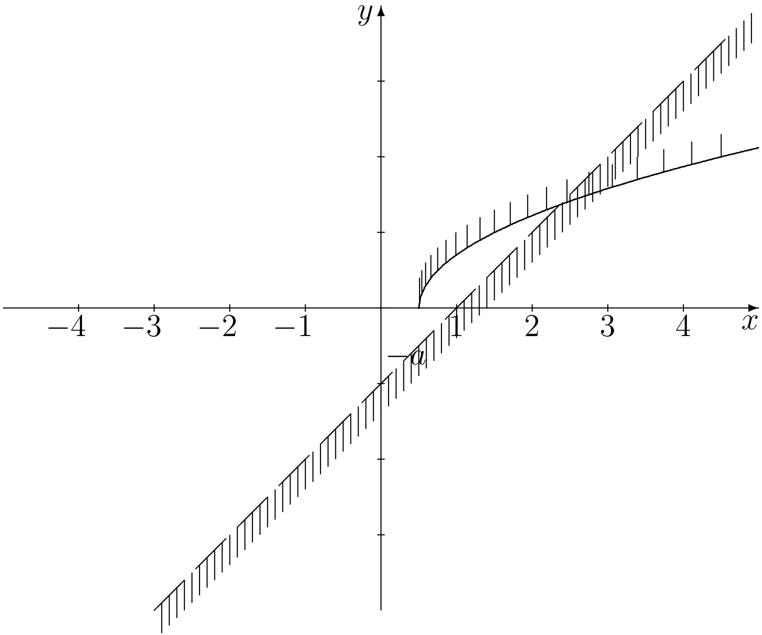
$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то } x\ge a, \\ \text{если } -1<a\le 5/4, \text{ то } x\in\left[a,\dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2},+\infty\right), \\ \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.

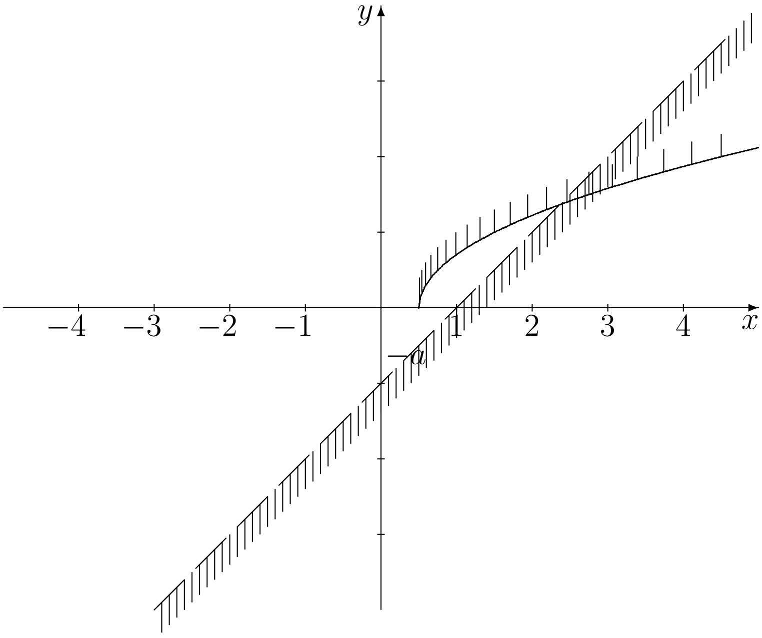


$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то } x\ge a, \\ \text{если } -1<a\le 5/4, \text{ то } x\in\left[a,\dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2},+\infty\right), \\ \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**
Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.
Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.



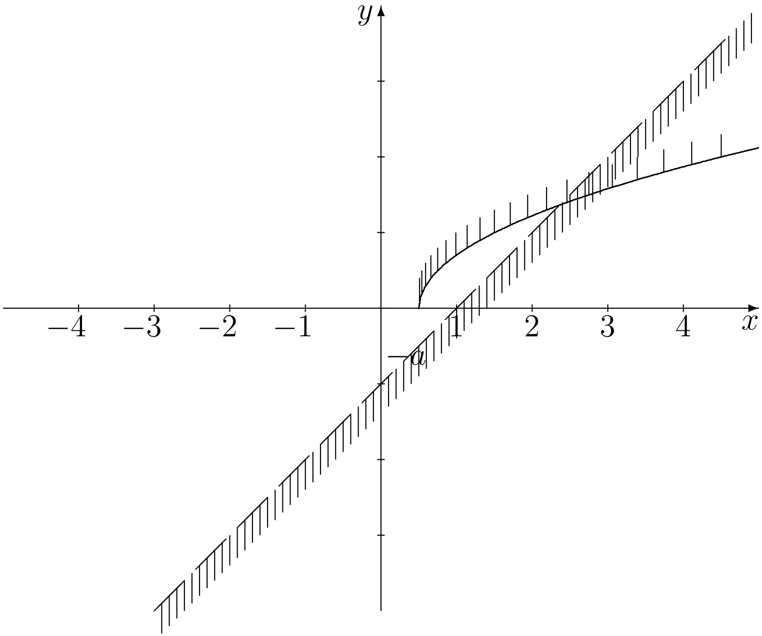
$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то } x\ge a, \\ \text{если } -1<a\le 5/4, \text{ то } x\in\left[a,\dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2},+\infty\right), \\ \text{если } \qquad\qquad, \text{ то} \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.



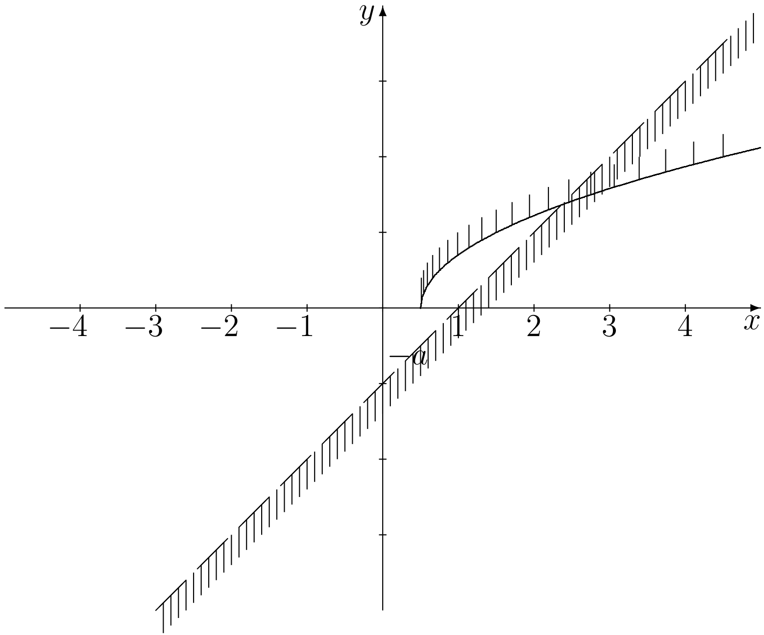
$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то } x\geq a, \\ \text{если } -1<a\leq 5/4, \text{ то } x\in\left[a, \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}, +\infty\right), \\ \text{если } a<-1, \text{ то} \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.



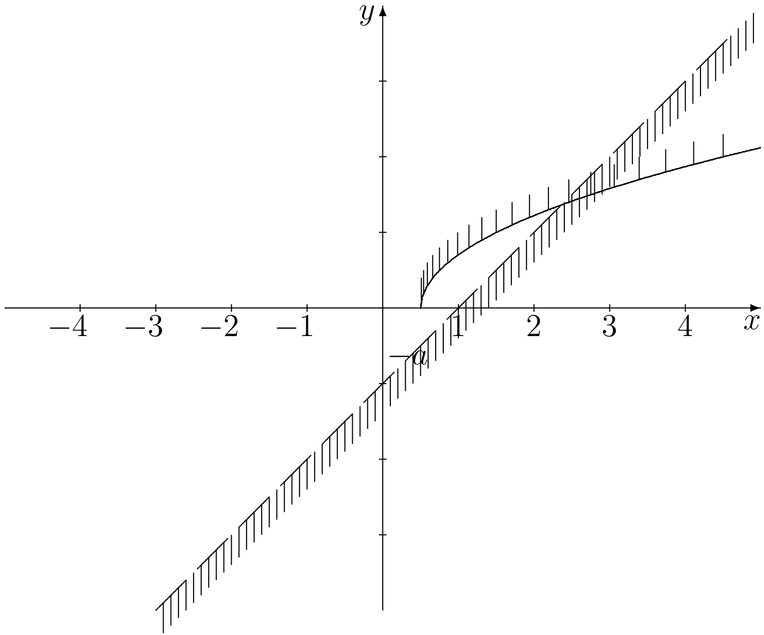
$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то } x\geq a, \\ \text{если } -1<a\leq 5/4, \text{ то } x\in\left[a,\dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2},+\infty\right), \\ \text{если } a<-1, \text{ то} \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Первое решение.** Построим график $y=\sqrt{x+a}$ правой части неравенства, например, при $a=-2$.

Нас интересуют значения y, ***большие*** $x-1$.



$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то } x\geq a, \\ \text{если } -1<a\leq 5/4, \text{ то } x\in\left[a,\dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2},+\infty\right), \\ \text{если } a<-1, \text{ то } x\geq\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}. \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x - 1 > \sqrt{x+a}$; **2)** $x - 1 < \sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x - 1 > \sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x-1=\sqrt{x+a} \;\Rightarrow$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x-1=\sqrt{x+a}\ \Rightarrow\ x^2-2x+1=x+a.$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$\begin{cases} x \geq -a, \\ x \geq 1, \\ a = x^2-3x+1. \end{cases}$$

$x-1=\sqrt{x+a} \;\Rightarrow\; x^2-2x+1=x+a.$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$\begin{cases} x \geq -a, \\ x \geq 1, \\ a = x^2-3x+1. \end{cases}$$

Найдём корни вспомогательного уравнения $x^2-3x+1-a=0$.

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Найдём корни вспомогательного уравнения $x^2-3x+1-a=0$.

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x\geq -a$, $x\geq 1$.

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

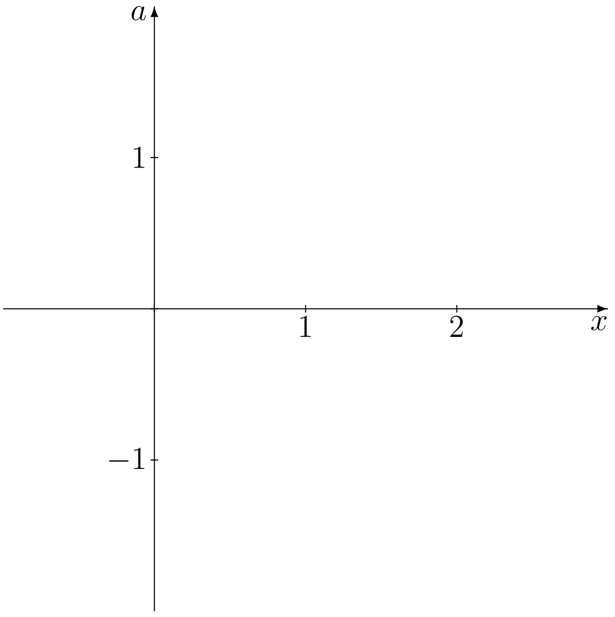
Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x\geq -a$, $x\geq 1$.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

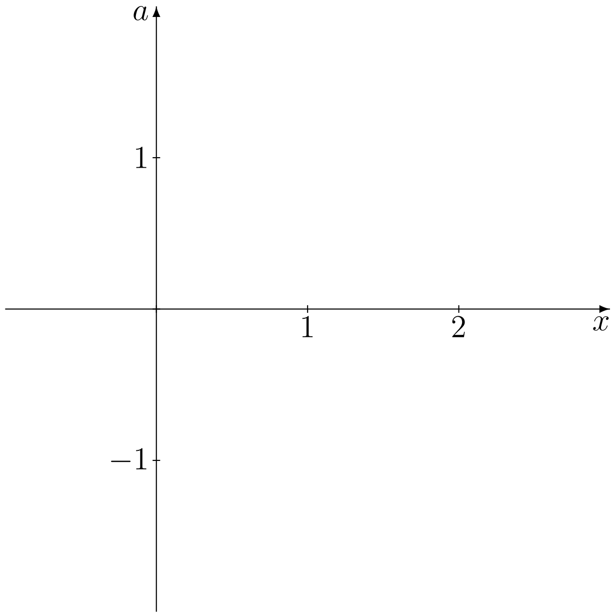
1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x\geq -a$, $\quad x\geq 1$.

Граница: $a=-x$.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

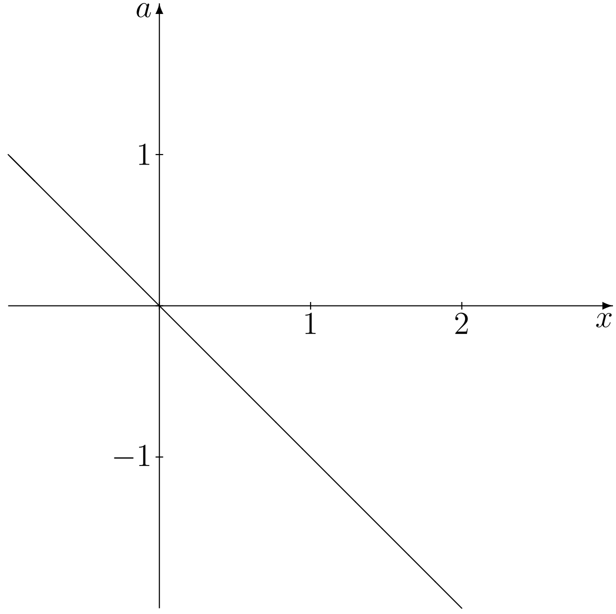
1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x\geq -a$, $x\geq 1$.

Граница: $a=-x$.



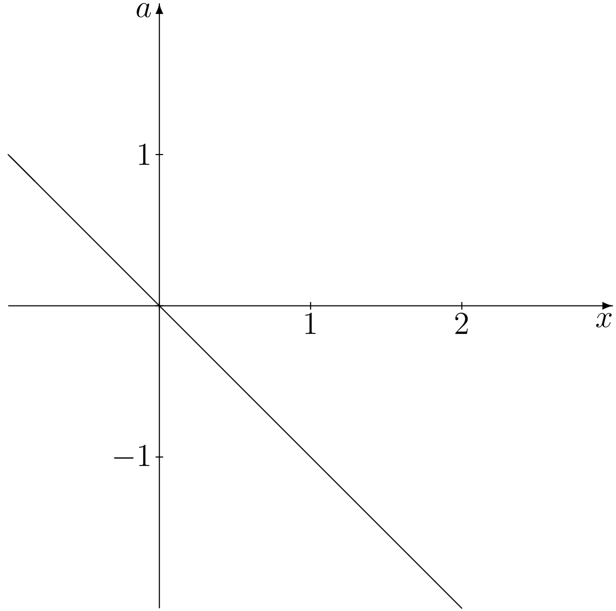
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$



Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x\geq -a$, $x\geq 1$.

Граница: $a=-x$.

Для выполнения $x\geq -a$ значение переменной x

увеличивать?

можно уменьшать?

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x - 1 > \sqrt{x+a}$; **2)** $x - 1 < \sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x - 1 > \sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

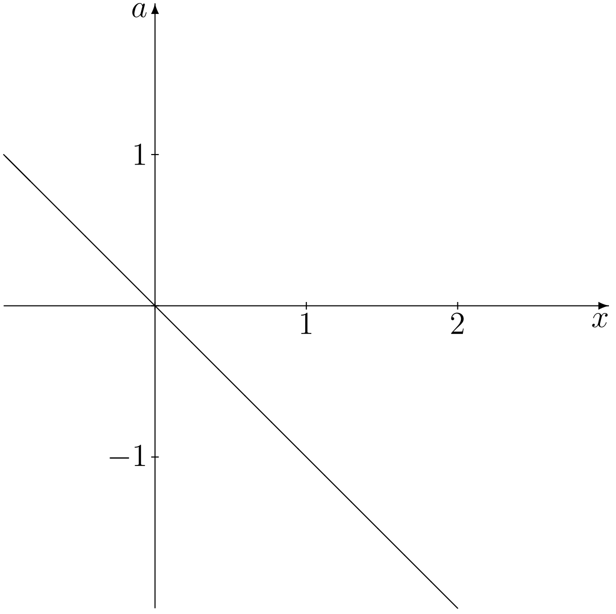
$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x \geq -a, \\ x \geq 1, \\ a = x^2 - 3x + 1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x \geq -a, \quad x \geq 1$.

Граница: $a = -x$.

Для выполнения $x \geq -a$ значение переменной x

можно увеличивать.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

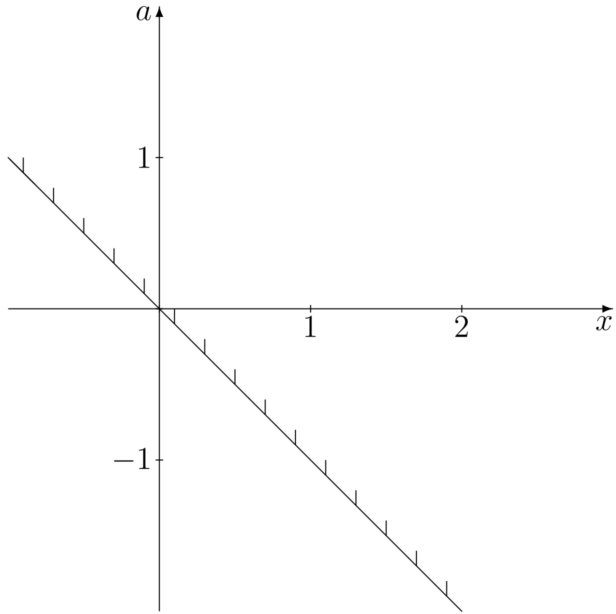
$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x\geq -a, \quad x\geq 1$.

Граница: $a=-x$.

Для выполнения $x\geq -a$ значение переменной x

можно увеличивать.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

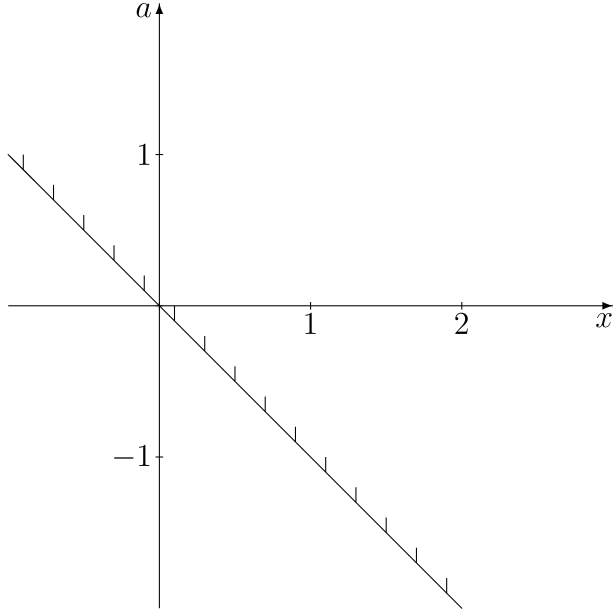
1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x\geq -a$, $x\geq 1$.

Граница: $x=1$.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x - 1 > \sqrt{x+a}$; **2)** $x - 1 < \sqrt{x+a}$.

Ответ.

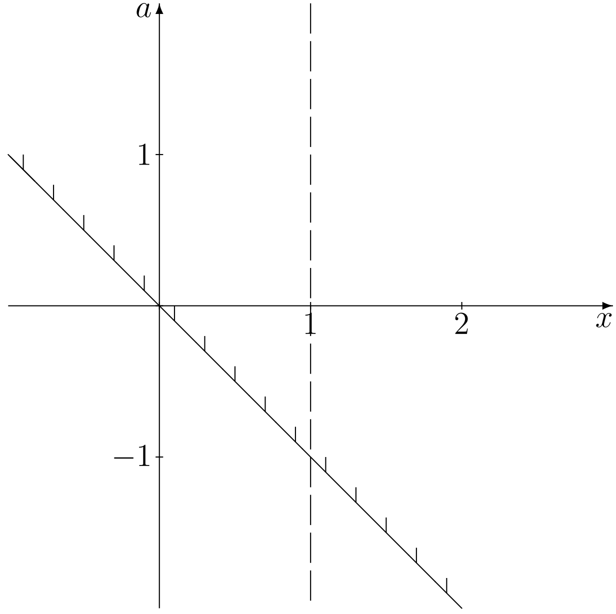
1) $x - 1 > \sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x \geq -a, \\ x \geq 1, \\ a = x^2 - 3x + 1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x \geq -a$, $\quad x \geq 1$.

Граница: $x = 1$.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

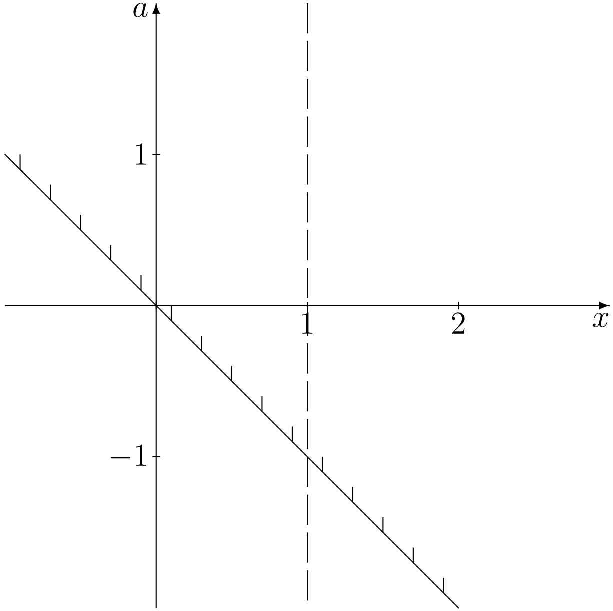
Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x\geq -a$, $x\geq 1$.

Граница: $x=1$.

Для выполнения $x\geq 1$ значение переменной x

увеличивать?

можно уменьшать?



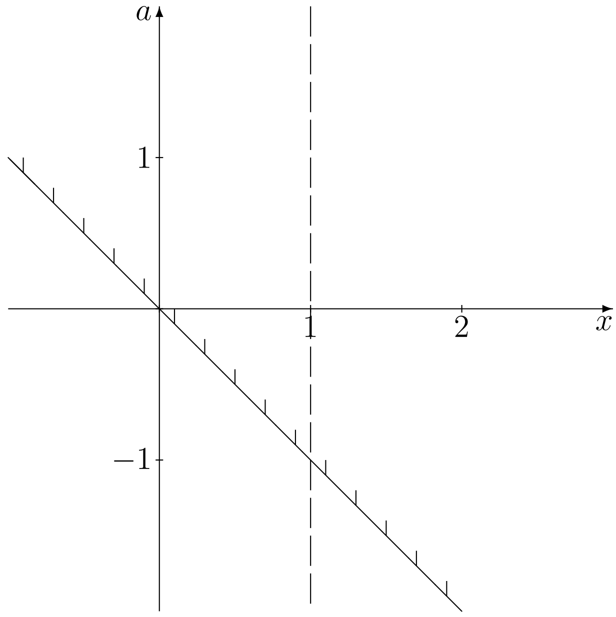
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\ge -a, \\ x\ge 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$



Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x\ge -a$, $x\ge 1$.

Граница: $x=1$.

Для выполнения $x\ge 1$ значение переменной x

можно увеличивать.

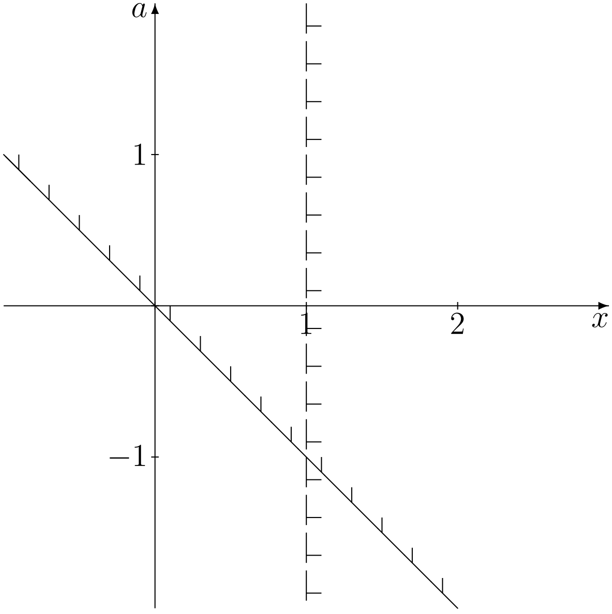
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$



Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x\geq -a$, $x\geq 1$.

Граница: $x=1$.

Для выполнения $x\geq 1$ значение переменной x

можно увеличивать.

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

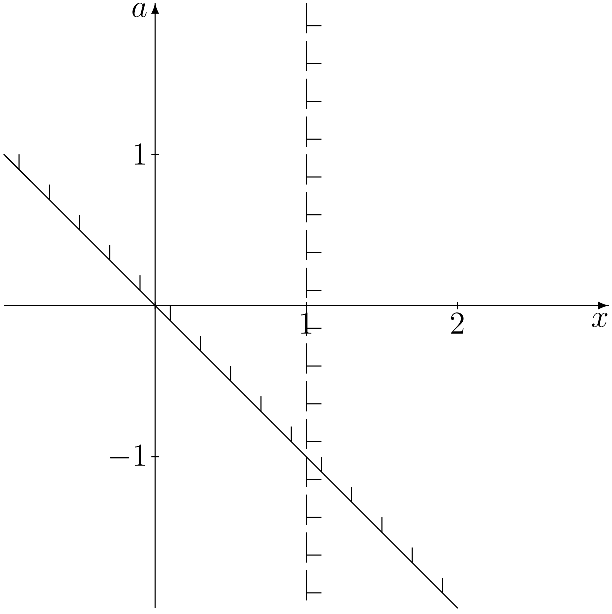
1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\ge -a, \\ x\ge 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x\ge -a$, $x\ge 1$.

Граница: $a=x^2-3x+1$.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

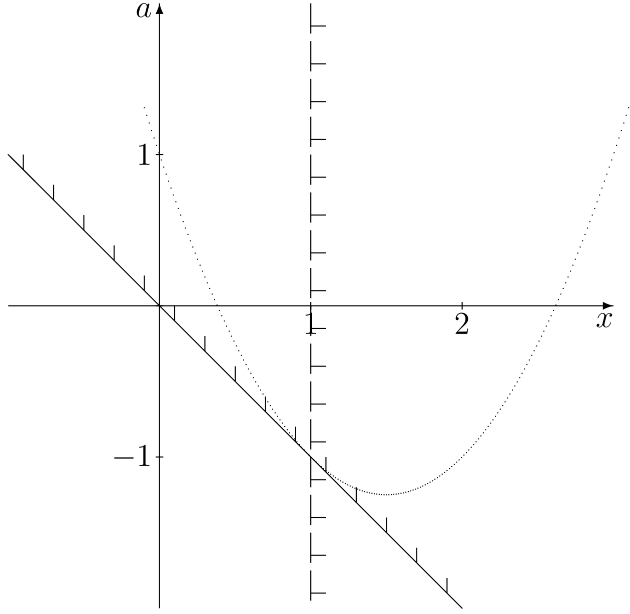
1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\ge -a, \\ x\ge 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x\ge -a$, $\quad x\ge 1$.

Граница: $a=x^2-3x+1$.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

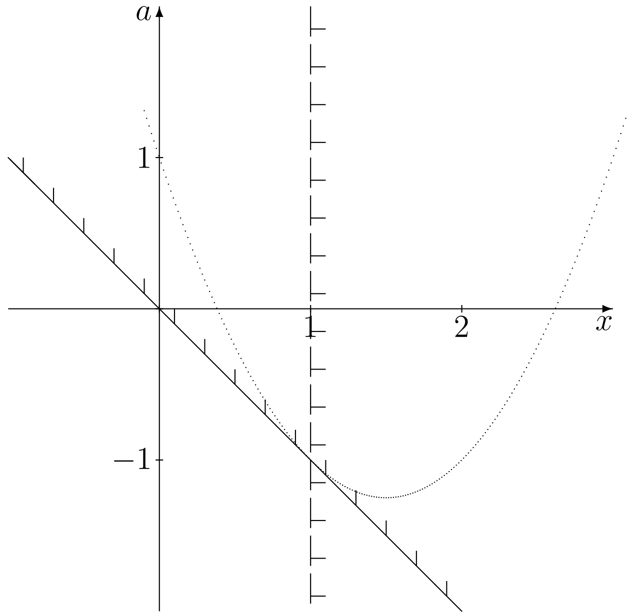
Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}.\quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x\geq -a$, $x\geq 1$.

Граница: $a=x^2-3x+1$.

Для выполнения $x-1>\sqrt{x+a}$ значение пере-
увеличивать?
менной a можно уменьшать?



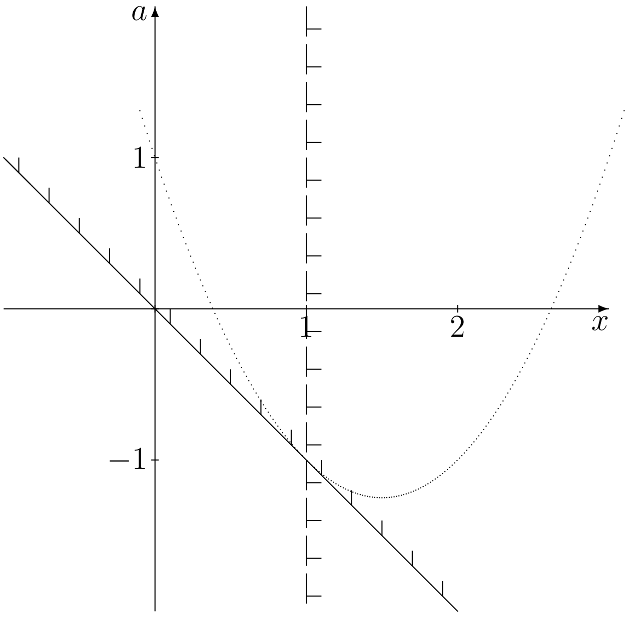
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\ge -a, \\ x\ge 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$



Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x\ge -a$, $x\ge 1$.

Граница: $a=x^2-3x+1$.

Для выполнения $x-1>\sqrt{x+a}$ значение переменной a можно уменьшать.

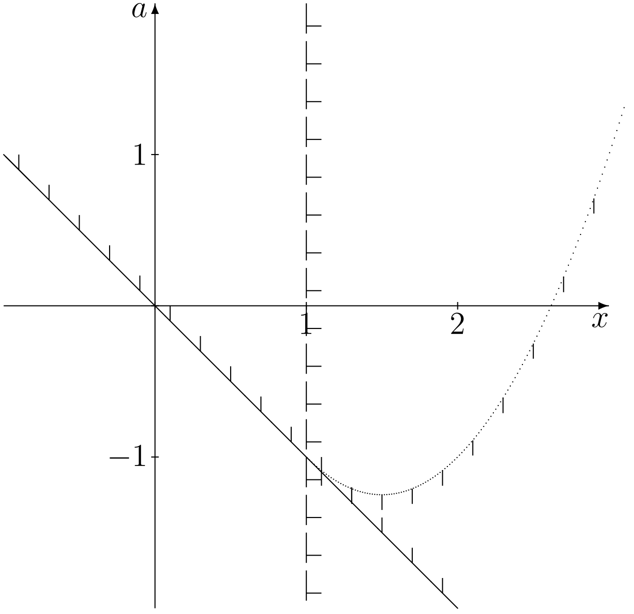
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x - 1 > \sqrt{x+a}$; **2)** $x - 1 < \sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x - 1 > \sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x \geq -a, \\ x \geq 1, \\ a = x^2 - 3x + 1. \end{cases}$$



Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и, в частности, неравенствам $x \geq -a, \quad x \geq 1$.

Граница: $a = x^2 - 3x + 1$.

Для выполнения $x - 1 > \sqrt{x+a}$ значение переменной a можно уменьшать.

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

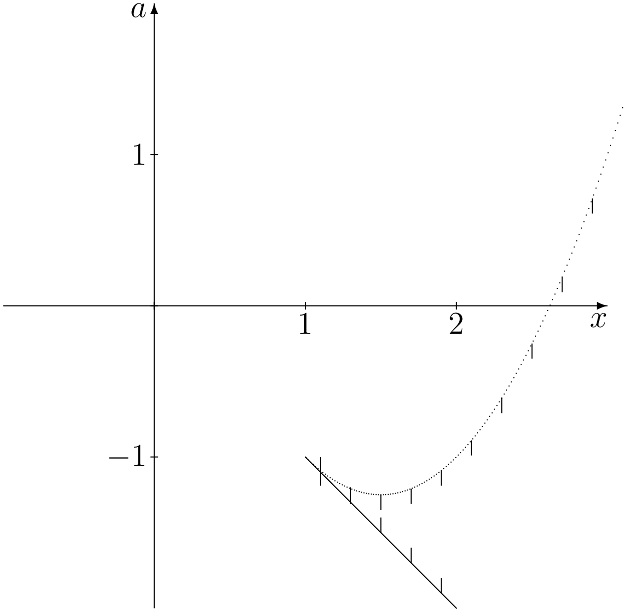
Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

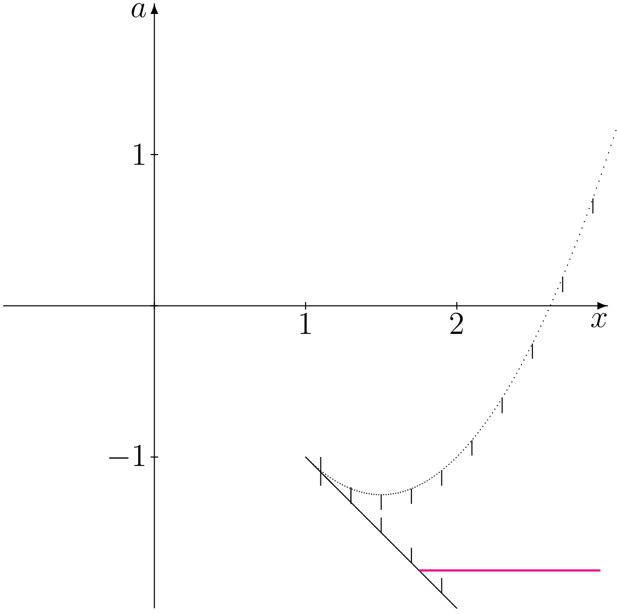
1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x \geq -a, \\ x \geq 1, \\ a = x^2-3x+1. \end{cases}$$

Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если} \qquad\qquad\quad, \text{ то} \\ \text{если} \qquad\qquad\qquad\qquad, \text{ то} \\ \\ \\ \text{если} \qquad\qquad\quad, \text{ то} \end{cases}$$



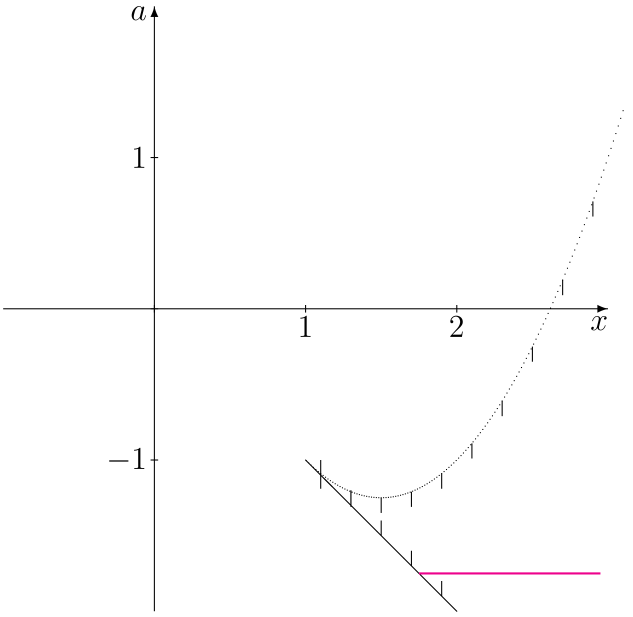
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$



Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если} \qquad\qquad , \text{ то } x\geq a, \\ \text{если} \qquad\qquad\qquad\qquad , \text{ то} \\ \\ \\ \text{если} \qquad\qquad , \text{ то} \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

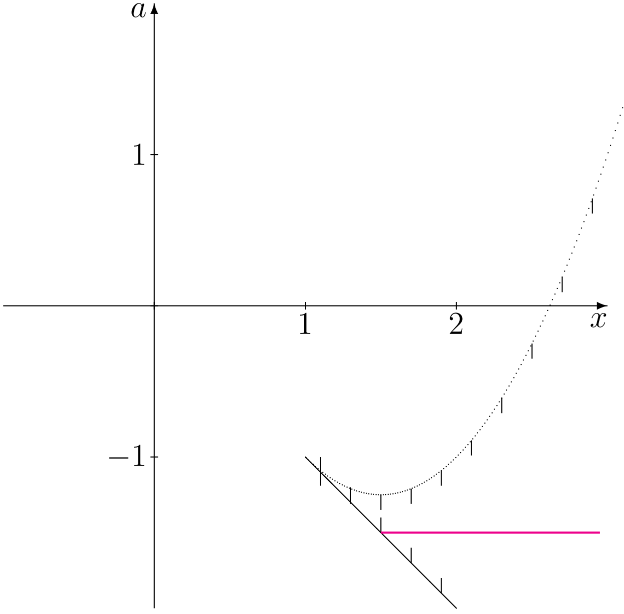
1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если} \qquad\qquad , \text{ то } x\geq a, \\ \text{если} \qquad\qquad\qquad\qquad , \text{ то} \\ \\ \\ \text{если} \qquad\qquad , \text{ то} \end{cases}$$



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

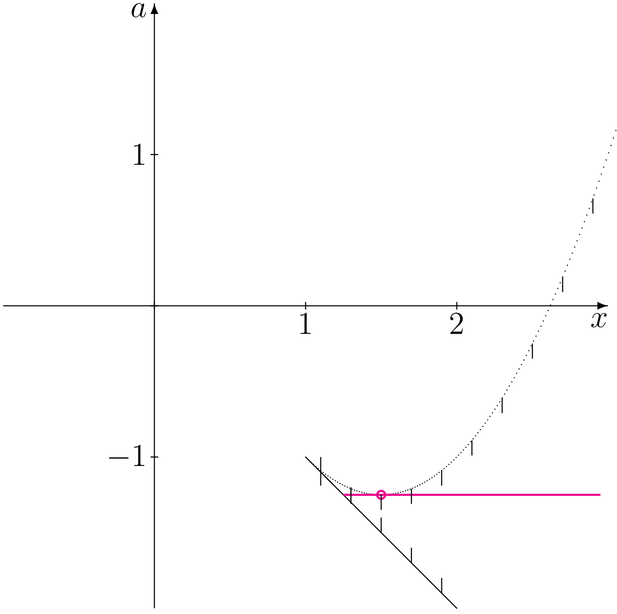
1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если} \qquad\qquad, \text{ то } x\geq a, \\ \text{если} \qquad\qquad\qquad\qquad, \text{ то} \\ \\ \text{если} \qquad\qquad, \text{ то} \end{cases}$$



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x - 1 > \sqrt{x+a}$; **2)** $x - 1 < \sqrt{x+a}$.

Ответ.

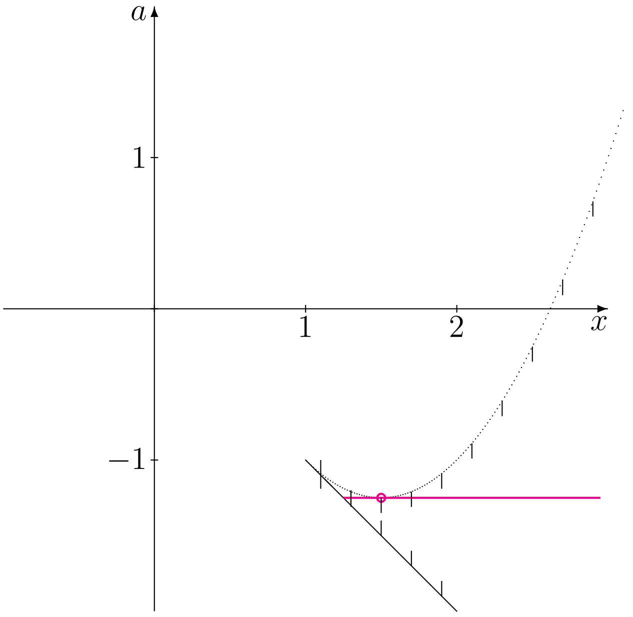
1) $x - 1 > \sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x \geq -a, \\ x \geq 1, \\ a = x^2 - 3x + 1. \end{cases}$$

Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x - 1 > \sqrt{x-a}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{если } a < 5/4, \text{ то } x \geq a, \\ \\ \text{если} \qquad\qquad\qquad\quad , \text{ то} \\ \\ \\ \\ \text{если} \qquad\quad , \text{ то} \end{array} \right.$$



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

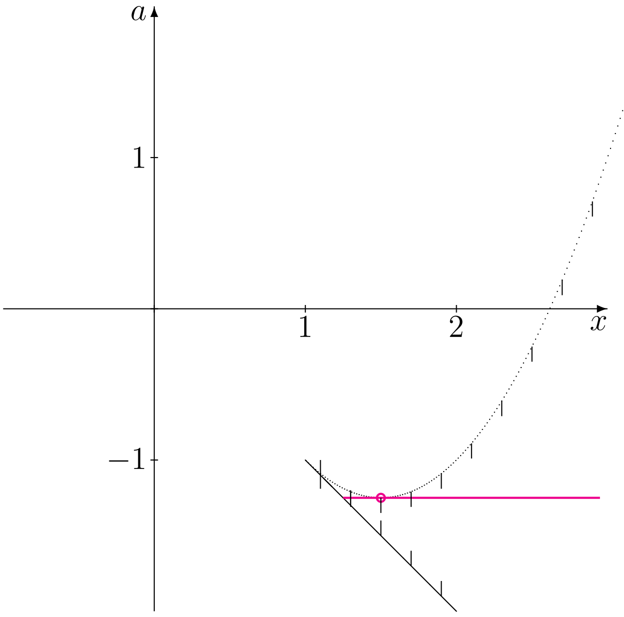
1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\ge -a, \\ x\ge 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то } x\ge a, \\ \text{если } \qquad\qquad\qquad, \text{ то } x\in\left[a, \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right)\cup \\ \cup\left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}, +\infty\right), \\ \text{если } \qquad\qquad, \text{ то} \end{cases}$$



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

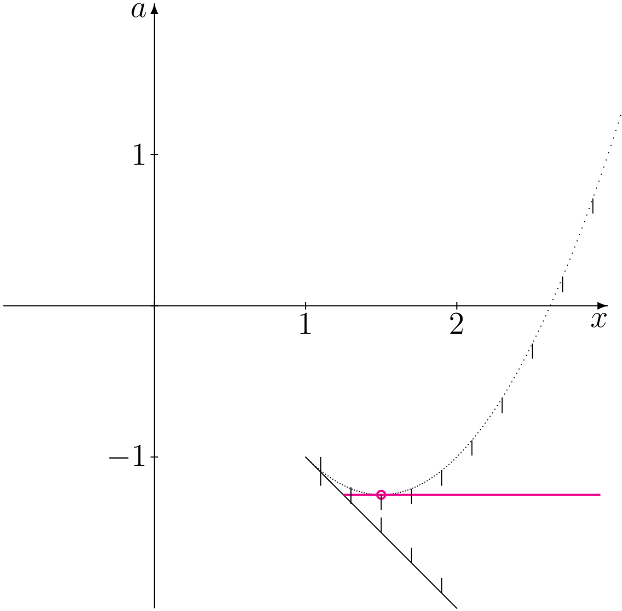
1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то } x\geq a, \\ \text{если } -1<a\leq 5/4, \text{ то } x\in\left[a, \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right)\cup \\ \cup\left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}, +\infty\right), \\ \text{если } \qquad\qquad, \text{ то} \end{cases}$$



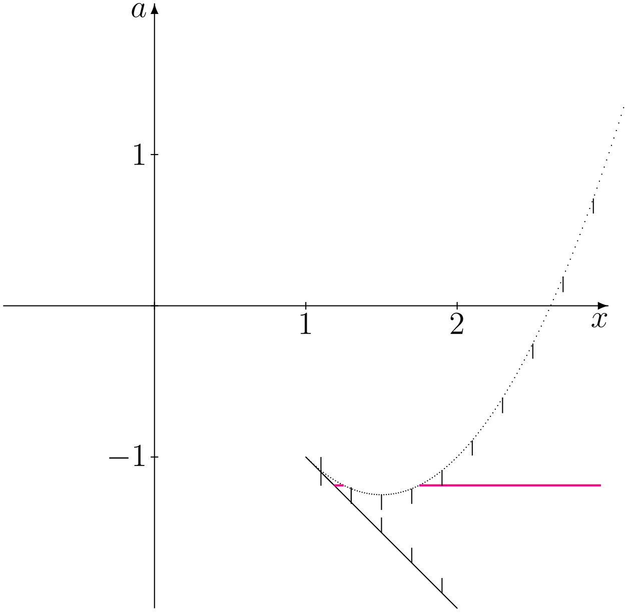
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x - 1 > \sqrt{x+a}$; **2)** $x - 1 < \sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x - 1 > \sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x \geq -a, \\ x \geq 1, \\ a = x^2 - 3x + 1. \end{cases}$$



Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x - 1 > \sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a < 5/4, \text{ то } x \geq a, \\ \text{если } -1 < a \leq 5/4, \text{ то } x \in \left[a, \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right) \cup \\ \cup \left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}, +\infty\right), \\ \text{если } \qquad\qquad, \text{ то} \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x - 1 > \sqrt{x+a}$; **2)** $x - 1 < \sqrt{x+a}$.

Ответ.

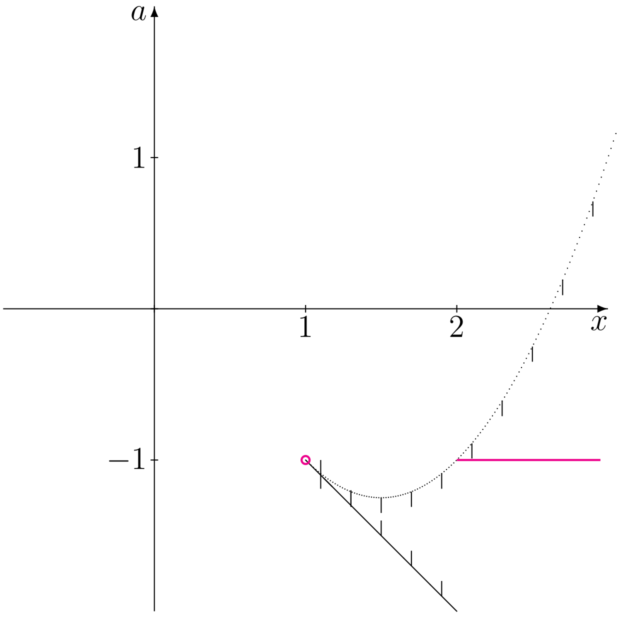
1) $x - 1 > \sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x \geq -a, \\ x \geq 1, \\ a = x^2 - 3x + 1. \end{cases}$$

Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x - 1 > \sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a < 5/4, \text{ то } x \geq a, \\ \text{если } -1 < a \leq 5/4, \text{ то } x \in \left[a, \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right) \cup \\ \cup \left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}, +\infty\right), \\ \text{если } \qquad\qquad, \text{ то} \end{cases}$$



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

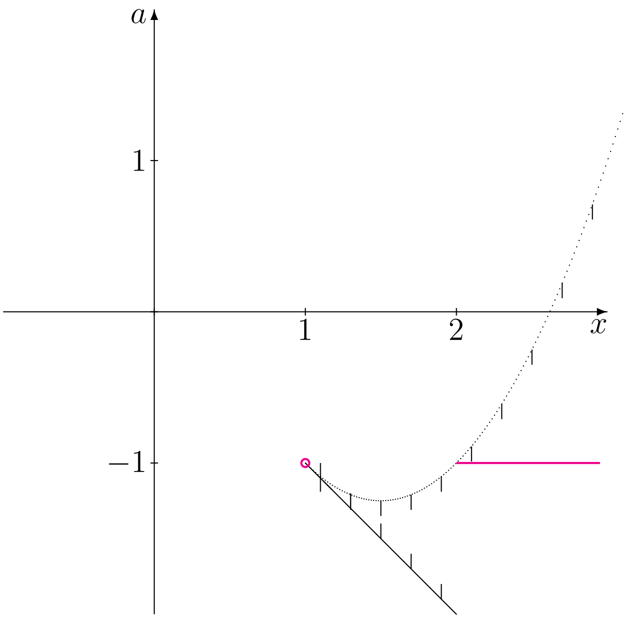
1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то } x\geq a, \\ \text{если } -1<a\leq 5/4, \text{ то } x\in\left[a,\dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right)\cup \\ \cup\left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2},+\infty\right), \\ \text{если } \qquad\qquad, \text{ то } x\geq\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}. \end{cases}$$



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

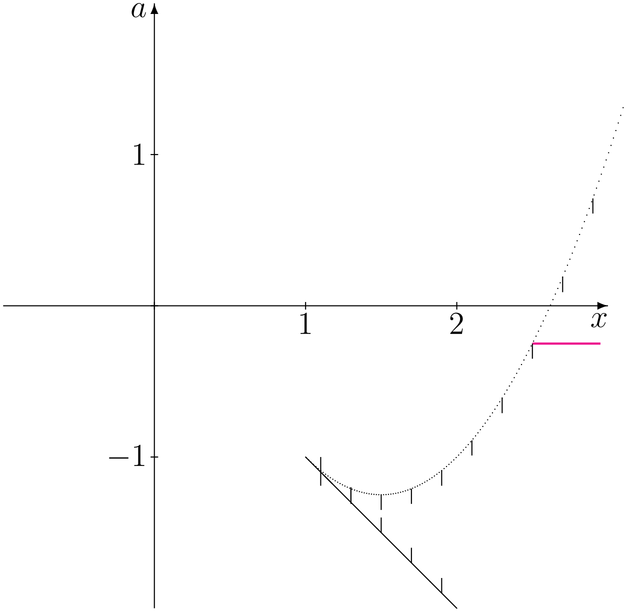
1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то } x\geq a, \\ \text{если } -1<a\leq 5/4, \text{ то } x\in\left[a,\dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right)\cup \\ \cup\left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2},+\infty\right), \\ \text{если } \qquad\qquad, \text{ то } x\geq\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}. \end{cases}$$



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

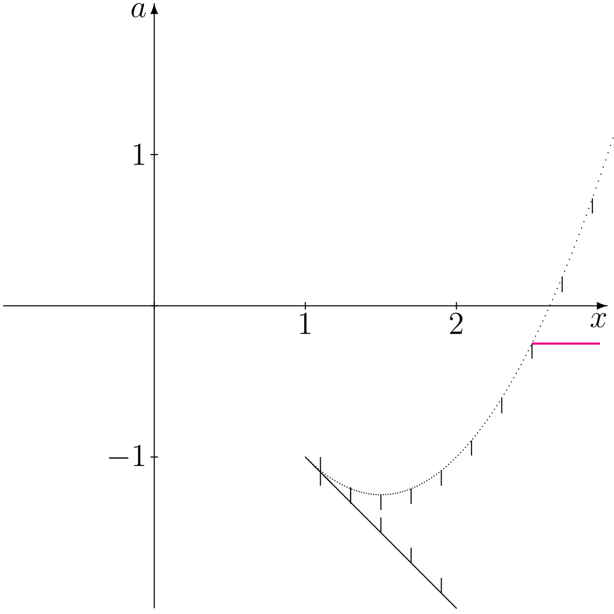
1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то } x\geq a, \\ \text{если } -1<a\leq 5/4, \text{ то } x\in\left[a, \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right)\cup \\ \cup\left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}, +\infty\right), \\ \text{если } a<-1, \text{ то } x\geq\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}. \end{cases}$$



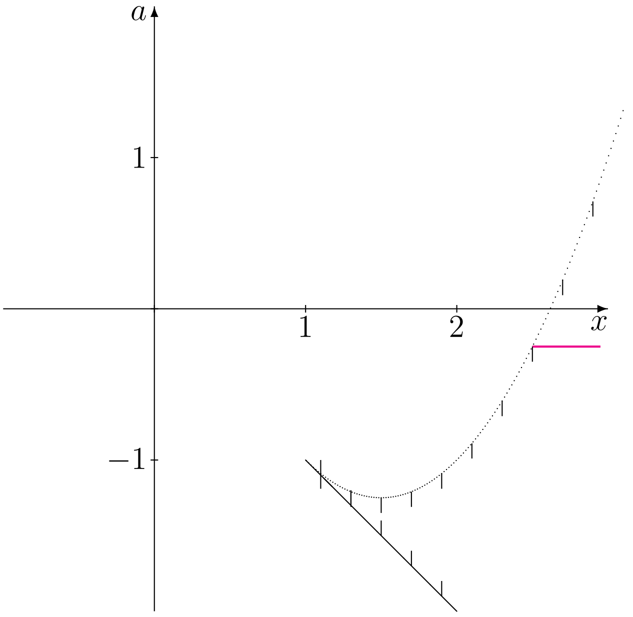
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

1) $x-1>\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ x\geq 1, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$



Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$. Неравенство 1) решено.

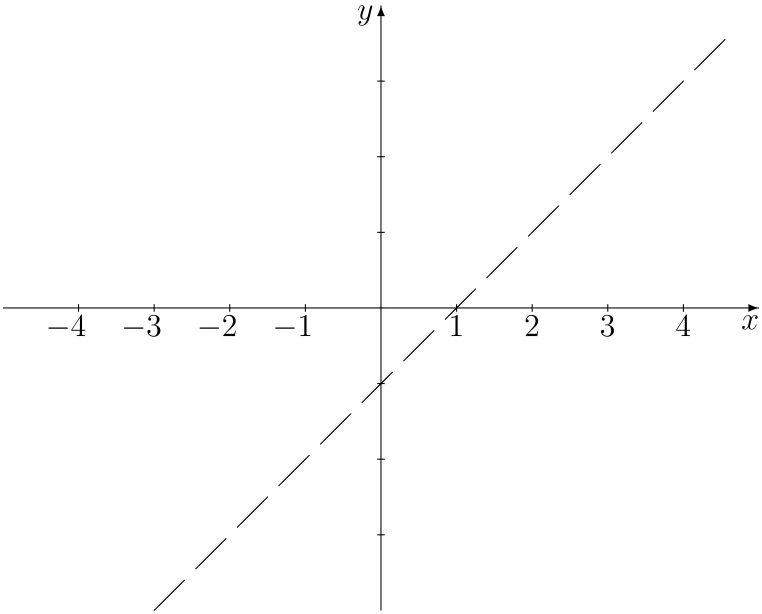
$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то } x\geq a, \\ \text{если } -1<a\leq 5/4, \text{ то } x\in\left[a,\dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}\right)\cup \\ \cup\left(\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2},+\infty\right), \\ \text{если } a<-1, \text{ то } x\geq\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}. \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.

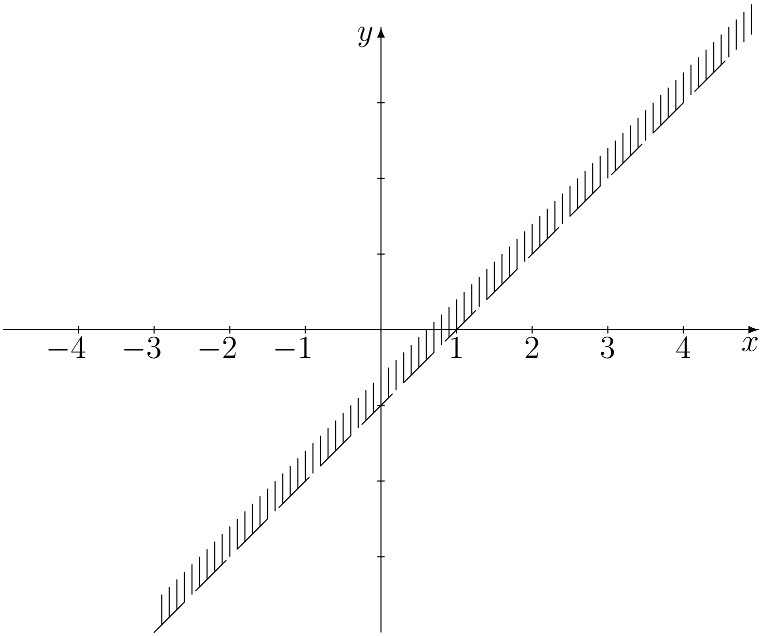


Задача 1. Решите неравенства **1)** $x - 1 > \sqrt{x+a}$; **2)** $x - 1 < \sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x - 1 < \sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.

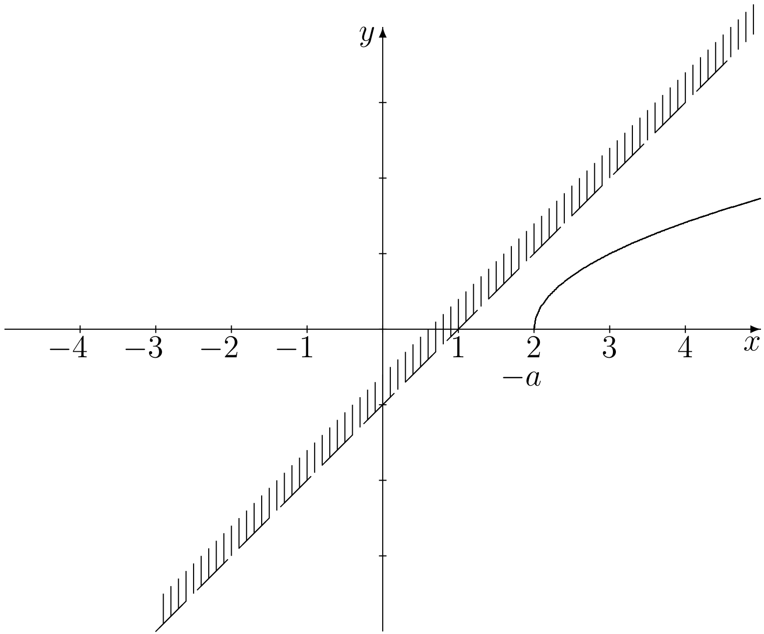


Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

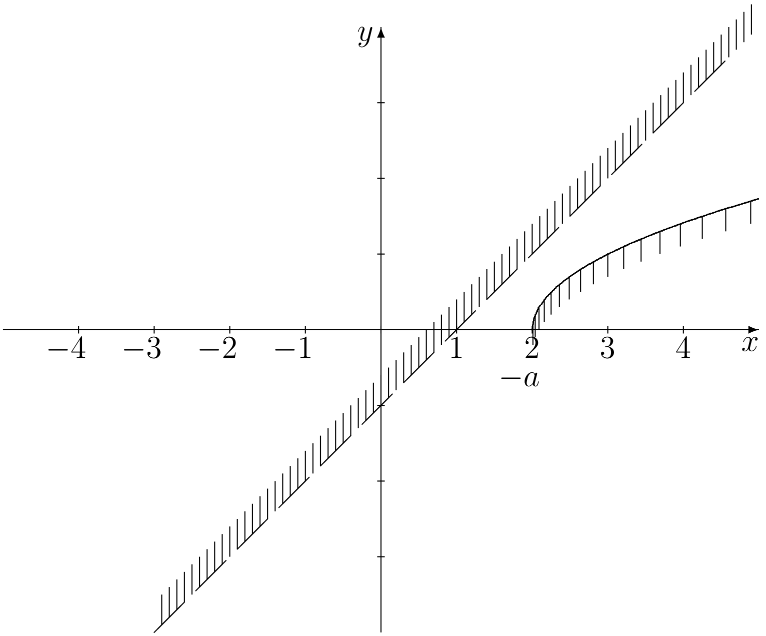
Применим тот же метод.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**
Применим тот же метод.

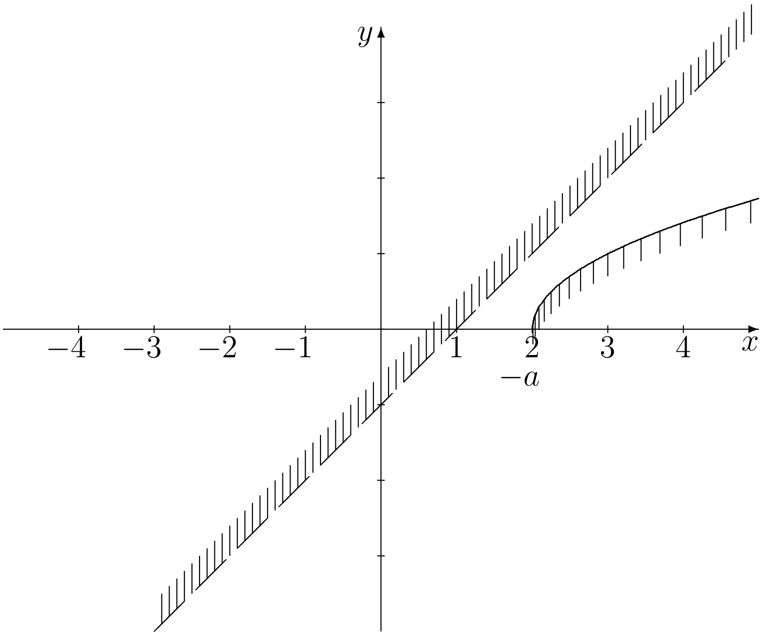


Задача 1. Решите неравенства **1)** $x - 1 > \sqrt{x+a}$; **2)** $x - 1 < \sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x - 1 < \sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.



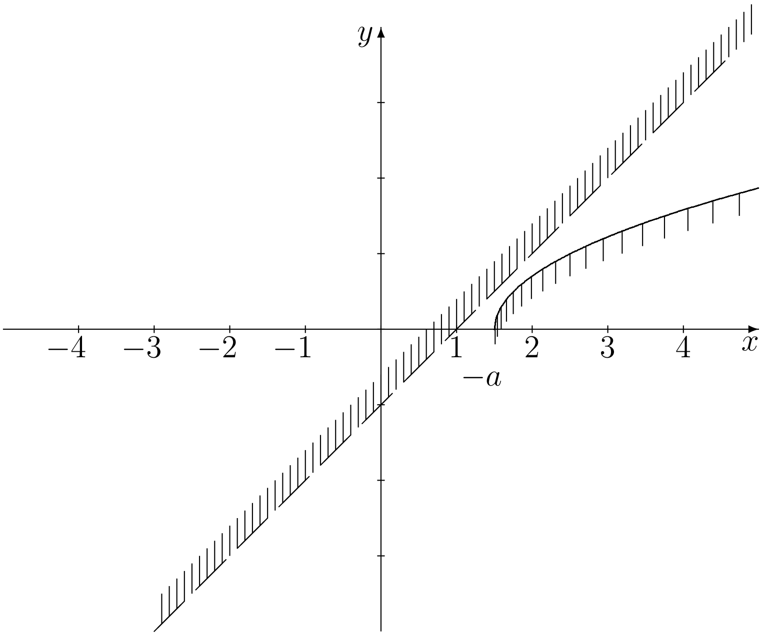
$\begin{cases} \text{если} \qquad\qquad\quad \text{, то нет решений,} \\ \\ \end{cases}$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.



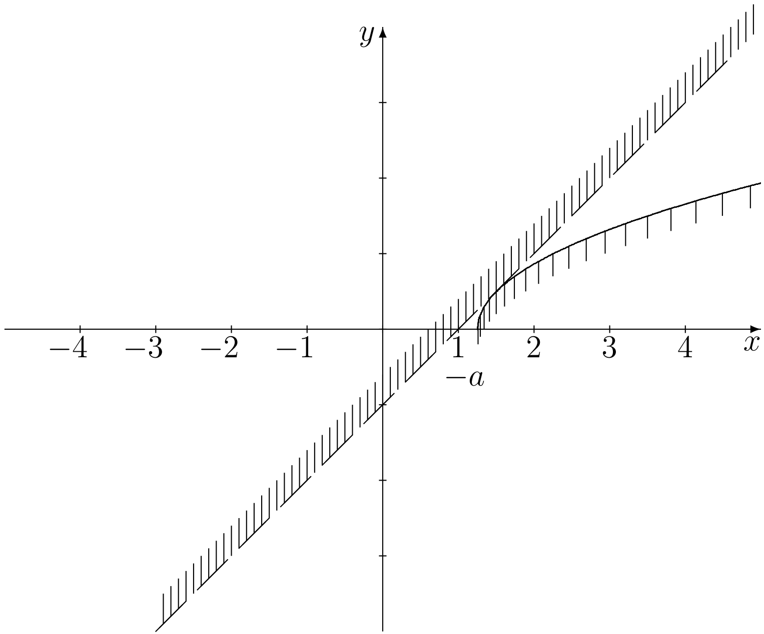
$\left\{ \begin{array}{l} \text{если } \qquad\qquad \text{, то нет решений,} \\ \\ \\ \end{array} \right.$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.



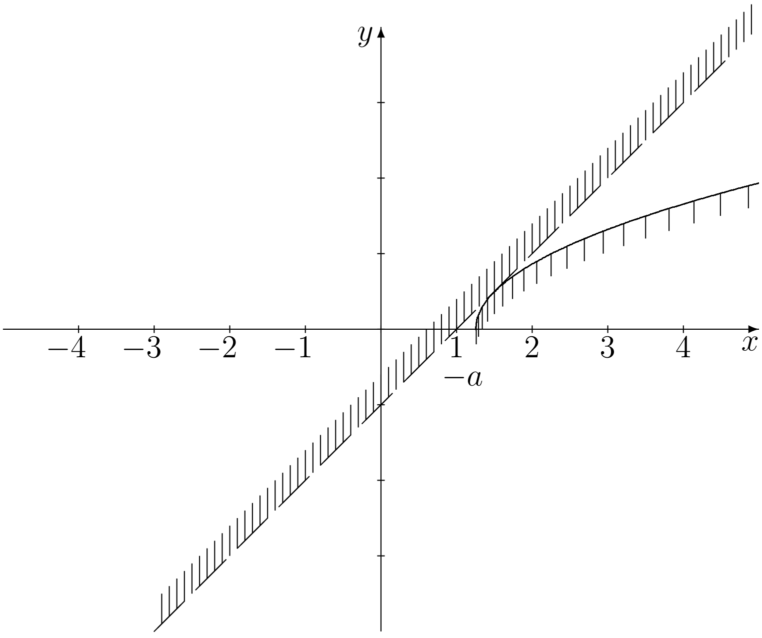
$$\left\{\begin{array}{l} \text{если} \qquad\qquad\quad \text{, то нет решений,} \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.



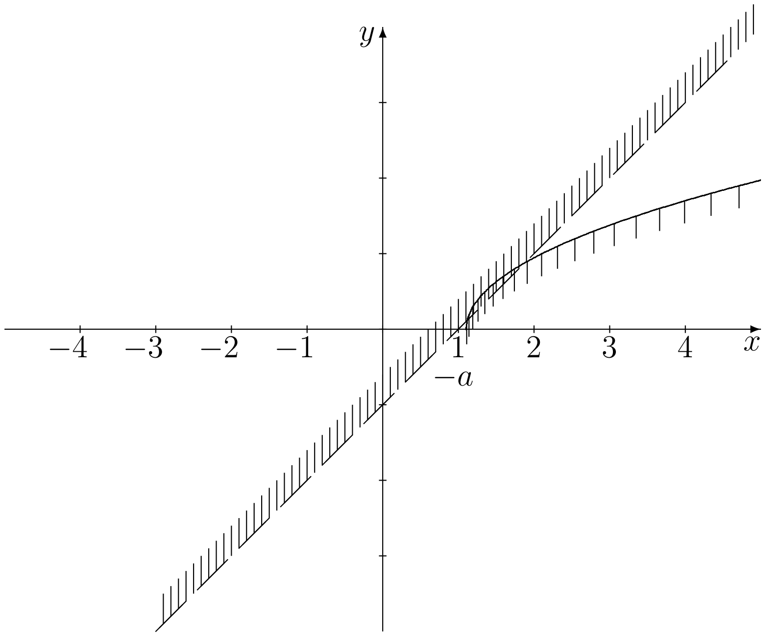
$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений,} \\ \\ \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.



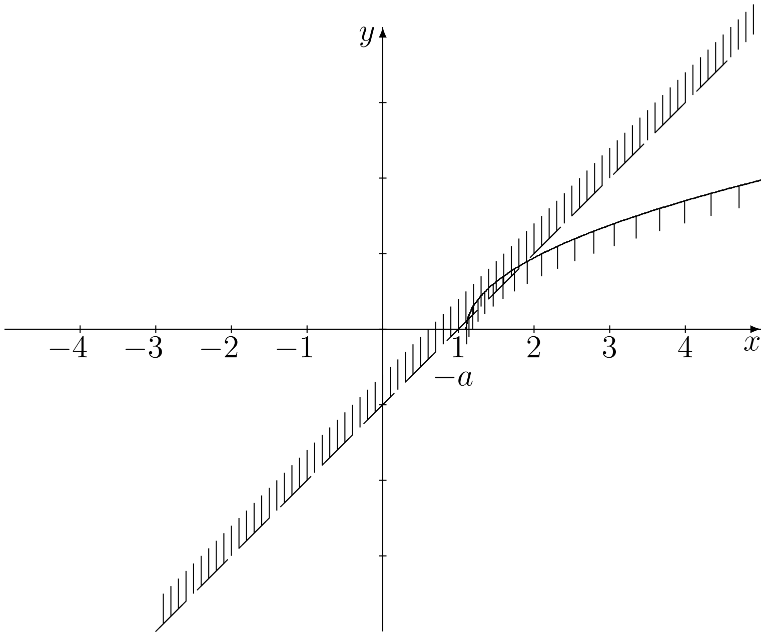
$$\left\{\begin{array}{l} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений,} \\ \\ \text{если } \qquad\qquad\qquad\qquad, \text{ то} \\ \\ \end{array}\right.$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.



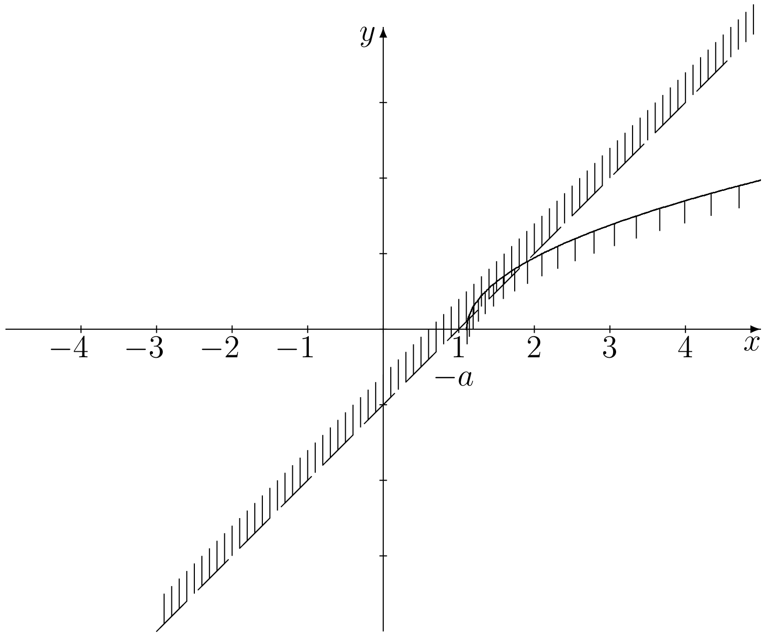
$$\left\{\begin{array}{l} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений,} \\ \text{если } \qquad <a\le 5/4, \text{ то} \\ \\ \end{array}\right.$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.



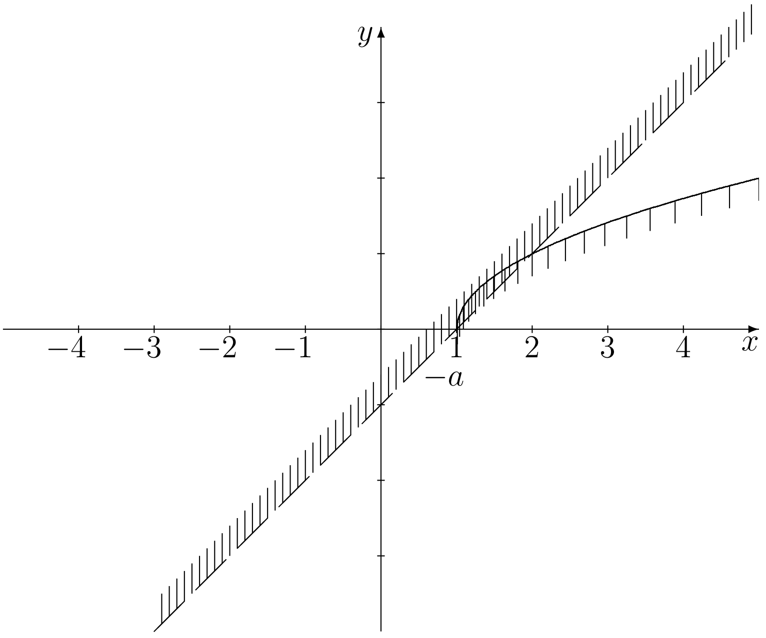
$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений,} \\ \text{если } \qquad <a\le 5/4, \text{ то } \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}, \\ \\ \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.



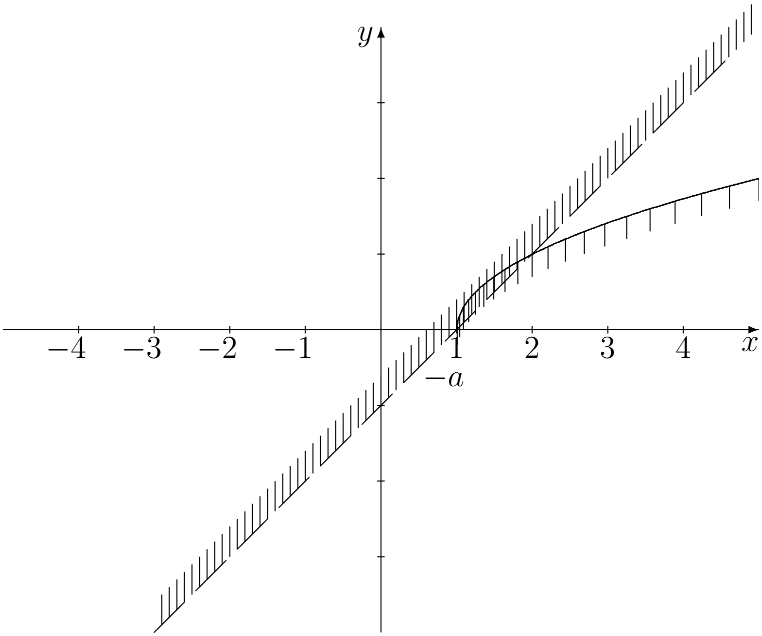
$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений,} \\ \text{если } \qquad < a \le 5/4, \text{ то } \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2} < x < \dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}, \\ \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.



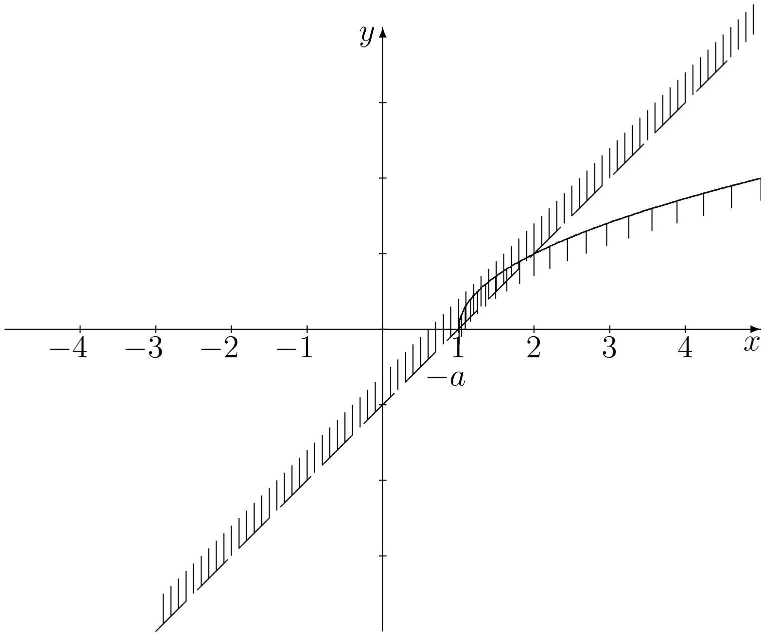
$$\left\{\begin{array}{l}\text{если } a<5/4, \text{ то нет решений,}\\ \text{если } -1<a\le 5/4, \text{ то } \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2},\\ \\ \end{array}\right.$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.



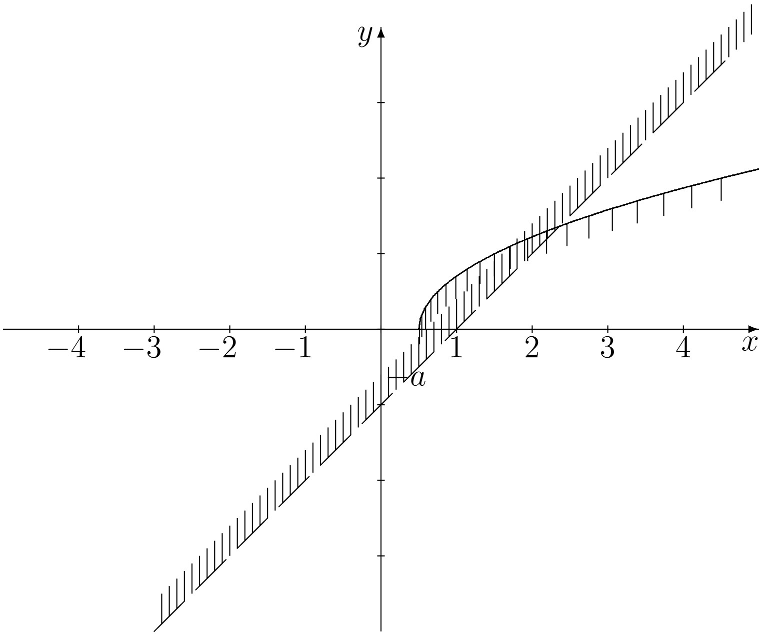
$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений},\\ \text{если } -1<a\le 5/4, \text{ то } \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2},\\ \text{если } a<-1, \text{ то} \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.



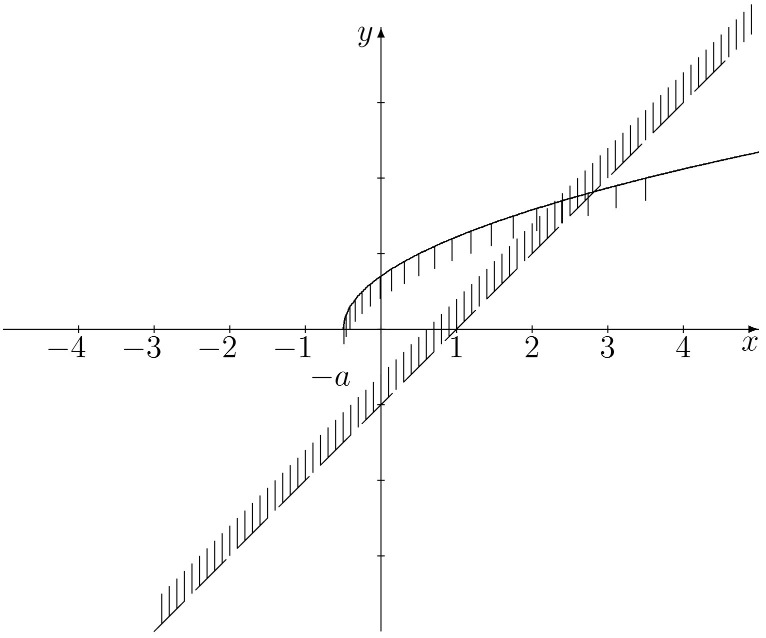
$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений,} \\ \text{если } -1<a\le 5/4, \text{ то } \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}, \\ \text{если } a<-1, \text{ то} \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.



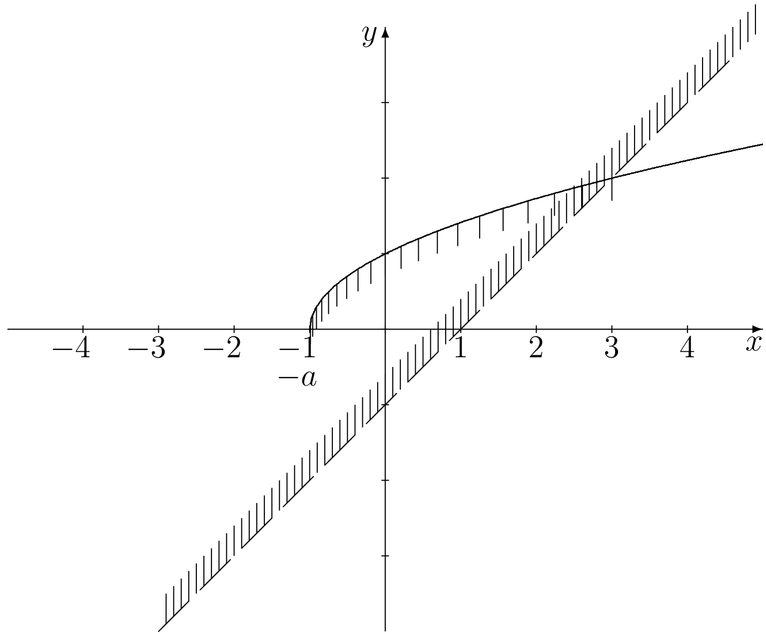
$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений}, \\ \text{если } -1<a\le 5/4, \text{ то } \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}, \\ \text{если } a<-1, \text{ то} \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Первое решение.**

Применим тот же метод.



$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений}, \\ \text{если } -1<a\le 5/4, \text{ то } \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}, \\ \text{если } a<-1, \text{ то } -a\le x\le \dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}. \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x - 1 > \sqrt{x+a}$; **2)** $x - 1 < \sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x - 1 < \sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.
Ответ.
2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**
Решим вспомогательное уравнение:

$x-1=\sqrt{x+a}\ \Rightarrow$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x-1=\sqrt{x+a} \;\Rightarrow\; x^2-2x+1=x+a.$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$\begin{cases} x \geq -a, \\ a = x^2 - 3x + 1. \end{cases}$$

$x-1=\sqrt{x+a} \;\Rightarrow\; x^2-2x+1=x+a.$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$\begin{cases} x \geq -a, \\ a = x^2 - 3x + 1. \end{cases}$$

Найдём корни вспомогательного уравнения $x^2 - 3x + 1 - a = 0$.

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$

Найдём корни вспомогательного уравнения $x^2-3x+1-a=0$.

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и ОДЗ $x\geq -a$.

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

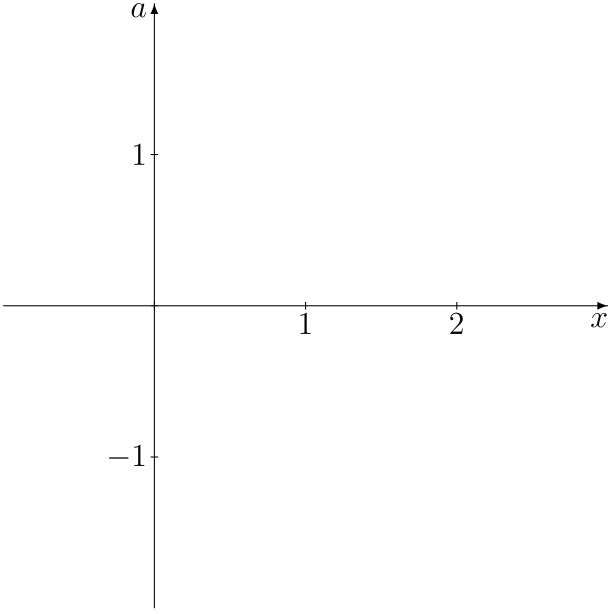
Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и ОДЗ $x\geq -a$.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x - 1 > \sqrt{x+a}$; **2)** $x - 1 < \sqrt{x+a}$.

Ответ.

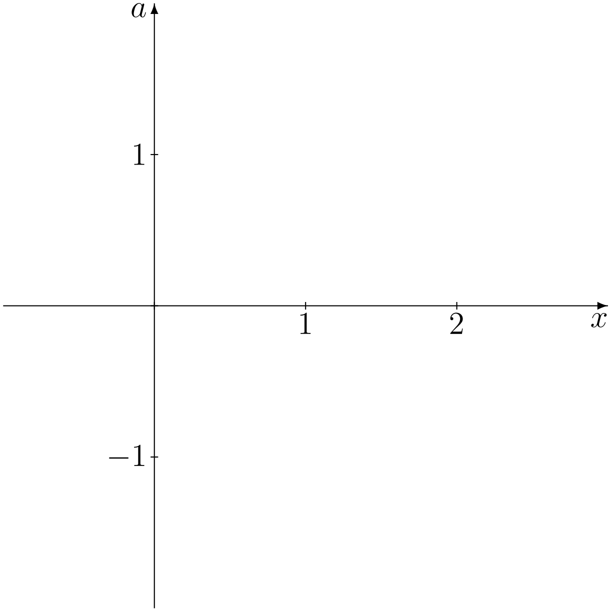
2) $x - 1 < \sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x \geq -a, \\ a = x^2 - 3x + 1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и ОДЗ $x \geq -a$.

Граница: $a = -x$.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

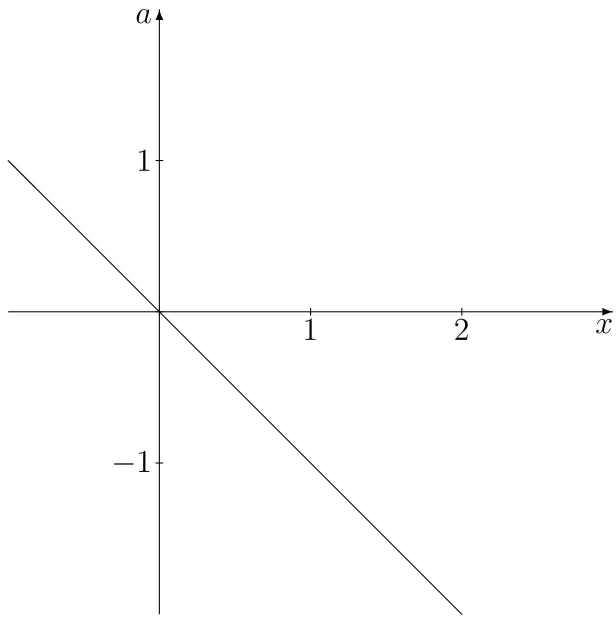
2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и ОДЗ $x\geq -a$.

Граница: $a=-x$.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.
Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

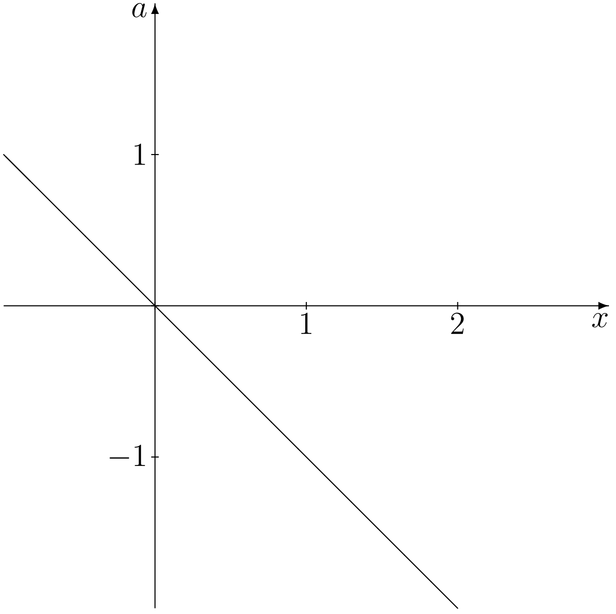
Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и ОДЗ $x\geq -a$.

Граница: $a=-x$.

Для выполнения $x\geq -a$ значение переменной x
увеличивать?
можно уменьшать?



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

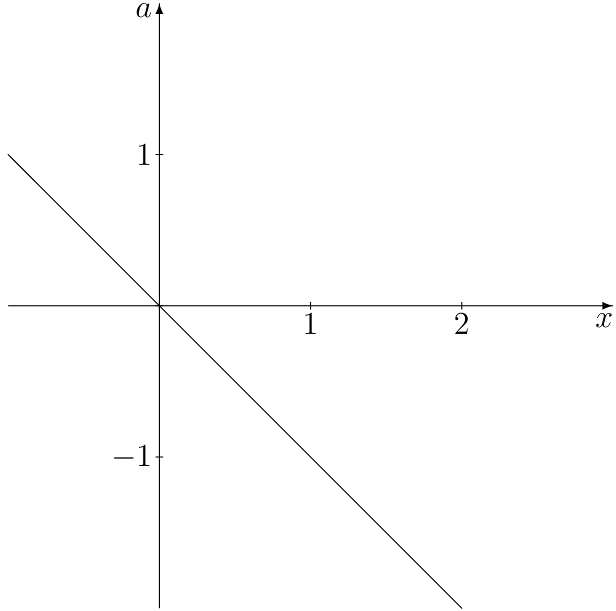
$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}.\quad \begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и ОДЗ $x\geq -a$.

Граница: $a=-x$.

Для выполнения $x\geq -a$ значение переменной x

можно увеличивать.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

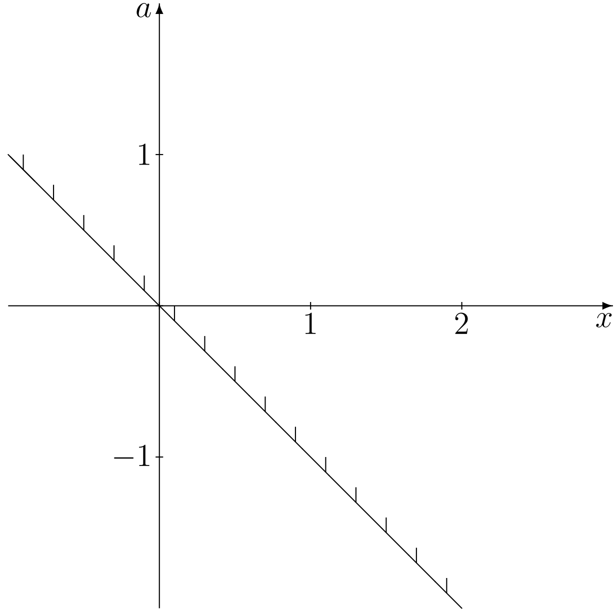
$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и ОДЗ $x\geq -a$.

Граница: $a=-x$.

Для выполнения $x\geq -a$ значение переменной x

можно увеличивать.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

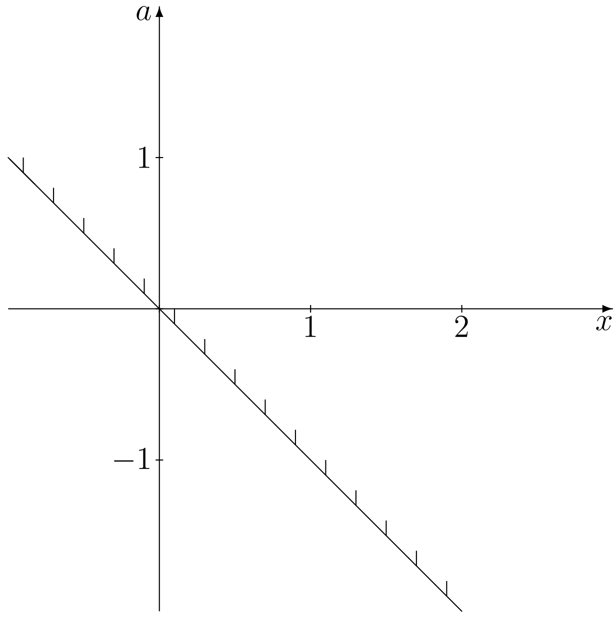
2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и ОДЗ $x\geq -a$.

Граница: $a=x^2-3x+1$.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

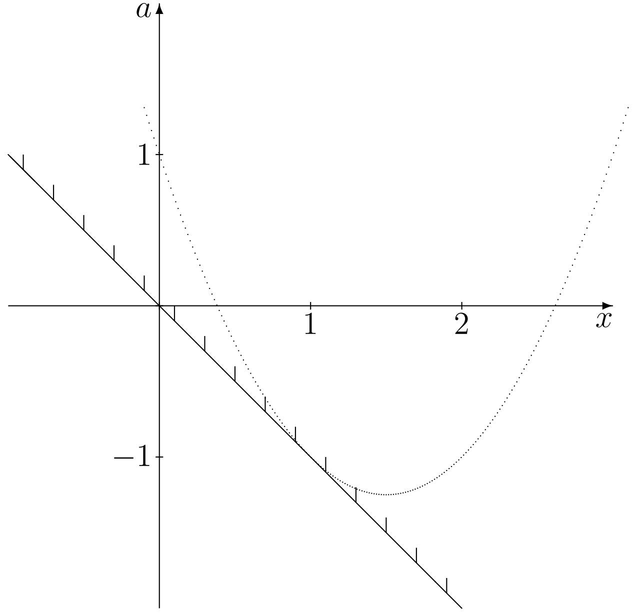
2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и ОДЗ $x\geq -a$.

Граница: $a=x^2-3x+1$.



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

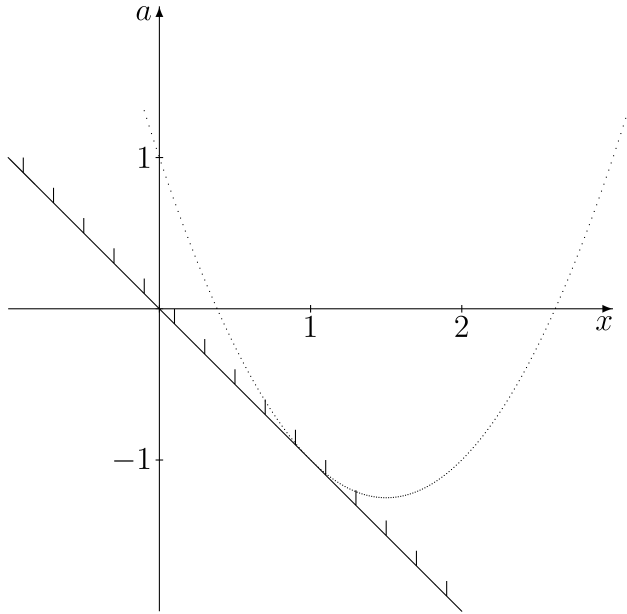
Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\ge -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и ОДЗ $x\ge -a$.

Граница: $a=x^2-3x+1$.

Для выполнения $x-1>\sqrt{x+a}$ значение пере-
увеличивать?
менной a можно уменьшать?



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

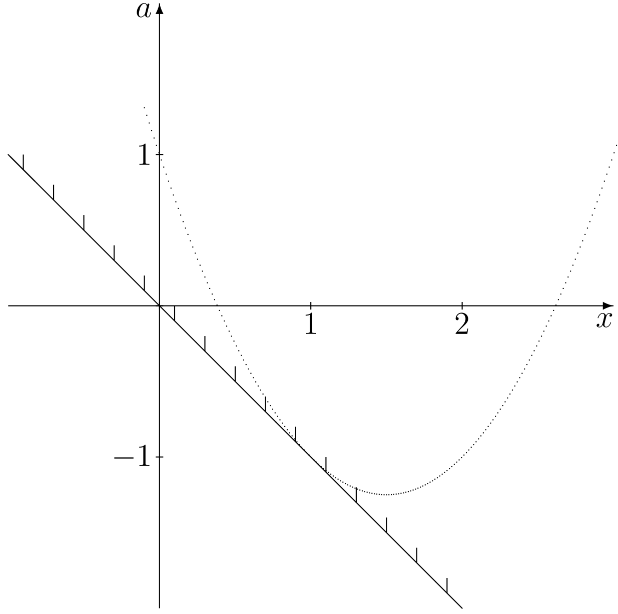
Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и ОДЗ $x\geq -a$.

Граница: $a=x^2-3x+1$.

Для выполнения $x-1>\sqrt{x+a}$ значение переменной a можно увеличивать.



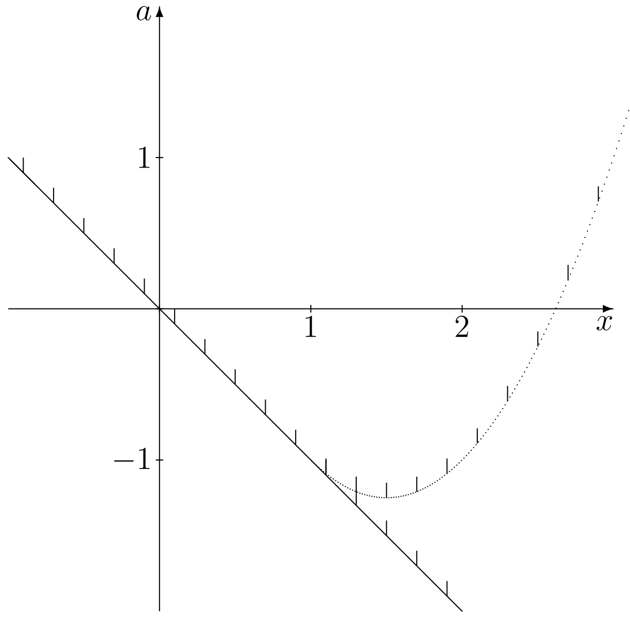
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$



Построим множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству и ОДЗ $x\geq -a$.

Граница: $a=x^2-3x+1$.

Для выполнения $x-1>\sqrt{x+a}$ значение переменной a можно увеличивать.

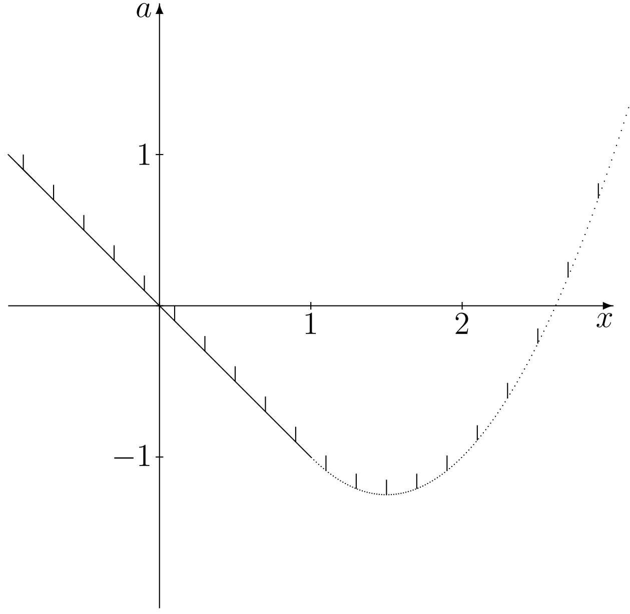
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$



Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

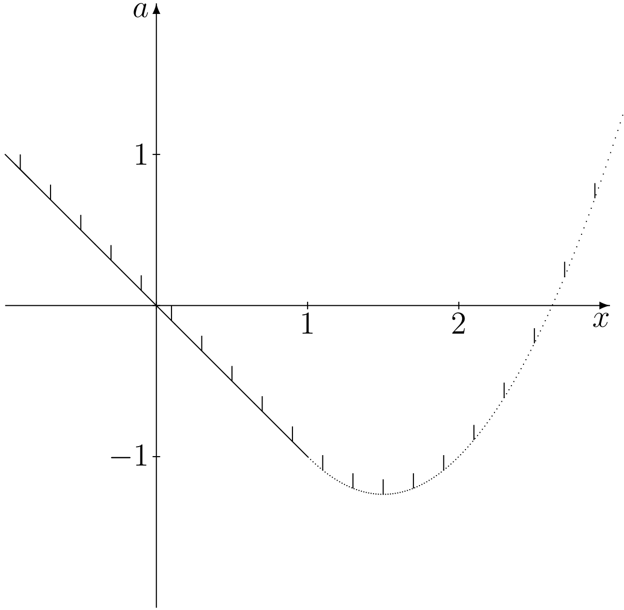
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$



Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{если} \qquad\qquad , \text{ то} \qquad\qquad\qquad , \\ \text{если} \qquad\qquad\qquad\qquad , \text{ то} \\ \text{если} \qquad\qquad , \text{ то} \end{array} \right.$

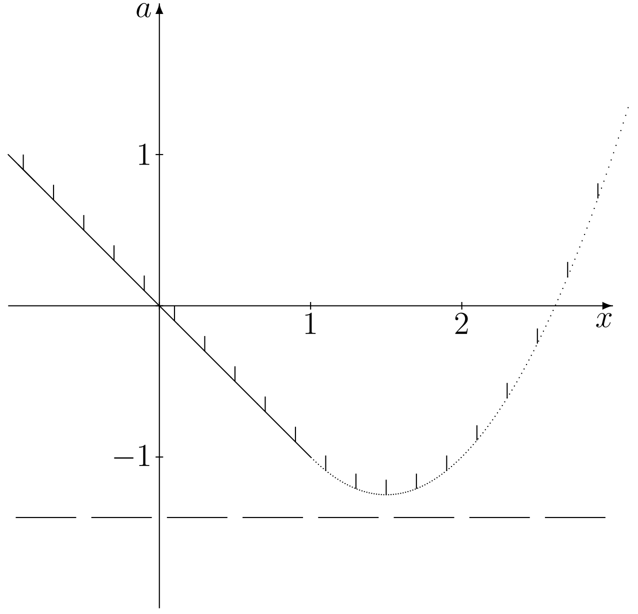
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$



Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{если} \qquad\qquad\quad \text{, то} \qquad\qquad\qquad\qquad\quad , \\ \text{если} \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \text{, то} \\ \text{если} \qquad\qquad\quad \text{, то} \end{array} \right.$

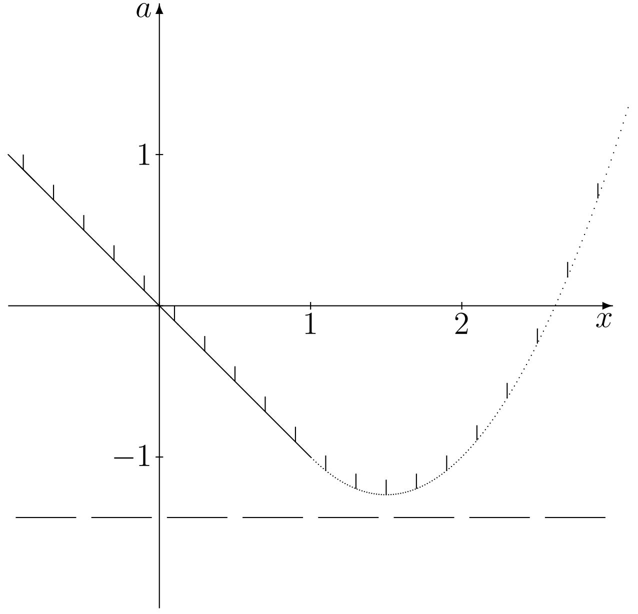
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$



Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$\left\{\begin{array}{l} \text{если} \qquad\qquad \text{, то нет решений,} \\ \text{если} \qquad\qquad\qquad\qquad \text{, то} \\ \text{если} \qquad\qquad \text{, то} \end{array}\right.$

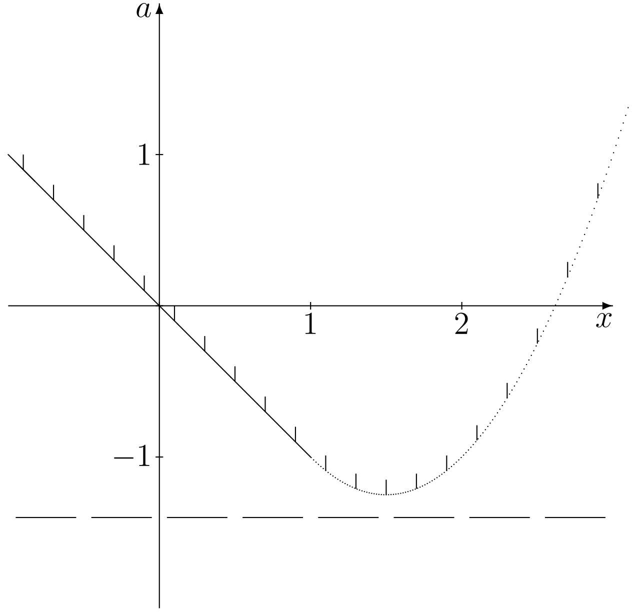
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}.\quad \begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$



Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений,} \\ \text{если } \qquad\qquad\qquad, \text{ то} \\ \text{если } \qquad\quad, \text{ то} \end{cases}$$

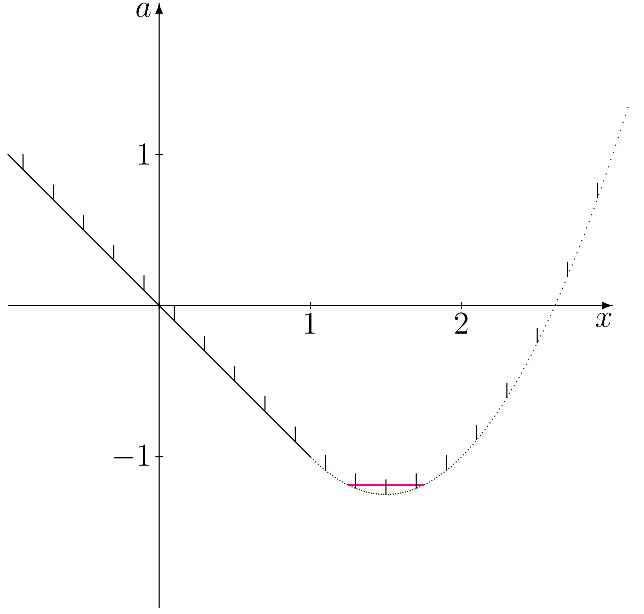
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$



Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений,} \\ \text{если } \qquad\qquad\qquad\qquad, \text{ то} \\ \text{если } \qquad\qquad, \text{ то} \end{cases}$$

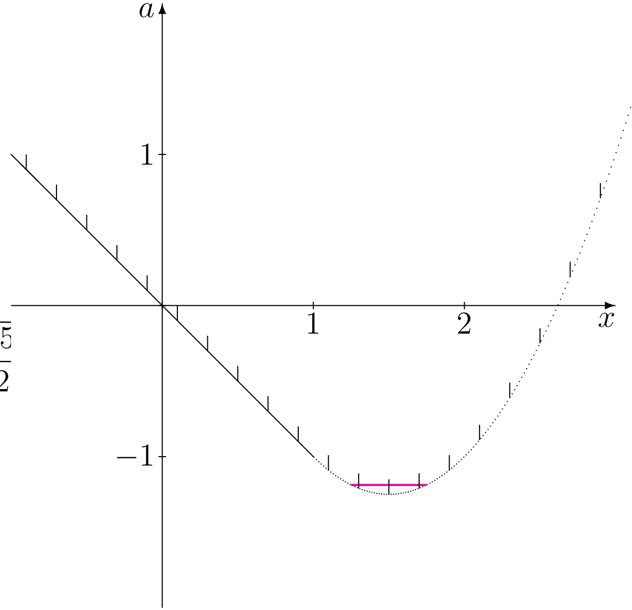
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$



Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений}, \\ \text{если } \qquad\qquad, \text{ то } \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ \text{если } \qquad, \text{ то} \end{cases}$$

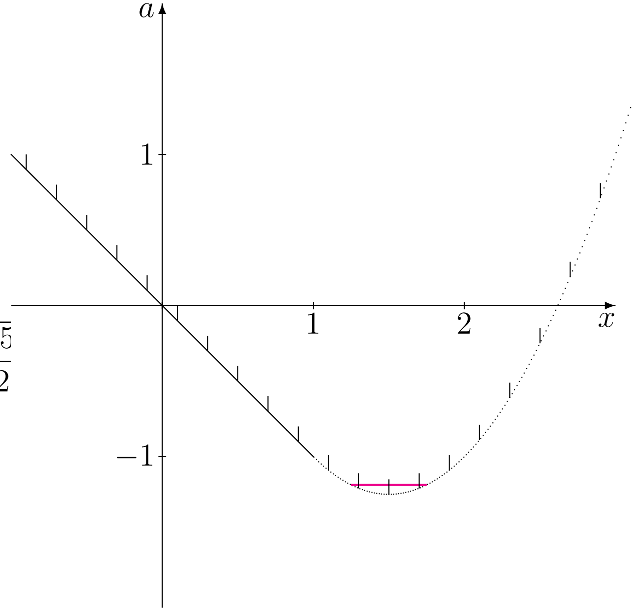
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$



Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений,} \\ \text{если } -1<a\leq 5/4, \text{ то } \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ \text{если } \qquad\qquad, \text{ то} \end{cases}$$

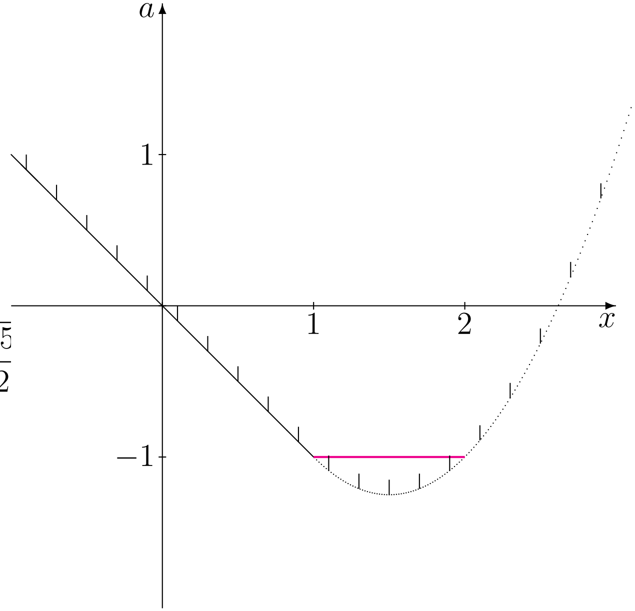
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}.\quad \begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$



Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений,} \\ \text{если } -1<a\leq 5/4, \text{ то } \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ \text{если } \qquad\qquad, \text{ то} \end{cases}$$

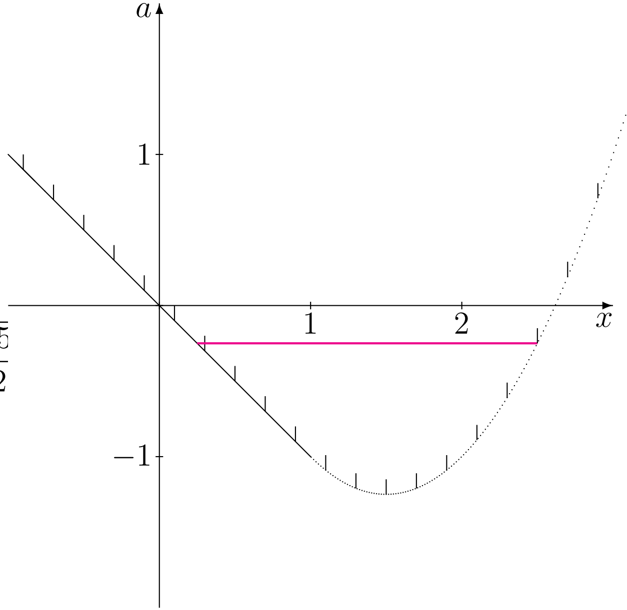
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$



Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений,} \\ \text{если } -1<a\leq 5/4, \text{ то } \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ \text{если } \qquad\qquad, \text{ то} \end{cases}$$

Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

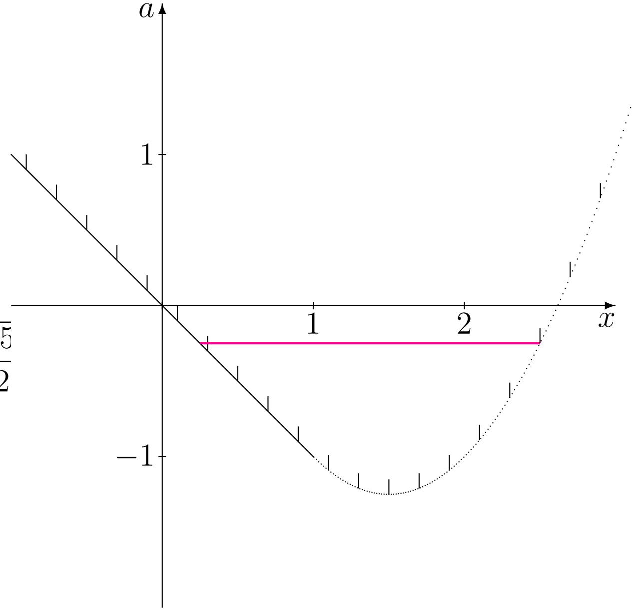
2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$

Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений,} \\ \text{если } -1<a\leq 5/4, \text{ то } \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ \text{если } \qquad\qquad, \text{ то } -a\leq x\leq\dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}. \end{cases}$$



Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

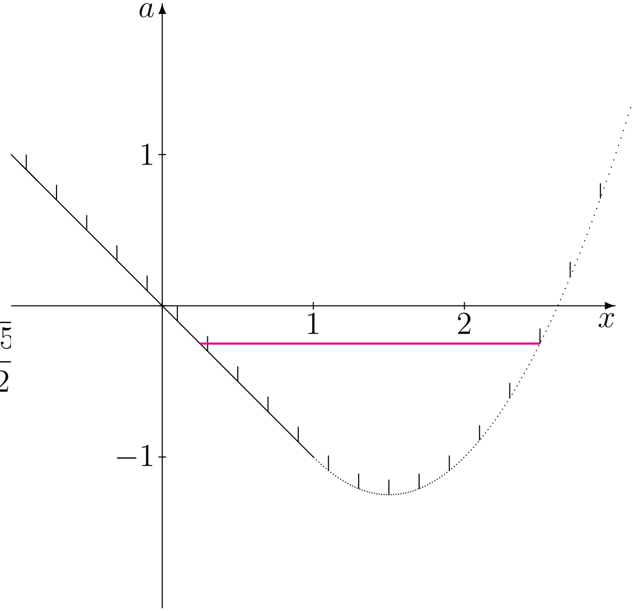
2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}. \quad \begin{cases} x\geq -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$$

Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$.

$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений,} \\ \text{если } -1<a\leq 5/4, \text{ то } \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ \text{если } a<-1, \text{ то } -a\leq x\leq \dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}. \end{cases}$$



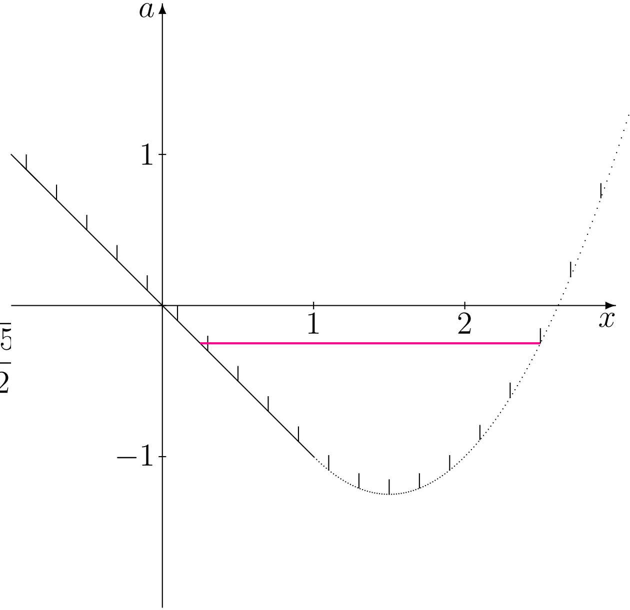
Задача 1. Решите неравенства **1)** $x-1>\sqrt{x+a}$; **2)** $x-1<\sqrt{x+a}$.

Ответ.

2) $x-1<\sqrt{x+a}$. **Второе решение.**

Решим вспомогательное уравнение:

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5+4a}}{2}$. $\begin{cases} x\ge -a, \\ a=x^2-3x+1. \end{cases}$



Получили множество точек, координаты которых удовлетворяют исходному неравенству $x-1>\sqrt{x-a}$. Неравенство 2) решено.

$$\begin{cases} \text{если } a<5/4, \text{ то нет решений}, \\ \text{если } -1<a\le 5/4, \text{ то } \dfrac{3-\sqrt{5+4a}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ \text{если } a<-1, \text{ то } -a\le x\le \dfrac{3+\sqrt{5+4a}}{2}. \end{cases}$$

Решение задачи 2.

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ.

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ.

Сведем уравнение к функции от «одинарного» угла. Имеем

$$\sin 3x =$$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ.

Сведем уравнение к функции от «одинарного» угла. Имеем

$$\sin 3x = \sin(2x + x) =$$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ.

Сведем уравнение к функции от «одинарного» угла. Имеем

$$\sin 3x = \sin(2x + x) = \sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x =$$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ.

Сведем уравнение к функции от «одинарного» угла. Имеем

$$\sin 3x = \sin(2x + x) = \sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x =$$

$$= 2 \sin x \cos^2 x + \left(2 \cos^2 x - 1\right) \sin x =$$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ.

Сведем уравнение к функции от «одинарного» угла. Имеем

$$\sin 3x = \sin(2x + x) = \sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x =$$

$$= 2 \sin x \cos^2 x + \left(2 \cos^2 x - 1\right) \sin x = \sin x \left(4 \cos^2 x - 1\right).$$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow$$

Сведем уравнение к функции от «одинарного» угла. Имеем

$$\sin 3x = \sin(2x + x) = \sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x =$$

$$= 2\sin x \cos^2 x + \left(2\cos^2 x - 1\right)\sin x = \sin x \left(4\cos^2 x - 1\right).$$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

Сведем уравнение к функции от «одинарного» угла. Имеем

$$\sin 3x = \sin(2x + x) = \sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x =$$

$$= 2\sin x \cos^2 x + \left(2\cos^2 x - 1\right)\sin x = \sin x \left(4\cos^2 x - 1\right).$$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \bigl(4\cos^2 x - 1\bigr) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \,\bigl(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\bigr) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0$.

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \ \Rightarrow \ x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$

2a) если $a = 0$, то

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$

2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$

2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$

2a) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \ \Rightarrow \ x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x =$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 4a^2}}{4a}$.

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x\left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0$.
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0$.
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \le 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow$

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$

2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$

2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$

2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.

Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow$

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}.$
Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow$

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} \dfrac{1+4a+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq 0, \\ a > 0 \end{cases} \;\Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$

2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$

2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$

2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.

Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1 + \sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow$

2б$''$) $\dfrac{1 + \sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б$'''$) $\dfrac{1 - \sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1 - \sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б$'$) $\dfrac{1 + \sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} \dfrac{1 + 4a + \sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq 0, \\ a > 0 \end{cases} \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} 1 + 4a \geq -\sqrt{1+4a^2}, \\ a > 0 \end{cases} \;\Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a\cdot\sin 3x=\sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a\cdot\sin x\cdot\left(4\cos^2 x-1\right)-2\sin x\cos x=0 \quad\Leftrightarrow\quad \sin x\left(4a\cos^2 x-2\cos x-a\right)=0.$$

1) $\sin x=0 \;\Rightarrow\; x=k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}.$

2) $4a\cos^2 x-2\cos x-a=0.$

2а) если $a=0$, то $\cos x=0$, откуда $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}.$

2б) если $a\neq 0$, то, по условию, $a>0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+4a^2}}{4a}$.

Учитывая, что $|\cos x|\le 1$, получаем, с учётом $a>0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge -1 \;\Leftrightarrow$

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1 \;\Leftrightarrow$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge -1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1 \;\Leftrightarrow$

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge -1 \;\Leftrightarrow\; \left\{\begin{array}{l}\dfrac{1+4a+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge 0,\\ a>0\end{array}\right. \;\Leftrightarrow\; \left\{\begin{array}{l}1+4a\ge -\sqrt{1+4a^2},\\ a>0\end{array}\right. \;\Leftrightarrow\; a>0.$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \le 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б′) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow\; a \ge 0;$ 2б″) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow$

2б‴) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow$ 2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow$

2б′) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} \dfrac{1+4a+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge 0, \\ a > 0 \end{cases} \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} 1+4a \ge -\sqrt{1+4a^2}, \\ a > 0 \end{cases} \;\Leftrightarrow\; a > 0.$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0$.
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; a \geq 0;$

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б$''$) $\begin{cases} \dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1, \\ a > 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \le 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б′) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow\; a \ge 0;$

2б″) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow$

2б‴) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow$

2б″) $\begin{cases} \dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1-4a+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 0, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; a \geq 0;$

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б$''$) $\begin{cases} \dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1-4a+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 0, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{1+4a^2} \leq 4a-1, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0$.
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \le 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow\; a \ge 0$;

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow$

2б$''$) $\begin{cases} \dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1-4a+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 0, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{1+4a^2} \le 4a-1, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1+4a^2 \le (4a-1)^2, \\ a > 1/4 \end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x\left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$

2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$

2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.

Учитывая, что $|\cos x| \le 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б′) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow\; a \ge 0;$ 2б″) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow$

2б‴) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow$ 2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow$

2б″) $\begin{cases} \dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1-4a+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 0, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{1+4a^2} \le 4a-1, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1+4a^2 \le (4a-1)^2, \\ a > 1/4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a^2 - 8a \ge 0, \\ a > 1/4 \end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a\cdot\sin 3x=\sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a\cdot\sin x\cdot\left(4\cos^2 x-1\right)-2\sin x\cos x=0\quad\Leftrightarrow\quad\sin x\left(4a\cos^2 x-2\cos x-a\right)=0.$$

1) $\sin x=0\ \Rightarrow\ x=k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x-2\cos x-a=0.$
2а) если $a=0$, то $\cos x=0$, откуда $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}.$
2б) если $a\neq 0$, то, по условию, $a>0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x|\le 1$, получаем, с учётом $a>0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge -1\ \Leftrightarrow\ a\ge 0;$

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1\ \Leftrightarrow$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge -1\ \Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1\ \Leftrightarrow$

2б$''$) $\begin{cases}\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1,\\ a>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1-4a+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 0,\\ a>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{1+4a^2}\le 4a-1,\\ a>0\end{cases}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\begin{cases}1+4a^2\le(4a-1)^2,\\ a>1/4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}12a^2-8a\ge 0,\\ a>1/4\end{cases}\Leftrightarrow a\ge\dfrac{2}{3}.$

Задача 2. Решите уравнение $a\cdot\sin 3x=\sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a\cdot\sin x\cdot\left(4\cos^2 x-1\right)-2\sin x\cos x=0 \quad\Leftrightarrow\quad \sin x\left(4a\cos^2 x-2\cos x-a\right)=0.$$

1) $\sin x=0 \;\Rightarrow\; x=k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x-2\cos x-a=0.$
2а) если $a=0$, то $\cos x=0$, откуда $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}.$
2б) если $a\neq 0$, то, по условию, $a>0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x|\le 1$, получаем, с учётом $a>0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge -1 \;\Leftrightarrow\; a\ge 0;$ 2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1 \;\Leftrightarrow\; a\ge\dfrac{2}{3};$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge -1 \;\Leftrightarrow$ 2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1 \;\Leftrightarrow$

2б$''$) $$\begin{cases}\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1,\\ a>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{1-4a+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 0,\\ a>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{1+4a^2}\le 4a-1,\\ a>0\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}1+4a^2\le(4a-1)^2,\\ a>1/4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}12a^2-8a\ge 0,\\ a>1/4\end{cases} \Leftrightarrow a\ge\frac{2}{3}.$$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0$.
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б′) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; a \geq 0$;

2б″) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow\; a \geq \dfrac{2}{3}$;

2б‴) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б‴) $\begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1, \\ a > 0 \end{cases} \;\Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б′) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; a \geq 0;$

2б″) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow\; a \geq \dfrac{2}{3};$

2б‴) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б‴) $\begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1+4a-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq 0, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x\left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \le 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б′) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow\; a \ge 0;$

2б″) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow\; a \ge \dfrac{2}{3};$

2б‴) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow$

2б‴) $\begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1+4a-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge 0, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+4a \ge \sqrt{1+4a^2}, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \ \Rightarrow \ x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0$.
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1 + \sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \ \Leftrightarrow \ a \geq 0$;

2б$''$) $\dfrac{1 + \sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \ \Leftrightarrow \ a \geq \dfrac{2}{3}$;

2б$'''$) $\dfrac{1 - \sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \ \Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1 - \sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \ \Leftrightarrow$

2б$'''$) $\begin{cases} \dfrac{1 - \sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1 + 4a - \sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq 0, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4a \geq \sqrt{1+4a^2}, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (4a+1)^2 \geq 1 + 4a^2, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a\cdot\sin 3x=\sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a\cdot\sin x\cdot\left(4\cos^2 x-1\right)-2\sin x\cos x=0 \quad\Leftrightarrow\quad \sin x\left(4a\cos^2 x-2\cos x-a\right)=0.$$

1) $\sin x=0 \;\Rightarrow\; x=k\pi, \quad k\in\mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x-2\cos x-a=0.$
2а) если $a=0$, то $\cos x=0$, откуда $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, \quad k\in\mathbb{Z}.$
2б) если $a\neq 0$, то, по условию, $a>0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x|\le 1$, получаем, с учётом $a>0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge -1 \;\Leftrightarrow\; a\ge 0;$

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1 \;\Leftrightarrow\; a\ge \dfrac{2}{3};$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge -1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1 \;\Leftrightarrow$

2б$'''$) $\begin{cases}\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge -1,\\ a>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{1+4a-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge 0,\\ a>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}1+4a\ge\sqrt{1+4a^2},\\ a>0\end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases}(4a+1)^2\ge 1+4a^2,\\ a>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}12a^2+8a\ge 0,\\ a>0\end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \ \Rightarrow \ x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$

2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$

2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$

2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.

Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б′) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \ \Leftrightarrow \ a \geq 0;$ 2б″) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \ \Leftrightarrow \ a \geq \dfrac{2}{3};$

2б‴) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \ \Leftrightarrow$ 2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \ \Leftrightarrow$

2б‴) $\begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1+4a-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq 0, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+4a \geq \sqrt{1+4a^2}, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (4a+1)^2 \geq 1+4a^2, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a^2 + 8a \geq 0, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \ a > 0.$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0$.
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1 + \sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; a \geq 0$;

2б$''$) $\dfrac{1 + \sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow\; a \geq \dfrac{2}{3}$;

2б$'''$) $\dfrac{1 - \sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; a > 0$;

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1 - \sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б$'''$) $\begin{cases} \dfrac{1 - \sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1 + 4a - \sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq 0, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4a \geq \sqrt{1+4a^2}, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (4a+1)^2 \geq 1 + 4a^2, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a^2 + 8a \geq 0, \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a > 0.$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; a \geq 0;$

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow\; a \geq \dfrac{2}{3};$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; a > 0;$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a\cdot\sin 3x=\sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a\cdot\sin x\cdot\left(4\cos^2 x-1\right)-2\sin x\cos x=0\quad\Leftrightarrow\quad\sin x\left(4a\cos^2 x-2\cos x-a\right)=0.$$

1) $\sin x=0\ \Rightarrow\ x=k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x-2\cos x-a=0.$
2а) если $a=0$, то $\cos x=0$, откуда $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}.$
2б) если $a\neq 0$, то, по условию, $a>0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x|\leq 1$, получаем, с учётом $a>0$, варианты

2б′) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\geq -1\ \Leftrightarrow\ a\geq 0;$

2б″) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\leq 1\ \Leftrightarrow\ a\geq\dfrac{2}{3};$

2б‴) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\geq -1\ \Leftrightarrow\ a>0;$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\leq 1\ \Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\leq 1\ \Leftrightarrow\ \begin{cases}\dfrac{1-4a-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\leq 0,\\ a>0\end{cases}\ \Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a\cdot\sin 3x=\sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a\cdot\sin x\cdot\left(4\cos^2 x-1\right)-2\sin x\cos x=0 \quad\Leftrightarrow\quad \sin x\left(4a\cos^2 x-2\cos x-a\right)=0.$$

1) $\sin x=0 \;\Rightarrow\; x=k\pi, \quad k\in\mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x-2\cos x-a=0.$
2а) если $a=0$, то $\cos x=0$, откуда $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, \quad k\in\mathbb{Z}.$
2б) если $a\neq 0$, то, по условию, $a>0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x|\le 1$, получаем, с учётом $a>0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge -1 \;\Leftrightarrow\; a\ge 0;$

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1 \;\Leftrightarrow\; a\ge \dfrac{2}{3};$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge -1 \;\Leftrightarrow\; a>0;$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1 \;\Leftrightarrow\; \begin{cases}\dfrac{1-4a-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 0,\\ a>0\end{cases} \;\Leftrightarrow\; \begin{cases}1-4a\le\sqrt{1+4a^2},\\ a>0\end{cases} \;\Leftrightarrow$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \big(4\cos^2 x - 1\big) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \,\big(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\big) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; a \geq 0;$

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow\; a \geq \dfrac{2}{3};$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; a > 0;$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} \dfrac{1-4a-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 0, \\ a > 0 \end{cases} \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} 1-4a \leq \sqrt{1+4a^2}, \\ a > 0 \end{cases} \;\Leftrightarrow\; a > 0.$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0$.
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; a \geq 0$;

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow\; a \geq \dfrac{2}{3}$;

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; a > 0$;

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow\; a \geq 0$.

$$2б^{(4)})\ \frac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} \dfrac{1-4a-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 0, \\ a > 0 \end{cases} \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} 1-4a \leq \sqrt{1+4a^2}, \\ a > 0 \end{cases} \;\Leftrightarrow\; a > 0.$$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \leq 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; a \geq 0;$

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow\; a \geq \dfrac{2}{3};$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \geq -1 \;\Leftrightarrow\; a > 0;$

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \leq 1 \;\Leftrightarrow\; a \geq 0.$

Получили ответ:

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x\left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0.$
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \le 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow\; a \ge 0;$ 2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow\; a \ge \dfrac{2}{3};$

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow\; a > 0;$ 2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow\; a \ge 0.$

Получили ответ: $\left\{\begin{array}{ll} & \text{при} \quad a = 0; \\ & \text{при} \quad 0 < a < \dfrac{2}{3}; \\ & \text{при} \quad a \ge \dfrac{2}{3}. \end{array}\right.$

Задача 2. Решите уравнение $a \cdot \sin 3x = \sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a \cdot \sin x \cdot \left(4\cos^2 x - 1\right) - 2\sin x \cos x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin x \left(4a\cos^2 x - 2\cos x - a\right) = 0.$$

1) $\sin x = 0 \;\Rightarrow\; x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2) $4a\cos^2 x - 2\cos x - a = 0$.
2а) если $a = 0$, то $\cos x = 0$, откуда $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.
2б) если $a \neq 0$, то, по условию, $a > 0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x| \le 1$, получаем, с учётом $a > 0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1 + \sqrt{1 + 4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow\; a \ge 0$;

2б$''$) $\dfrac{1 + \sqrt{1 + 4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow\; a \ge \dfrac{2}{3}$;

2б$'''$) $\dfrac{1 - \sqrt{1 + 4a^2}}{4a} \ge -1 \;\Leftrightarrow\; a > 0$;

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1 - \sqrt{1 + 4a^2}}{4a} \le 1 \;\Leftrightarrow\; a \ge 0$.

Получили ответ: $\begin{cases} x \in \left\{k\pi, \dfrac{\pi}{2} + k\pi \,\middle|\, k \in \mathbb{Z}\right\} & \text{при} \quad a = 0; \\ & \text{при} \quad 0 < a < \dfrac{2}{3}; \\ & \text{при} \quad a \ge \dfrac{2}{3}. \end{cases}$

Задача 2. Решите уравнение $a\cdot\sin 3x=\sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a\cdot\sin x\cdot\left(4\cos^2 x-1\right)-2\sin x\cos x=0\quad\Leftrightarrow\quad\sin x\left(4a\cos^2 x-2\cos x-a\right)=0.$$

1) $\sin x=0\ \Rightarrow\ x=k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}$.
2) $4a\cos^2 x-2\cos x-a=0$.
2а) если $a=0$, то $\cos x=0$, откуда $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}$.
2б) если $a\neq 0$, то, по условию, $a>0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x|\leq 1$, получаем, с учётом $a>0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\geq -1\ \Leftrightarrow\ a\geq 0$;

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\leq 1\ \Leftrightarrow\ a\geq\dfrac{2}{3}$;

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\geq -1\ \Leftrightarrow\ a>0$;

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\leq 1\ \Leftrightarrow\ a\geq 0$.

Получили ответ: $$\left\{\begin{array}{ll} x\in\left\{k\pi,\dfrac{\pi}{2}+k\pi\,\middle|\,k\in\mathbb{Z}\right\} & \text{при}\quad a=0;\\ x\in\left\{k\pi,\pm\arccos\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}+k\pi\,\middle|\,k\in\mathbb{Z}\right\} & \text{при}\quad 0<a<\dfrac{2}{3};\\ & \text{при}\quad a\geq\dfrac{2}{3}.\end{array}\right.$$

Задача 2. Решите уравнение $a\cdot\sin 3x=\sin 2x$, где a — параметр, принимающий неотрицательные значения.

Ответ. Поэтому исходное уравнение равносильно такому:

$$a\cdot\sin x\cdot\big(4\cos^2 x-1\big)-2\sin x\cos x=0\quad\Leftrightarrow\quad\sin x\,\big(4a\cos^2 x-2\cos x-a\big)=0.$$

1) $\sin x=0\ \Rightarrow\ x=k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}$.
2) $4a\cos^2 x-2\cos x-a=0$.
2а) если $a=0$, то $\cos x=0$, откуда $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\quad k\in\mathbb{Z}$.
2б) если $a\neq 0$, то, по условию, $a>0$.

Решая квадратное (относительно $\cos x$) уравнение, получаем $\cos x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+4a^2}}{4a}$.
Учитывая, что $|\cos x|\le 1$, получаем, с учётом $a>0$, варианты

2б$'$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge -1\ \Leftrightarrow\ a\ge 0$;

2б$''$) $\dfrac{1+\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1\ \Leftrightarrow\ a\ge\dfrac{2}{3}$;

2б$'''$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\ge -1\ \Leftrightarrow\ a>0$;

2б$^{(4)}$) $\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}\le 1\ \Leftrightarrow\ a\ge 0$.

Получили ответ:
$$\left\{\begin{array}{ll} x\in\left\{k\pi,\dfrac{\pi}{2}+k\pi\,\Big|\,k\in\mathbb{Z}\right\} & \text{при}\quad a=0;\\ x\in\left\{k\pi,\pm\arccos\dfrac{1-\sqrt{1+4a^2}}{4a}+k\pi\,\Big|\,k\in\mathbb{Z}\right\} & \text{при}\quad 0<a<\dfrac{2}{3};\\ x\in\left\{k\pi,\pm\arccos\dfrac{1\pm\sqrt{1+4a^2}}{4a}+k\pi\,\Big|\,k\in\mathbb{Z}\right\} & \text{при}\quad a\ge\dfrac{2}{3}.\end{array}\right.$$

Решение задачи 3.

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.
Ответ. **Первое решение.** $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x \cos x = a \;\Leftrightarrow$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x \cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x\cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x\cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow\; \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \ \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \ \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \ \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \ \left(\sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x\cos x = a \ \Leftrightarrow \ 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x = a \ \Leftrightarrow$
$$\Leftrightarrow \ \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \ \Leftrightarrow \ \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$
Условие $0 \leq \sin^2 2x \leq 1$ приводит к системе неравенств:

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x \cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \dfrac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow\; \sin 2x = \pm\sqrt{\dfrac{4(1-a)}{3}}.$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$0 \le \dfrac{4(1-a)}{3} \le 1 \;\Leftrightarrow$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x \cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow\; \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 1 - a \le \frac{3}{4} \;\Leftrightarrow$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x \cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow\; \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 1 - a \le \frac{3}{4} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \ \Leftrightarrow$

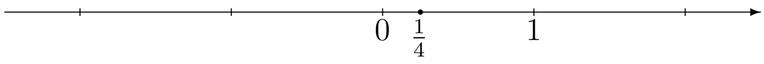
$$\Leftrightarrow \ \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ \left(\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x \cos x = a \ \Leftrightarrow \ 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x = a \ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \ \Leftrightarrow \ \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \ \Leftrightarrow \ 0 \le 1 - a \le \frac{3}{4} \ \Leftrightarrow \ \frac{1}{4} \le a \le 1.$$



Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

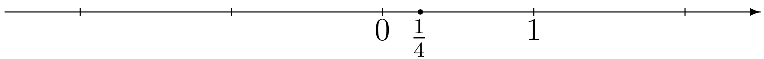
$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x\cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow\; \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 1 - a \le \frac{3}{4} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } \qquad\quad, \text{ то} \\ \\ \end{array}\right.$



Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

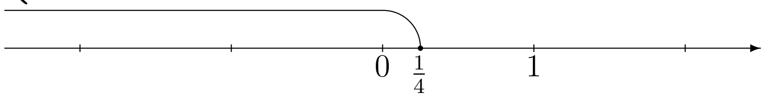
$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x\cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow\; \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 1 - a \le \frac{3}{4} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

Если , то



Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \iff$

$\iff \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \iff$

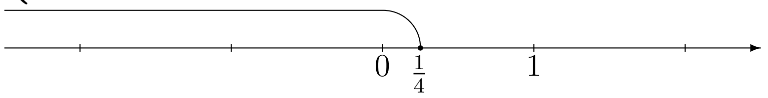
$\iff \left(\sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x\cos x = a \iff 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x = a \iff$

$$\iff \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \iff \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \iff 0 \le 1 - a \le \frac{3}{4} \iff \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то} \\ \\ \\ \end{array}\right.$$



Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

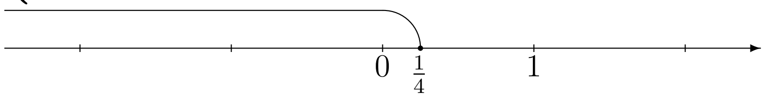
$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x\cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow\; \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 1 - a \le \frac{3}{4} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\ \\ \\ \end{array}\right.$$



Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \ \Leftrightarrow$

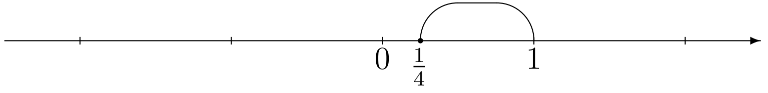
$\Leftrightarrow\ \left(\sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x\cos x = a \ \Leftrightarrow\ 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x = a \ \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\ \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \ \Leftrightarrow\ \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \ \Leftrightarrow\ 0 \le 1 - a \le \frac{3}{4} \ \Leftrightarrow\ \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\ \\ \\ \end{array}\right.$$



Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

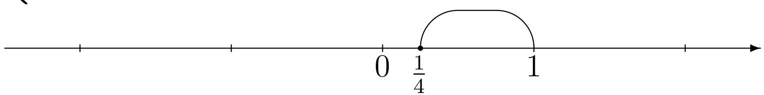
$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x\cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow\; \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 1 - a \le \frac{3}{4} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

$$\begin{cases} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\[2ex] \text{если } \qquad\qquad\qquad , \text{ то} \\[2ex] \end{cases}$$



Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

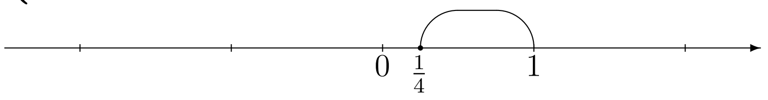
$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x\cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow\; \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 1 - a \le \frac{3}{4} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\ \text{если } \dfrac{1}{4} \le a \le 1, \text{ то } \\ \end{array}\right.$$



Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

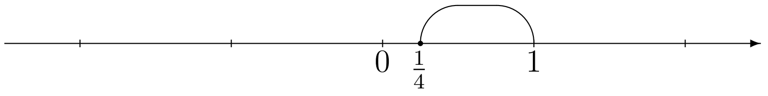
$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x \cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow\; \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 1-a \le \frac{3}{4} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\ \text{если } \dfrac{1}{4} \le a \le 1, \text{ то } x = \pm\dfrac{1}{2}\arcsin\sqrt{\dfrac{4(1-a)}{3}} + \dfrac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}, \end{array}\right.$$



Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

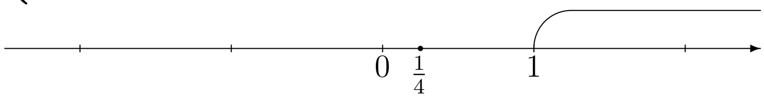
$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x \cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow\; \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 1 - a \le \frac{3}{4} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\ \text{если } \dfrac{1}{4} \le a \le 1, \text{ то } x = \pm\dfrac{1}{2}\arcsin\sqrt{\dfrac{4(1-a)}{3}} + \dfrac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}, \end{array}\right.$$



Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

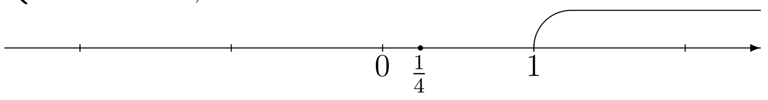
$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x\cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow\; \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 1 - a \le \frac{3}{4} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

$$\begin{cases} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\ \text{если } \dfrac{1}{4} \le a \le 1, \text{ то } x = \pm\dfrac{1}{2}\arcsin\sqrt{\dfrac{4(1-a)}{3}} + \dfrac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}, \\ \text{если } \qquad\quad, \text{ то} \end{cases}$$



Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$$

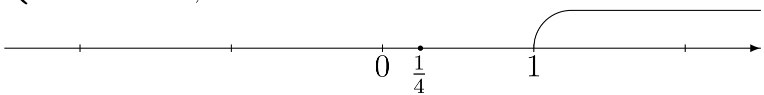
$$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x \cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow\; \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 1 - a \le \frac{3}{4} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

$$\begin{cases} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\ \text{если } \dfrac{1}{4} \le a \le 1, \text{ то } x = \pm\dfrac{1}{2}\arcsin\sqrt{\dfrac{4(1-a)}{3}} + \dfrac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}, \\ \text{если } a > 1, \text{ то} \end{cases}$$



Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Первое решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

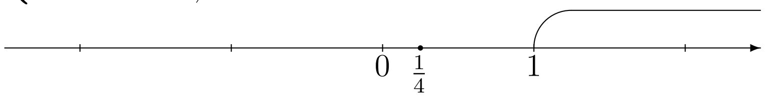
$\Leftrightarrow\; \left(\sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x\right) - 3\sin x\cos x = a \;\Leftrightarrow\; 1 - 3\sin^2 x\cos^2 x = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 2x = \frac{4(1-a)}{3} \;\Leftrightarrow\; \sin 2x = \pm\sqrt{\frac{4(1-a)}{3}}.$$

Условие $0 \le \sin^2 2x \le 1$ приводит к системе неравенств:

$$0 \le \frac{4(1-a)}{3} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 1-a \le \frac{3}{4} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\ \text{если } \dfrac{1}{4} \le a \le 1, \text{ то } x = \pm\dfrac{1}{2}\arcsin\sqrt{\dfrac{4(1-a)}{3}} + \dfrac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}, \\ \text{если } a > 1, \text{ то } x \in \emptyset. \end{array}\right.$$



Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.
Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \iff$
$\iff \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \iff$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + (1 - \cos^2 x)^2 = a \;\Leftrightarrow$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + (1 - \cos^2 x)^2 = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \ \Leftrightarrow$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \iff$

$\iff \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \iff$

$\iff \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + (1 - \cos^2 x)^2 = a \iff$

$\iff 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \iff$

$$\iff \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1 - a)}}{6} \iff$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \iff$

$\iff \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \iff$

$\iff \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + (1 - \cos^2 x)^2 = a \iff$

$\iff 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \iff$

$$\iff \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \iff \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + (1 - \cos^2 x)^2 = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \ \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \ \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \ \Leftrightarrow \ \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \iff$

$\iff \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \iff$

$\iff \sin^4 x - \sin^2 x \left(1 - \sin^2 x\right) + (1 - \cos^2 x)^2 = a \iff$

$\iff 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \iff$

$$\iff \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \iff \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \iff$

2) $0 \le \dfrac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \iff$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + \left(1 - \cos^2 x\right)^2 = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ \sin^2 x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \ \Leftrightarrow\ \sin^2 x = \dfrac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \ \Leftrightarrow\ 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \ \Leftrightarrow$

2) $0 \le \dfrac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \ \Leftrightarrow$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + \left(1 - \cos^2 x\right)^2 = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \;\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \dfrac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a - 3 \le 9 \;\Leftrightarrow$

2) $0 \le \dfrac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + (1 - \cos^2 x)^2 = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \;\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \dfrac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a - 3 \le 9 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{4} \le a \le 1;$

2) $0 \le \dfrac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + (1 - \cos^2 x)^2 = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \;\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \dfrac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}$.

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a - 3 \le 9 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{4} \le a \le 1;$

2) $0 \le \dfrac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sin^4 x - \sin^2 x \left(1 - \sin^2 x\right) + (1 - \cos^2 x)^2 = a \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sin^2 x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \Leftrightarrow \sin^2 x = \dfrac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}$.

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \Leftrightarrow 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \Leftrightarrow 0 \le 12a - 3 \le 9 \Leftrightarrow \dfrac{1}{4} \le a \le 1;$

2) $0 \le \dfrac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \Leftrightarrow 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \Leftrightarrow 0 \le 12a - 3 \le 9 \Leftrightarrow$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + \left(1 - \cos^2 x\right)^2 = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \;\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a - 3 \le 9 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{4} \le a \le 1;$

2) $0 \le \dfrac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a - 3 \le 9 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{4} \le a \le 1.$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + (1 - \cos^2 x)^2 = a \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \;\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a - 3 \le 9 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{4} \le a \le 1;$

2) $0 \le \dfrac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a - 3 \le 9 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{4} \le a \le 1.$

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + \left(1 - \cos^2 x\right)^2 = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \ \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\ \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \ \Leftrightarrow\ \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \ \Leftrightarrow\ 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \ \Leftrightarrow\ 0 \le 12a - 3 \le 9 \ \Leftrightarrow\ \dfrac{1}{4} \le a \le 1;$

2) $0 \le \dfrac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \ \Leftrightarrow\ 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \ \Leftrightarrow\ 0 \le 12a - 3 \le 9 \ \Leftrightarrow\ \dfrac{1}{4} \le a \le 1.$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если} \qquad\qquad,\ \text{то} \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + (1 - \cos^2 x)^2 = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \;\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \dfrac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a - 3 \le 9 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{4} \le a \le 1;$

2) $0 \le \dfrac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a - 3 \le 9 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{4} \le a \le 1.$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то} \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \iff$

$\iff \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \iff$

$\iff \sin^4 x - \sin^2 x \left(1 - \sin^2 x\right) + (1 - \cos^2 x)^2 = a \iff$

$\iff 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \iff$

$$\iff \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \iff \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \iff 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \iff 0 \le 12a - 3 \le 9 \iff \dfrac{1}{4} \le a \le 1;$

2) $0 \le \dfrac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \iff 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \iff 0 \le 12a - 3 \le 9 \iff \dfrac{1}{4} \le a \le 1.$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + \left(1 - \cos^2 x\right)^2 = a \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \;\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a - 3 \le 9 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{4} \le a \le 1;$

2) $0 \le \dfrac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a - 3 \le 9 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{4} \le a \le 1.$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\[2ex] \text{если } \qquad\qquad\quad , \text{ то} \\[2ex] \end{array}\right.$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + \left(1 - \cos^2 x\right)^2 = a \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \ \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \ \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \ \Leftrightarrow \ \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \ \Leftrightarrow \ 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \ \Leftrightarrow \ 0 \le 12a - 3 \le 9 \ \Leftrightarrow \ \dfrac{1}{4} \le a \le 1;$

2) $0 \le \dfrac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \ \Leftrightarrow \ 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \ \Leftrightarrow \ 0 \le 12a - 3 \le 9 \ \Leftrightarrow \ \dfrac{1}{4} \le a \le 1.$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\ \text{если } \dfrac{1}{4} \le a \le 1, \text{ то} \\ \end{array}\right.$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\left(1-\sin^2 x\right) + \left(1-\cos^2 x\right)^2 = a \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \frac{3\pm\sqrt{9-12(1-a)}}{6} \;\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \frac{3\pm\sqrt{12a-3}}{6}.$$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3-\sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a-3 \le 9 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{4} \le a \le 1;$

2) $0 \le \dfrac{3+\sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a-3 \le 9 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{4} \le a \le 1.$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\ \text{если } \dfrac{1}{4} \le a \le 1, \text{ то } x = \pm\arcsin\dfrac{3\pm\sqrt{12a-3}}{6} + n\pi, \quad n\in\mathbb{Z}, \\ \end{array}\right.$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + \left(1 - \cos^2 x\right)^2 = a \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{12a-3}}{6}.$$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

$$1)\ 0 \le \frac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \Leftrightarrow 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \Leftrightarrow 0 \le 12a - 3 \le 9 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \le a \le 1;$$

$$2)\ 0 \le \frac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \Leftrightarrow 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \Leftrightarrow 0 \le 12a - 3 \le 9 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < \frac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\ \text{если } \frac{1}{4} \le a \le 1, \text{ то } x = \pm\arcsin\frac{3 \pm \sqrt{12a-3}}{6} + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}, \\ \text{если } \qquad, \text{ то} \end{array}\right.$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; \sin^4 x - \sin^2 x\left(1 - \sin^2 x\right) + \left(1 - \cos^2 x\right)^2 = a \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \;\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \;\Leftrightarrow\; \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

1) $0 \le \dfrac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a - 3 \le 9 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{4} \le a \le 1;$

2) $0 \le \dfrac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 12a - 3 \le 9 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{4} \le a \le 1.$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\ \text{если } \dfrac{1}{4} \le a \le 1, \text{ то } x = \pm\arcsin\dfrac{3 \pm \sqrt{12a-3}}{6} + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}, \\ \text{если } a > 1, \text{ то} \end{array}\right.$$

Задача 3. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = a$.

Ответ. Второе решение. $\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right) = a \iff$

$\iff \sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = a \iff$

$\iff \sin^4 x - \sin^2 x \left(1 - \sin^2 x\right) + \left(1 - \cos^2 x\right)^2 = a \iff$

$\iff 3\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 - a = 0 \iff$

$$\iff \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12(1-a)}}{6} \iff \sin^2 x = \frac{3 \pm \sqrt{12a - 3}}{6}.$$

Из условия $0 \le \sin^2 x \le 1$ и неотрицательности дискриминанта получаем, что

$$1)\ 0 \le \frac{3 - \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \iff 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \iff 0 \le 12a - 3 \le 9 \iff \frac{1}{4} \le a \le 1;$$

$$2)\ 0 \le \frac{3 + \sqrt{12a-3}}{6} \le 1 \iff 0 \le \sqrt{12a-3} \le 3 \iff 0 \le 12a - 3 \le 9 \iff \frac{1}{4} \le a \le 1.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < \dfrac{1}{4}, \text{ то } x \in \emptyset, \\ \text{если } \dfrac{1}{4} \le a \le 1, \text{ то } x = \pm \arcsin \dfrac{3 \pm \sqrt{12a-3}}{6} + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}, \\ \text{если } a > 1, \text{ то } x \in \emptyset. \end{array}\right.$$

Решение задачи 4.

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.
Ответ.

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.
Ответ. Аналитическое решение.

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

Второй случай: $2x = a$. Тогда

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

Второй случай: $2x = a$. Тогда $\begin{cases} 2x = a, \\ 0 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a-2x = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

Второй случай: $2x = a$. Тогда $\begin{cases} 2x = a, \\ 0 = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ x = -1. \end{cases}$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

Второй случай: $2x = a$. Тогда $\begin{cases} 2x = a, \\ 0 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ x = -1. \end{cases}$

Иными словами, $x = -1$ при $a = -2$.

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

Второй случай: $2x = a$. Тогда $\begin{cases} 2x = a, \\ 0 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ x = -1. \end{cases}$

Иными словами, $x = -1$ при $a = -2$.

Третий случай: $2x > a$. Тогда

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a|=x+1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x<a$.

$$\begin{cases} 2x<a, \\ a-2x=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x<a, \\ x=\dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1)<3a, \\ x=\dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>-2, \\ x=\dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x=\dfrac{a-1}{3}$ при $a>-2$.

Второй случай: $2x=a$. Тогда $\begin{cases} 2x=a, \\ 0=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2, \\ x=-1. \end{cases}$

Иными словами, $x=-1$ при $a=-2$.

Третий случай: $2x>a$. Тогда $\begin{cases} 2x>a; \\ 2x-a=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

Второй случай: $2x = a$. Тогда $\begin{cases} 2x = a, \\ 0 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ x = -1. \end{cases}$

Иными словами, $x = -1$ при $a = -2$.

Третий случай: $2x > a$. Тогда $\begin{cases} 2x > a; \\ 2x - a = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > a, \\ x = a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

Второй случай: $2x = a$. Тогда $\begin{cases} 2x = a, \\ 0 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ x = -1. \end{cases}$

Иными словами, $x = -1$ при $a = -2$.

Третий случай: $2x > a$. Тогда $\begin{cases} 2x > a; \\ 2x - a = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > a, \\ x = a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a+1) > a, \\ x = a + 1. \end{cases}$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответет. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

Второй случай: $2x = a$. Тогда $\begin{cases} 2x = a, \\ 0 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ x = -1. \end{cases}$

Иными словами, $x = -1$ при $a = -2$.

Третий случай: $2x > a$. Тогда $\begin{cases} 2x > a; \\ 2x - a = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > a, \\ x = a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a+1) > a, \\ x = a + 1. \end{cases}$

Иными словами, в рассматриваемой ситуации $x = a + 1$ при $a > -2$.

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

Второй случай: $2x = a$. Тогда $\begin{cases} 2x = a, \\ 0 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ x = -1. \end{cases}$

Иными словами, $x = -1$ при $a = -2$.

Третий случай: $2x > a$. Тогда $\begin{cases} 2x > a; \\ 2x - a = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > a, \\ x = a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a+1) > a, \\ x = a + 1. \end{cases}$

Иными словами, в рассматриваемой ситуации $x = a + 1$ при $a > -2$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{если } \qquad\qquad , \text{ то} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

Второй случай: $2x = a$. Тогда $\begin{cases} 2x = a, \\ 0 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ x = -1. \end{cases}$

Иными словами, $x = -1$ при $a = -2$.

Третий случай: $2x > a$. Тогда $\begin{cases} 2x > a; \\ 2x - a = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > a, \\ x = a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a+1) > a, \\ x = a + 1. \end{cases}$

Иными словами, в рассматриваемой ситуации $x = a + 1$ при $a > -2$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{если } a < -2, \text{ то} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a|=x+1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x<a$.

$$\begin{cases} 2x<a, \\ a-2x=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x<a, \\ x=\dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1)<3a, \\ x=\dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>-2, \\ x=\dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x=\dfrac{a-1}{3}$ при $a>-2$.

Второй случай: $2x=a$. Тогда $\begin{cases} 2x=a, \\ 0=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2, \\ x=-1. \end{cases}$

Иными словами, $x=-1$ при $a=-2$.

Третий случай: $2x>a$. Тогда $\begin{cases} 2x>a; \\ 2x-a=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x>a, \\ x=a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a+1)>a, \\ x=a+1. \end{cases}$

Иными словами, в рассматриваемой ситуации $x=a+1$ при $a>-2$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{если } a<-2, \text{ то } x\in\emptyset. \\ \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a|=x+1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x<a$.

$$\begin{cases} 2x<a, \\ a-2x=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x<a, \\ x=\dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1)<3a, \\ x=\dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>-2, \\ x=\dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x=\dfrac{a-1}{3}$ при $a>-2$.

Второй случай: $2x=a$. Тогда $\begin{cases} 2x=a, \\ 0=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2, \\ x=-1. \end{cases}$

Иными словами, $x=-1$ при $a=-2$.

Третий случай: $2x>a$. Тогда $\begin{cases} 2x>a; \\ 2x-a=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x>a, \\ x=a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a+1)>a, \\ x=a+1. \end{cases}$

Иными словами, в рассматриваемой ситуации $x=a+1$ при $a>-2$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{если } a<-2, \text{ то } x\in\emptyset. \\ \text{если } \qquad\qquad, \text{ то} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

Второй случай: $2x = a$. Тогда $\begin{cases} 2x = a, \\ 0 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ x = -1. \end{cases}$

Иными словами, $x = -1$ при $a = -2$.

Третий случай: $2x > a$. Тогда $\begin{cases} 2x > a; \\ 2x - a = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > a, \\ x = a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a+1) > a, \\ x = a + 1. \end{cases}$

Иными словами, в рассматриваемой ситуации $x = a + 1$ при $a > -2$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

Второй случай: $2x = a$. Тогда $\begin{cases} 2x = a, \\ 0 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ x = -1. \end{cases}$

Иными словами, $x = -1$ при $a = -2$.

Третий случай: $2x > a$. Тогда $\begin{cases} 2x > a; \\ 2x - a = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > a, \\ x = a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a+1) > a, \\ x = a + 1. \end{cases}$

Иными словами, в рассматриваемой ситуации $x = a + 1$ при $a > -2$.

$$\begin{cases} \text{если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = -1, \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Аналитическое решение.

<u>Первый случай:</u> $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

<u>Второй случай:</u> $2x = a$. Тогда $\begin{cases} 2x = a, \\ 0 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ x = -1. \end{cases}$

Иными словами, $x = -1$ при $a = -2$.

<u>Третий случай:</u> $2x > a$. Тогда $\begin{cases} 2x > a; \\ 2x - a = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > a, \\ x = a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a+1) > a, \\ x = a + 1. \end{cases}$

Иными словами, в рассматриваемой ситуации $x = a + 1$ при $a > -2$.

$$\begin{cases} \text{если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = -1, \\ \\ \text{Если } \qquad\qquad , \text{ то} \\ \\ \end{cases}$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Аналитическое решение.

<u>Первый случай:</u> $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

<u>Второй случай:</u> $2x = a$. Тогда $\begin{cases} 2x = a, \\ 0 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ x = -1. \end{cases}$

Иными словами, $x = -1$ при $a = -2$.

<u>Третий случай:</u> $2x > a$. Тогда $\begin{cases} 2x > a; \\ 2x - a = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > a, \\ x = a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a+1) > a, \\ x = a + 1. \end{cases}$

Иными словами, в рассматриваемой ситуации $x = a + 1$ при $a > -2$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = -1, \\ \\ \text{Если } a > -2, \text{ то} \\ \\ \end{array} \right.$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Аналитическое решение.

Первый случай: $2x < a$.

$$\begin{cases} 2x < a, \\ a - 2x = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) < 3a, \\ x = \dfrac{a-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2, \\ x = \dfrac{a-1}{3}. \end{cases}$$

Иными словами, $x = \dfrac{a-1}{3}$ при $a > -2$.

Второй случай: $2x = a$. Тогда $\begin{cases} 2x = a, \\ 0 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ x = -1. \end{cases}$

Иными словами, $x = -1$ при $a = -2$.

Третий случай: $2x > a$. Тогда $\begin{cases} 2x > a; \\ 2x - a = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > a, \\ x = a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a+1) > a, \\ x = a + 1. \end{cases}$

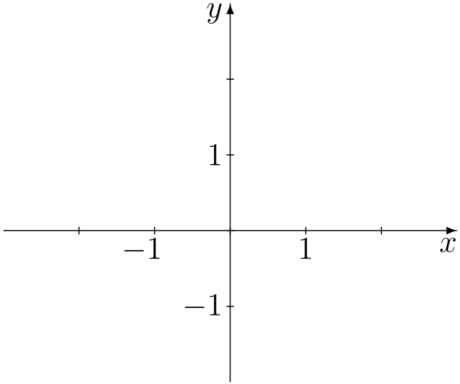
Иными словами, в рассматриваемой ситуации $x = a + 1$ при $a > -2$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = -1, \\ \text{Если } a > -2, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{a-1}{3}, \\ x = a + 1, \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.
Ответ. Графическое решение.

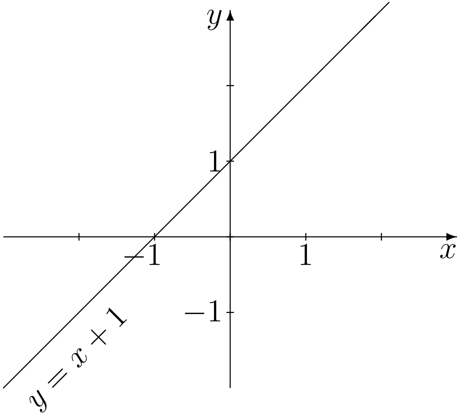
Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Графическое решение.



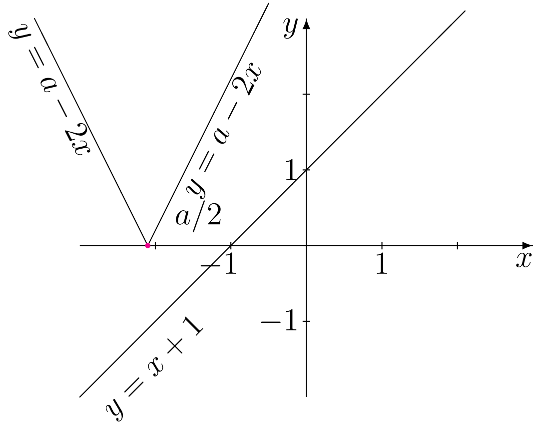
Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Графическое решение.



Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

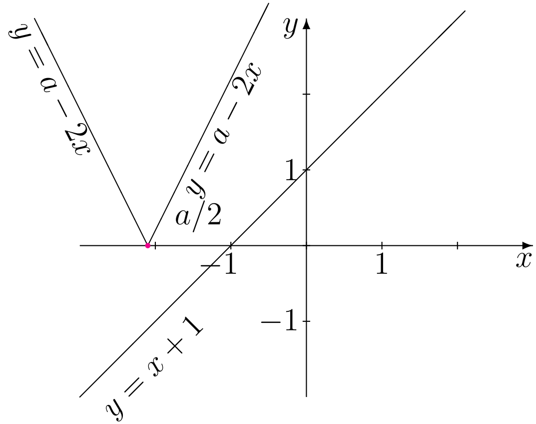
Ответ. Графическое решение.



Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Графическое решение.

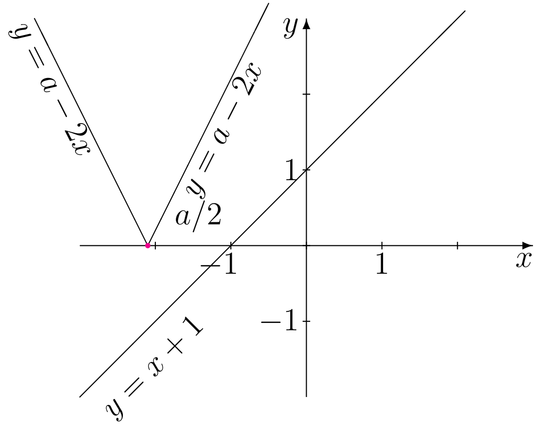
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Если} \qquad\qquad , \ \text{то} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right.$$



Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Графическое решение.

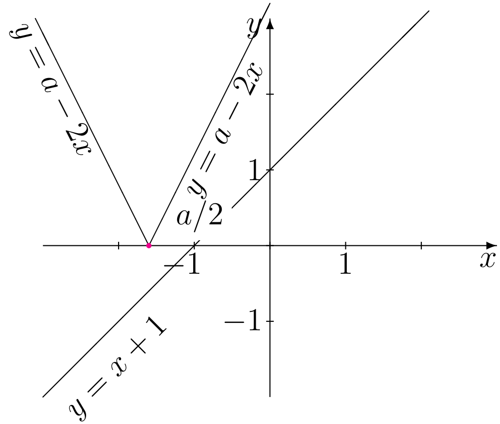
$$\left\{\begin{array}{l}\text{Если} \qquad\qquad , \text{ то } x \in \emptyset. \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right.$$



Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Графическое решение.

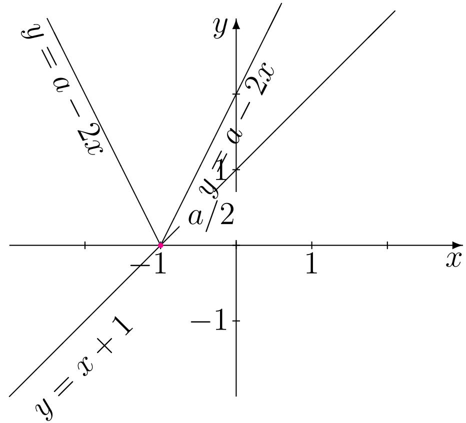
$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } \qquad\qquad, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \\ \\ \\ \end{array}\right.$$



Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Графическое решение.

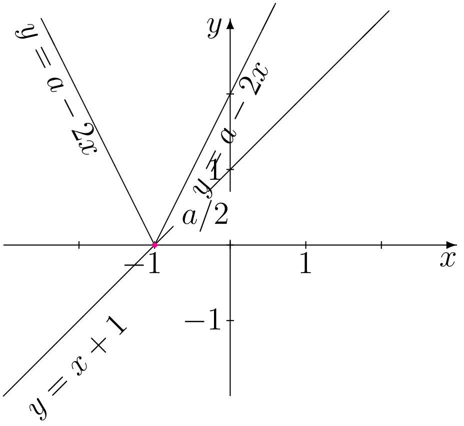
$$\begin{cases} \text{Если } \qquad\qquad, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \\ \\ \end{cases}$$



Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Графическое решение.

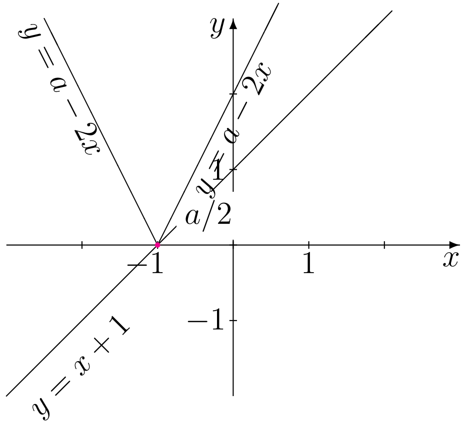
$\left\{ \text{Если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \right.$



Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Графическое решение.

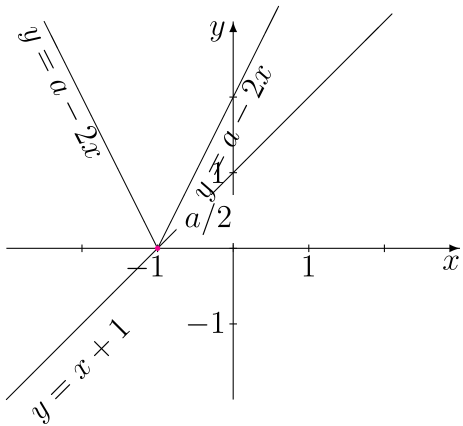
$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } \qquad\qquad , \text{ то} \\ \\ \\ \end{array}\right.$$



Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Графическое решение.

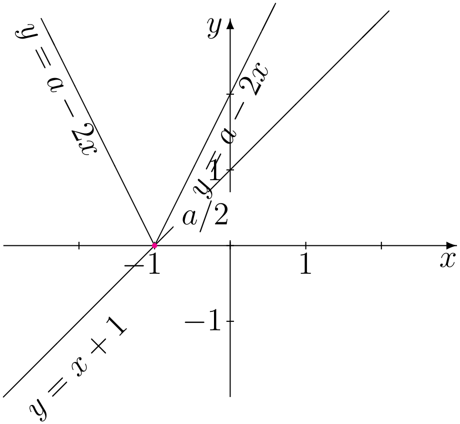
$$\left\{\begin{array}{l}\text{Если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то} \\ \\ \\ \end{array}\right.$$



Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

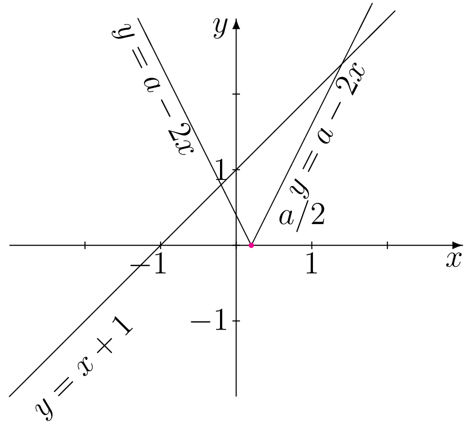
Ответ. Графическое решение.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = -1, \\ \\ \\ \end{array}\right.$$



Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Графическое решение.

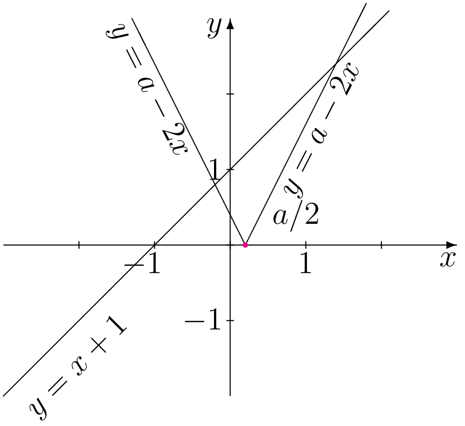


$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = -1, \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Графическое решение.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = -1, \\ \\ \text{если } \qquad\qquad , \text{ то} \end{array}\right.$$

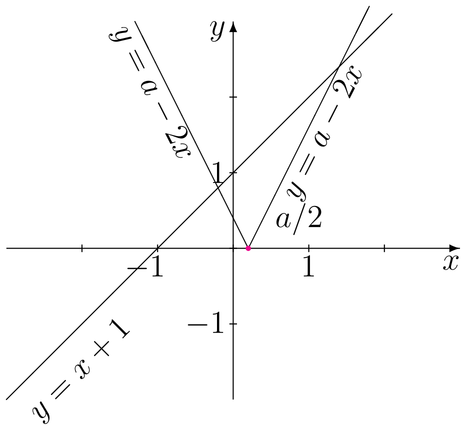


$$\left[\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right. \qquad \Leftrightarrow$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Графическое решение.

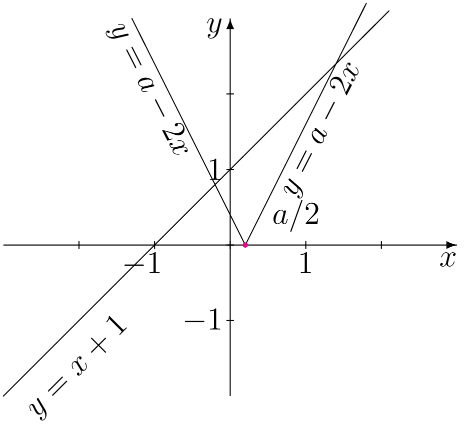
$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = -1, \\ \\ \text{если } a > -2, \text{ то} \\ \\ \end{array}\right.$$



$$\left[\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right. \qquad \Leftrightarrow$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Графическое решение.



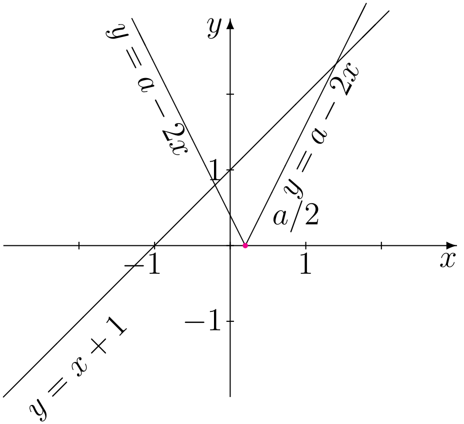
$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = -1, \\ \\ \text{если } a > -2, \text{ то} \\ \\ \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} a - 2x = x + 1, \\ \\ \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Графическое решение.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = -1, \\ \\ \text{если } a > -2, \text{ то} \\ \\ \end{array}\right.$$

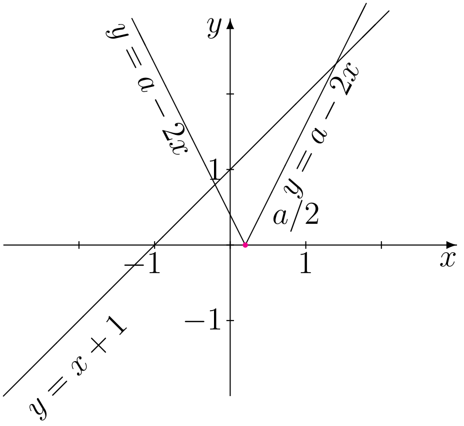


$$\left[\begin{array}{l} a - 2x = x + 1, \\ 2x - a = x + 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Графическое решение.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = -1, \\ \\ \text{если } a > -2, \text{ то} \\ \\ \end{array}\right.$$

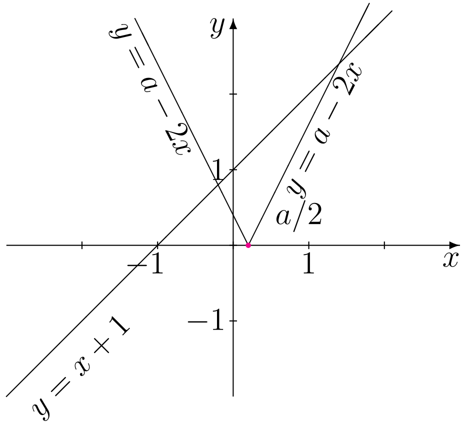


$$\left[\begin{array}{l} a - 2x = x + 1, \\ 2x - a = x + 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{a-1}{3}, \\ \\ \end{array}\right.$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Графическое решение.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = -1, \\ \\ \text{если } a > -2, \text{ то} \\ \\ \end{array}\right.$$

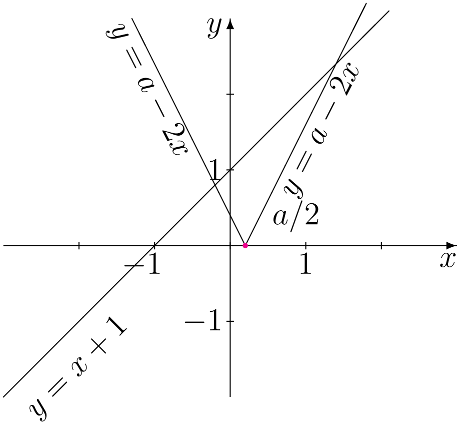


$$\left[\begin{array}{l} a - 2x = x + 1, \\ 2x - a = x + 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{a-1}{3}, \\ x = a + 1. \end{array}\right.$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x-a| = x+1$.

Ответ. Графическое решение.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = -1, \\ \text{если } a > -2, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{a-1}{3}, \\ x = a+1. \end{array}\right. \end{array}\right.$$

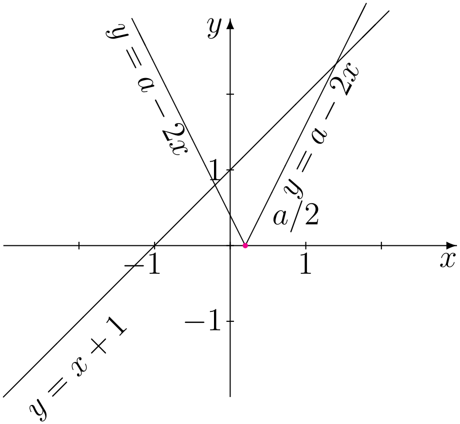


$$\left[\begin{array}{l} a - 2x = x + 1, \\ 2x - a = x + 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{a-1}{3}, \\ x = a+1. \end{array}\right.$$

Задача 4. Для каждого значения параметра a решите уравнение $|2x - a| = x + 1$.

Ответ. Графическое решение.

$$\begin{cases} \text{Если } a < -2, \text{ то } x \in \emptyset. \\ \text{если } a = -2, \text{ то } x = -1, \\ \text{если } a > -2, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{a-1}{3}, \\ x = a + 1. \end{array} \right. \end{cases}$$



Решение задачи 5.

Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2 - a}}{2x - x^2 - a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2 - a}}{2x - x^2 - a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

Неравенство (1) выполняется тогда и только тогда, когда либо числитель равен нулю, либо, в противном случае, числитель и знаменатель имеют одинаковый знак. Последнее означает, что знаменатель неотрицателен (более того — положителен), так как выражение в числителе неотрицательно.

Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2 - a}}{2x - x^2 - a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2 - a} = 0 \quad$ или $\quad 2x - x^2 - a^2 > 0.$

Неравенство (1) выполняется тогда и только тогда, когда либо числитель равен нулю, либо, в противном случае, числитель и знаменатель имеют одинаковый знак. Последнее означает, что знаменатель неотрицателен (более того — положителен), так как выражение в числителе неотрицательно.

Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$

Изобразим на плоскости xOa

Задача 5. Решите неравенство

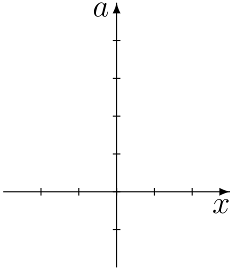
$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$

Изобразим на плоскости xOa



Задача 5. Решите неравенство

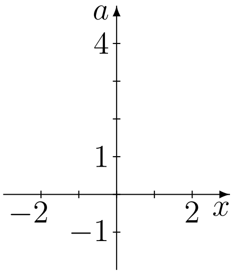
$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$

Изобразим на плоскости xOa



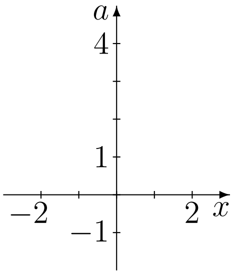
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \tag{1}$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или

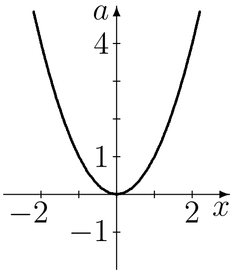
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или

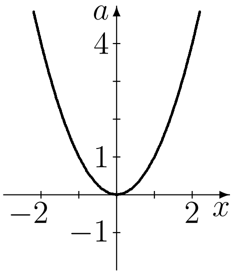
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a\geq 0, \\ 2x-x^2-a^2\geq 0. \end{cases}$$

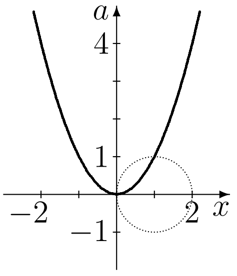
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2 - a}}{2x - x^2 - a^2} \geq 0 \tag{1}$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2 - a} = 0$ или $2x - x^2 - a^2 > 0$.



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2 - a = 0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2 - a \geq 0, \\ 2x - x^2 - a^2 \geq 0. \end{cases}$$

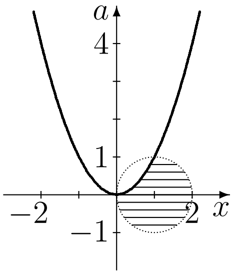
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \tag{1}$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

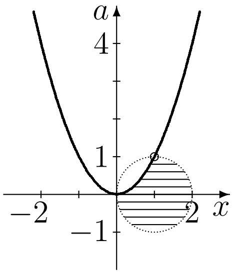
$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.



$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$

Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Задача 5. Решите неравенство

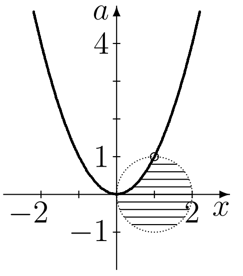
$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0$ или $2x-x^2-a^2>0$.

Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств



$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

$$\textbf{Ответ:} \begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то} \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 5. Решите неравенство

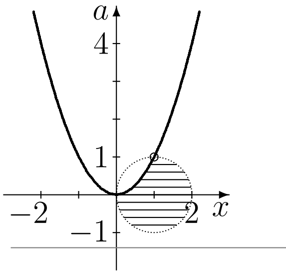
$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a} = 0 \quad$ или $\quad 2x - x^2 - a^2 > 0.$

Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2 - a = 0$ или системе неравенств



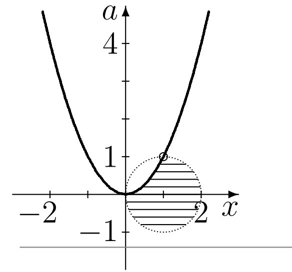
$$\begin{cases} x^2 - a \geq 0, \\ 2x - x^2 - a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\left\{\begin{array}{l} \text{если } a \leq -1, \text{ то} \\ \\ \\ \\ \end{array}\right.$

Задача 5. Решите неравенство
$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$
для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств
$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \\ \\ \\ \end{cases}$

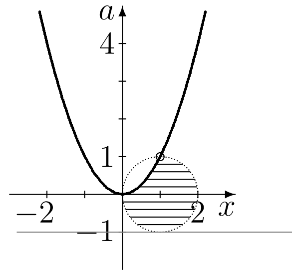
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \\ \\ \\ \end{cases}$

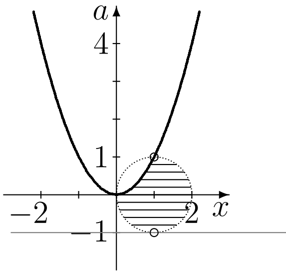
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \tag{1}$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \end{cases}$

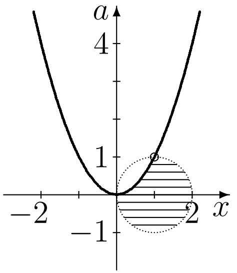
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0$ или $2x-x^2-a^2>0$.



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то} \\ \\ \\ \\ \end{cases}$

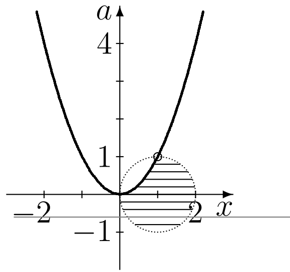
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0$.



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\left\{ \begin{array}{l} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то} \end{array} \right.$

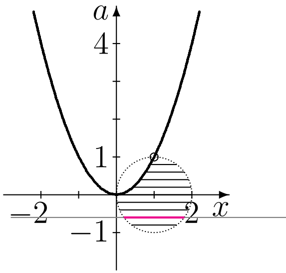
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то} \\ \\ \\ \\ \end{cases}$

Задача 5. Решите неравенство

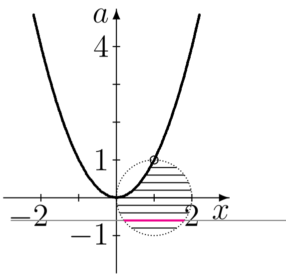
$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$

Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств



$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \end{cases}$

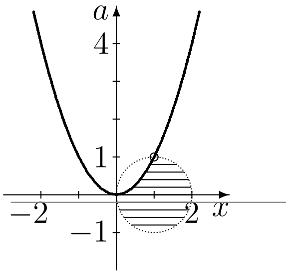
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

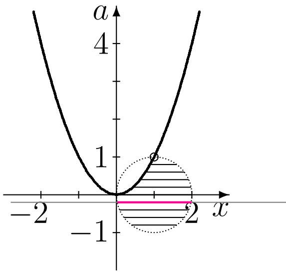
Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \\ \\ \\ \\ \end{cases}$

Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.



$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$

Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \\ \\ \\ \\ \end{cases}$

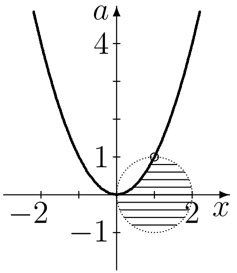
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1<a\leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2}<x<1-\sqrt{1-a^2}; \\ \text{если } 0<a<1, \text{ то} \\ \\ \\ \end{cases}$

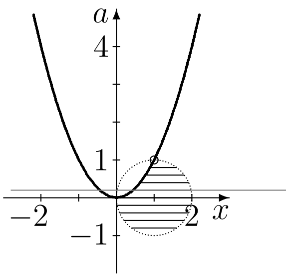
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \\ \text{если } 0 < a < 1, \text{ то} \end{cases}$

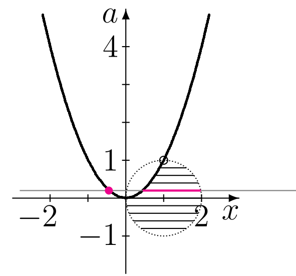
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \\ \text{если } 0 < a < 1, \text{ то} \\ \\ \\ \end{cases}$

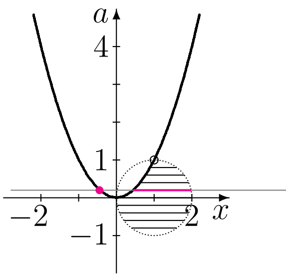
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0$ или $2x-x^2-a^2>0$.



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

$$\textbf{Ответ:} \begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \\ \text{если } 0 < a < 1, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x = -\sqrt{a}; \\ \\ \end{array} \right. \\ \\ \\ \end{cases}$$

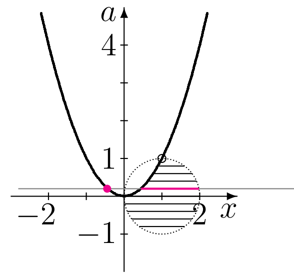
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

$$\textbf{Ответ:}\ \begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \\ \text{если } 0 < a < 1, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{a}; \\ \sqrt{a} \leq x < 1-\sqrt{1-a^2}; \end{array} \right. \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 5. Решите неравенство

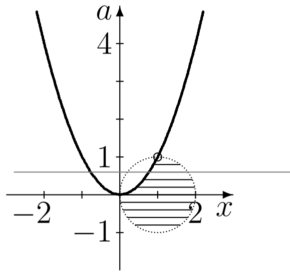
$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$

Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств



$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \\ \text{если } 0 < a < 1, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{a}; \\ \sqrt{a} \leq x < 1-\sqrt{1-a^2}; \end{array} \right. \end{cases}$

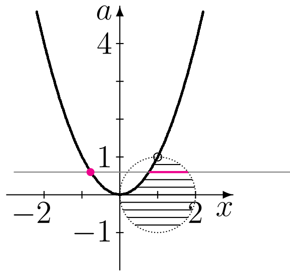
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

$$\textbf{Ответ:} \begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \\ \text{если } 0 < a < 1, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{a}; \\ \sqrt{a} \leq x < 1-\sqrt{1-a^2}; \end{array} \right. \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 5. Решите неравенство

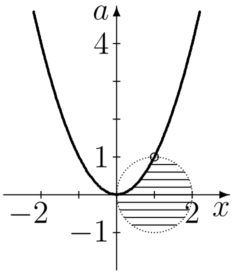
$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0$ или $2x-x^2-a^2>0$.

Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств



$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

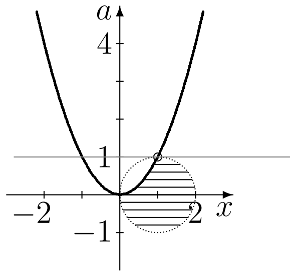
Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \\ \text{если } 0 < a < 1, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{a}; \\ \sqrt{a} \leq x < 1-\sqrt{1-a^2}; \end{array}\right. \\ \text{если } a = 1, \text{ то} \\ \\ \end{cases}$

Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.



$\sqrt{x^2-a} = 0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2 > 0.$

Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \\ \text{если } 0 < a < 1, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x = -\sqrt{a}; \\ \sqrt{a} \leq x < 1-\sqrt{1-a^2}; \end{array} \right. \\ \text{если } a = 1, \text{ то} \\ \\ \\ \end{cases}$

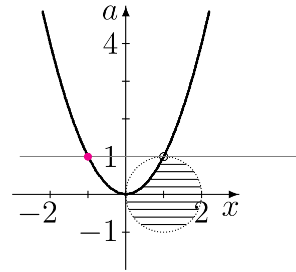
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

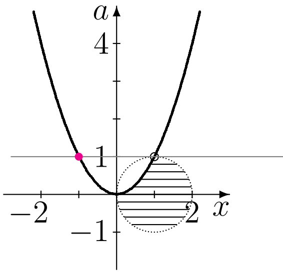
Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \\ \text{если } 0 < a < 1, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{a}; \\ \sqrt{a} \leq x < 1-\sqrt{1-a^2}; \end{array} \right. \\ \text{если } a = 1, \text{ то} \\ \\ \end{cases}$

Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.



$\sqrt{x^2-a}=0$ или $2x-x^2-a^2>0$.

Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \\ \text{если } 0 < a < 1, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{a}; \\ \sqrt{a} \leq x < 1-\sqrt{1-a^2}; \end{array}\right. \\ \text{если } a = 1, \text{ то } x=-\sqrt{a}; \end{cases}$

Задача 5. Решите неравенство

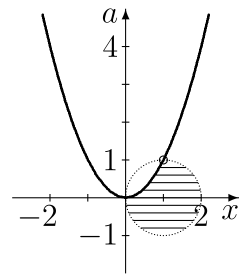
$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \tag{1}$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$

Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств



$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

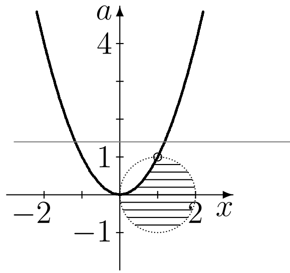
Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \\ \text{если } 0 < a < 1, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{a}; \\ \sqrt{a} \leq x < 1-\sqrt{1-a^2}; \end{array} \right. \\ \text{если } a=1, \text{ то } x=-\sqrt{a}; \\ \text{если } a>1, \text{ то} \end{cases}$

Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2 - a}}{2x - x^2 - a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.



$\sqrt{x^2 - a} = 0$ или $2x - x^2 - a^2 > 0.$

Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2 - a = 0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2 - a \geq 0, \\ 2x - x^2 - a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1 - \sqrt{1 - a^2} < x < 1 - \sqrt{1 - a^2}; \\ \text{если } 0 < a < 1, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x = -\sqrt{a}; \\ \sqrt{a} \leq x < 1 - \sqrt{1 - a^2}; \end{array} \right. \\ \text{если } a = 1, \text{ то } x = -\sqrt{a}; \\ \text{если } a > 1, \text{ то} \end{cases}$

Задача 5. Решите неравенство

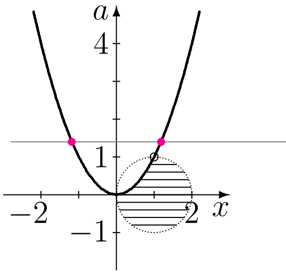
$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$

Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств



$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1 < a \leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2} < x < 1-\sqrt{1-a^2}; \\ \text{если } 0 < a < 1, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x = -\sqrt{a}; \\ \sqrt{a} \leq x < 1-\sqrt{1-a^2}; \end{array}\right. \\ \text{если } a = 1, \text{ то } x = -\sqrt{a}; \\ \text{если } a > 1, \text{ то} \end{cases}$

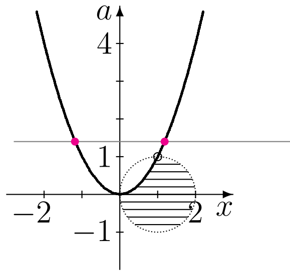
Задача 5. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x^2-a}}{2x-x^2-a^2} \geq 0 \qquad (1)$$

для всех значений параметра a.

Ответ.

$\sqrt{x^2-a}=0 \quad$ или $\quad 2x-x^2-a^2>0.$



Изобразим на плоскости xOa множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству (1), то есть множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $x^2-a=0$ или системе неравенств

$$\begin{cases} x^2-a \geq 0, \\ 2x-x^2-a^2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} \text{если } a \leq -1, \text{ то решений нет;} \\ \text{если } -1<a\leq 0, \text{ то } 1-\sqrt{1-a^2}<x<1-\sqrt{1-a^2}; \\ \text{если } 0<a<1, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{a}; \\ \sqrt{a}\leq x<1-\sqrt{1-a^2}; \end{array}\right. \\ \text{если } a=1, \text{ то } x=-\sqrt{a}; \\ \text{если } a>1, \text{ то } \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{a}; \\ x=\sqrt{a}. \end{array}\right. \end{cases}$

Решение задачи 6.

Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ.

Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ.

Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. Уравнение третьей степени обычно в школьном курсе решается с помощью подбора корня. Но в данном случае это весьма затруднительно.

Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. Уравнение третьей степени обычно в школьном курсе решается с помощью подбора корня. Но в данном случае это весьма затруднительно.
Это уравнение имеет вторую степень относительно a.

Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. Уравнение третьей степени обычно в школьном курсе решается с помощью подбора корня. Но в данном случае это весьма затруднительно.
Это уравнение имеет вторую степень относительно a.
Применим стратегию смены ролей и приоритетов, а именно, в данном случае поменяем роли переменных a и x.

Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ.
$x^3 + ax^2 - 3x^2 + 3x - 3ax - 1 + 2a - a^2 = 0.$

Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - \left(x^2 - 3x + 2\right) a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow$
$x^3 + ax^2 - 3x^2 + 3x - 3ax - 1 + 2a - a^2 = 0.$

Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - \left(x^2 - 3x + 2\right) a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \ \Leftrightarrow\ a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0,$

Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0$, откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0,$ откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow$$

Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - \left(x^2 - 3x + 2\right) a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \iff a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0,$ откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

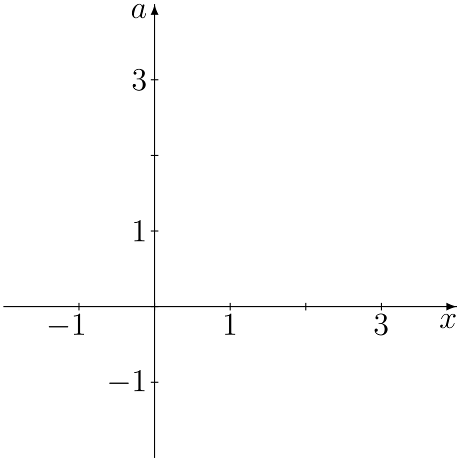
$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \iff \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$

Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0$, откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$

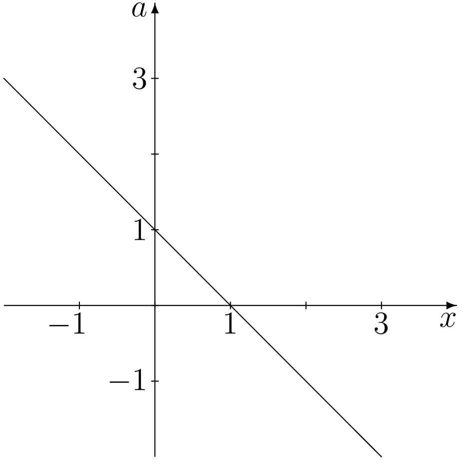


Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0$, откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1-x. \end{array}\right.$$

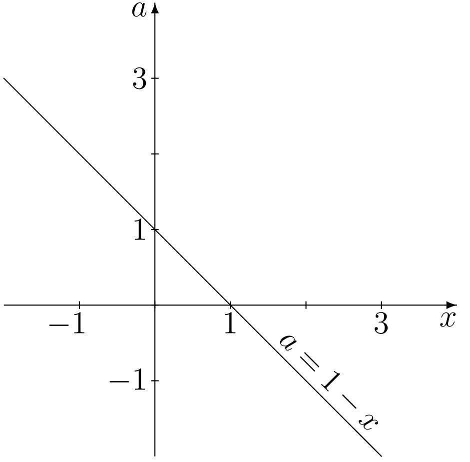


Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - \left(x^2 - 3x + 2\right) a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0$, откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$

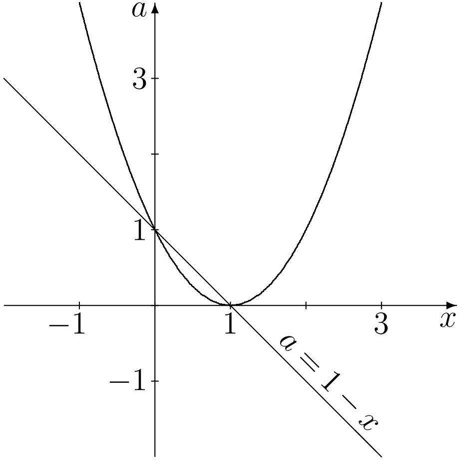


Задача 6. Решите уравнение

$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-\left(x^2-3x+2\right)a-x^3+3x^2-3x+1=0 \;\Leftrightarrow\; a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0$, откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2; \\ a=1-x. \end{array}\right.$$

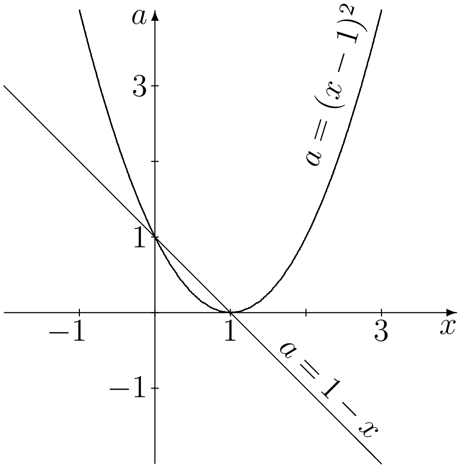


Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0$, откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$

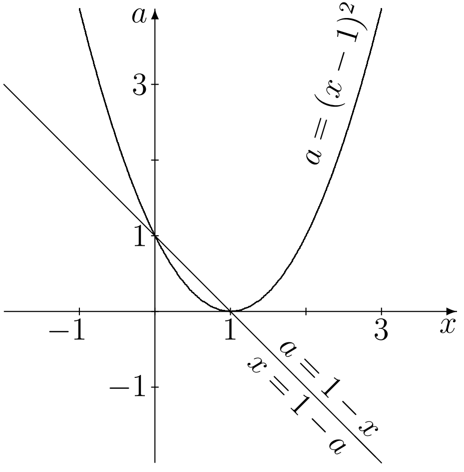


Задача 6. Решите уравнение

$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-\left(x^2-3x+2\right)a-x^3+3x^2-3x+1=0 \;\Leftrightarrow\; a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0$, откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2; \\ a=1-x. \end{array}\right.$$

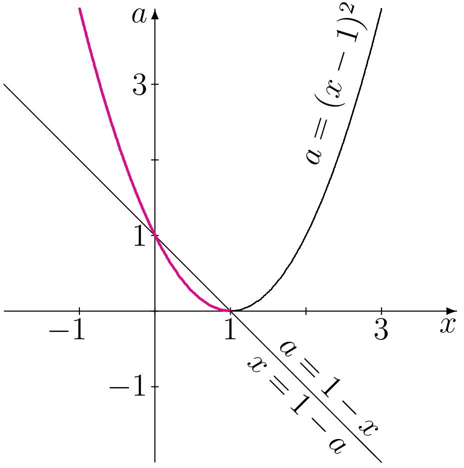


Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0$, откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1-x. \end{array}\right.$$

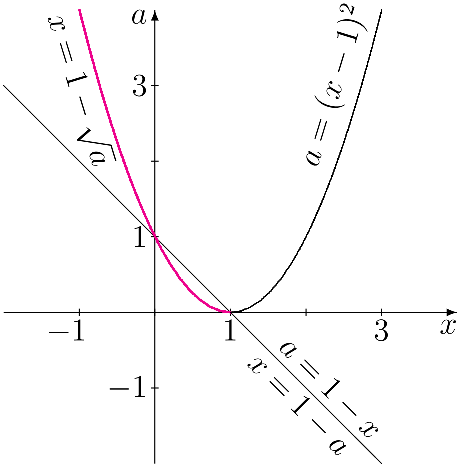


Задача 6. Решите уравнение

$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-\left(x^2-3x+2\right)a-x^3+3x^2-3x+1=0 \Leftrightarrow a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0$, откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2; \\ a=1-x. \end{array}\right.$$

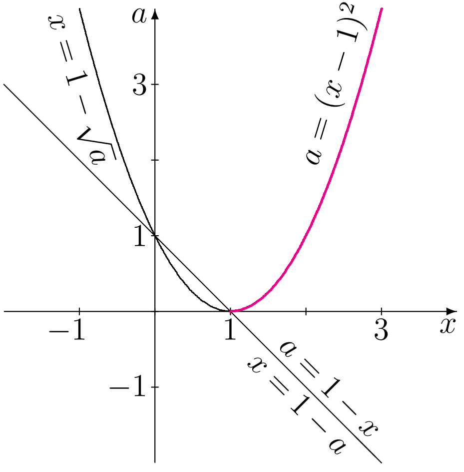


Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\, a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \iff a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0,$ откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \iff \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$

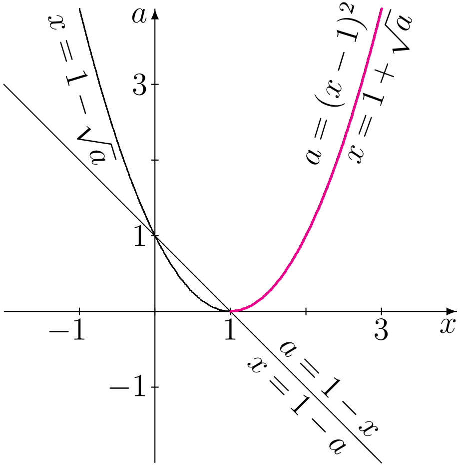


Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \iff a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0$, откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \iff \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$

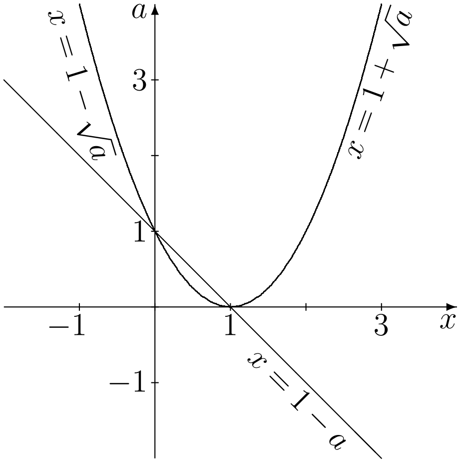


Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - \left(x^2 - 3x + 2\right)a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0$, откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$



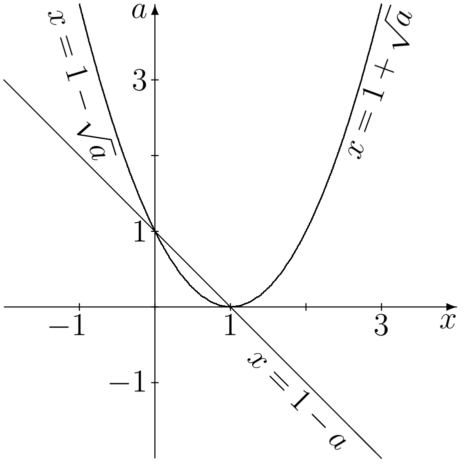
Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0$, откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$

Если , то



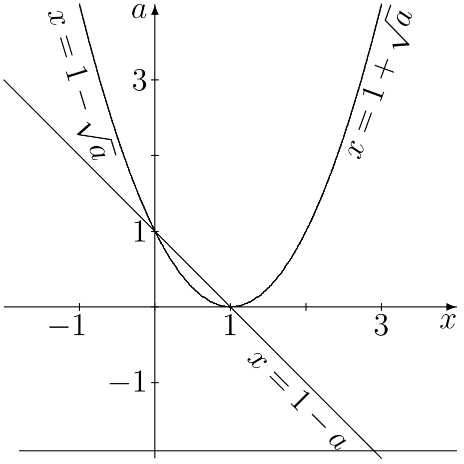
Задача 6. Решите уравнение

$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-(x^2-3x+2)\,a-x^3+3x^2-3x+1=0 \;\Leftrightarrow\; a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0,$ откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2;\\ a=1-x. \end{array}\right.$$

Если , то



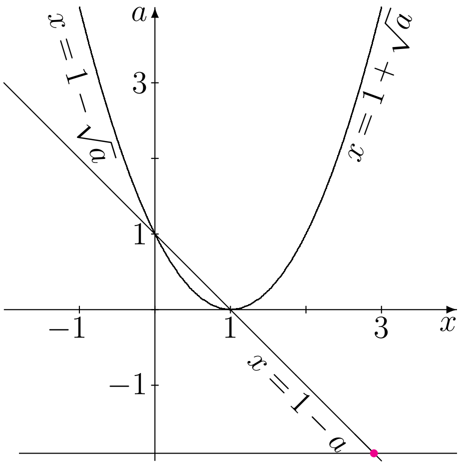
Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0$, откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$

Если , то



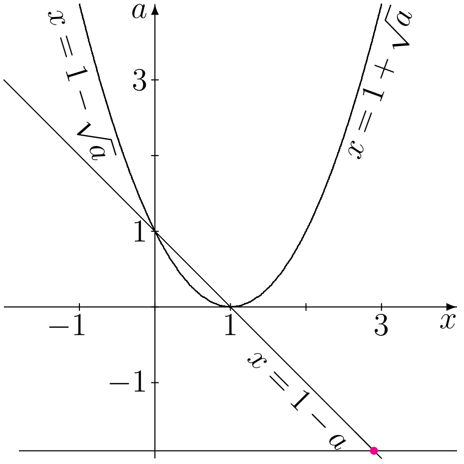
Задача 6. Решите уравнение

$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-(x^2-3x+2)\,a-x^3+3x^2-3x+1=0 \;\Leftrightarrow\; a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0$, откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2; \\ a=1-x. \end{array}\right.$$

Если $a<0$, то



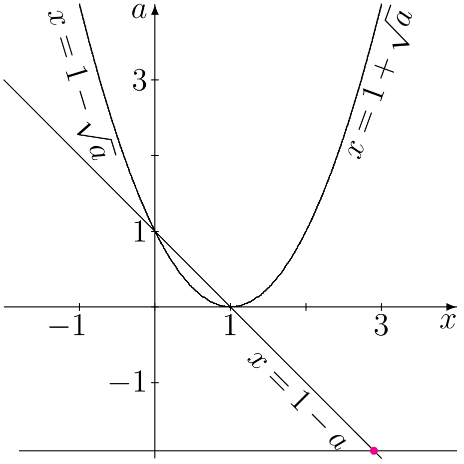
Задача 6. Решите уравнение

$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-(x^2-3x+2)\,a-x^3+3x^2-3x+1=0 \;\Leftrightarrow\; a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0$, откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1)\;\Leftrightarrow\;\left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2;\\ a=1-x.\end{array}\right.$$

Если $a<0$, то $x=1-a$;



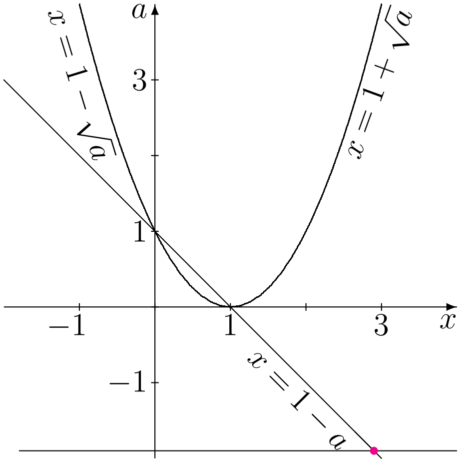
Задача 6. Решите уравнение

$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-\left(x^2-3x+2\right)a-x^3+3x^2-3x+1=0 \Leftrightarrow a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0$, откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2; \\ a=1-x. \end{array}\right.$$

Если $a<0$, то $x=1-a$;
если $a=0$, то



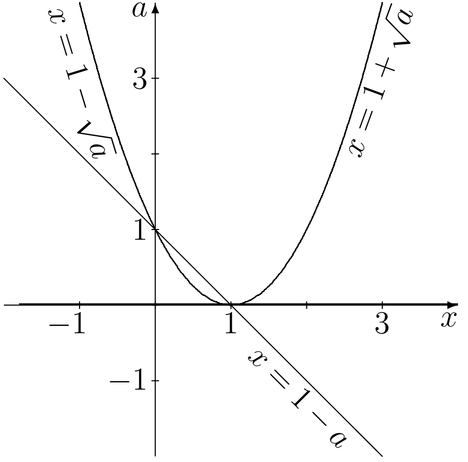
Задача 6. Решите уравнение

$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-(x^2-3x+2)\,a-x^3+3x^2-3x+1=0 \;\Leftrightarrow\; a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0$, откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2; \\ a=1-x. \end{array}\right.$$

Если $a<0$, то $x=1-a$;
если $a=0$, то



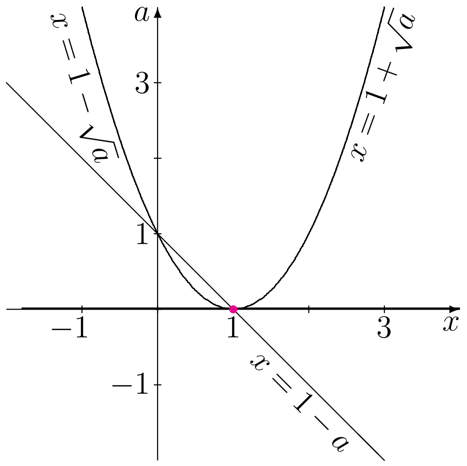
Задача 6. Решите уравнение

$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-(x^2-3x+2)\,a-x^3+3x^2-3x+1=0 \;\Leftrightarrow\; a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0$, откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2;\\ a=1-x.\end{array}\right.$$

Если $a<0$, то $x=1-a$;
если $a=0$, то



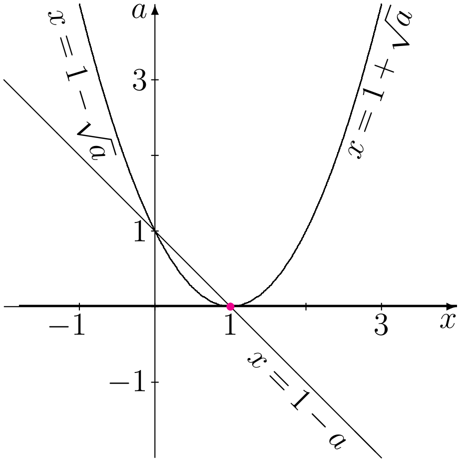
Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0,$ откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$

Если $a < 0$, то $x = 1 - a$;
если $a = 0$, то $x = 1$;



Задача 6. Решите уравнение

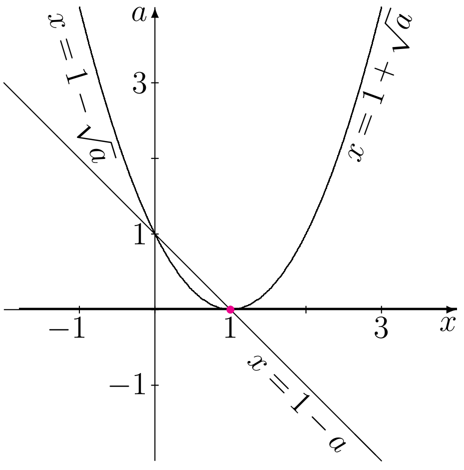
$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-(x^2-3x+2)\,a-x^3+3x^2-3x+1=0 \;\Leftrightarrow\; a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0,$
откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1)\;\Leftrightarrow\;\left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2;\\ a=1-x.\end{array}\right.$$

Если $a<0$, то $x=1-a$;
если $a=0$, то $x=1$;

если $0<a<1$, то



Задача 6. Решите уравнение

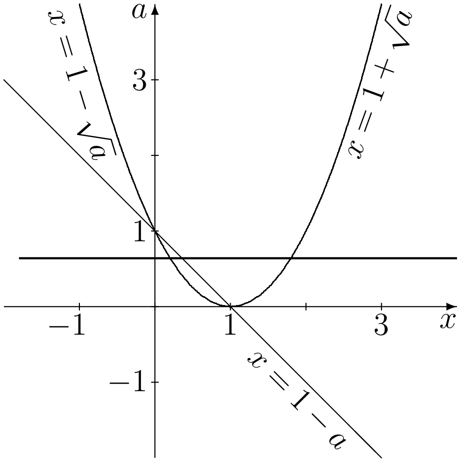
$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-\left(x^2-3x+2\right)a-x^3+3x^2-3x+1=0 \;\Leftrightarrow\; a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0,$ откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2; \\ a=1-x. \end{array}\right.$$

Если $a<0$, то $x=1-a$;
если $a=0$, то $x=1$;

если $0<a<1$, то



Задача 6. Решите уравнение

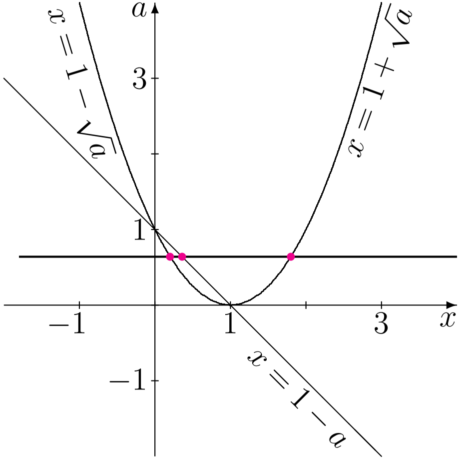
$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0,$ откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$

Если $a < 0$, то $x = 1 - a$;
если $a = 0$, то $x = 1$;

если $0 < a < 1$, то



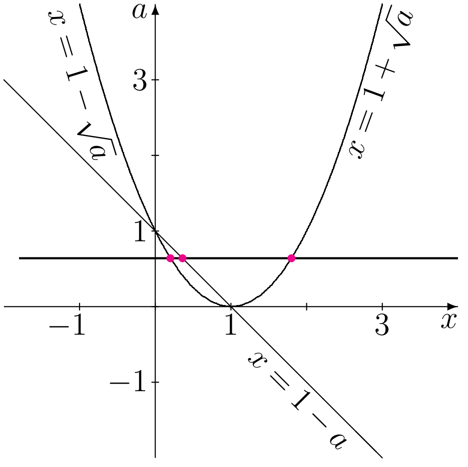
Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0,$ откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$

Если $a < 0$, то $x = 1 - a$;
если $a = 0$, то $x = 1$;
если $0 < a < 1$, то $\left[\begin{array}{l} x = 1 - a; \\ x = 1 - \sqrt{a}; \\ x = 1 + \sqrt{a}, \end{array}\right.$



Задача 6. Решите уравнение

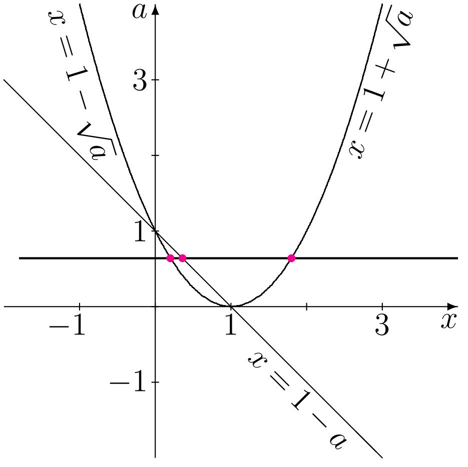
$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \ \Leftrightarrow\ a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0,$
откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \ \Leftrightarrow\ \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$

Если $a < 0$, то $x = 1 - a$;
если $a = 0$, то $x = 1$;
если $0 < a < 1$, то $\left[\begin{array}{l} x = 1 - a; \\ x = 1 - \sqrt{a}; \\ x = 1 + \sqrt{a}, \end{array}\right.$

если $a = 1$, то



Задача 6. Решите уравнение

$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0,$ откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

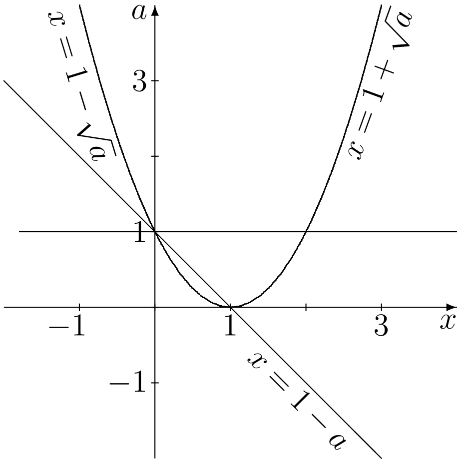
$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$

Если $a < 0$, то $x = 1 - a$;

если $a = 0$, то $x = 1$;

если $0 < a < 1$, то $\left[\begin{array}{l} x = 1 - a; \\ x = 1 - \sqrt{a}; \\ x = 1 + \sqrt{a}, \end{array}\right.$

если $a = 1$, то



Задача 6. Решите уравнение

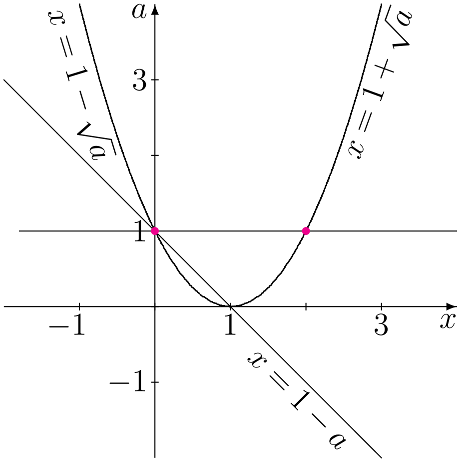
$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-\left(x^2-3x+2\right)a-x^3+3x^2-3x+1=0 \;\Leftrightarrow\; a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0,$
откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2; \\ a=1-x. \end{array}\right.$$

Если $a<0$, то $x=1-a$;
если $a=0$, то $x=1$;
если $0<a<1$, то $\left[\begin{array}{l} x=1-a; \\ x=1-\sqrt{a}; \\ x=1+\sqrt{a}, \end{array}\right.$

если $a=1$, то



Задача 6. Решите уравнение

$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-\left(x^2-3x+2\right)a-x^3+3x^2-3x+1=0 \;\Leftrightarrow\; a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0,$ откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

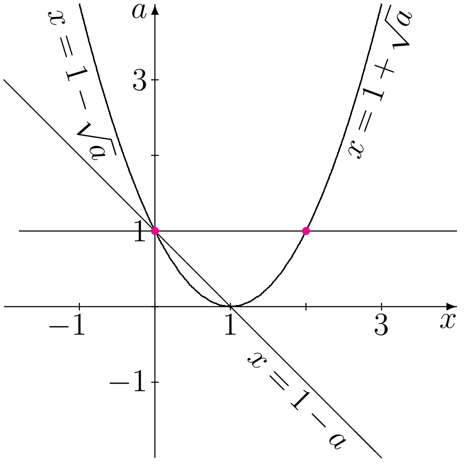
$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2; \\ a=1-x. \end{array}\right.$$

Если $a<0$, то $x=1-a$;

если $a=0$, то $x=1$;

если $0<a<1$, то $\left[\begin{array}{l} x=1-a; \\ x=1-\sqrt{a}; \\ x=1+\sqrt{a}, \end{array}\right.$

если $a=1$, то $\left[\begin{array}{l} x=0; \\ x=2, \end{array}\right.$



Задача 6. Решите уравнение

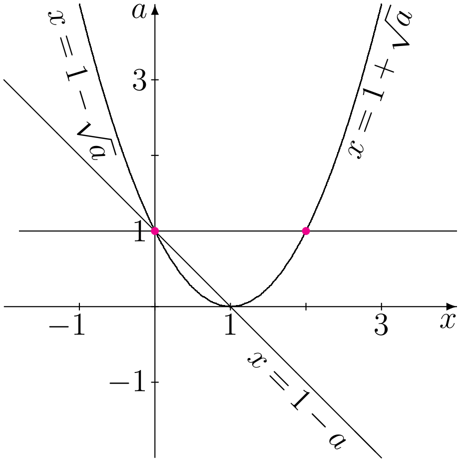
$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0,$ откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1-x. \end{array}\right.$$

Если $a < 0$, то $x = 1 - a$;
если $a = 0$, то $x = 1$;
если $0 < a < 1$, то $\left[\begin{array}{l} x = 1-a; \\ x = 1-\sqrt{a}; \\ x = 1+\sqrt{a}, \end{array}\right.$
если $a = 1$, то $\left[\begin{array}{l} x = 0; \\ x = 2, \end{array}\right.$

если $a > 1$, то



Задача 6. Решите уравнение

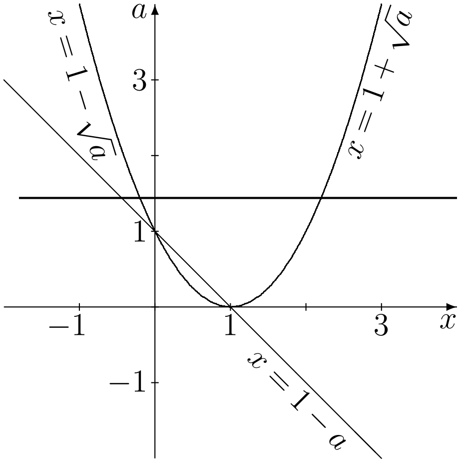
$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-\left(x^2-3x+2\right)a-x^3+3x^2-3x+1=0 \Leftrightarrow a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0$, откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2; \\ a=1-x. \end{array}\right.$$

Если $a<0$, то $x=1-a$;
если $a=0$, то $x=1$;
если $0<a<1$, то $\left[\begin{array}{l} x=1-a; \\ x=1-\sqrt{a}; \\ x=1+\sqrt{a}, \end{array}\right.$
если $a=1$, то $\left[\begin{array}{l} x=0; \\ x=2, \end{array}\right.$

если $a>1$, то



Задача 6. Решите уравнение

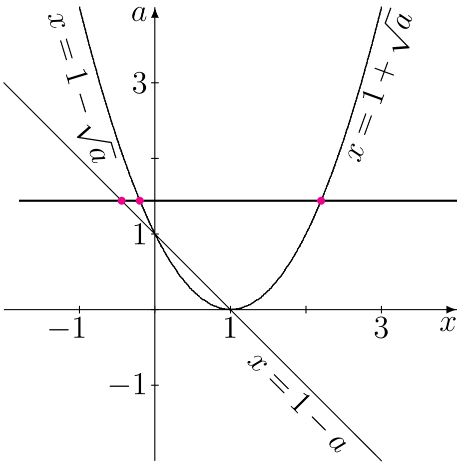
$$x^3 + (a-3)x^2 + 3(1-a)x + (1-a)(a-1) = 0.$$

Ответ. $a^2 - (x^2 - 3x + 2)\,a - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; a^2 - (x-1)(x-2)a - (x-1)^3 = 0,$ откуда $a = \dfrac{(x-1)(x-2) \pm \sqrt{(x-1)^2(x-2)^2 + 4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a = \frac{(x-2) \pm |x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = (x-1)^2; \\ a = 1 - x. \end{array}\right.$$

Если $a < 0$, то $x = 1 - a$;
если $a = 0$, то $x = 1$;
если $0 < a < 1$, то $\left[\begin{array}{l} x = 1 - a; \\ x = 1 - \sqrt{a}; \\ x = 1 + \sqrt{a}, \end{array}\right.$
если $a = 1$, то $\left[\begin{array}{l} x = 0; \\ x = 2, \end{array}\right.$

если $a > 1$, то



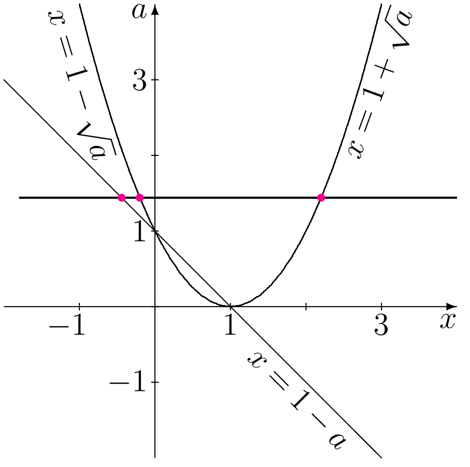
Задача 6. Решите уравнение

$$x^3+(a-3)x^2+3(1-a)x+(1-a)(a-1)=0.$$

Ответ. $a^2-(x^2-3x+2)\,a-x^3+3x^2-3x+1=0 \;\Leftrightarrow\; a^2-(x-1)(x-2)a-(x-1)^3=0$, откуда $a=\dfrac{(x-1)(x-2)\pm\sqrt{(x-1)^2(x-2)^2+4(x-1)^3}}{2}$. Таким образом,

$$a=\frac{(x-2)\pm|x|}{2}(x-1) \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a=(x-1)^2;\\ a=1-x.\end{array}\right.$$

Если $a<0$, то $x=1-a$;
если $a=0$, то $x=1$;
если $0<a<1$, то $\left[\begin{array}{l} x=1-a;\\ x=1-\sqrt{a};\\ x=1+\sqrt{a},\end{array}\right.$
если $a=1$, то $\left[\begin{array}{l} x=0;\\ x=2,\end{array}\right.$
если $a>1$, то $\left[\begin{array}{l} x=1-a;\\ x=1-\sqrt{a};\\ x=1+\sqrt{a}.\end{array}\right.$



Решение задачи 7.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x \le -1$.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x \leq -1$.

Ответ.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x \leq -1$.

Ответ.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x \le -1$.

Ответ.

Как обычно для «косвенных» задач, «притворимся», что мы ищем корни.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x \leq -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2 \geq 0, \\ -b-x^2 \geq 0. \end{cases}$

Как обычно для «косвенных» задач, «притворимся», что мы ищем корни.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x \leq -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2 \geq 0, \\ -b-x^2 \geq 0. \end{cases}$

Напрашивается возвести обе части уравнения в квадрат.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x \leq -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2 \geq 0, \\ -b-x^2 \geq 0. \end{cases}$

Напрашивается возвести обе части уравнения в квадрат.
Но это преобразование не является эквивалентным, поскольку правая часть равенства может быть отрицательной.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0, \\ -b-x^2\ge 0. \end{cases}$

Напрашивается возвести обе части уравнения в квадрат.
Но это преобразование не является эквивалентным, поскольку правая часть равенства может быть отрицательной.
Однако, это нетрудно исправить.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x \leq -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2 \geq 0, \\ -b-x^2 \geq 0. \end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2} \iff$

Напрашивается возвести обе части уравнения в квадрат.
Но это преобразование не является эквивалентным, поскольку правая часть равенства может быть отрицательной.
Однако, это нетрудно исправить.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x \leq -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2 \geq 0, \\ -b-x^2 \geq 0. \end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2} \;\Leftrightarrow$

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\leq -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\geq 0, \\ -b-x^2\geq 0. \end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2} \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2 \;\Leftrightarrow$

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x \leq -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2 \geq 0, \\ -b-x^2 \geq 0. \end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2} = 2+\sqrt{-b-x^2} \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ a-b-x^2 = 4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2 \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \ 4\sqrt{-b-x^2} = a-4 \ \Leftrightarrow$

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x \le -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2 \ge 0, \\ -b-x^2 \ge 0. \end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{-b-x^2}=a-4 \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16, \\ a-4 \ge 0. \end{cases}$ С учётом требования $x \le -1$ и ОДЗ получаем

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0, \\ -b-x^2\ge 0. \end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2} \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2 \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; 4\sqrt{-b-x^2}=a-4 \;\Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16, \\ a-4\ge 0. \end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

$$\begin{cases} x\le -1, \\ x=\pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}, \\ a\ge 4, \\ -\sqrt{a-b}\le x\le \sqrt{a-b}, \\ -\sqrt{-b}\le x\le \sqrt{-b}. \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0, \\ -b-x^2\ge 0. \end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2} \iff$

$\iff a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2 \iff$

$\iff 4\sqrt{-b-x^2}=a-4 \iff$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16, \\ a-4\ge 0. \end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

$$\begin{cases} x\le -1, \\ x=\pm\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}, \\ a\ge 4, \\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b}, \\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1, \\ a\ge 4, \\ -\sqrt{a-b}\le -1, \\ -\sqrt{-b}\le -1. \end{cases}$$

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases}$$

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0, \\ -b-x^2\ge 0. \end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2} \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2 \ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4 \ \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16, \\ a-4\ge 0. \end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

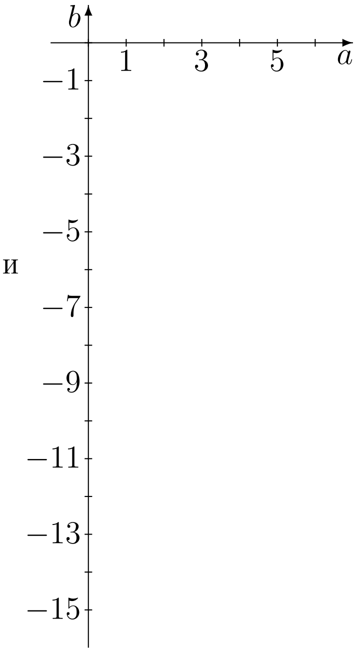
$$\begin{cases} x\le -1, \\ x=\pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}, \\ a\ge 4, \\ -\sqrt{a-b}\le x\le \sqrt{a-b}, \\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1, \\ a\ge 4, \\ -\sqrt{a-b}\le -1, \\ -\sqrt{-b}\le -1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16, \\ a\ge 4, \\ a-b\ge 1, \\ -b\ge 1. \end{cases} \qquad \begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2, \\ a\ge 4, \\ b\le a-1, \\ b\le -1. \end{cases}$$

Для изображения областей, заданных этими неравенствами, сначала построим границы этих областей.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$$

С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

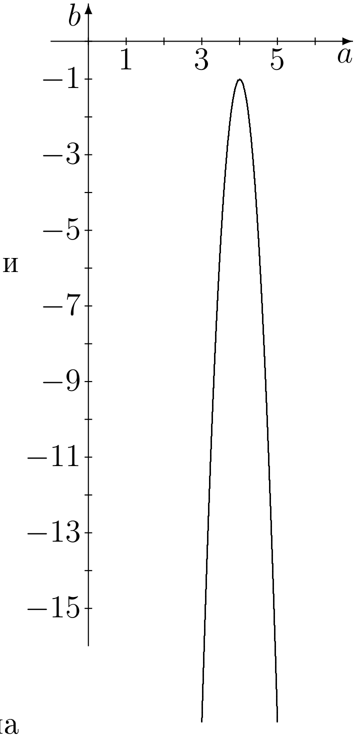
$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases}\quad\begin{cases} \mathbf{16(b+1)\le -(a-4)^2},\\ a\ge 4,\\ b\le a-1,\\ b\le -1.\end{cases}$$

Для изображения областей, заданных этими неравенствами, сначала построим границы этих областей.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$$

С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

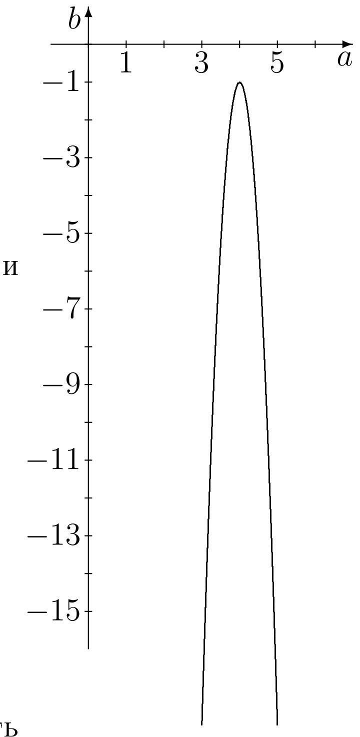
$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{16(b+1)\le -(a-4)^2},\\ a\ge 4,\\ b\le a-1,\\ b\le -1.\end{cases}$$

Для изображения областей, заданных этими неравенствами, сначала построим границы этих областей.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

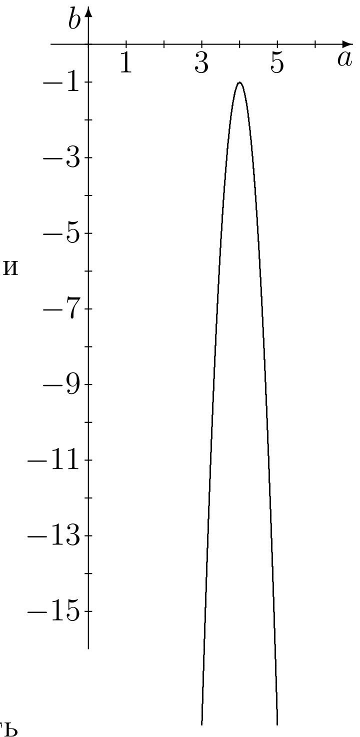
$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases}\qquad\begin{cases} \mathbf{16(b+1)\le -(a-4)^2},\\ a\ge 4,\\ b\le a-1,\\ b\le -1.\end{cases}$$

Для того, чтобы точка на границе попала в область $16(b+1)=-(a-4)^2$, значения b можно увеличивать(?) уменьшать(?)

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

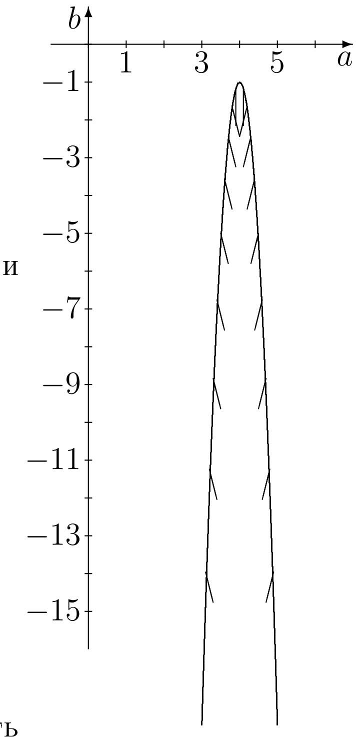
$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases}\quad\begin{cases} \mathbf{16(b+1)\le -(a-4)^2},\\ a\ge 4,\\ b\le a-1,\\ b\le -1.\end{cases}$$

Для того, чтобы точка на границе попала в область $16(b+1)=-(a-4)^2$, значения b можно уменьшать.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

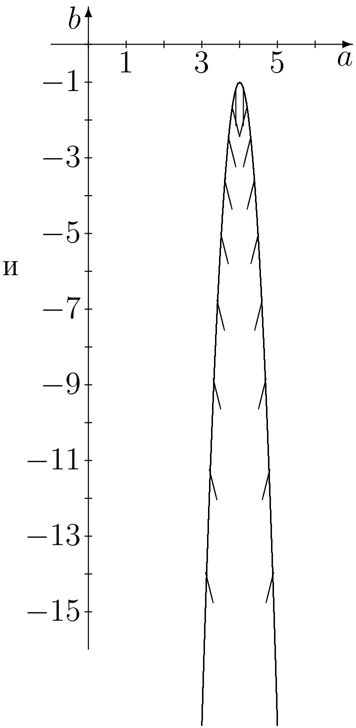
$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases}\qquad\begin{cases} \mathbf{16(b+1)\le -(a-4)^2},\\ a\ge 4,\\ b\le a-1,\\ b\le -1.\end{cases}$$

Для того, чтобы точка на границе попала в область $16(b+1)=-(a-4)^2$, значения b можно уменьшать.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

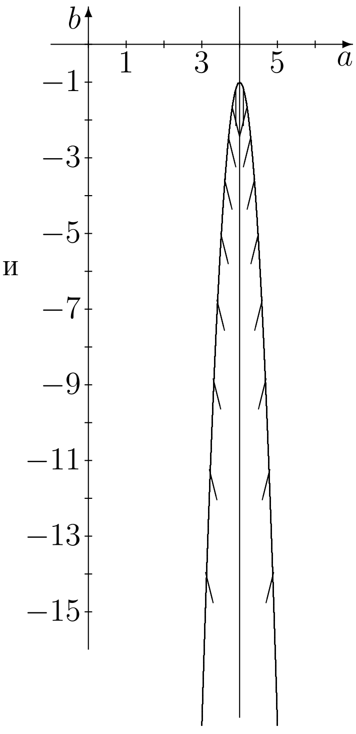
$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases}\quad\begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2,\\ \mathbf{a\ge 4},\\ b\le a-1,\\ b\le -1.\end{cases}$$

Построим границу $a=4$.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases}\qquad\begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2,\\ \mathbf{a\ge 4},\\ b\le a-1,\\ b\le -1.\end{cases}$$

Построим границу $a=4$.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$

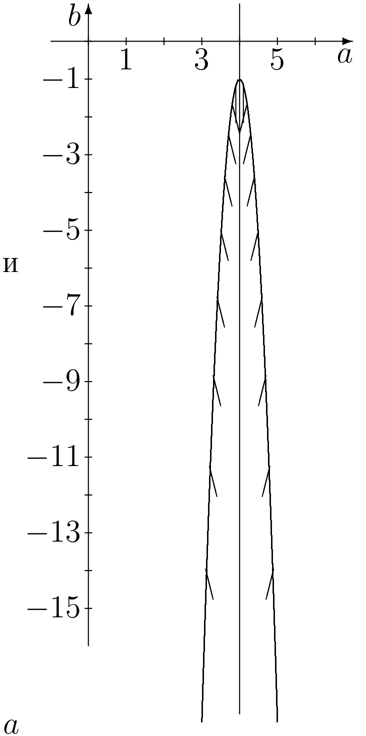
$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

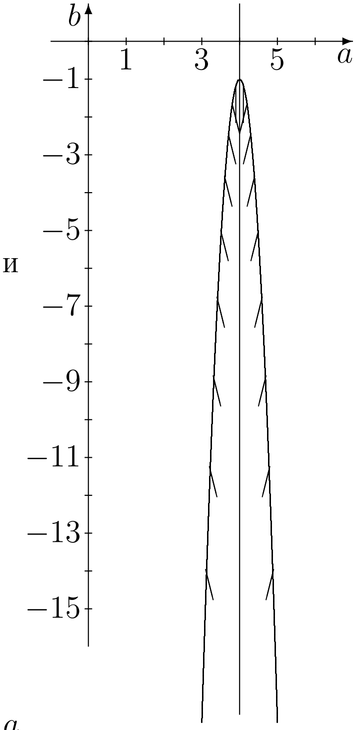
$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases}\quad\begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2,\\ \mathbf{a\ge 4},\\ b\le a-1,\\ b\le -1.\end{cases}$$



Для того, чтобы точка на границе попала в область $a=4$, значения a можно увеличивать(?) уменьшать.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2} \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2 \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; 4\sqrt{-b-x^2}=a-4 \;\Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

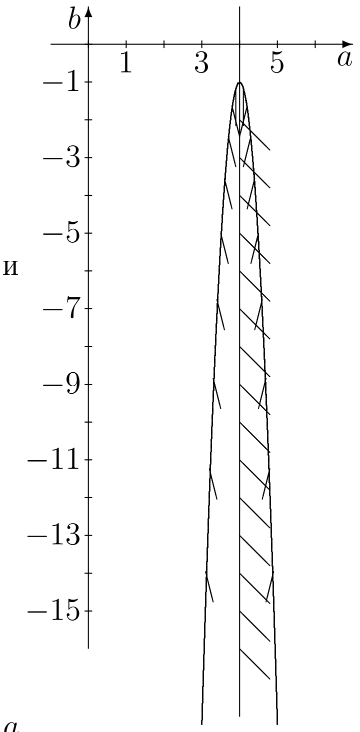
$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases} \qquad \begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2,\\ \mathbf{a\ge 4},\\ b\le a-1,\\ b\le -1.\end{cases}$$

Для того, чтобы точка на границе попала в область $a=4$, значения a можно увеличивать.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

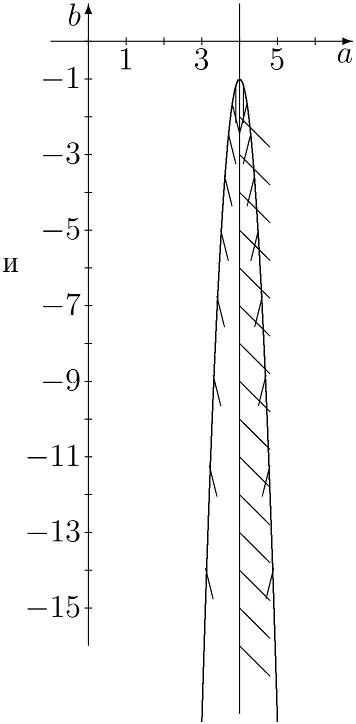
$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases}\qquad\begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2,\\ \mathbf{a\ge 4},\\ b\le a-1,\\ b\le -1.\end{cases}$$

Для того, чтобы точка на границе попала в область $a=4$, значения a можно увеличивать.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x \le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2 \ge 0, \\ -b-x^2 \ge 0. \end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2} = 2+\sqrt{-b-x^2} \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; a-b-x^2 = 4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2 \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; 4\sqrt{-b-x^2} = a-4 \;\Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2 = a^2-8a+16, \\ a-4 \ge 0. \end{cases}$ С учётом требования $x \le -1$ и ОДЗ получаем

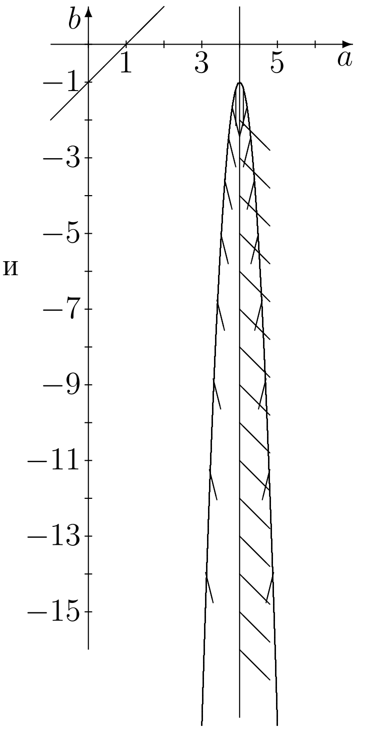
$$\begin{cases} x \le -1, \\ x = \pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}, \\ a \ge 4, \\ -\sqrt{a-b} \le x \le \sqrt{a-b}, \\ -\sqrt{-b} \le x \le \sqrt{-b}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b} \le -1, \\ a \ge 4, \\ -\sqrt{a-b} \le -1, \\ -\sqrt{-b} \le -1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b \ge 16, \\ a \ge 4, \\ a-b \ge 1, \\ -b \ge 1. \end{cases} \quad \begin{cases} 16(b+1) \le -(a-4)^2, \\ a \ge 4, \\ \mathbf{b \le a-1}, \\ b \le -1. \end{cases}$$

Построим границу $b = a-1$.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases} \quad \begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2,\\ a\ge 4,\\ \mathbf{b\le a-1},\\ b\le -1.\end{cases}$$

Построим границу $b=a-1$.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0, \\ -b-x^2\ge 0. \end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2} \Leftrightarrow$

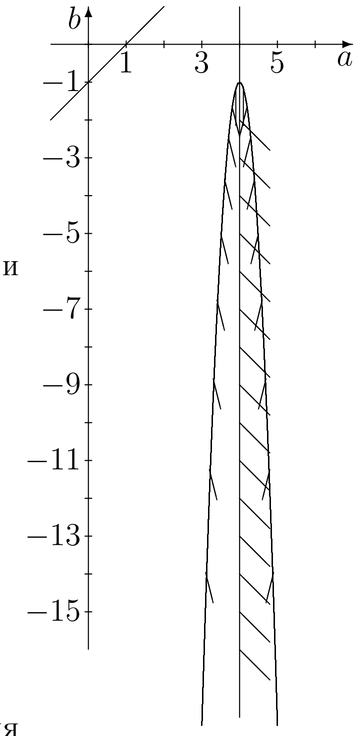
$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4 \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16, \\ a-4\ge 0. \end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

$$\begin{cases} x\le -1, \\ x=\pm\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}, \\ a\ge 4, \\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b}, \\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1, \\ a\ge 4, \\ -\sqrt{a-b}\le -1, \\ -\sqrt{-b}\le -1. \end{cases}$$

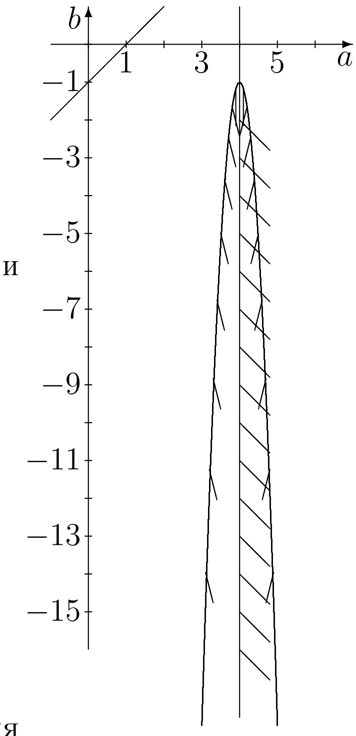
$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16, \\ a\ge 4, \\ a-b\ge 1, \\ -b\ge 1. \end{cases} \quad \begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2, \\ a\ge 4, \\ b\le a-1, \\ \mathbf{b\le -1}. \end{cases}$$



Для того, чтобы точка на границе попала в область $b\le a-1$, значения b можно увеличивать(?) уменьшать(?)

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2} \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2 \;\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\; 4\sqrt{-b-x^2}=a-4 \;\Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

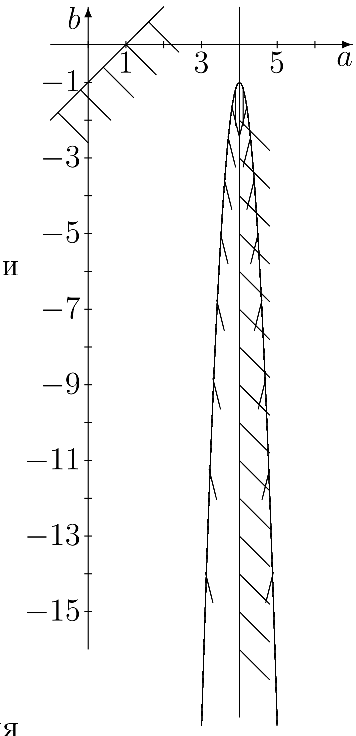
$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases} \qquad \begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2,\\ a\ge 4,\\ b\le a-1,\\ \mathbf{b\le -1}.\end{cases}$$

Для того, чтобы точка на границе попала в область $b\le a-1$, значения b можно уменьшать.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4 \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases} \qquad \begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2,\\ a\ge 4,\\ b\le a-1,\\ \mathbf{b\le -1}.\end{cases}$$

Для того, чтобы точка на границе попала в область $b\le a-1$, значения b можно уменьшать.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$

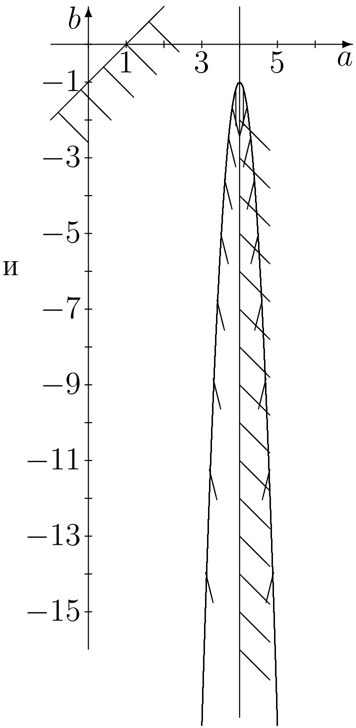
$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

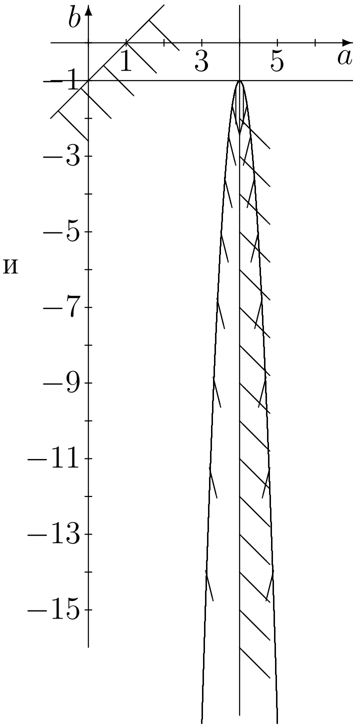
$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases}\quad\begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2,\\ a\ge 4,\\ b\le a-1,\\ \mathbf{b\le -1}.\end{cases}$$

Построим границу $b=-1$.



Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$$

С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

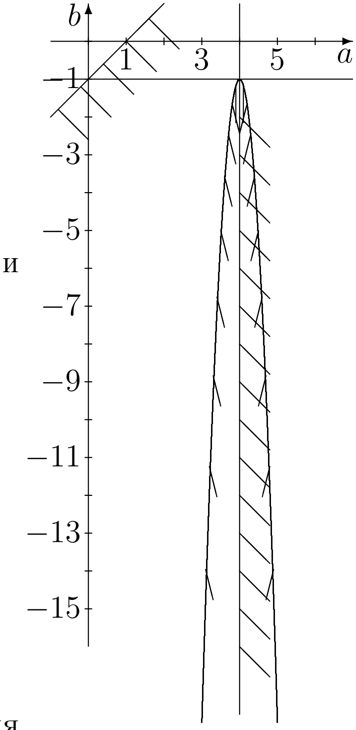
$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases}\quad\begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2,\\ a\ge 4,\\ b\le a-1,\\ \mathbf{b\le -1}.\end{cases}$$

Построим границу $b=-1$.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x \le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2 \ge 0, \\ -b-x^2 \ge 0. \end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2} = 2+\sqrt{-b-x^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a-b-x^2 = 4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{-b-x^2} = a-4 \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2 = a^2-8a+16, \\ a-4 \ge 0. \end{cases}$ С учётом требования $x \le -1$ и ОДЗ получаем

$$\begin{cases} x \le -1, \\ x = \pm\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}, \\ a \ge 4, \\ -\sqrt{a-b} \le x \le \sqrt{a-b}, \\ -\sqrt{-b} \le x \le \sqrt{-b}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b} \le -1, \\ a \ge 4, \\ -\sqrt{a-b} \le -1, \\ -\sqrt{-b} \le -1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b \ge 16, \\ a \ge 4, \\ a-b \ge 1, \\ -b \ge 1. \end{cases} \quad \begin{cases} 16(b+1) \le -(a-4)^2, \\ a \ge 4, \\ b \le a-1, \\ \mathbf{b \le -1}. \end{cases}$$

Для того, чтобы точка на границе попала в область $b \le -1$, значения b можно увеличивать уменьшать.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.

ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$

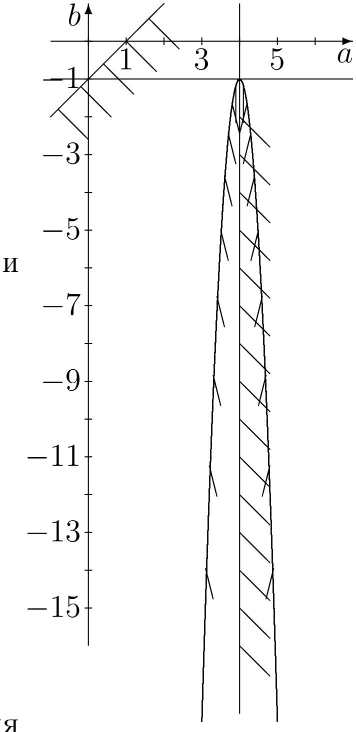
$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$

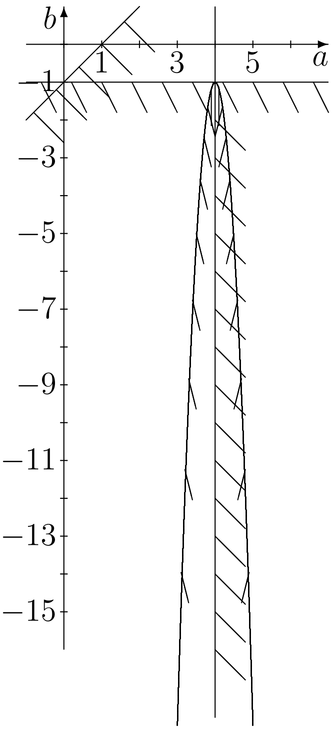
$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases}\qquad\begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2,\\ a\ge 4,\\ b\le a-1,\\ \mathbf{b\le -1}.\end{cases}$



Для того, чтобы точка на границе попала в область $b\le -1$, значения b можно уменьшать.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4 \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

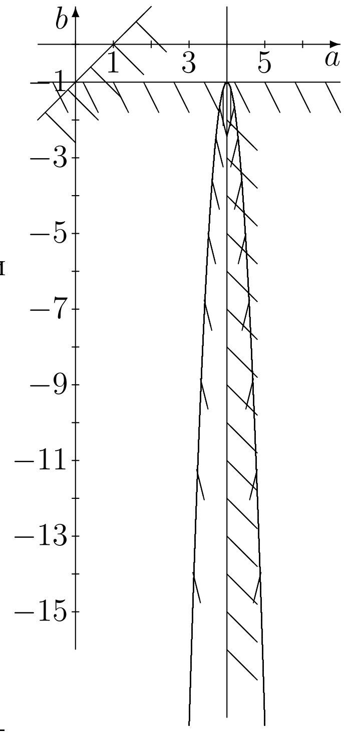
$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases} \qquad \begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2,\\ a\ge 4,\\ b\le a-1,\\ \mathbf{b\le -1}.\end{cases}$$

Для того, чтобы точка на границе попала в область $b\le -1$, значения b можно уменьшать.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$ С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

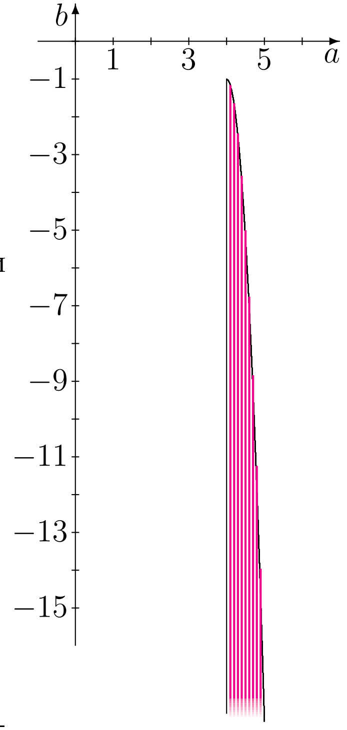
$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le\sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases}\qquad\begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2,\\ a\ge 4,\\ b\le a-1,\\ b\le -1.\end{cases}$$

Требуемое множество получили как пересечение полученных совокупностей точек.

Задача 7. Изобразите на координатной плоскости aOb множество точек, для которых уравнение $\sqrt{a-b-x^2}-2=\sqrt{-b-x^2}$ имеет корень $x\le -1$.

Ответ.



ОДЗ: $\begin{cases} a-b-x^2\ge 0,\\ -b-x^2\ge 0.\end{cases}$

$$\sqrt{a-b-x^2}=2+\sqrt{-b-x^2}\ \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\ a-b-x^2=4+4\sqrt{-b-x^2}-b-x^2\ \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\ 4\sqrt{-b-x^2}=a-4\ \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -16b-16x^2=a^2-8a+16,\\ a-4\ge 0.\end{cases}$$

С учётом требования $x\le -1$ и ОДЗ получаем

$$\begin{cases} x\le -1,\\ x=\pm\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b},\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le x\le \sqrt{a-b},\\ -\sqrt{-b}\le x\le\sqrt{-b}.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\dfrac{1}{4}\sqrt{-(a-4)^2-16b}\le -1,\\ a\ge 4,\\ -\sqrt{a-b}\le -1,\\ -\sqrt{-b}\le -1.\end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a-4)^2-16b\ge 16,\\ a\ge 4,\\ a-b\ge 1,\\ -b\ge 1.\end{cases}\qquad \begin{cases} 16(b+1)\le -(a-4)^2,\\ a\ge 4,\\ b\le a-1,\\ b\le -1.\end{cases}$$

Требуемое множество получили как пересечение полученных совокупностей точек.

Решение задачи 8.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

Преобразуем исходное уравнение: $2^{2x} + 2 \cdot 2^x \cdot 3^x + a \cdot 3^{2x} = 0$.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

Преобразуем исходное уравнение: $2^{2x} + 2 \cdot 2^x \cdot 3^x + a \cdot 3^{2x} = 0$.
Перейдём к равносильному уравнению, поделив обе части уравнения на $9^x > 0$.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Преобразуем исходное уравнение: $2^{2x} + 2 \cdot 2^x \cdot 3^x + a \cdot 3^{2x} = 0$.
Перейдём к равносильному уравнению, поделив обе части уравнения на $9^x > 0$.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x} =$$

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4a}}{2}.$$

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$,

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$,

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.

Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.

Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ. $\boxed{a \geq 0.}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.

Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ. $\boxed{a \geq 0.}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4 - 4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4 - 4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.

Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ. $\boxed{a \geq 0.}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.

Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.

Графическая проверка: положим $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = t$, тогда исходное равенство равносильно системе

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2\cdot 6^x + a\cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ. $\boxed{a \geq 0.}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.
Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.

Графическая проверка: положим $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = t$, тогда исходное равенство равносильно системе

$$\begin{cases} t^2 + 2t + a = 0, \\ t > 0, \end{cases} \quad \text{т.е.} \begin{cases} a = \\ t > 0, \end{cases}$$

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2\cdot 6^x + a\cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ. $\boxed{a \geq 0.}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.
Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.

Графическая проверка: положим $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = t$, тогда исходное равенство равносильно системе

$$\begin{cases} t^2 + 2t + a = 0, \\ t > 0, \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} a = 1 - (t+1)^2, \\ t > 0, \end{cases}$$

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ. $\boxed{a \geq 0.}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

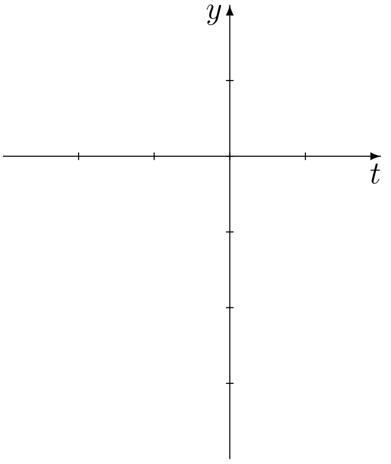
Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.

Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.



Графическая проверка: положим $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = t$, тогда исходное равенство равносильно системе

$$\begin{cases} t^2 + 2t + a = 0, \\ t > 0, \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} a = 1 - (t+1)^2, \\ t > 0, \end{cases}$$

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ. $\boxed{a \geq 0.}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

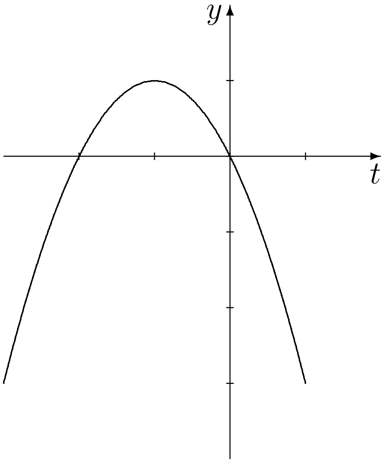
Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.

Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.



Графическая проверка: положим $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = t$, тогда исходное равенство равносильно системе

$$\begin{cases} t^2 + 2t + a = 0, \\ t > 0, \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} a = 1 - (t+1)^2, \\ t > 0, \end{cases}$$

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ. $\boxed{a \geq 0.}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

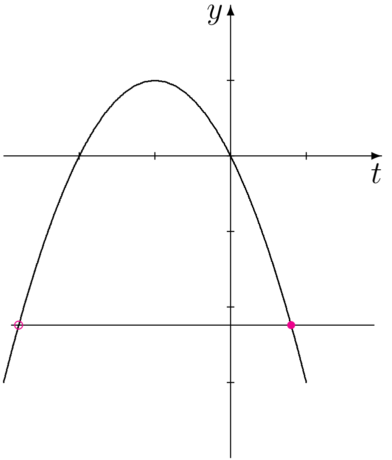
Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.

Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.



Графическая проверка: положим $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = t$, тогда исходное равенство равносильно системе

$$\begin{cases} t^2 + 2t + a = 0, \\ t > 0, \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} a = 1 - (t+1)^2, \\ t > 0, \end{cases}$$

При отрицательном значении a, т.е. при $a < 0$, имеется точка • пересечения прямой $y = a$ с параболой, имеющая положительное значение координаты t.

В этом случае последняя система имеет решение, вопреки требованию задачи.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2\cdot 6^x + a\cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ. $\boxed{a \geq 0.}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

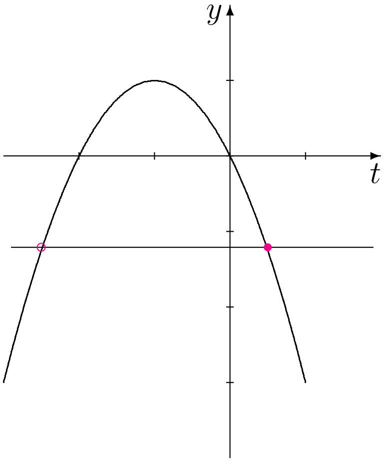
Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.

Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.



Графическая проверка: положим $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = t$, тогда исходное равенство равносильно системе

$$\begin{cases} t^2 + 2t + a = 0, \\ t > 0, \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} a = 1 - (t+1)^2, \\ t > 0, \end{cases}$$

При отрицательном значении a, т.е. при $a < 0$, имеется точка ● пересечения прямой $y = a$ с параболой, имеющая положительное значение координаты t.

В этом случае последняя система имеет решение, вопреки требованию задачи.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ. $\boxed{a \geq 0.}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

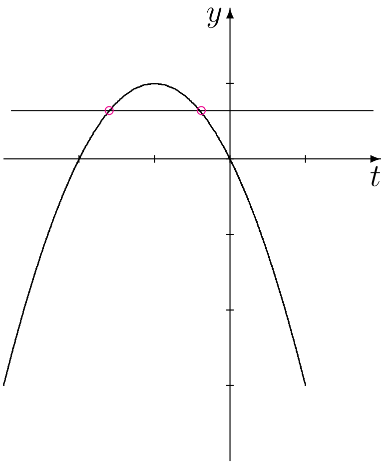
Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.

Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.



Графическая проверка: положим $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = t$, тогда исходное равенство равносильно системе

$$\begin{cases} t^2 + 2t + a = 0, \\ t > 0, \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} a = 1 - (t+1)^2, \\ t > 0, \end{cases}$$

При $0 \leq a < 1$ у обеих точек ○ пересечения прямой $y = a$ с параболой абсциссы t неположительны.

В этом случае последняя система решения не имеет, что и требуется.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ. $\boxed{a \geq 0.}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

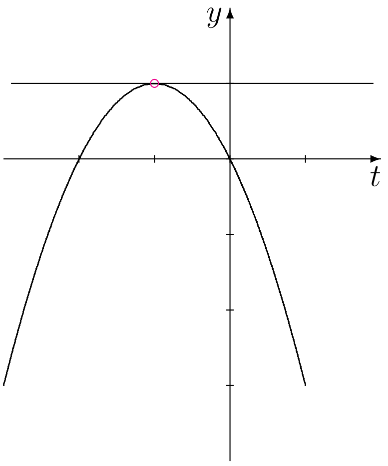
Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.

Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.



Графическая проверка: положим $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = t$, тогда исходное равенство равносильно системе

$$\begin{cases} t^2 + 2t + a = 0, \\ t > 0, \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} a = 1 - (t+1)^2, \\ t > 0, \end{cases}$$

При $a = 1$ имеется единственная точка $\circ$ пересечения прямой $y = 1$ с параболой, причём абсцисса $t = -1$ этой точки отрицательна.

В этом случае последняя система решения тоже не имеет, что и требуется.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2 \cdot 6^x + a \cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ. $\boxed{a \geq 0.}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

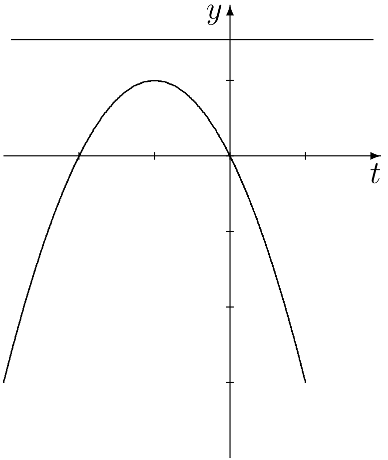
Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.

Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.



Графическая проверка: положим $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = t$, тогда исходное равенство равносильно системе

$$\begin{cases} t^2 + 2t + a = 0, \\ t > 0, \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} a = 1 - (t+1)^2, \\ t > 0, \end{cases}$$

При $a > 1$ прямая $y = 1$ не пересекается с параболой.

В этом случае последняя система решения тоже не имеет, что и требуется.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение $4^x + 2\cdot 6^x + a\cdot 9^x = 0$ не имеет решений?

Ответ. $\boxed{a \geq 0.}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + a = 0.$$

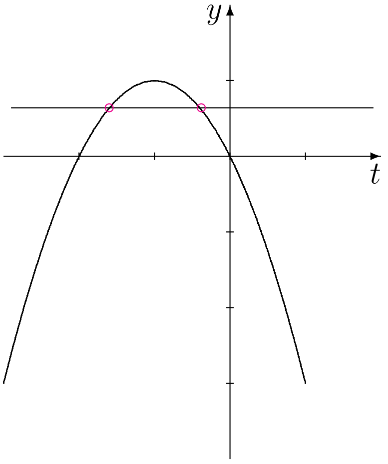
Это квадратное уравнение относительно $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}$:

$$0 < \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4a}}{2}.$$

Как известно, $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} > 0$, поэтому решений нет, если

$-2 + \sqrt{4-4a} \leq 0$, т.е. $\sqrt{4-4a} \leq 2$, откуда $4 - 4a \leq 4$.

Следовательно, исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $a \geq 0$.



Графическая проверка: положим $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = t$, тогда исходное равенство равносильно системе

$$\begin{cases} t^2 + 2t + a = 0, \\ t > 0, \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} a = 1 - (t+1)^2, \\ t > 0, \end{cases}$$

Итак, только в верхней полуплоскости $a \geq 0$ нет точек параболы, лежащих в правой полуплоскости $t > 0$, т.е. исходное уравнение корней не имеет, что подтверждает полученный ответ.

Решение задачи 9.

Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?
Ответ.

Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\left\{\begin{array}{l} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ \end{array}\right. \qquad\qquad\qquad\qquad \Leftrightarrow$$

Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x^2 + 2ax + a^2 > x^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x^2 + 2ax + a^2 > x^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ a(2x + a + 1) > 0 \end{cases}$$

Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x^2 + 2ax + a^2 > x^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ a(2x + a + 1) > 0 \end{cases}$$

1) $a < 0$

Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x^2 + 2ax + a^2 > x^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ a(2x + a + 1) > 0 \end{cases}$$

1) $a < 0$

$$\begin{cases} a < 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ \\ \\ \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x+a>\sqrt{x^2-a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x+a\geq 0, \\ x^2-a\geq 0, \\ x^2+2ax+a^2>x^2-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+a\geq 0, \\ x^2-a\geq 0, \\ a(2x+a+1)>0 \end{cases}$$

1) $a<0$

$$\begin{cases} a<0, \\ x+a\geq 0, \\ x^2-a\geq 0, \\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x^2 + 2ax + a^2 > x^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ a(2x + a + 1) > 0 \end{cases}$$

1) $a < 0$

$$\begin{cases} a < 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ x \geq -a, \\ x^2 \geq a, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$

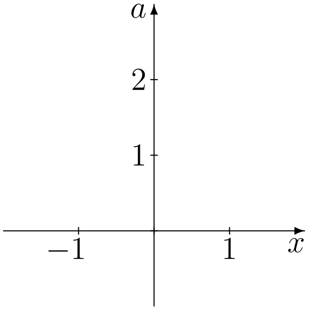
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x+a>\sqrt{x^2-a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x+a\geq 0, \\ x^2-a\geq 0, \\ x^2+2ax+a^2>x^2-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+a\geq 0, \\ x^2-a\geq 0, \\ a(2x+a+1)>0 \end{cases}$$

1) $a<0$

$$\begin{cases} a<0, \\ x+a\geq 0, \\ x^2-a\geq 0, \\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0, \\ x\geq -a, \\ x^2\geq a, \\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



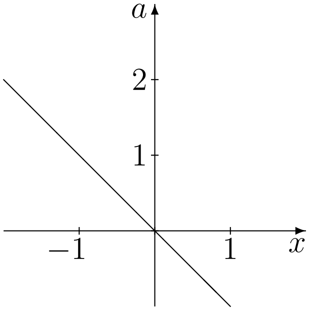
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x+a>\sqrt{x^2-a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ x^2+2ax+a^2>x^2-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ a(2x+a+1)>0 \end{cases}$$

1) $a<0$

$$\begin{cases} a<0,\\ x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0,\\ x\ge -a,\\ x^2\ge a,\\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



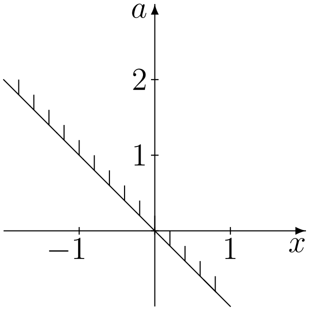
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x^2 + 2ax + a^2 > x^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ a(2x + a + 1) > 0 \end{cases}$$

1) $a < 0$

$$\begin{cases} a < 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ x \geq -a, \\ x^2 \geq a, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



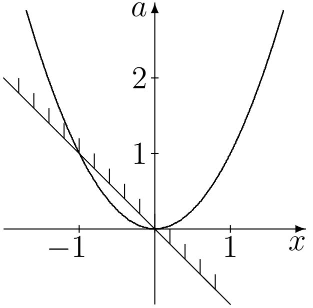
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x^2 + 2ax + a^2 > x^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ a(2x + a + 1) > 0 \end{cases}$$

1) $a < 0$

$$\begin{cases} a < 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ x \geq -a, \\ x^2 \geq a, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



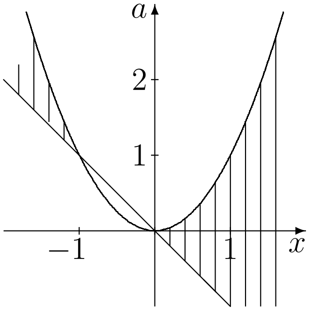
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x^2 + 2ax + a^2 > x^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ a(2x + a + 1) > 0 \end{cases}$$

1) $a < 0$

$$\begin{cases} a < 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ x \geq -a, \\ x^2 \geq a, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



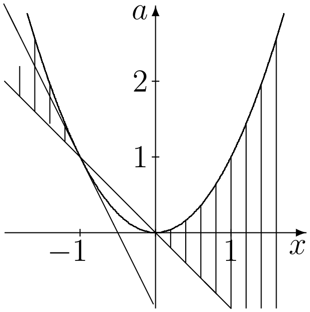
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x^2 + 2ax + a^2 > x^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ a(2x + a + 1) > 0 \end{cases}$$

1) $a < 0$

$$\begin{cases} a < 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ x \geq -a, \\ x^2 \geq a, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



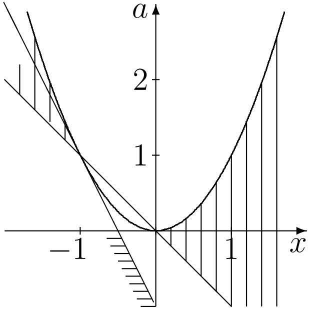
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x+a>\sqrt{x^2-a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x+a\geq 0, \\ x^2-a\geq 0, \\ x^2+2ax+a^2>x^2-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+a\geq 0, \\ x^2-a\geq 0, \\ a(2x+a+1)>0 \end{cases}$$

1) $a<0$

$$\begin{cases} a<0, \\ x+a\geq 0, \\ x^2-a\geq 0, \\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0, \\ x\geq -a, \\ x^2\geq a, \\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



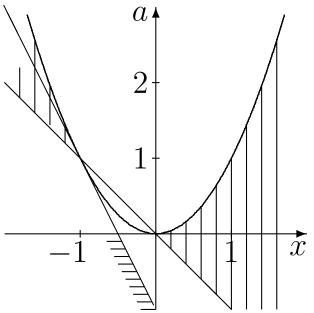
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x+a>\sqrt{x^2-a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x+a\geq 0,\\ x^2-a\geq 0,\\ x^2+2ax+a^2>x^2-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+a\geq 0,\\ x^2-a\geq 0,\\ a(2x+a+1)>0 \end{cases}$$

1) $a<0$

$$\begin{cases} a<0,\\ x+a\geq 0,\\ x^2-a\geq 0,\\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0,\\ x\geq -a,\\ x^2\geq a,\\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



При $a<0$ решений нет.

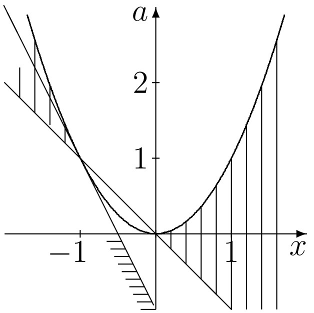
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x+a>\sqrt{x^2-a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x+a\geq 0,\\ x^2-a\geq 0,\\ x^2+2ax+a^2>x^2-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+a\geq 0,\\ x^2-a\geq 0,\\ a(2x+a+1)>0 \end{cases}$$

1) $a<0$

$$\begin{cases} a<0,\\ x+a\geq 0,\\ x^2-a\geq 0,\\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0,\\ x\geq -a,\\ x^2\geq a,\\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



При $a<0$ решений нет.

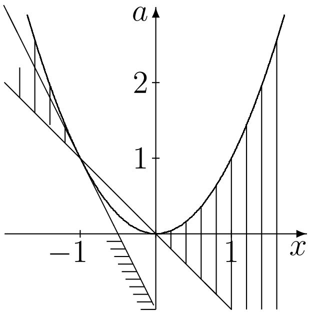
2) $a\geq 0$

Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x+a>\sqrt{x^2-a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ x^2+2ax+a^2>x^2-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ a(2x+a+1)>0 \end{cases}$$

1) $a<0$



$$\begin{cases} a<0,\\ x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0,\\ x\ge -a,\\ x^2\ge a,\\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$

При $a<0$ решений нет.

2) $a\ge 0$

$$\begin{cases} a\ge 0,\\ x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ \\ \end{cases} \Leftrightarrow$$

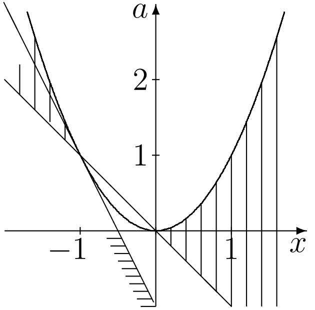
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x^2 + 2ax + a^2 > x^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ a(2x + a + 1) > 0 \end{cases}$$

1) $a < 0$

$$\begin{cases} a < 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ x \geq -a, \\ x^2 \geq a, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



При $a < 0$ решений нет.

2) $a \geq 0$

$$\begin{cases} a \geq 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x > -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

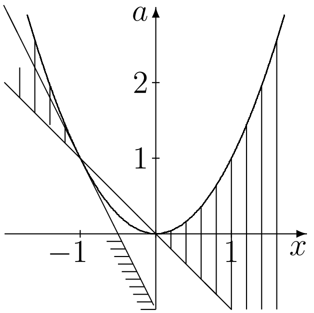
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x+a>\sqrt{x^2-a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ x^2+2ax+a^2>x^2-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ a(2x+a+1)>0 \end{cases}$$

1) $a<0$

$$\begin{cases} a<0,\\ x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0,\\ x\ge -a,\\ x^2\ge a,\\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



При $a<0$ решений нет.

2) $a\ge 0$

$$\begin{cases} a\ge 0,\\ x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ x>-\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\ge 0,\\ x\ge -a,\\ x^2\ge a,\\ x>-\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$

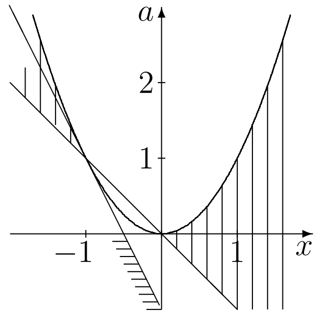
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x+a>\sqrt{x^2-a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ x^2+2ax+a^2>x^2-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ a(2x+a+1)>0 \end{cases}$$

1) $a<0$

$$\begin{cases} a<0,\\ x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0,\\ x\ge -a,\\ x^2\ge a,\\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



При $a<0$ решений нет.

2) $a\ge 0$

$$\begin{cases} a\ge 0,\\ x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ x>-\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\ge 0,\\ x\ge -a,\\ x^2\ge a,\\ x>-\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$

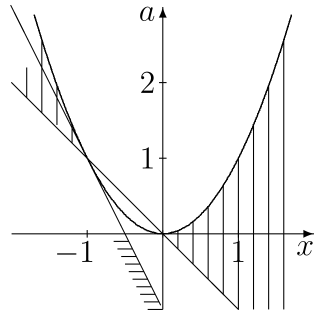
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x+a>\sqrt{x^2-a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ x^2+2ax+a^2>x^2-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ a(2x+a+1)>0 \end{cases}$$

1) $a<0$

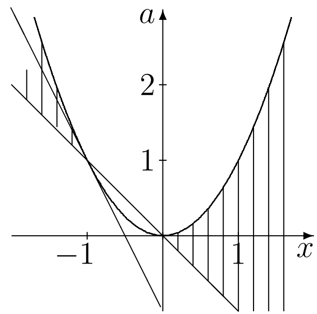
$$\begin{cases} a<0,\\ x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0,\\ x\ge -a,\\ x^2\ge a,\\ x<-\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



При $a<0$ решений нет.

2) $a\ge 0$

$$\begin{cases} a\ge 0,\\ x+a\ge 0,\\ x^2-a\ge 0,\\ x>-\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\ge 0,\\ x\ge -a,\\ x^2\ge a,\\ x>-\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



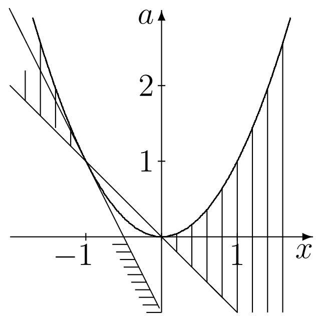
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x^2 + 2ax + a^2 > x^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ a(2x + a + 1) > 0 \end{cases}$$

1) $a < 0$

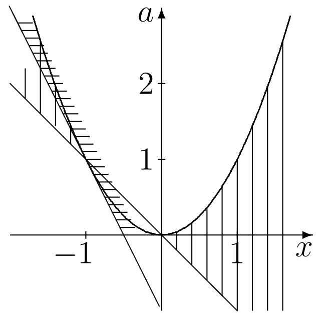
$$\begin{cases} a < 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ x \geq -a, \\ x^2 \geq a, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



При $a < 0$ решений нет.

2) $a \geq 0$

$$\begin{cases} a \geq 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x > -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0, \\ x \geq -a, \\ x^2 \geq a, \\ x > -\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



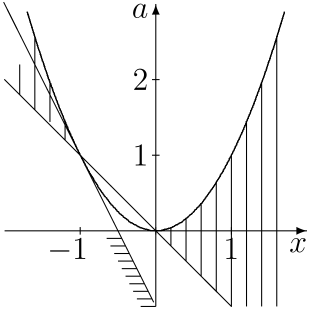
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x^2 + 2ax + a^2 > x^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ a(2x + a + 1) > 0 \end{cases}$$

1) $a < 0$

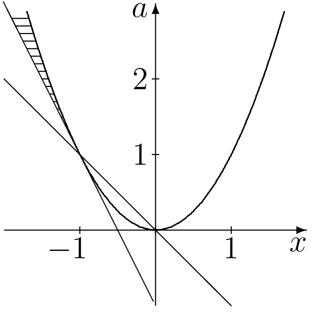
$$\begin{cases} a < 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ x \geq -a, \\ x^2 \geq a, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



При $a < 0$ решений нет.

2) $a \geq 0$

$$\begin{cases} a \geq 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x > -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0, \\ x \geq -a, \\ x^2 \geq a, \\ x > -\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



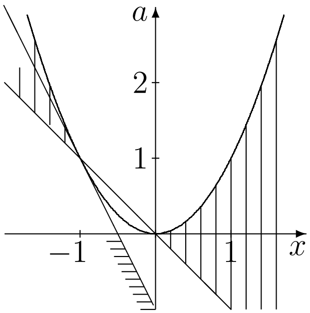
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x^2 + 2ax + a^2 > x^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ a(2x + a + 1) > 0 \end{cases}$$

1) $a < 0$

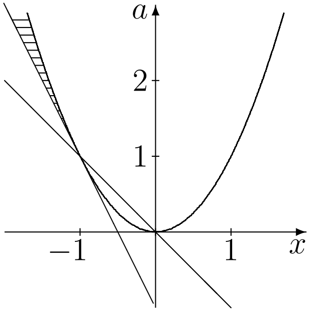
$$\begin{cases} a < 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ x \geq -a, \\ x^2 \geq a, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



При $a < 0$ решений нет.

2) $a \geq 0$

$$\begin{cases} a \geq 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x > -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0, \\ x \geq -a, \\ x^2 \geq a, \\ x > -\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



решения есть только при $a > 1$.

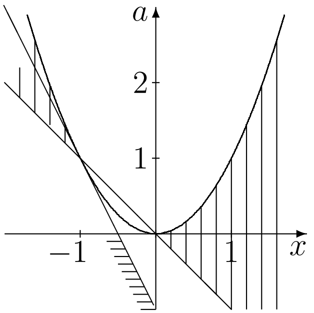
Задача 9. При каких значениях параметра a неравенство $x + a > \sqrt{x^2 - a}$ имеет решения?

Ответ.

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x^2 + 2ax + a^2 > x^2 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ a(2x + a + 1) > 0 \end{cases}$$

1) $a < 0$

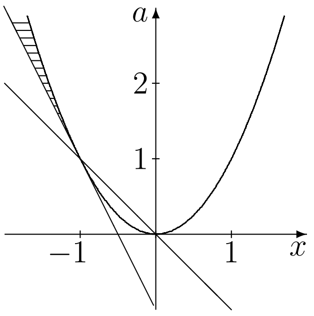
$$\begin{cases} a < 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0, \\ x \geq -a, \\ x^2 \geq a, \\ x < -\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



При $a < 0$ решений нет.

2) $a \geq 0$

$$\begin{cases} a \geq 0, \\ x + a \geq 0, \\ x^2 - a \geq 0, \\ x > -\dfrac{a+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0, \\ x \geq -a, \\ x^2 \geq a, \\ x > -\dfrac{a+1}{2} \end{cases}$$



решения есть только при $a > 1$.

У исходного неравенства решения есть только при $\boxed{a > 1}$.

Решение задачи 10.

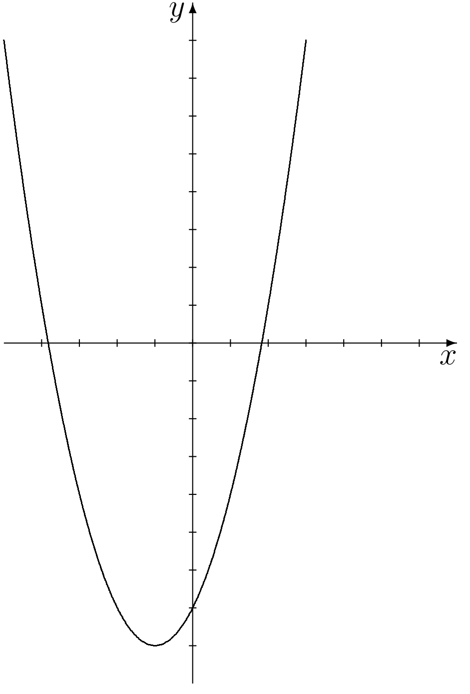
Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ.

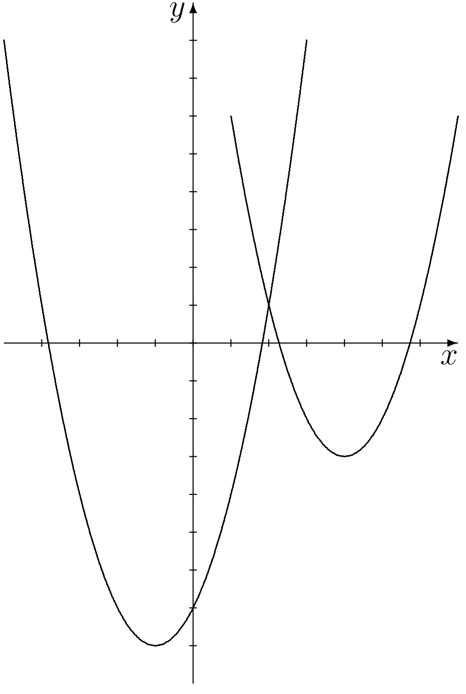
Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ.



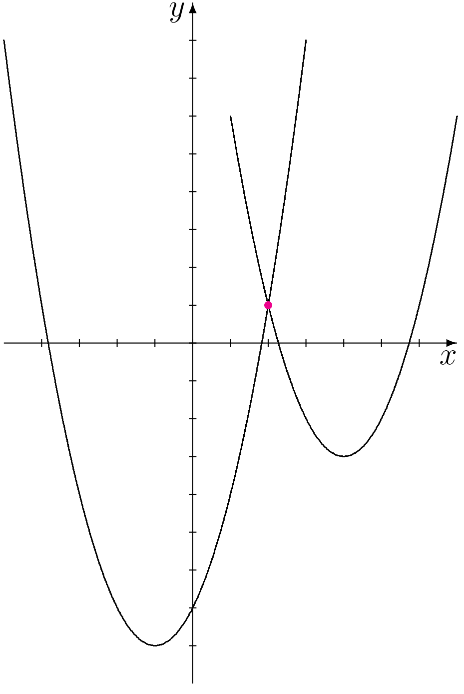
Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2+\frac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\frac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ.



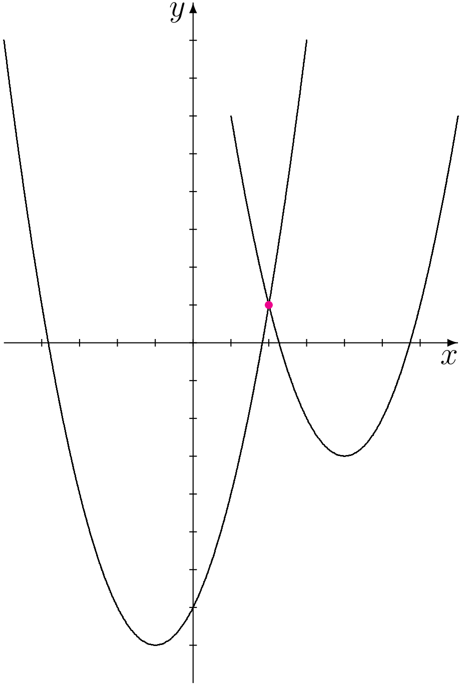
Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2+\frac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\frac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ.



Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2 + \dfrac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \dfrac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ. В рассматриваемой ситуации либо ординаты точек пересечения парабол должны иметь одинаковый знак (если этих точек две), либо, если точка пересечения единственная, ее абсцисса должна быть положительной.



Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ. В рассматриваемой ситуации либо ординаты точек пересечения парабол должны иметь одинаковый знак (если этих точек две), либо, если точка пересечения единственная, ее абсцисса должна быть положительной.

Если $(u;\ v)$ — координаты точки пересечения парабол, то

Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ. В рассматриваемой ситуации либо ординаты точек пересечения парабол должны иметь одинаковый знак (если этих точек две), либо, если точка пересечения единственная, ее абсцисса должна быть положительной.

Если $(u;\ v)$ — координаты точки пересечения парабол, то

$$\begin{cases} u^2+\dfrac{3u}{a}+2a=y, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ. В рассматриваемой ситуации либо ординаты точек пересечения парабол должны иметь одинаковый знак (если этих точек две), либо, если точка пересечения единственная, ее абсцисса должна быть положительной.

Если $(u;\ v)$ — координаты точки пересечения парабол, то

$$\begin{cases} u^2+\dfrac{3u}{a}+2a=y, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{9u}{a}-3a=0, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ. В рассматриваемой ситуации либо ординаты точек пересечения парабол должны иметь одинаковый знак (если этих точек две), либо, если точка пересечения единственная, ее абсцисса должна быть положительной.

Если $(u;\ v)$ — координаты точки пересечения парабол, то

$$\begin{cases} u^2+\dfrac{3u}{a}+2a=y, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{9u}{a}-3a=0, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=\dfrac{a^2}{3}, \\ \dfrac{a^4}{9}+3a=y. \end{cases}$$

Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ. В рассматриваемой ситуации либо ординаты точек пересечения парабол должны иметь одинаковый знак (если этих точек две), либо, если точка пересечения единственная, ее абсцисса должна быть положительной.

Если $(u;\ v)$ — координаты точки пересечения парабол, то

$$\begin{cases} u^2+\dfrac{3u}{a}+2a=y, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{9u}{a}-3a=0, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=\dfrac{a^2}{3}, \\ \dfrac{a^4}{9}+3a=y. \end{cases}$$

Ордината должна быть положительна, значит, $\dfrac{a^4}{9}+3a>0$. Таким образом,

Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ. В рассматриваемой ситуации либо ординаты точек пересечения парабол должны иметь одинаковый знак (если этих точек две), либо, если точка пересечения единственная, ее абсцисса должна быть положительной.

Если $(u;\ v)$ — координаты точки пересечения парабол, то

$$\begin{cases} u^2+\dfrac{3u}{a}+2a=y, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{9u}{a}-3a=0, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=\dfrac{a^2}{3}, \\ \dfrac{a^4}{9}+3a=y. \end{cases}$$

Ордината должна быть положительна, значит, $\dfrac{a^4}{9}+3a>0$. Таким образом,
$a\in(-\infty;\ -3)\cup(0;\ +\infty)$.

Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ. В рассматриваемой ситуации либо ординаты точек пересечения парабол должны иметь одинаковый знак (если этих точек две), либо, если точка пересечения единственная, ее абсцисса должна быть положительной.

Если $(u;\ v)$ — координаты точки пересечения парабол, то

$$\begin{cases} u^2+\dfrac{3u}{a}+2a=y, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{9u}{a}-3a=0, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=\dfrac{a^2}{3}, \\ \dfrac{a^4}{9}+3a=y. \end{cases}$$

Ордината должна быть положительна, значит, $\dfrac{a^4}{9}+3a>0$. Таким образом, $a\in(-\infty;\ -3)\cup(0;\ +\infty)$. При этом корни должны существовать, значит,

Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2+\frac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\frac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ. В рассматриваемой ситуации либо ординаты точек пересечения парабол должны иметь одинаковый знак (если этих точек две), либо, если точка пересечения единственная, ее абсцисса должна быть положительной.

Если $(u;\ v)$ — координаты точки пересечения парабол, то

$$\begin{cases} u^2+\frac{3u}{a}+2a=y, \\ u^2+\frac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9u}{a}-3a=0, \\ u^2+\frac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=\frac{a^2}{3}, \\ \frac{a^4}{9}+3a=y. \end{cases}$$

Ордината должна быть положительна, значит, $\frac{a^4}{9}+3a>0$. Таким образом, $a\in(-\infty;\ -3)\cup(0;\ +\infty)$. При этом корни должны существовать, значит, дискриминант уравнений должен быть неотрицательным, даже положительным (корней должно быть несколько):

Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$ и $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ. В рассматриваемой ситуации либо ординаты точек пересечения парабол должны иметь одинаковый знак (если этих точек две), либо, если точка пересечения единственная, ее абсцисса должна быть положительной.
Если $(u;\ v)$ — координаты точки пересечения парабол, то

$$\begin{cases} u^2 + \dfrac{3u}{a} + 2a = y, \\ u^2 + \dfrac{12u}{a} - a = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{9u}{a} - 3a = 0, \\ u^2 + \dfrac{12u}{a} - a = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \dfrac{a^2}{3}, \\ \dfrac{a^4}{9} + 3a = y. \end{cases}$$

Ордината должна быть положительна, значит, $\frac{a^4}{9} + 3a > 0$. Таким образом,
$a \in (-\infty;\ -3) \cup (0;\ +\infty)$. При этом корни должны существовать, значит,
дискриминант уравнений должен быть неотрицательным, даже положительным (корней должно быть несколько):

$$\begin{cases} \dfrac{9}{a^2} - 8a > 0, \\ \dfrac{144}{a^2} + 4a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ. В рассматриваемой ситуации либо ординаты точек пересечения парабол должны иметь одинаковый знак (если этих точек две), либо, если точка пересечения единственная, ее абсцисса должна быть положительной.
Если $(u;\ v)$ — координаты точки пересечения парабол, то

$$\begin{cases} u^2+\dfrac{3u}{a}+2a=y, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{9u}{a}-3a=0, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=\dfrac{a^2}{3}, \\ \dfrac{a^4}{9}+3a=y. \end{cases}$$

Ордината должна быть положительна, значит, $\dfrac{a^4}{9}+3a>0$. Таким образом, $a\in(-\infty;\ -3)\cup(0;\ +\infty)$. При этом корни должны существовать, значит, дискриминант уравнений должен быть неотрицательным, даже положительным (корней должно быть несколько):

$$\begin{cases} \dfrac{9}{a^2}-8a>0, \\ \dfrac{144}{a^2}+4a>0 \end{cases} \Leftrightarrow -\sqrt[3]{36}<a<\dfrac{\sqrt[3]{9}}{2}.$$

Задача 10. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнений $x^2+\dfrac{3x}{a}+2a=0$ и $x^2+\dfrac{12x}{a}-a=0$ не перемежаются, в том смысле, что оба корня одного из уравнений находятся между корнями другого уравнения.

Ответ. В рассматриваемой ситуации либо ординаты точек пересечения парабол должны иметь одинаковый знак (если этих точек две), либо, если точка пересечения единственная, ее абсцисса должна быть положительной.
Если $(u;\ v)$ — координаты точки пересечения парабол, то

$$\begin{cases} u^2+\dfrac{3u}{a}+2a=y, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{9u}{a}-3a=0, \\ u^2+\dfrac{12u}{a}-a=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=\dfrac{a^2}{3}, \\ \dfrac{a^4}{9}+3a=y. \end{cases}$$

Ордината должна быть положительна, значит, $\dfrac{a^4}{9}+3a>0$. Таким образом, $a\in(-\infty;\ -3)\cup(0;\ +\infty)$. При этом корни должны существовать, значит, дискриминант уравнений должен быть неотрицательным, даже положительным (корней должно быть несколько):

$$\begin{cases} \dfrac{9}{a^2}-8a>0, \\ \dfrac{144}{a^2}+4a>0 \end{cases} \Leftrightarrow -\sqrt[3]{36}<a<\frac{\sqrt[3]{9}}{2}.$$

$$\boxed{a\in\left(-\sqrt[3]{36};\ -3\right)\cup\left(0;\ \frac{\sqrt[3]{9}}{2}\right)}.$$

Решение задачи 11.

Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \leq 0$ не имеет решений?

Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \leq 0$ не имеет решений?

Ответ.

Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \leq 0$ не имеет решений?

Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \leq 0. \end{cases}$

Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \leq 0$ не имеет решений?

Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \leq 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \leq 0$ не имеет решений?

Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \leq 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

1) отрицателен дискриминант:

2) все корни неположительны:

Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \le 0$ не имеет решений?

Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \le 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

1) отрицателен дискриминант: 2) все корни неположительны:

$4 - 4 \cdot (-8 + a) < 0 \;\Leftrightarrow$

Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \le 0$ не имеет решений?

Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \le 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

1) отрицателен дискриминант: $4 - 4 \cdot (-8 + a) < 0 \;\Leftrightarrow\; a > 9.$

2) все корни неположительны:

Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \leq 0$ не имеет решений?

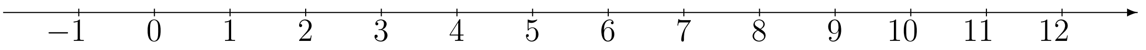
Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \leq 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

1) отрицателен дискриминант: $4 - 4 \cdot (-8 + a) < 0 \;\Leftrightarrow\; a > 9.$

2) все корни неположительны:

1)



Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \le 0$ не имеет решений?

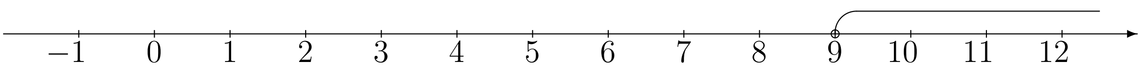
Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \le 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

1) отрицателен дискриминант: $4 - 4 \cdot (-8 + a) < 0 \;\Leftrightarrow\; a > 9.$

2) все корни неположительны:

1)



Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \leq 0$ не имеет решений?

Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \leq 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

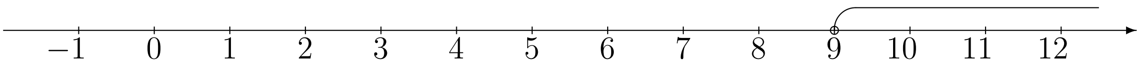
1) отрицателен дискриминант:

$4 - 4 \cdot (-8 + a) < 0 \;\Leftrightarrow\; a > 9.$

2) все корни неположительны:

$$\begin{cases} -1 - \sqrt{1 + 8 - a} \leq 0, \\ -1 + \sqrt{1 + 8 - a} \leq 0. \end{cases}$$

1)



Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \leq 0$ не имеет решений?

Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \leq 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

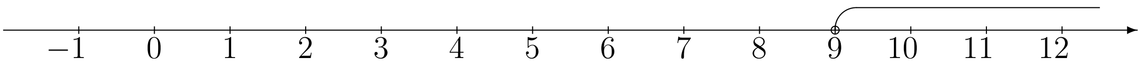
1) отрицателен дискриминант:

$4 - 4 \cdot (-8 + a) < 0 \;\Leftrightarrow\; a > 9.$

2) все корни неположительны:

$$\begin{cases} -1 - \sqrt{1 + 8 - a} \leq 0, \\ -1 + \sqrt{1 + 8 - a} \leq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\sqrt{9 - a} \leq 1 & \Leftrightarrow \quad 9 - a \geq 0, \\ \sqrt{9 - a} \leq 1 & \Leftrightarrow \quad 0 \leq 9 - a \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

1) 

Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \leq 0$ не имеет решений?

Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \leq 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

1) отрицателен дискриминант:

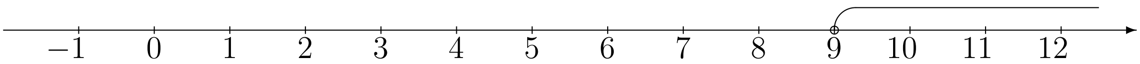
$4 - 4 \cdot (-8 + a) < 0 \;\Leftrightarrow\; a > 9.$

2) все корни неположительны:

$$\begin{cases} -1 - \sqrt{1 + 8 - a} \leq 0, \\ -1 + \sqrt{1 + 8 - a} \leq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\sqrt{9 - a} \leq 1 & \Leftrightarrow \quad 9 - a \geq 0, \\ \sqrt{9 - a} \leq 1 & \Leftrightarrow \quad 0 \leq 9 - a \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow\; 8 \leq a \leq 9.$

1) 

Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \le 0$ не имеет решений?

Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \le 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

1) отрицателен дискриминант:

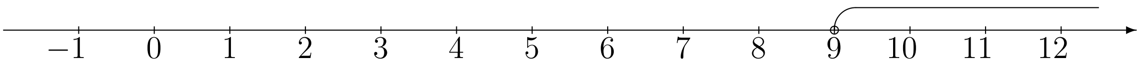
$4 - 4 \cdot (-8 + a) < 0 \;\Leftrightarrow\; a > 9.$

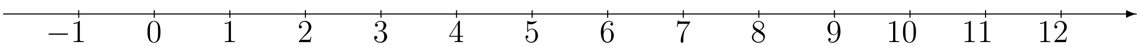
2) все корни неположительны:

$$\begin{cases} -1 - \sqrt{1 + 8 - a} \le 0, \\ -1 + \sqrt{1 + 8 - a} \le 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\sqrt{9 - a} \le 1 & \Leftrightarrow \quad 9 - a \ge 0, \\ \sqrt{9 - a} \le 1 & \Leftrightarrow \quad 0 \le 9 - a \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow\; 8 \le a \le 9.$

1) 

2) 

Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \le 0$ не имеет решений?

Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \le 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

1) отрицателен дискриминант:

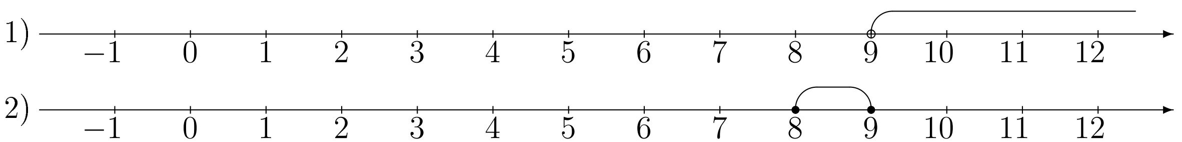
$4 - 4 \cdot (-8 + a) < 0 \;\Leftrightarrow\; a > 9.$

2) все корни неположительны:

$$\begin{cases} -1 - \sqrt{1 + 8 - a} \le 0, \\ -1 + \sqrt{1 + 8 - a} \le 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\sqrt{9 - a} \le 1 & \Leftrightarrow \quad 9 - a \ge 0, \\ \sqrt{9 - a} \le 1 & \Leftrightarrow \quad 0 \le 9 - a \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow\; 8 \le a \le 9.$



Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \le 0$ не имеет решений?

Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \le 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

1) отрицателен дискриминант:

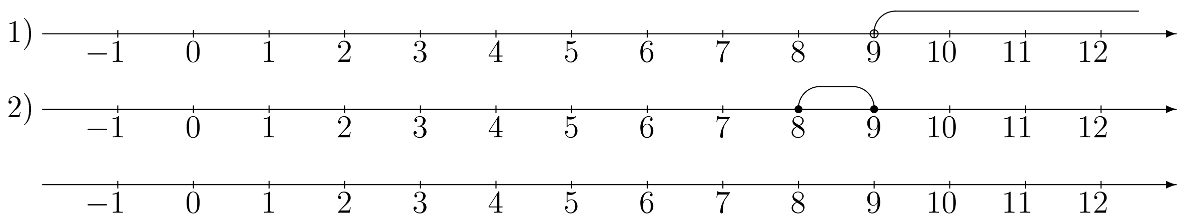
$4 - 4 \cdot (-8 + a) < 0 \;\Leftrightarrow\; a > 9.$

2) все корни неположительны:

$$\begin{cases} -1 - \sqrt{1 + 8 - a} \le 0, \\ -1 + \sqrt{1 + 8 - a} \le 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\sqrt{9 - a} \le 1 & \Leftrightarrow \quad 9 - a \ge 0, \\ \sqrt{9 - a} \le 1 & \Leftrightarrow \quad 0 \le 9 - a \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow\; 8 \le a \le 9.$



Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \le 0$ не имеет решений?

Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \le 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

1) отрицателен дискриминант:

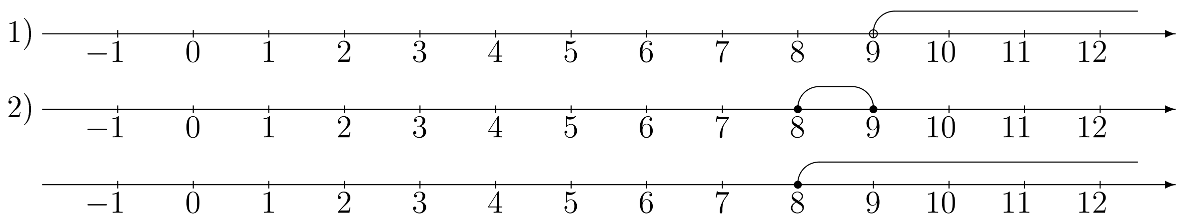
$4 - 4 \cdot (-8 + a) < 0 \;\Leftrightarrow\; a > 9.$

2) все корни неположительны:

$$\begin{cases} -1 - \sqrt{1 + 8 - a} \le 0, \\ -1 + \sqrt{1 + 8 - a} \le 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\sqrt{9 - a} \le 1 & \Leftrightarrow \quad 9 - a \ge 0, \\ \sqrt{9 - a} \le 1 & \Leftrightarrow \quad 0 \le 9 - a \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow\; 8 \le a \le 9.$



Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \le 0$ не имеет решений?

Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \le 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

1) отрицателен дискриминант:

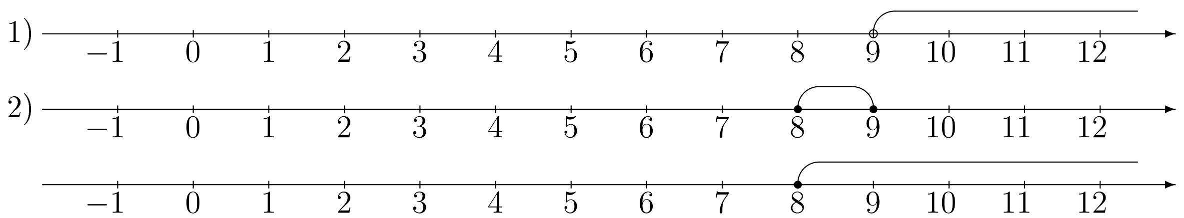
$4 - 4 \cdot (-8 + a) < 0 \;\Leftrightarrow\; a > 9.$

2) все корни неположительны:

$$\begin{cases} -1 - \sqrt{1 + 8 - a} \le 0, \\ -1 + \sqrt{1 + 8 - a} \le 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\sqrt{9 - a} \le 1 & \Leftrightarrow \quad 9 - a \ge 0, \\ \sqrt{9 - a} \le 1 & \Leftrightarrow \quad 0 \le 9 - a \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow\; 8 \le a \le 9.$



Исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $\boxed{}$.

Задача 11. При каких значениях параметра a неравенство $4^x + 2^{x+1} - 8 + a \le 0$ не имеет решений?

Ответ. Исходное неравенство не имеет решений тогда и только тогда, когда не имеет решений система $\begin{cases} t = 2^x, \\ t^2 + 2t - 8 + a \le 0. \end{cases}$

Эта система не имеет решений тогда и только тогда, когда

1) отрицателен дискриминант:

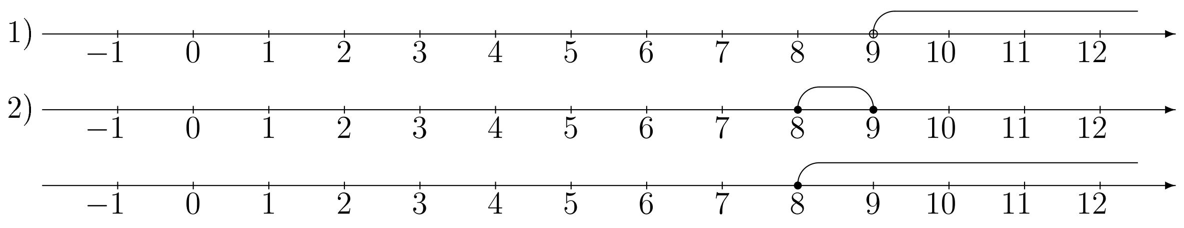
$4 - 4 \cdot (-8 + a) < 0 \;\Leftrightarrow\; a > 9.$

2) все корни неположительны:

$$\begin{cases} -1 - \sqrt{1 + 8 - a} \le 0, \\ -1 + \sqrt{1 + 8 - a} \le 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\sqrt{9 - a} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 9 - a \ge 0, \\ \sqrt{9 - a} \le 1 \;\Leftrightarrow\; 0 \le 9 - a \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow\; 8 \le a \le 9.$



Исходное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда $\boxed{a \ge 8}$.

Решение задачи 12.

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2 + (3-a)x + 2 - a = 0$ равно 4.

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2 + (3 - a)x + 2 - a = 0$ равно 4.

Ответ.

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2 + (3 - a)x + 2 - a = 0$ равно 4.

Ответ. *Первый способ.*

$$x =$$

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2 + (3 - a)x + 2 - a = 0$ равно 4.

Ответ. *Первый способ.*

$$x = \frac{a - 3 \pm \sqrt{(a-3)^2 - 4(2-a)}}{2} =$$

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2 + (3-a)x + 2 - a = 0$ равно 4.

Ответ. *Первый способ.*

$$x = \frac{a - 3 \pm \sqrt{(a-3)^2 - 4(2-a)}}{2} = \frac{a - 3 \pm |a+1|}{2} \in$$

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2+(3-a)x+2-a=0$ равно 4.

Ответ. *Первый способ.*

$$x=\frac{a-3\pm\sqrt{(a-3)^2-4(2-a)}}{2}=\frac{a-3\pm|a+1|}{2}\in\{a-2;-1\}.$$

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2+(3-a)x+2-a=0$ равно 4.

Ответ. *Первый способ.*

$$x=\frac{a-3\pm\sqrt{(a-3)^2-4(2-a)}}{2}=\frac{a-3\pm|a+1|}{2}\in\{a-2;-1\}\,.$$

Двумя способами найдем разность между корнями:

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2 + (3-a)x + 2 - a = 0$ равно 4.

Ответ. *Первый способ.*

$$x = \frac{a - 3 \pm \sqrt{(a-3)^2 - 4(2-a)}}{2} = \frac{a - 3 \pm |a+1|}{2} \in \left\{\mathbf{a-2}; -1\right\}.$$

Двумя способами найдем разность между корнями: $|\mathbf{a-2} - (-1)| = 4$.

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2+(3-a)x+2-a=0$ равно 4.

Ответ. *Первый способ.*

$$x=\frac{a-3\pm\sqrt{(a-3)^2-4(2-a)}}{2}=\frac{a-3\pm|a+1|}{2}\in\{a-2;\mathbf{-1}\}.$$

Двумя способами найдем разность между корнями: $|a-2-(\mathbf{-1})|=4$.

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2 + (3-a)x + 2 - a = 0$ равно 4.

Ответ. *Первый способ.*

$$x = \frac{a - 3 \pm \sqrt{(a-3)^2 - 4(2-a)}}{2} = \frac{a - 3 \pm |a+1|}{2} \in \{a-2; -1\}.$$

Двумя способами найдем разность между корнями: $|a - 2 - (-1)| = 4$.

$$\boxed{\left[\begin{array}{l} a = -3, \\ a = 5. \end{array}\right.}$$

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2 + (3 - a)x + 2 - a = 0$ равно 4.

Ответ. *Второй способ.*

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2 + (3 - a)x + 2 - a = 0$ равно 4.

Ответ. *Второй способ.* Пусть α — наименьший из корней.

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2 + (3 - a)x + 2 - a = 0$ равно 4.

Ответ. *Второй способ.* Пусть α — наименьший из корней.

Тогда по теореме Виета

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2 + (3-a)x + 2 - a = 0$ равно 4.

Ответ. *Второй способ.* Пусть α — наименьший из корней.

Тогда по теореме Виета $\begin{cases} \alpha + (\alpha + 4) = -(3-a), \\ \alpha(\alpha+4) = 2 - a. \end{cases}$

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2 + (3-a)x + 2 - a = 0$ равно 4.

Ответ. *Второй способ.* Пусть α — наименьший из корней.

Тогда по теореме Виета $\begin{cases} \alpha + (\alpha + 4) = -(3-a), \\ \alpha(\alpha + 4) = 2 - a. \end{cases}$

Решая эту систему неравенств относительно a, получаем ответ.

Задача 12. При каких значениях параметра a расстояние между корнями уравнения $x^2+(3-a)x+2-a=0$ равно 4.

Ответ. *Второй способ.* Пусть α — наименьший из корней.

Тогда по теореме Виета $\begin{cases} \alpha+(\alpha+4)=-(3-a), \\ \alpha(\alpha+4)=2-a. \end{cases}$

Решая эту систему неравенств относительно a, получаем ответ.

$$\boxed{\left[\begin{array}{l} a=-3, \\ a=5. \end{array}\right.}$$

Решение задачи 13.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2 + 3s^2 = 4xs + 6s + 9$ имеет единственное решение?

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2 + 3s^2 = 4xs + 6s + 9$ имеет единственное решение?

Ответ.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2 + 3s^2 = 4xs + 6s + 9$ имеет единственное решение?

Ответ.

«Притворимся», что «по-честному» ищем корни уравнения.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2 + 3s^2 = 4xs + 6s + 9$ имеет единственное решение?

Ответ.

«Притворимся», что «по-честному» ищем корни уравнения.
На самом деле, как только предоставится такая возможность, мы установим условие единственности корня, который, возможно, находить не будем.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2 + 3s^2 = 4xs + 6s + 9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2 - 4xs + 3s^2 = 6s + 9 \Leftrightarrow$

«Притворимся», что «по-честному» ищем корни уравнения.
На самом деле, как только предоставится такая возможность, мы установим условие единственности корня, который, возможно, находить не будем.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

«Притворимся», что «по-честному» ищем корни уравнения.

На самом деле, как только предоставится такая возможность, мы установим условие единственности корня, который, возможно, находить не будем.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2 + 3s^2 = 4xs + 6s + 9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2 - 4xs + 3s^2 = 6s + 9 \Leftrightarrow x^2 - 4xs + 4s^2 = s^2 + 6s + 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x - 2s)^2 = s^2 + 6s + 9 \Leftrightarrow$

«Притворимся», что «по-честному» ищем корни уравнения.

На самом деле, как только предоставится такая возможность, мы установим условие единственности корня, который, возможно, находить не будем.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow$

«Притворимся», что «по-честному» ищем корни уравнения.
На самом деле, как только предоставится такая возможность, мы установим условие единственности корня, который, возможно, находить не будем.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2 + 3s^2 = 4xs + 6s + 9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2 - 4xs + 3s^2 = 6s + 9 \Leftrightarrow x^2 - 4xs + 4s^2 = s^2 + 6s + 9 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x - 2s)^2 = s^2 + 6s + 9 \Leftrightarrow (x - 2s)^2 = (s + 3)^2 \Leftrightarrow x - 2s = \pm(s + 3).$

«Притворимся», что «по-честному» ищем корни уравнения.

На самом деле, как только предоставится такая возможность, мы установим условие единственности корня, который, возможно, находить не будем.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2 + 3s^2 = 4xs + 6s + 9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2 - 4xs + 3s^2 = 6s + 9 \Leftrightarrow x^2 - 4xs + 4s^2 = s^2 + 6s + 9 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x - 2s)^2 = s^2 + 6s + 9 \Leftrightarrow (x - 2s)^2 = (s + 3)^2 \Leftrightarrow x - 2s = \pm(s + 3).$

«Притворимся», что «по-честному» ищем корни уравнения.
Нас интересует только ситуация, когда корень единственный.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

«Притворимся», что «по-честному» ищем корни уравнения.
Нас интересует только ситуация, когда корень единственный.
Для этих значений переменных выполняются оба равенства.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

«Притворимся», что «по-честному» ищем корни уравнения.
Нас интересует только ситуация, когда корень единственный.
Для этих значений переменных выполняются оба равенства.
Значит, если при данном S значение переменной x определяется однозначно, то набор значений переменных x, s является решением

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2 + 3s^2 = 4xs + 6s + 9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2 - 4xs + 3s^2 = 6s + 9 \Leftrightarrow x^2 - 4xs + 4s^2 = s^2 + 6s + 9 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x - 2s)^2 = s^2 + 6s + 9 \Leftrightarrow (x - 2s)^2 = (s + 3)^2 \Leftrightarrow x - 2s = \pm(s + 3).$

«Притворимся», что «по-честному» ищем корни уравнения.
Нас интересует только ситуация, когда корень единственный.
Для этих значений переменных выполняются оба равенства.
Значит, если при данном S значение переменной x определяется однозначно, то набор значений переменных x, s является решением системы уравнений.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

«Притворимся», что «по-честному» ищем корни уравнения.

Нас интересует только ситуация, когда корень единственный.

Для этих значений переменных выполняются оба равенства.

Значит, если при данном S значение переменной x определяется однозначно, то набор значений переменных x, s является решением системы уравнений.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

«Притворимся», что «по-честному» ищем корни уравнения.

Нас интересует только ситуация, когда корень единственный.

Для этих значений переменных выполняются оба равенства.

Значит, если при данном S значение переменной x определяется однозначно, то набор значений переменных x, s является решением системы уравнений.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.
$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\left\{\begin{array}{l} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=-6, \\ s=-3. \end{array}\right.$$

Итак, искомое значение s равно 3.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.

Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2 + 3s^2 = 4xs + 6s + 9$ имеет единственное решение?

Ответ.

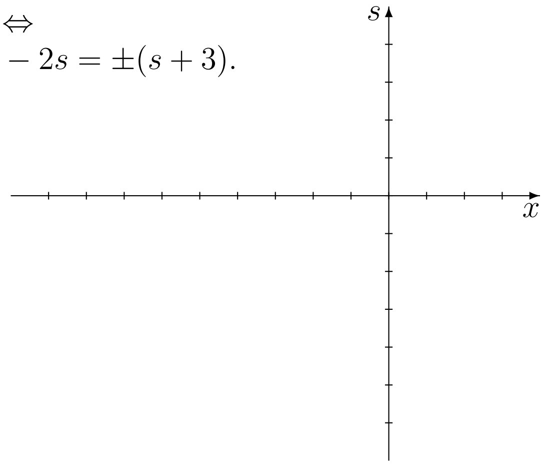
$x^2 - 4xs + 3s^2 = 6s + 9 \Leftrightarrow x^2 - 4xs + 4s^2 = s^2 + 6s + 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x - 2s)^2 = s^2 + 6s + 9 \Leftrightarrow (x - 2s)^2 = (s + 3)^2 \Leftrightarrow x - 2s = \pm(s + 3).$

$$\begin{cases} x - s = -3, \\ x - 3s = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6, \\ s = -3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.

Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x - s = -3$ и $x - 3s = 3$, и найдём координаты точки их пересечения.



Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

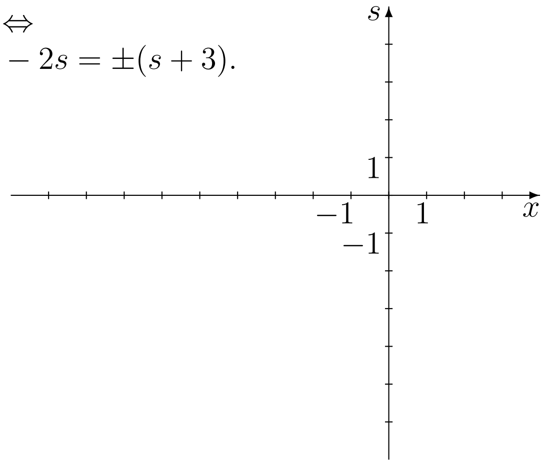
$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.

Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.



Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

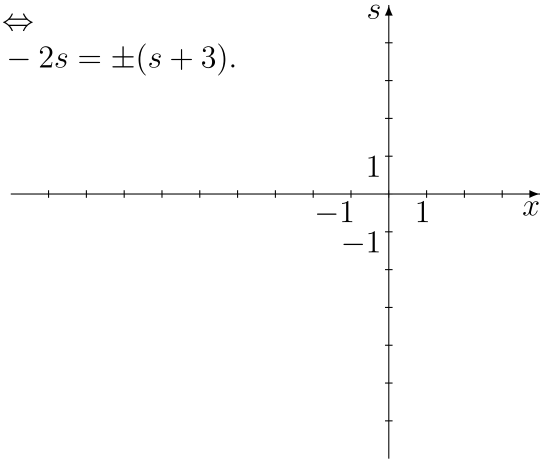
Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.



Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Сначала построим линию $x-s=-3$. Это

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

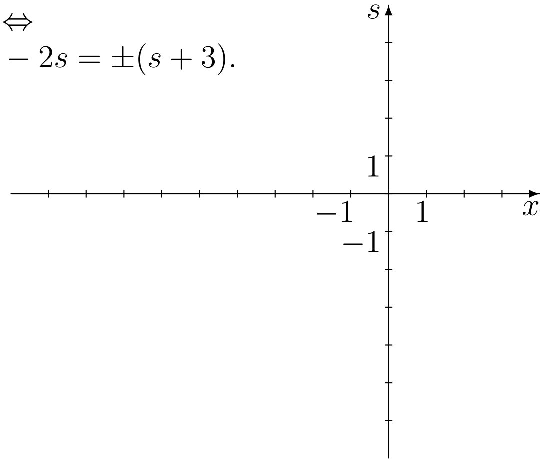
$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.

Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Сначала построим линию $x-s=-3$. Это прямая.



Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

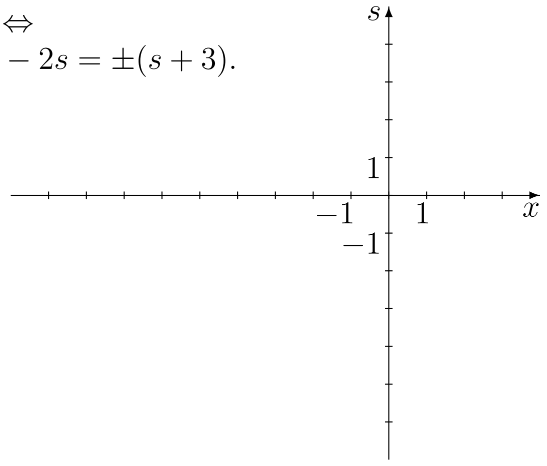
Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.



Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Сначала построим линию $x-s=-3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

При $x=0$ имеем

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

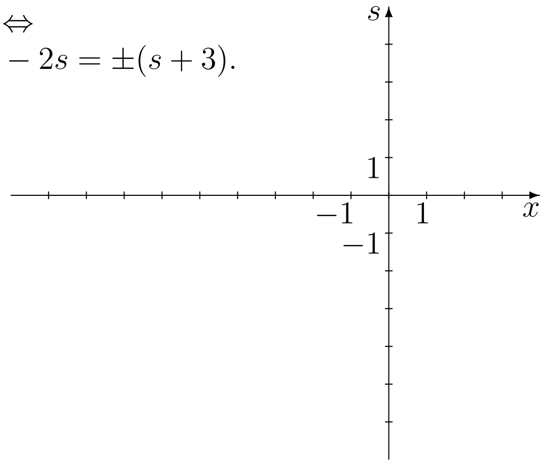
Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.



Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Сначала построим линию $x-s=-3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

При $x=0$ имеем $s=3$.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

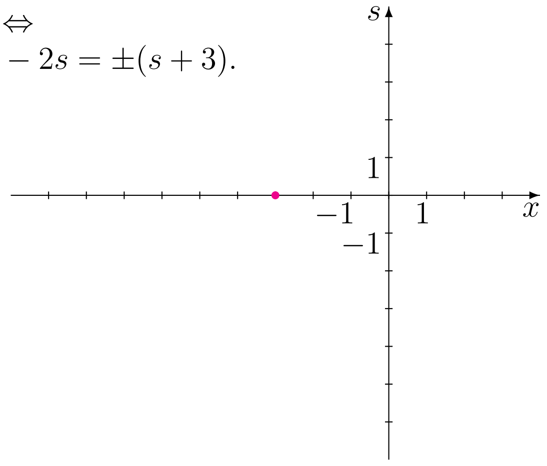
Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.



Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Сначала построим линию $x-s=-3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

При $x=0$ имеем $s=3$.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

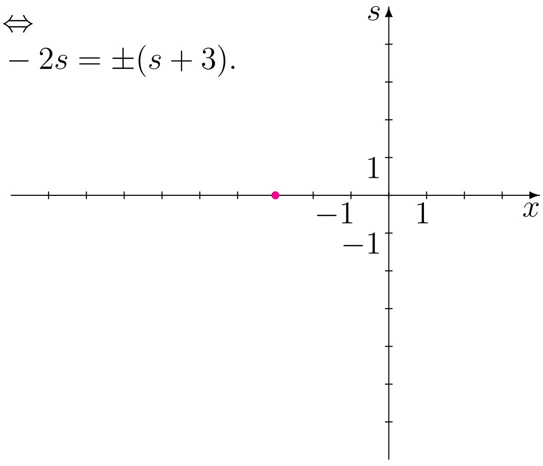
Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$

Итак, искомое значение s равно 3.



Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Сначала построим линию $x-s=-3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

При $s=0$ имеем

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

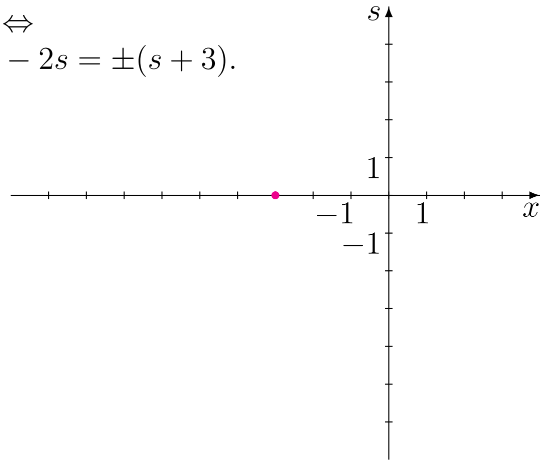
Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.



Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Сначала построим линию $x-s=-3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

При $s=0$ имеем $x=-3$.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

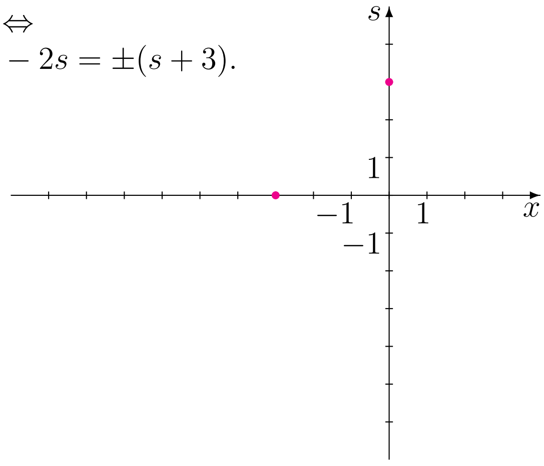
Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.



Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Сначала построим линию $x-s=-3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

При $s=0$ имеем $x=-3$.

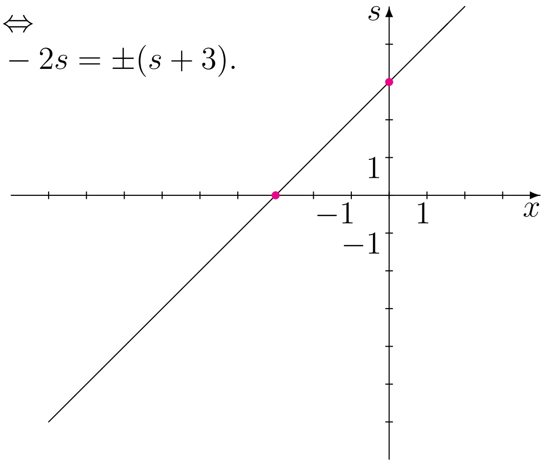
Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$



Итак, искомое значение s равно 3.

Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Сначала построим линию $x-s=-3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

При $s=0$ имеем $x=-3$.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

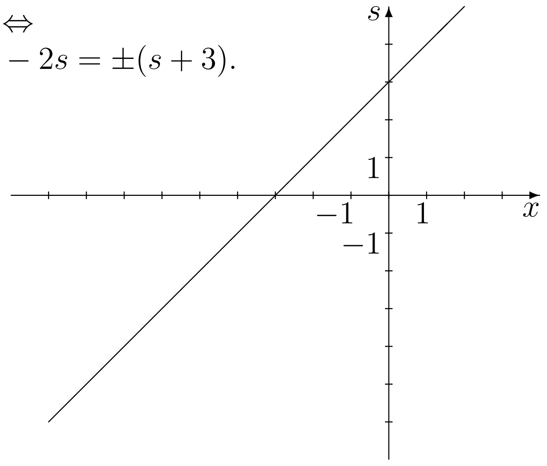
$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.

Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.



Теперь построим линию $x-3s=3$. Это

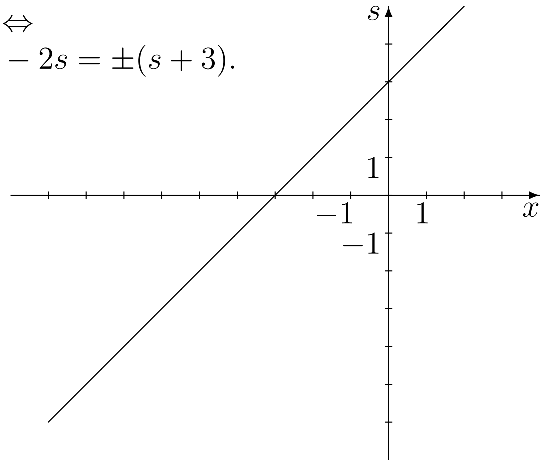
Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\left\{\begin{array}{l} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=-6, \\ s=-3. \end{array}\right.$$

Итак, искомое значение s равно 3.



Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Теперь построим линию $x-3s=3$. Это прямая.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

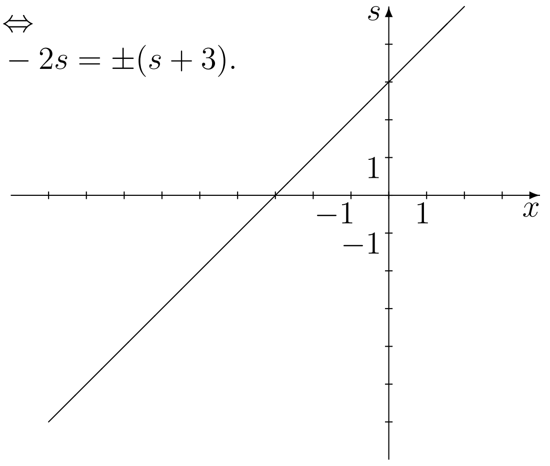
Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.



Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Теперь построим линию $x-3s=3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

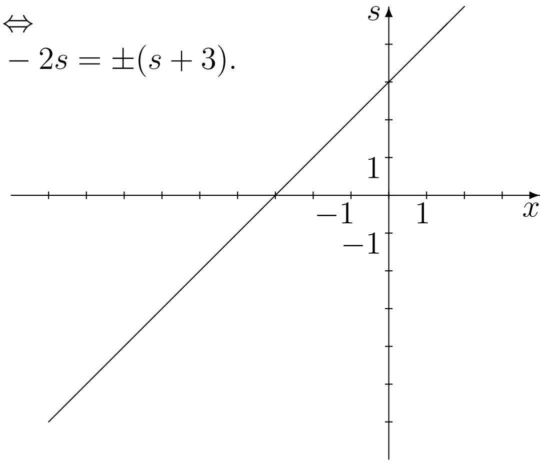
Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\left\{\begin{array}{l} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=-6, \\ s=-3. \end{array}\right.$$

Итак, искомое значение s равно 3.



Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Теперь построим линию $x-3s=3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

При $x=0$ имеем

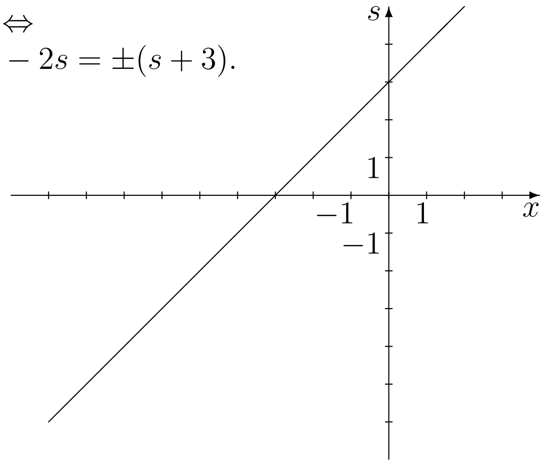
Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$



Итак, искомое значение s равно 3.

Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Теперь построим линию $x-3s=3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

При $x=0$ имеем $s=-1$.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

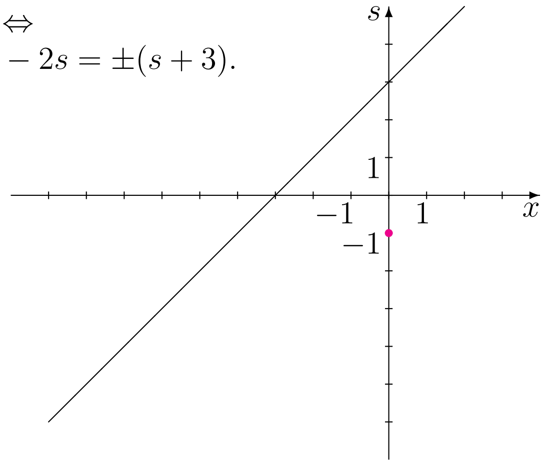
Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.



Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Теперь построим линию $x-3s=3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

При $x=0$ имеем $s=-1$.

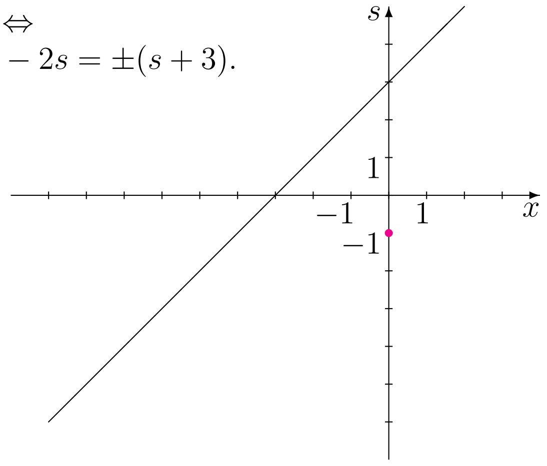
Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.



Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Теперь построим линию $x-3s=3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

При $s=0$ имеем

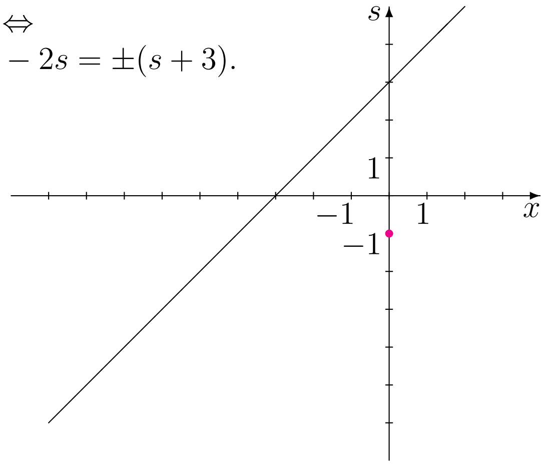
Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$



Итак, искомое значение s равно 3.

Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Теперь построим линию $x-3s=3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

При $s=0$ имеем $x=3$.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2 + 3s^2 = 4xs + 6s + 9$ имеет единственное решение?

Ответ.

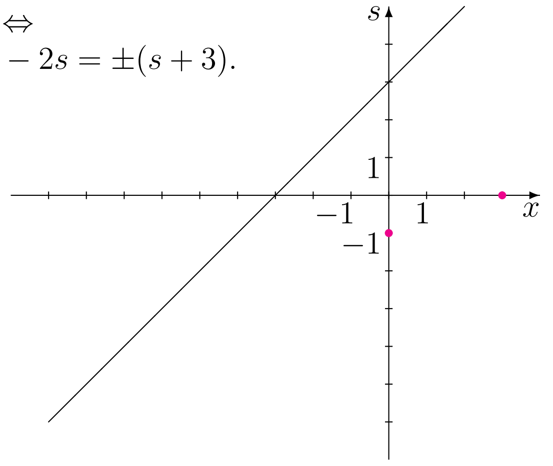
$x^2 - 4xs + 3s^2 = 6s + 9 \Leftrightarrow x^2 - 4xs + 4s^2 = s^2 + 6s + 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2 = s^2 + 6s + 9 \Leftrightarrow (x-2s)^2 = (s+3)^2 \Leftrightarrow x - 2s = \pm(s+3).$

$$\begin{cases} x - s = -3, \\ x - 3s = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6, \\ s = -3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.

Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x - s = -3$ и $x - 3s = 3$, и найдём координаты точки их пересечения.



Теперь построим линию $x - 3s = 3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

При $s = 0$ имеем $x = 3$.

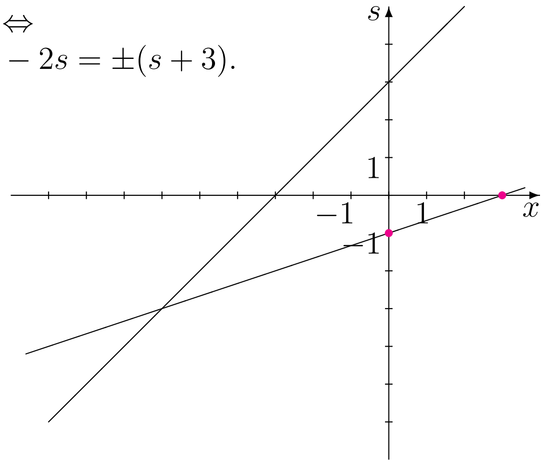
Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$



Итак, искомое значение s равно 3.

Проверим результат графически. А именно, построим графики линий $x-s=-3$ и $x-3s=3$, и найдём координаты точки их пересечения.

Теперь построим линию $x-3s=3$. Это прямая.

Возьмём две точки на этой прямой.

При $s=0$ имеем $x=3$.

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

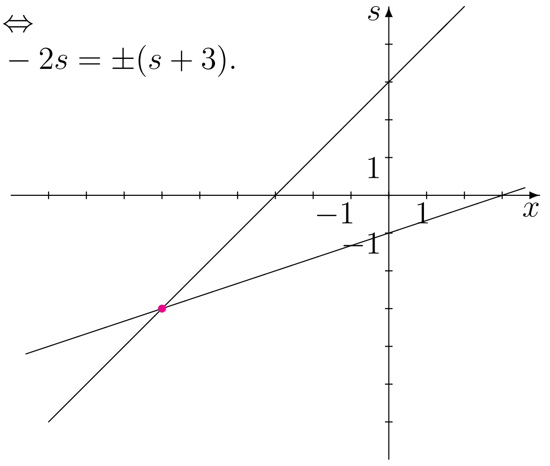
$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.

Эти прямые действительно пересекаются в точке с координатами



Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

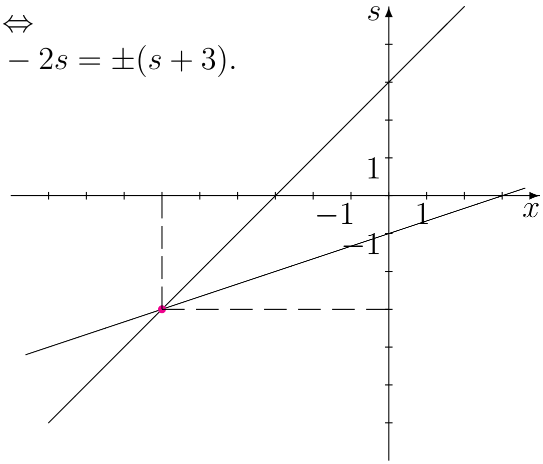
$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

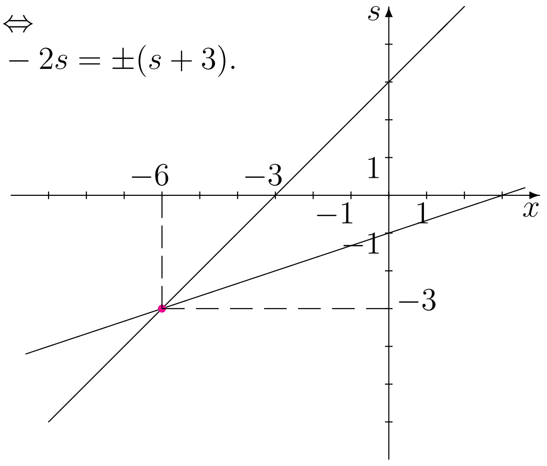
Итак, искомое значение s равно 3.

Эти прямые действительно пересекаются в точке с координатами



Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.



$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3)$.

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.

Эти прямые действительно пересекаются в точке с координатами

Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

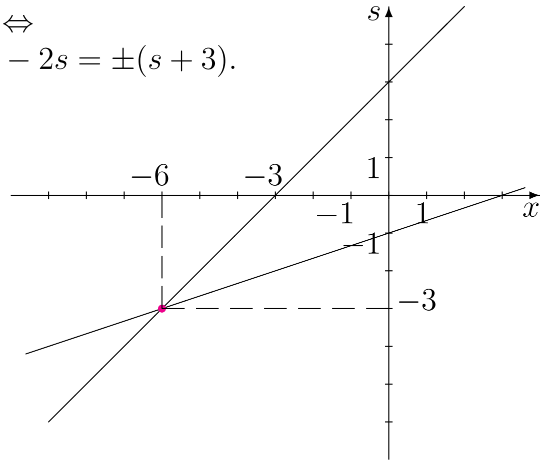
$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.

Эти прямые действительно пересекаются в точке с координатами $(x;\ s)=(-6;\ -3)$.



Задача 13. При каких значениях параметра s уравнение $x^2+3s^2=4xs+6s+9$ имеет единственное решение?

Ответ.

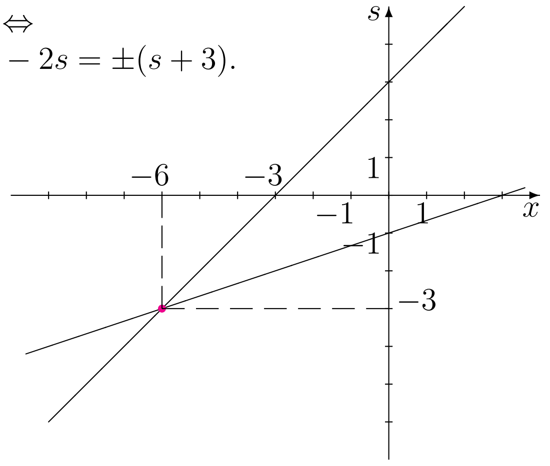
$x^2-4xs+3s^2=6s+9 \Leftrightarrow x^2-4xs+4s^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2s)^2=s^2+6s+9 \Leftrightarrow (x-2s)^2=(s+3)^2 \Leftrightarrow x-2s=\pm(s+3).$

$$\begin{cases} x-s=-3, \\ x-3s=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ s=-3. \end{cases}$$

Итак, искомое значение s равно 3.

Эти прямые действительно пересекаются в точке с координатами $(x;\ s)=(-6;\ -3)$.



$\boxed{s=-3}$

Решение задачи 14.

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:

при всех значениях x должно выполняться неравенство

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство

$2ax + |x^2 - 8x + 7| > 1.$

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство

$2ax + |x^2 - 8x + 7| > 1.$
$|x^2 - 8x + 7| > 1 - 2ax.$

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:

при всех значениях x должно выполняться неравенство

$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax.$ (4)

$2ax + |x^2 - 8x + 7| > 1.$

$|x^2 - 8x + 7| > 1 - 2ax.$

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство
$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$
Построим график левой части неравенства, т.е. функции $L(x) = |(x-7)(x-1)|$.

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:

при всех значениях x должно выполняться неравенство

$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \tag{4}$$

Построим график левой части неравенства, т.е. функции $L(x) = |(x-7)(x-1)|$.

Начнем с графика функции $y = (x-7)(x-1)$.

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

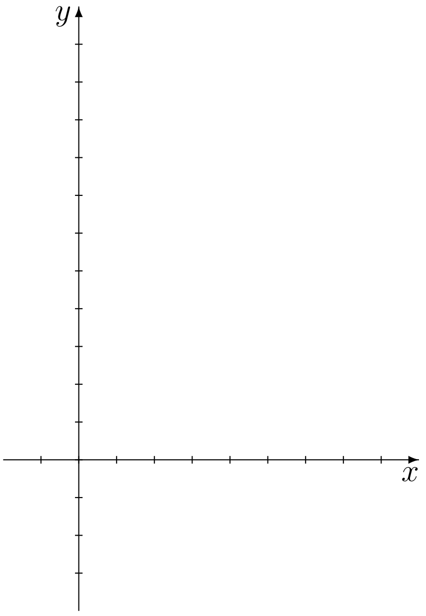
Переведем на язык неравенств:

при всех значениях x должно выполняться неравенство

$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$

Построим график левой части неравенства, т.е. функции $L(x) = |(x-7)(x-1)|$.

Начнем с графика функции $y = (x-7)(x-1)$.



Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

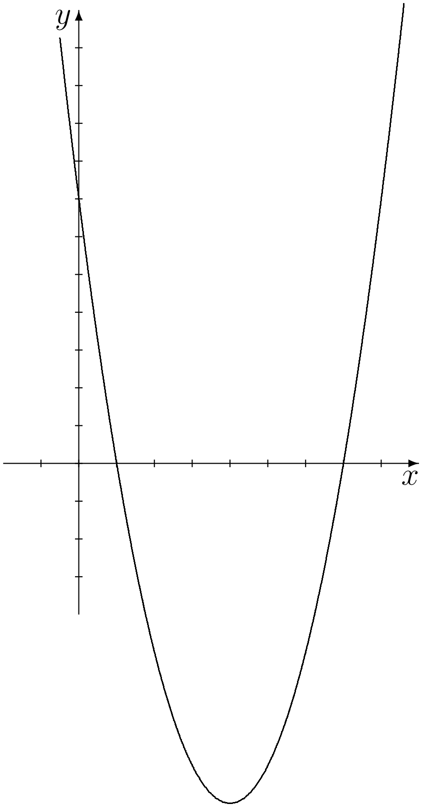
Переведем на язык неравенств:

при всех значениях x должно выполняться неравенство

$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$

Построим график левой части неравенства, т.е. функции $L(x) = |(x-7)(x-1)|$.

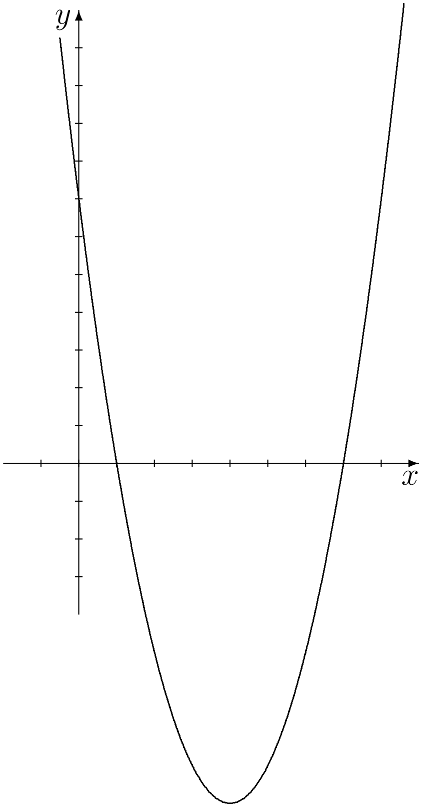
Начнем с графика функции $y = (x-7)(x-1)$.



Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство
$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$
Построим график левой части неравенства, т.е. функции $L(x) = |(x-7)(x-1)|$.
Начнем с графика функции $y = (x-7)(x-1)$.
При отрицательных значениях последней функции её значения отличаются от $L(x)$ только знаком.



Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:

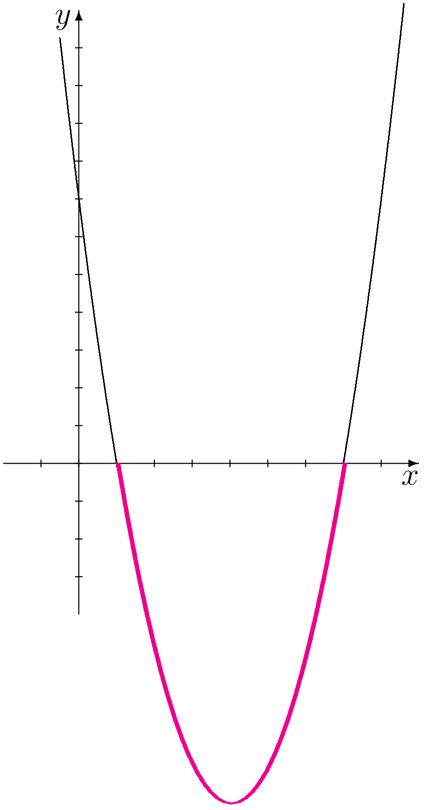
при всех значениях x должно выполняться неравенство

$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$

Построим график левой части неравенства, т.е. функции $L(x) = |(x-7)(x-1)|$.

Начнем с графика функции $y = (x-7)(x-1)$.

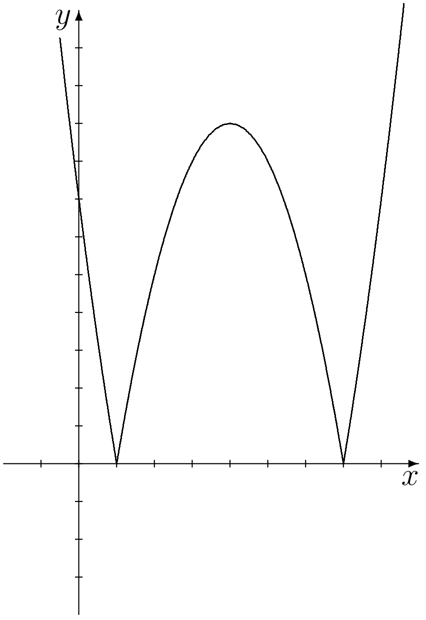
При отрицательных значениях последней функции её значения отличаются от $L(x)$ только знаком.



Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

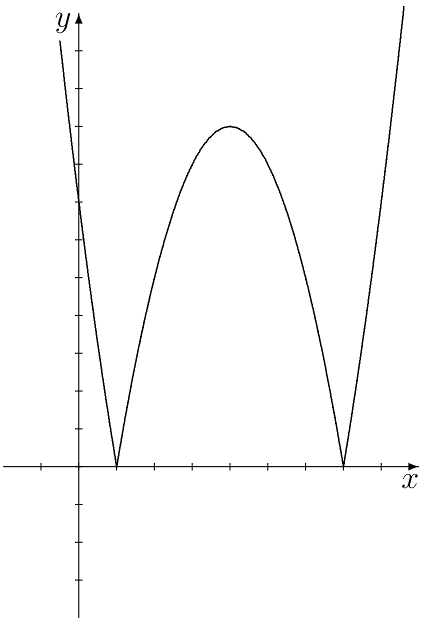
Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство
$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$
Построим график левой части неравенства, т.е. функции $L(x) = |(x-7)(x-1)|$.
Начнем с графика функции $y = (x-7)(x-1)$.
При отрицательных значениях последней функции её значения отличаются от $L(x)$ только знаком.



Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

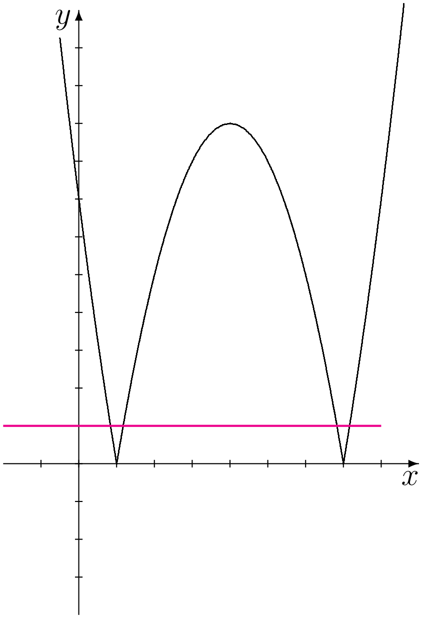
Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство
$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$
Теперь построим график правой части неравенства (4), т.е. функции $R(x) = 1 - 2ax$ при разных значениях параметра a.



Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство
$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$
Теперь построим график правой части неравенства (4), т.е. функции $R(x) = 1 - 2ax$ при разных значениях параметра a.



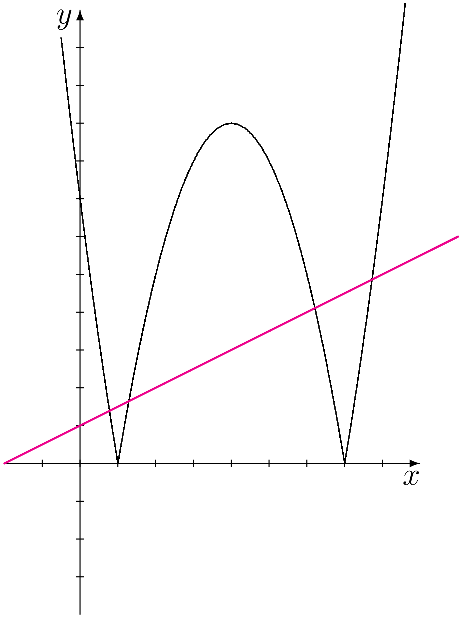
Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство

$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$

Теперь построим график правой части неравенства (4), т.е. функции $R(x) = 1 - 2ax$ при разных значениях параметра a.



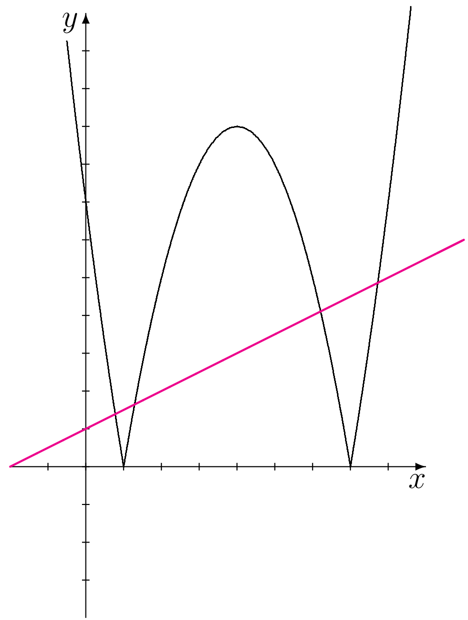
Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство

$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$

При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.



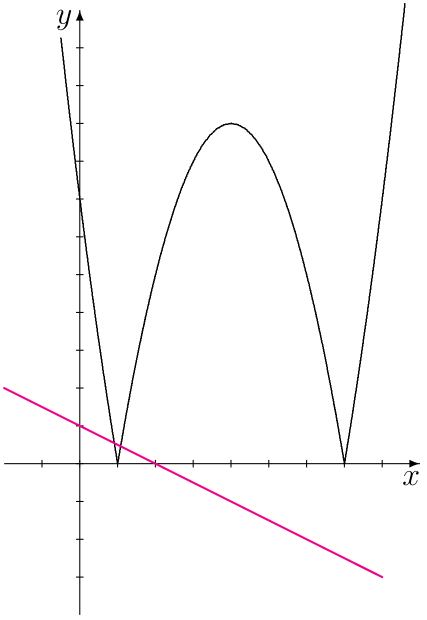
Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство

$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \quad (4)$$

При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.



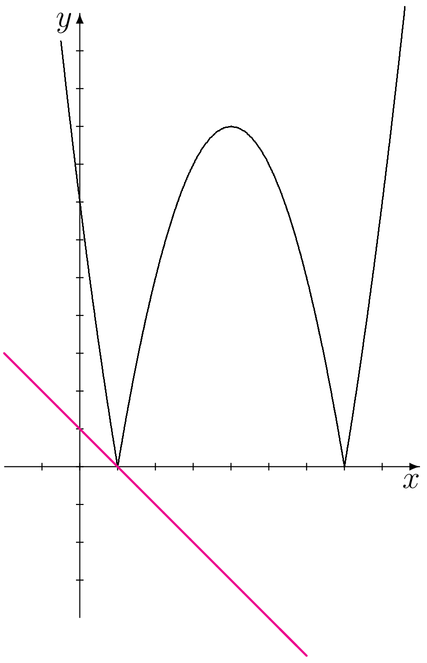
Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство

$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$

При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.



Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

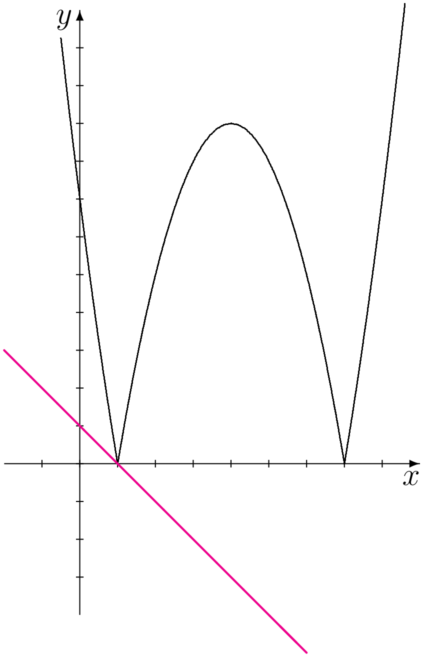
Ответ.

Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство

$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$

При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.

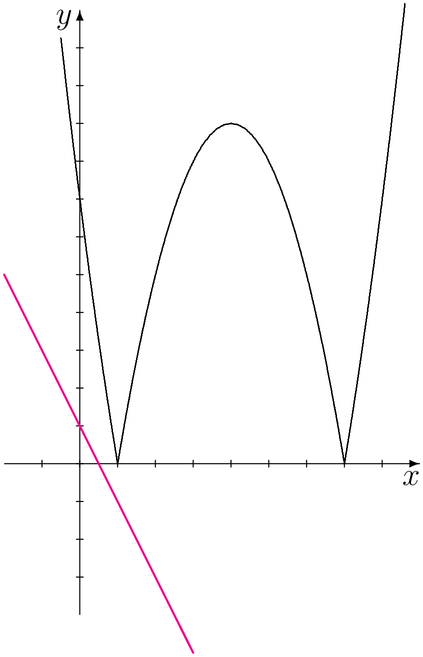
При угловом коэффициенте $(-2a)$, меньшем (-1), график правой части неравенства (4) проходит под графиком его левой части. Значит, для значений параметра a, немного больших $\frac{1}{2}$, неравенство (4) выполняется при любом x.



Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

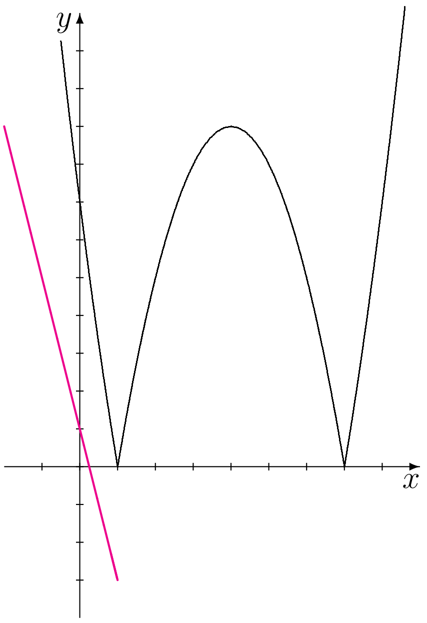
Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство
$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$
При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.
При угловом коэффициенте $(-2a)$, меньшем (-1), график правой части неравенства (4) проходит под графиком его левой части. Значит, для значений параметра a, немного больших $\frac{1}{2}$, неравенство (4) выполняется при любом x.



Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

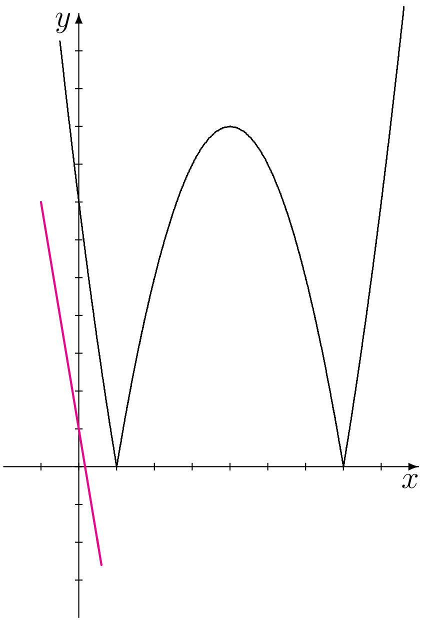
Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство
$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$
При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.
При угловом коэффициенте $(-2a)$, меньшем (-1), график правой части неравенства (4) проходит под графиком его левой части. Значит, для значений параметра a, немного больших $\frac{1}{2}$, неравенство (4) выполняется при любом x.



Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

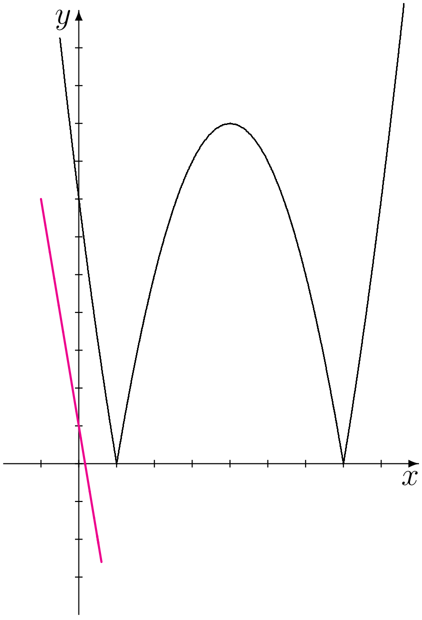
Ответ.

Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство
$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$
При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.
При угловом коэффициенте $(-2a)$, меньшем (-1), график правой части неравенства (4) проходит под графиком его левой части. Значит, для значений параметра a, немного больших $\frac{1}{2}$, неравенство (4) выполняется при любом x.



Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.



Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство

$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$

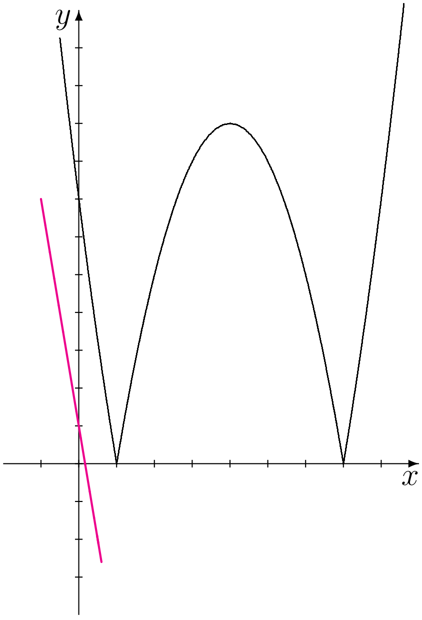
При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.
При угловом коэффициенте $(-2a)$, меньшем (-1), график правой части неравенства (4) проходит под графиком его левой части. Значит, для значений параметра a, немного больших $\frac{1}{2}$, неравенство (4) выполняется при любом x.
Но при тех значениях параметра a, при которых прямая начнет пересекать левую ветвь параболы $y = x^2 - 8x + 7$, неравенство (4) будет нарушаться при некоторых значениях x.

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство

$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \quad (4)$$



При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.
При угловом коэффициенте $(-2a)$, меньшем (-1), график правой части неравенства (4) проходит под графиком его левой части. Значит, для значений параметра a, немного больших $\frac{1}{2}$, неравенство (4) выполняется при любом x.
Но при тех значениях параметра a, при которых прямая начнет пересекать левую ветвь параболы $y = x^2 - 8x + 7$, неравенство (4) будет нарушаться при некоторых значениях x.
При «пограничном значении» параметра a

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:

при всех значениях x должно выполняться неравенство

$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$

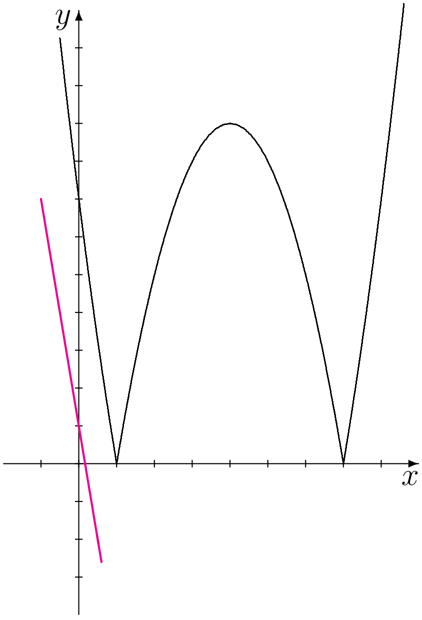
При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.

При угловом коэффициенте $(-2a)$, меньшем (-1), график правой части неравенства (4) проходит под графиком его левой части. Значит, для значений параметра a, немного больших $\frac{1}{2}$, неравенство (4) выполняется при любом x.

Но при тех значениях параметра a, при которых прямая начнет пересекать левую ветвь параболы $y = x^2 - 8x + 7$, неравенство (4) будет нарушаться при некоторых значениях x.

При «пограничном значении» параметра a уравнение

$x^2 - 8x + 7 = 1 - 2ax$, имеет единственный корень:



Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:

при всех значениях x должно выполняться неравенство

$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$

При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.

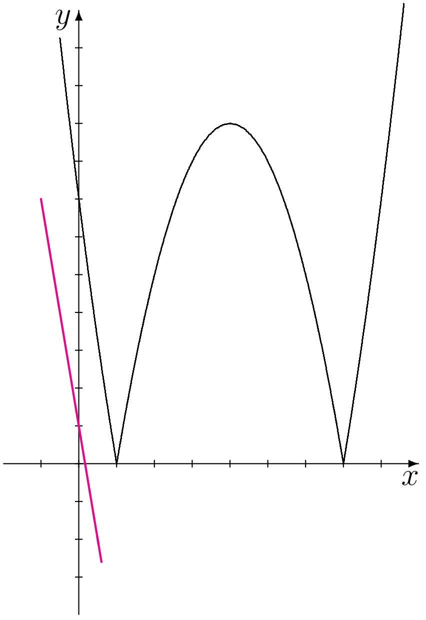
При угловом коэффициенте $(-2a)$, меньшем (-1), график правой части неравенства (4) проходит под графиком его левой части. Значит, для значений параметра a, немного больших $\frac{1}{2}$, неравенство (4) выполняется при любом x.

Но при тех значениях параметра a, при которых прямая начнет пересекать левую ветвь параболы $y = x^2 - 8x + 7$, неравенство (4) будет нарушаться при некоторых значениях x.

При «пограничном значении» параметра a уравнение

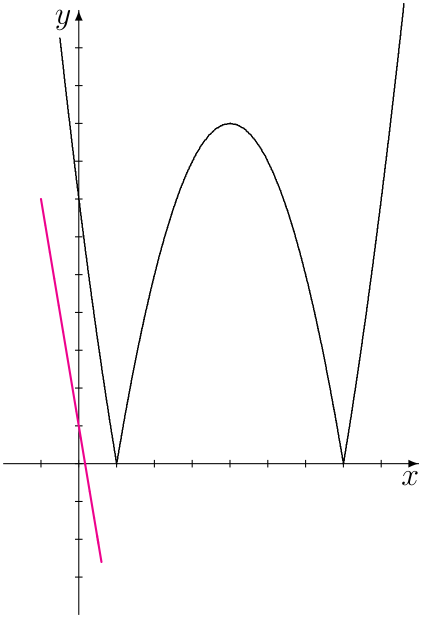
$x^2 - 8x + 7 = 1 - 2ax$, имеет единственный корень:

$x^2 + (2a - 8)x + 6 = 0,$



Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.



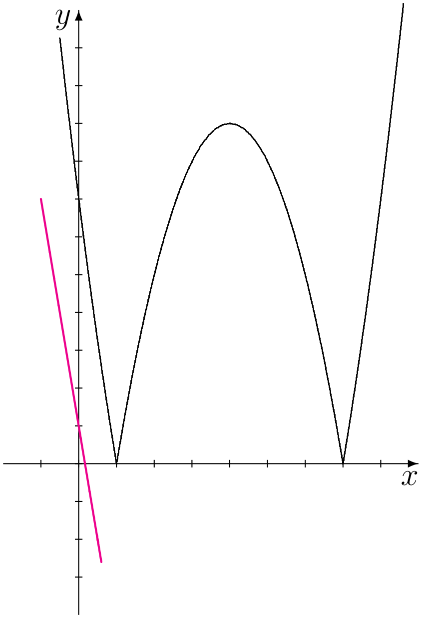
Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство
$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$
При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.
При угловом коэффициенте $(-2a)$, меньшем (-1), график правой части неравенства (4) проходит под графиком его левой части. Значит, для значений параметра a, немного больших $\frac{1}{2}$, неравенство (4) выполняется при любом x.
Но при тех значениях параметра a, при которых прямая начнет пересекать левую ветвь параболы $y = x^2 - 8x + 7$, неравенство (4) будет нарушаться при некоторых значениях x.
При «пограничном значении» параметра a уравнение
$x^2 - 8x + 7 = 1 - 2ax$, имеет единственный корень:

$x^2 + (2a - 8)x + 6 = 0$,
$0 = D = (2a - 8)^2 - 24$,

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство
$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$
При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.

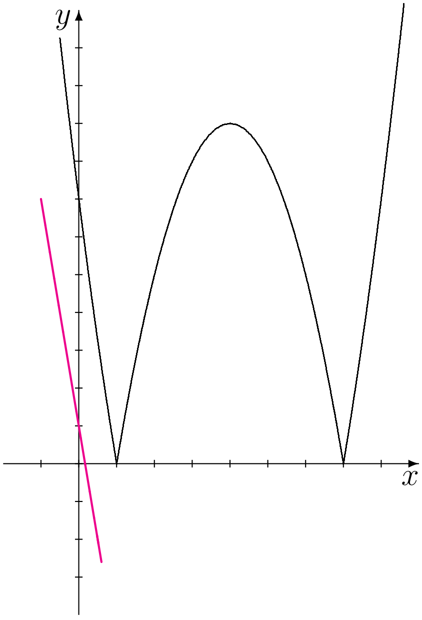


При угловом коэффициенте $(-2a)$, меньшем (-1), график правой части неравенства (4) проходит под графиком его левой части. Значит, для значений параметра a, немного больших $\frac{1}{2}$, неравенство (4) выполняется при любом x.
Но при тех значениях параметра a, при которых прямая начнет пересекать левую ветвь параболы $y = x^2 - 8x + 7$, неравенство (4) будет нарушаться при некоторых значениях x.
При «пограничном значении» параметра a уравнение
$x^2 - 8x + 7 = 1 - 2ax$, имеет единственный корень:

$x^2 + (2a - 8)x + 6 = 0$,
$0 = D = (2a - 8)^2 - 24, \quad (a - 4)^2 - 6 = 0,$

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

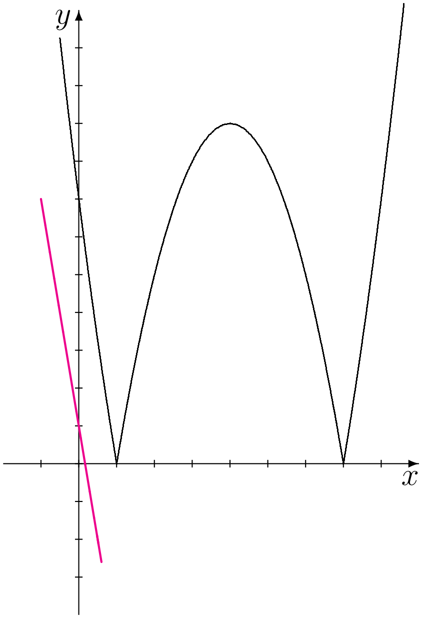


Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство
$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$
При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.
При угловом коэффициенте $(-2a)$, меньшем (-1), график правой части неравенства (4) проходит под графиком его левой части. Значит, для значений параметра a, немного больших $\frac{1}{2}$, неравенство (4) выполняется при любом x.
Но при тех значениях параметра a, при которых прямая начнет пересекать левую ветвь параболы $y = x^2 - 8x + 7$, неравенство (4) будет нарушаться при некоторых значениях x.
При «пограничном значении» параметра a уравнение
$x^2 - 8x + 7 = 1 - 2ax$, имеет единственный корень:

$x^2 + (2a - 8)x + 6 = 0$,
$0 = D = (2a-8)^2 - 24, \quad (a-4)^2 - 6 = 0, \quad \left(a - 4 + \sqrt{6}\right)\left(a - 4 - \sqrt{6}\right) = 0.$

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.

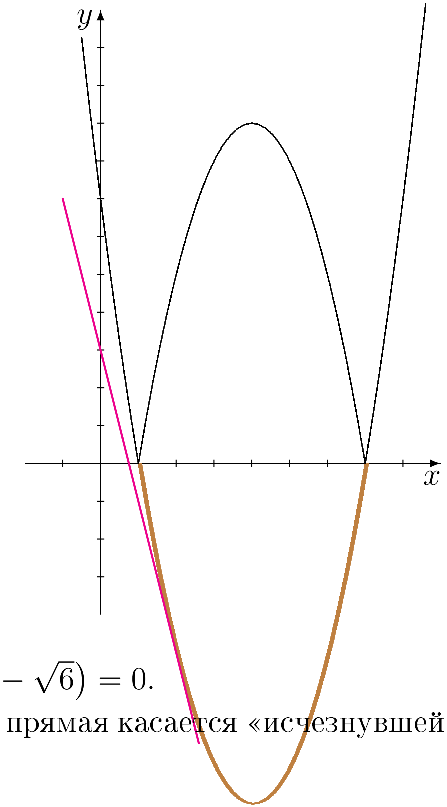


Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство
$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$
При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.
При угловом коэффициенте $(-2a)$, меньшем (-1), график правой части неравенства (4) проходит под графиком его левой части. Значит, для значений параметра a, немного больших $\frac{1}{2}$, неравенство (4) выполняется при любом x.
Но при тех значениях параметра a, при которых прямая начнет пересекать левую ветвь параболы $y = x^2 - 8x + 7$, неравенство (4) будет нарушаться при некоторых значениях x.
При «пограничном значении» параметра a уравнение
$x^2 - 8x + 7 = 1 - 2ax$, имеет единственный корень:

$x^2 + (2a-8)x + 6 = 0$,
$0 = D = (2a-8)^2 - 24, \quad (a-4)^2 - 6 = 0, \quad \left(a - 4 + \sqrt{6}\right)\left(a - 4 - \sqrt{6}\right) = 0.$
Ме́ньшее значение a, т.е. $a = 4 - \sqrt{6}$, относится к случаю, когда прямая касается «исчезнувшей» нижней части параболы.

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.



Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство

$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \quad (4)$$

При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.
При угловом коэффициенте $(-2a)$, меньшем (-1), график правой части неравенства (4) проходит под графиком его левой части. Значит, для значений параметра a, немного больших $\frac{1}{2}$, неравенство (4) выполняется при любом x.
Но при тех значениях параметра a, при которых прямая начнет пересекать левую ветвь параболы $y = x^2 - 8x + 7$, неравенство (4) будет нарушаться при некоторых значениях x.
При «пограничном значении» параметра a уравнение
$x^2 - 8x + 7 = 1 - 2ax$, имеет единственный корень:

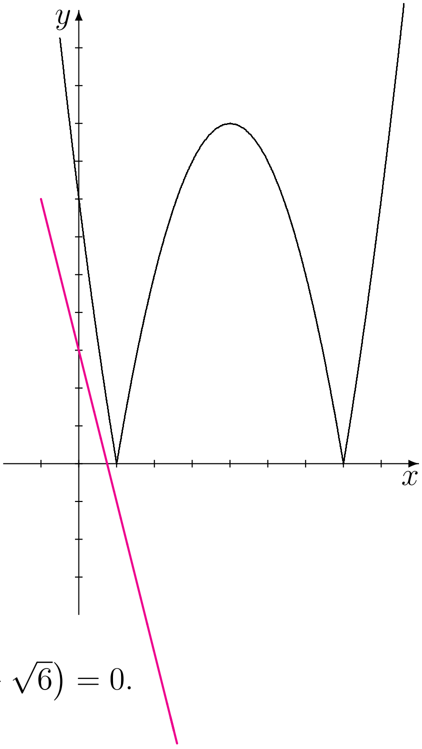
$$x^2 + (2a-8)x + 6 = 0,$$

$$0 = D = (2a-8)^2 - 24, \quad (a-4)^2 - 6 = 0, \quad \left(a - 4 + \sqrt{6}\right)\left(a - 4 - \sqrt{6}\right) = 0.$$

Ме́ньшее значение a, т.е. $a = 4 - \sqrt{6}$, относится к случаю, когда прямая касается «исчезнувшей» нижней части параболы.

Задача 14. Найдите все значения a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Ответ.



Переведем на язык неравенств:
при всех значениях x должно выполняться неравенство
$$|(x-7)(x-1)| > 1 - 2ax. \qquad (4)$$
При положительном угловом коэффициенте $(-2a)$ графики левой и правой частей неравенства (4) пересекаются, т.е. отрицательных значениях a найдутся значения x, при которых неравенство (4) будет нарушаться.
При угловом коэффициенте $(-2a)$, меньшем (-1), график правой части неравенства (4) проходит под графиком его левой части. Значит, для значений параметра a, немного больших $\frac{1}{2}$, неравенство (4) выполняется при любом x.
Но при тех значениях параметра a, при которых прямая начнет пересекать левую ветвь параболы $y = x^2 - 8x + 7$, неравенство (4) будет нарушаться при некоторых значениях x.
При «пограничном значении» параметра a уравнение
$x^2 - 8x + 7 = 1 - 2ax$, имеет единственный корень:

$x^2 + (2a - 8)x + 6 = 0$,
$0 = D = (2a-8)^2 - 24, \quad (a-4)^2 - 6 = 0, \quad \left(a - 4 + \sqrt{6}\right)\left(a - 4 - \sqrt{6}\right) = 0.$

Ответ: $\boxed{\frac{1}{2} < a < 4 + \sqrt{6}}$

Решение задачи 15.

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Ответ.

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Ответ. Нам необходимо выяснить, при каких k у прямой $y = kx$ и соответствующей кривой *нет общих точек.*

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Ответ. Нам необходимо выяснить, при каких k у прямой $y = kx$ и соответствующей кривой *нет общих точек.*

Как доказать, что нет общих точек?

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Ответ. Нам необходимо выяснить, при каких k у прямой $y = kx$ и соответствующей кривой *нет общих точек.*

Как доказать, что нет общих точек?

«Притворимся», что ищем общие точки.

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Ответ. Нам необходимо выяснить, при каких k у прямой $y = kx$ и соответствующей кривой *нет общих точек.*

Пусть точка с координатами $(x; y)$ принадлежит и кривой, и прямой.

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Ответ. Нам необходимо выяснить, при каких k у прямой $y = kx$ и соответствующей кривой *нет общих точек.*

Пусть точка с координатами $(x; y)$ принадлежит и кривой, и прямой.

Переведём это утверждение на язык равенств:

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Ответ. Нам необходимо выяснить, при каких k у прямой $y = kx$ и соответствующей кривой *нет общих точек.*

Пусть точка с координатами $(x; y)$ принадлежит и кривой, и прямой.

Переведём это утверждение на язык равенств:

$(x; y)$ является решением системы уравнений $\begin{cases} y = kx, \\ 4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0. \end{cases}$

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Ответ. Нам необходимо выяснить, при каких k у прямой $y = kx$ и соответствующей кривой *нет общих точек.*
Пусть точка с координатами $(x; y)$ принадлежит и кривой, и прямой.
Переведём это утверждение на язык равенств:
$(x; y)$ является решением системы уравнений $\begin{cases} y = kx, \\ 4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0. \end{cases}$

$$4x^2 - 4kx^2 + k^2x^2 - x - 2kx + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2(k^2 - 4k + 4) - x(1 + 2k) + 4 = 0.$$

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Ответ. Нам необходимо выяснить, при каких k у прямой $y = kx$ и соответствующей кривой *нет общих точек.*

Пусть точка с координатами $(x; y)$ принадлежит и кривой, и прямой.

Переведём это утверждение на язык равенств:

$(x; y)$ является решением системы уравнений $\begin{cases} y = kx, \\ 4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0. \end{cases}$

$$4x^2 - 4kx^2 + k^2x^2 - x - 2kx + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2(k^2 - 4k + 4) - x(1 + 2k) + 4 = 0.$$

Последнее уравнение является квадратным уравнением относительно x и относительно k. Это уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Ответ. Нам необходимо выяснить, при каких k у прямой $y = kx$ и соответствующей кривой *нет общих точек.*
Пусть точка с координатами $(x; y)$ принадлежит и кривой, и прямой.
Переведём это утверждение на язык равенств:
$(x; y)$ является решением системы уравнений $\begin{cases} y = kx, \\ 4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0. \end{cases}$

$$4x^2 - 4kx^2 + k^2x^2 - x - 2kx + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2(k^2 - 4k + 4) - x(1 + 2k) + 4 = 0.$$

Последнее уравнение является квадратным уравнением относительно x и относительно k. Это уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда
его дискриминант отрицателен:

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Ответ. Нам необходимо выяснить, при каких k у прямой $y = kx$ и соответствующей кривой *нет общих точек.*
Пусть точка с координатами $(x; y)$ принадлежит и кривой, и прямой.
Переведём это утверждение на язык равенств:
$(x; y)$ является решением системы уравнений $\begin{cases} y = kx, \\ 4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0. \end{cases}$

$$4x^2 - 4kx^2 + k^2x^2 - x - 2kx + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2(k^2 - 4k + 4) - x(1 + 2k) + 4 = 0.$$

Последнее уравнение является квадратным уравнением относительно x и относительно k. Это уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда
его дискриминант отрицателен:

$$1 + 4k + 4k^2 - 16k^2 + 64k - 64 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad -12k^2 + 68k - 63 < 0.$$

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Ответ. Нам необходимо выяснить, при каких k у прямой $y = kx$ и соответствующей кривой *нет общих точек.*
Пусть точка с координатами $(x; y)$ принадлежит и кривой, и прямой.
Переведём это утверждение на язык равенств:
$(x; y)$ является решением системы уравнений $\begin{cases} y = kx, \\ 4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0. \end{cases}$

$$4x^2 - 4kx^2 + k^2x^2 - x - 2kx + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2(k^2 - 4k + 4) - x(1 + 2k) + 4 = 0.$$

Последнее уравнение является квадратным уравнением относительно x и относительно k. Это уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда
его дискриминант отрицателен:

$$1 + 4k + 4k^2 - 16k^2 + 64k - 64 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad -12k^2 + 68k - 63 < 0.$$

Корнями квадратного уравнения правой части неравенства являются числа

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Ответ. Нам необходимо выяснить, при каких k у прямой $y = kx$ и соответствующей кривой *нет общих точек.*
Пусть точка с координатами $(x; y)$ принадлежит и кривой, и прямой.
Переведём это утверждение на язык равенств:
$(x; y)$ является решением системы уравнений $\begin{cases} y = kx, \\ 4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0. \end{cases}$

$$4x^2 - 4kx^2 + k^2x^2 - x - 2kx + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2(k^2 - 4k + 4) - x(1 + 2k) + 4 = 0.$$

Последнее уравнение является квадратным уравнением относительно x и относительно k. Это уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда
его дискриминант отрицателен:

$$1 + 4k + 4k^2 - 16k^2 + 64k - 64 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad -12k^2 + 68k - 63 < 0.$$

Корнями квадратного уравнения правой части неравенства являются числа 4,5, $\;7/6$.

Задача 15. При каких k прямая $y = kx$ не пересекает кривую $4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0$?

Ответ. Нам необходимо выяснить, при каких k у прямой $y = kx$ и соответствующей кривой *нет общих точек.*
Пусть точка с координатами $(x; y)$ принадлежит и кривой, и прямой.
Переведём это утверждение на язык равенств:
$(x; y)$ является решением системы уравнений $\begin{cases} y = kx, \\ 4x^2 - 4xy + y^2 - x - 2y + 4 = 0. \end{cases}$

$$4x^2 - 4kx^2 + k^2x^2 - x - 2kx + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2(k^2 - 4k + 4) - x(1 + 2k) + 4 = 0.$$

Последнее уравнение является квадратным уравнением относительно x и относительно k. Это уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда
его дискриминант отрицателен:

$$1 + 4k + 4k^2 - 16k^2 + 64k - 64 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad -12k^2 + 68k - 63 < 0.$$

Корнями квадратного уравнения правой части неравенства являются числа 4,5, $7/6$.
$\boxed{k < 7/6}$ или $k > 4,5$.

Решение задачи 16.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

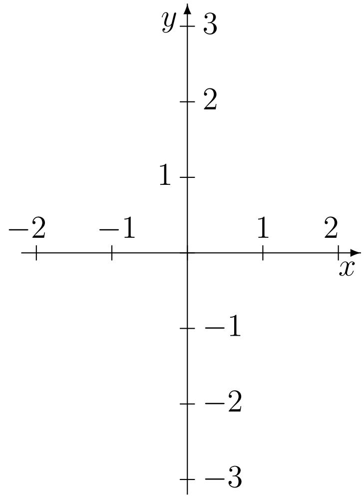
Ответ.

Традиционная стратегия «притворимся, что ищем корни уравнения» в данном случае не сработает, поскольку формула для вычисления корней многочлена третьей степени в школьном курсе математики обычно не рассматривается.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

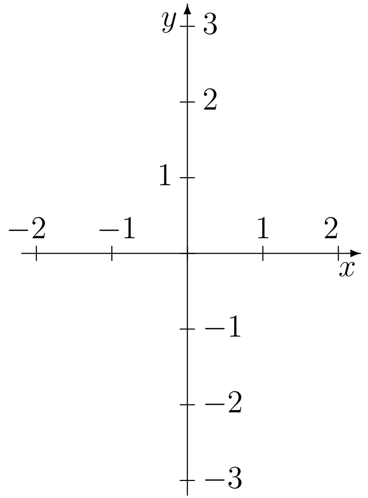


Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

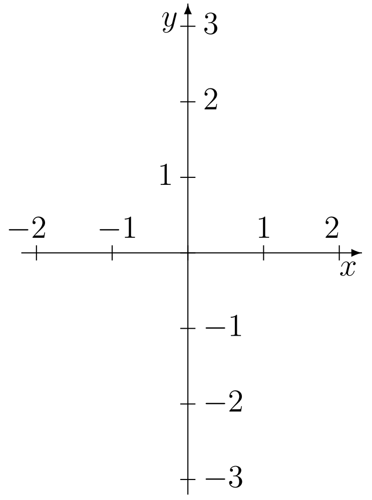
Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' =$



Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

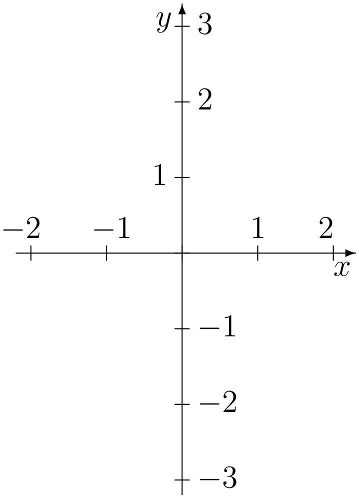


Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$,

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

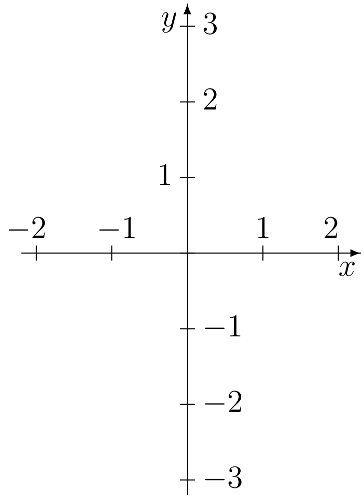
Ответ.



Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.
Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.



Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.
Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

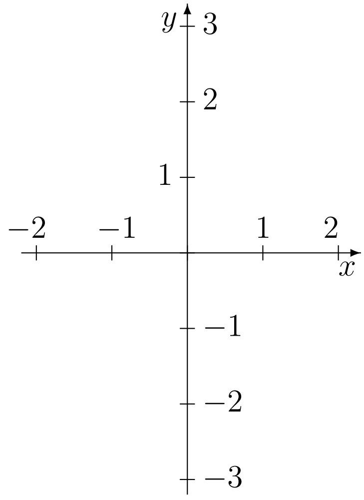
Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x		-1		1	
$f'(x)$					
$f(x)$					

Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

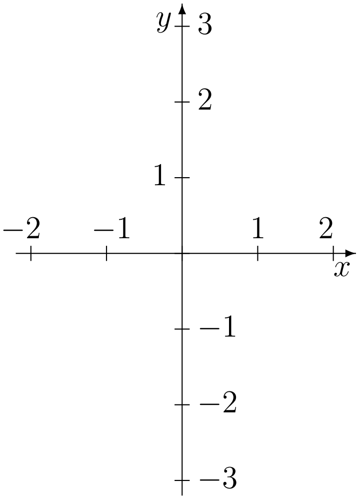
Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.



Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$-1 \quad (-1;1) \quad 1$
$f'(x)$	
$f(x)$	



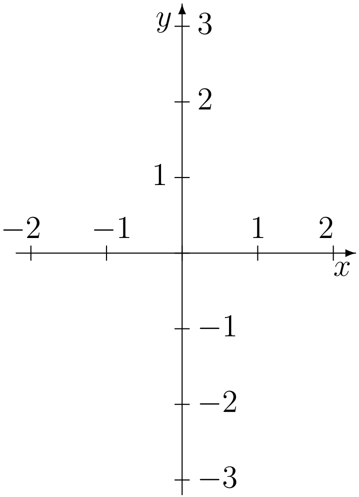
Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f'(x)$					
$f(x)$					



Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

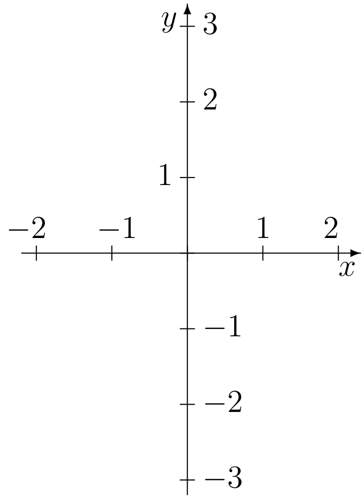
Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$		0		0	
$f(x)$					

Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

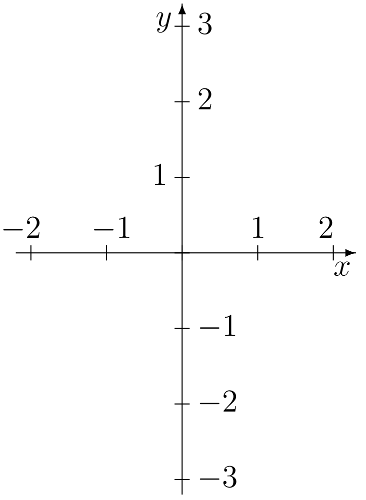
Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.



Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0		0	
$f(x)$					



Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

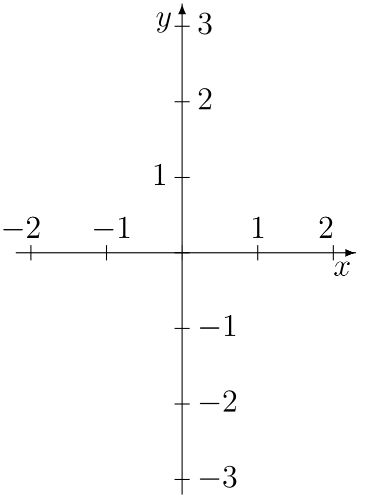
Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0		0	
$f(x)$	$\searrow$				

Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.
Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.



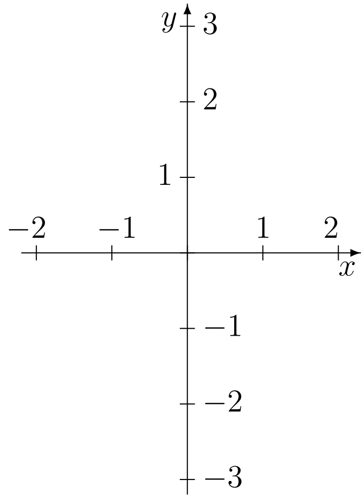
Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0		0	
$f(x)$	$\searrow$	-2			

Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.



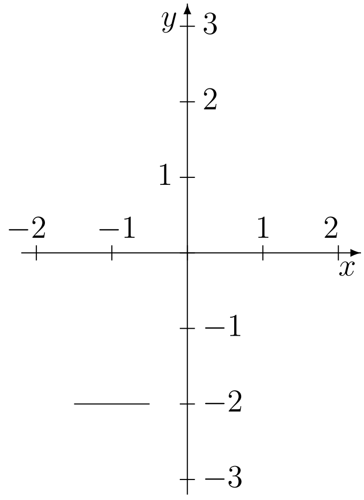
Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0		0	
$f(x)$	$\searrow$	-2			

Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

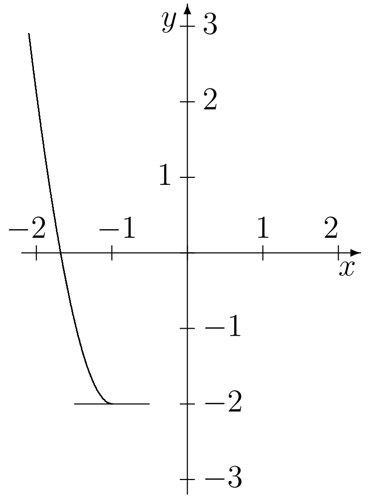
Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.



Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0		0	
$f(x)$	$\searrow$	-2			

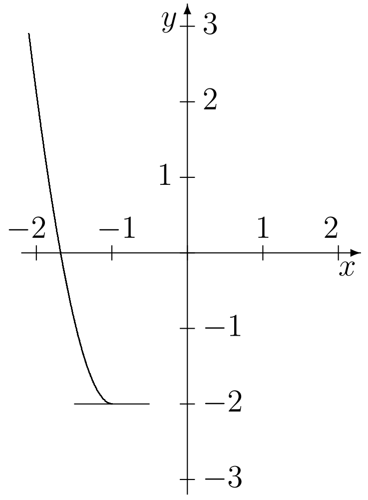


Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.
Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	
$f(x)$	$\searrow$	-2			



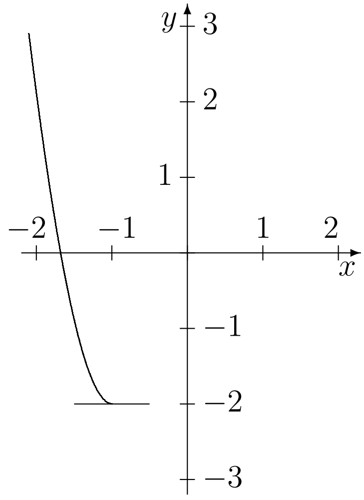
Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	
$f(x)$	$\searrow$	-2	$\nearrow$		



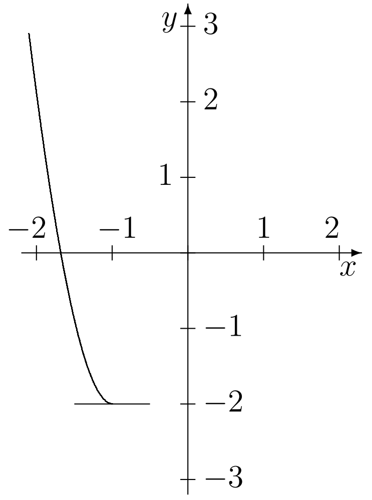
Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$		



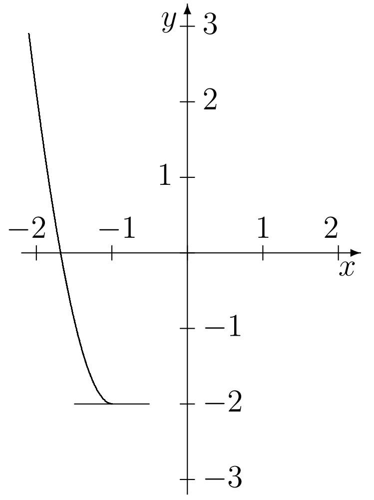
Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2	

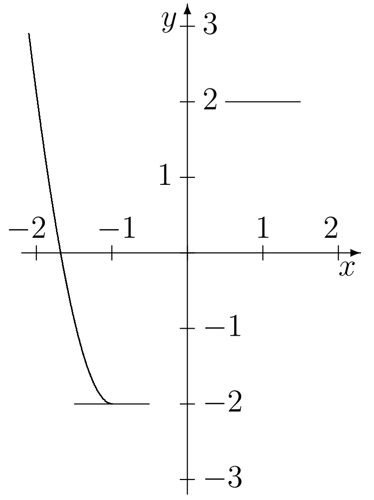


Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.
Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2	

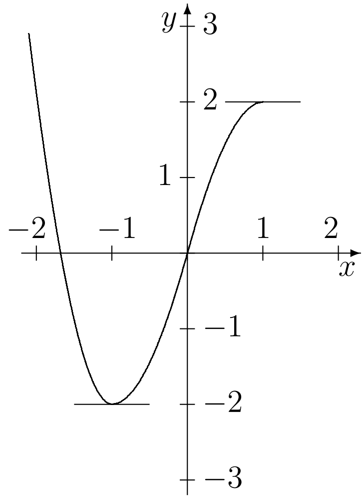


Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.
Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2	



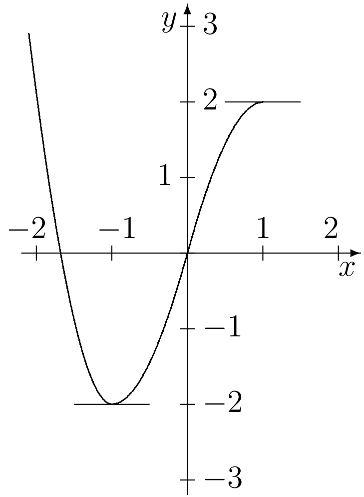
Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2	



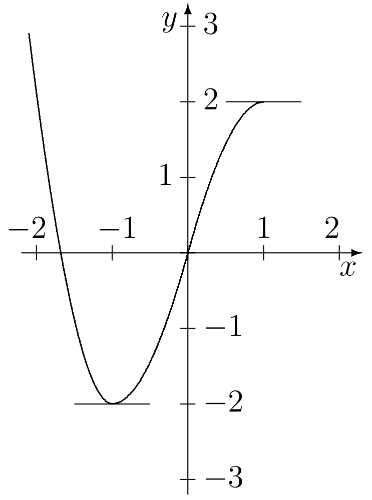
Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2	$\searrow$



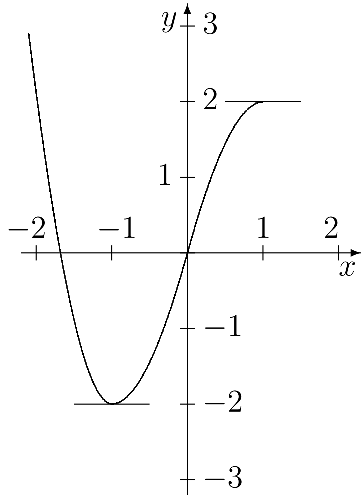
Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2 max	$\searrow$



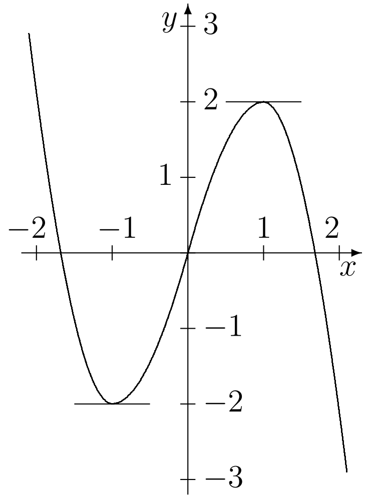
Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2 max	$\searrow$



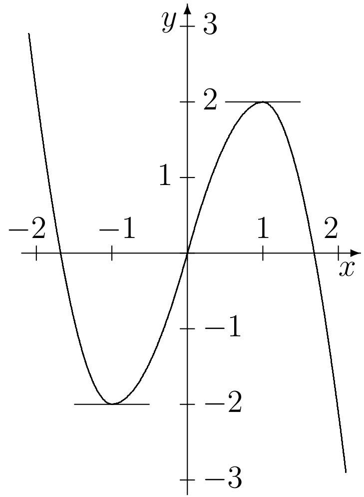
Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$
		min		max	



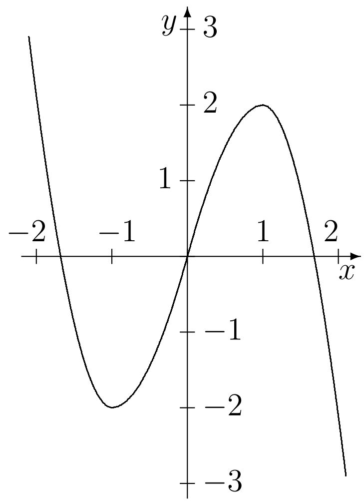
Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2 max	$\searrow$

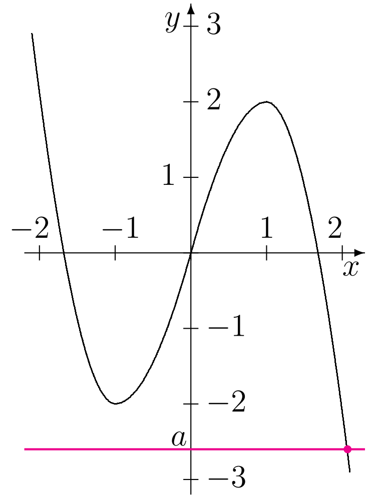


Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.
Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2 max	$\searrow$



Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

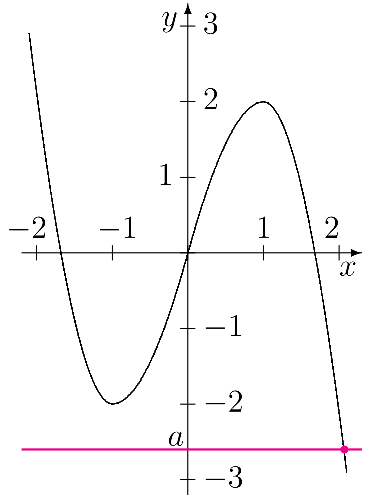
Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Ясно, что количество корней исходного уравнения равно числу точек пересечения графика функции $y = 3x - x^3$ с прямой $y = a$.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2 max	$\searrow$



Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

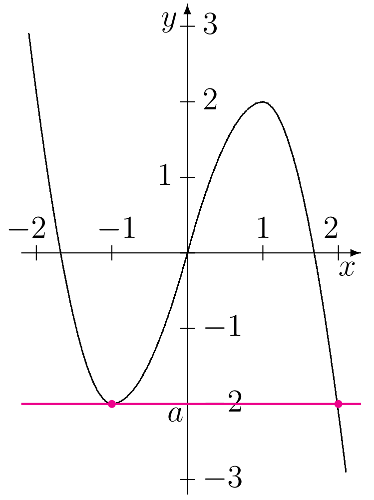
Ясно, что количество корней исходного уравнения равно числу точек пересечения графика функции $y = 3x - x^3$ с прямой $y = a$.

В данном случае имеется единственное решение уравнения.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2 max	$\searrow$



Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

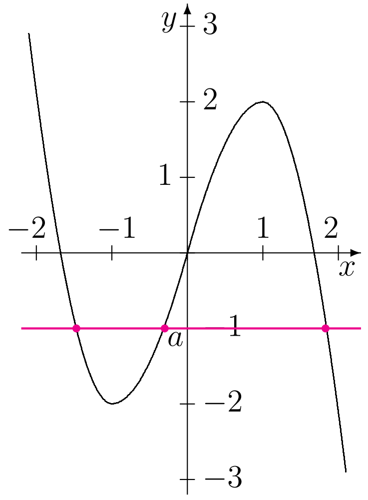
Ясно, что количество корней исходного уравнения равно числу точек пересечения графика функции $y = 3x - x^3$ с прямой $y = a$.

В данном случае имеем 2 решения уравнения.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2 max	$\searrow$



Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

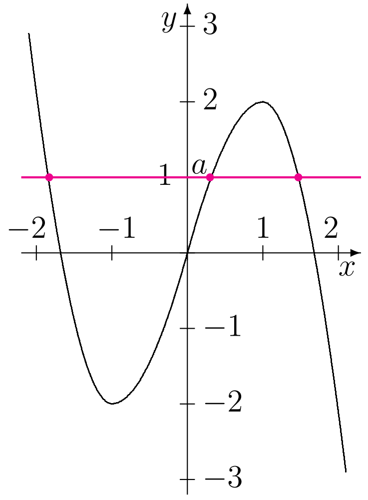
Ясно, что количество корней исходного уравнения равно числу точек пересечения графика функции $y = 3x - x^3$ с прямой $y = a$.

А вот сейчас требуемое число решений — три решения.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2 max	$\searrow$



Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

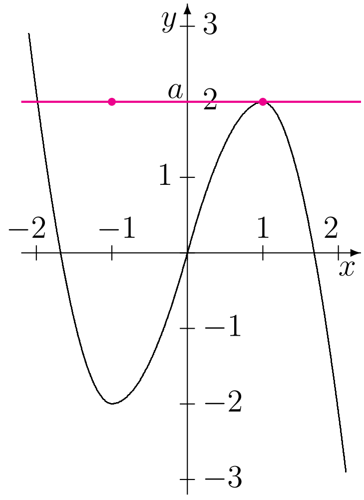
Ясно, что количество корней исходного уравнения равно числу точек пересечения графика функции $y = 3x - x^3$ с прямой $y = a$.

А вот сейчас требуемое число решений — три решения.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2 max	$\searrow$



Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

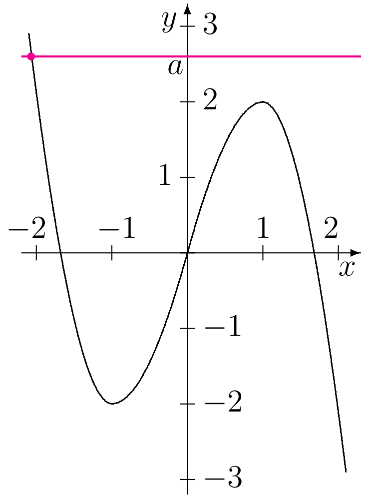
Ясно, что количество корней исходного уравнения равно числу точек пересечения графика функции $y = 3x - x^3$ с прямой $y = a$.

Имеем только два решения.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2 max	$\searrow$



Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.
Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.
Ясно, что количество корней исходного уравнения равно числу точек пересечения графика функции $y = 3x - x^3$ с прямой $y = a$.
Сейчас решение единственное.

Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

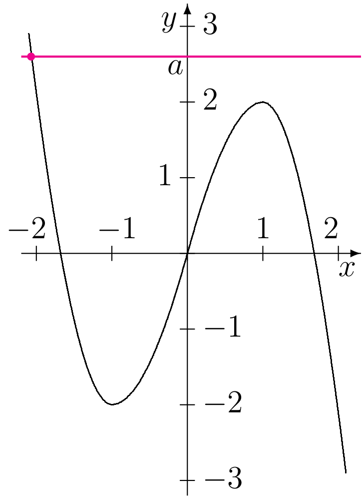
Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2 max	$\searrow$

Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

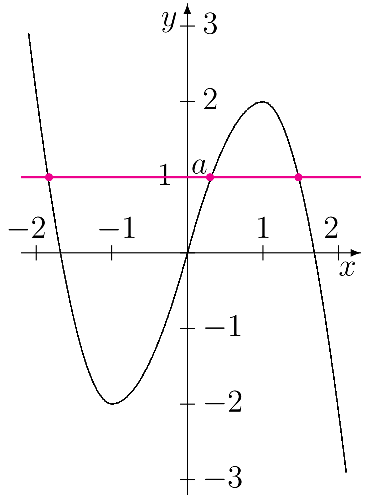
Число решений равно 3 тогда и только тогда, когда прямая $y = a$ пересекает график функции $f(x) = 3x - x^3$ в трех точках, т.е. когда



Задача 16. При каких значениях параметра a уравнение $3x - x^3 = a$ имеет ровно 3 решения? Ответ обосновать.

Ответ.

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	-2 min	$\nearrow$	2 max	$\searrow$



Переведем условие задачи на язык геометрии, для чего построим график функции $y = 3x - x^3$.

Имеем $y' = 3 - 3x^2$, поэтому критические точки, в которых $y' = 0$ — это $x = -1$ и $x = 1$.

Число решений равно 3 тогда и только тогда, когда прямая $y = a$ пересекает график функции $f(x) = 3x - x^3$ в трех точках, т.е. когда $-2 < a < 2$.

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?