

Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный
экономический университет



Ю. Б. Мельников

Решение геометрических задач «на вычисление»

Раздел **электронного учебника**
«Элементарная математика» (примеры и задачи)



e-mail:
UriiMelnikov58@gmail.com,
melnikov@k66.ru

сайты:
<http://melnikov.k66.ru>,
<http://melnikov.web.ur.ru>

Екатеринбург

2014

I. Инструкция к пособию	13
Пример 1 поиска подобных треугольников	22
Пример 2 получения уравнений для задачи о треугольнике (по готовому чертежу)	37
Получение уравнения с помощью подобия треугольников . .	54
Получение уравнения с помощью вычисления длины гипотенузы	58
Использование равнобедренности треугольника	61
Получение уравнения с помощью описанной окружности . .	64
Использование дополнительного построения	68
Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников	73

Решение системы уравнений	87
Пример 3 вывода формулы	96
Пример 4 вычисления площади $\triangle$ через медианы	119
Пример 5 решения за счёт углублённой обработки геометрической модели	200
Пример 6 применения стратегии решения геометрической задачи «на вычисление»	228
Пример 7 разного уровня обработки геометрической модели	261
Пример 8 построения равнобедренного треугольника (построение чертежа)	315

Первое решение	315
Второе решение	325
Пример 9 построения тупоугольного треугольника и окружности, описанной около него (построение чер- тежа)	341
Пример 10 деления отрезка на три равные части (постро- ение чертежа)	348
Первый вариант решения.	349
Второй вариант решения.	358
Третий вариант решения.	362
Пример 11 построения биссектрисы (построение черте- жа)	381
Первый вариант решения	381

Второй вариант решения	398
Третий вариант решения	415
Пример 12 построения треугольника с перпендикулярными медианами (построение чертежа)	435
Задача II.1	448
Задача II.2	449
Пример 13 решения задачи о треугольнике (с построением чертежа)	450
Построение чертежа	451
Корректировка чертежа	467
Получение ответа	477
Пример 14 решения задачи о трапеции (с построением	

чертежа)	482
Построение чертежа	483
Получение уравнений	501
Пример 15 решения задачи с частями круга (с построением чертежа)	520
Построение чертежа	521
Поиск решения	544
Пример 16 использования свойств медиан и окружности (с построением чертежа)	578
Построение чертежа	579
Получение ответа	595
Пример 17 построения правильной пирамиды (построение чертежа)	631

Пример 18 построения треугольной пирамиды со вписанным конусом (построение чертежа)	645

Пример 19 построения четырёхугольной правильной пирамиды и вписанного в неё цилиндра (построение чертежа)	667

Пример 20 решения задачи о шаре, вписанном в правильную треугольную пирамиду	694

Построение чертежа к задаче	695

Решение задачи	721

III. Примеры решения геометрических задач на доказательство	750

III.1. Теорема Симсона	751

<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	799

<i>«Решение прямоугольных треугольников»</i>	799
Задача V.3	800
Задача V.4	801
Задача V.5	802
Задача V.6	803
Задача V.7	804
Задача V.8	805
Задача V.9	806
Задача V.10	807

Задача V.11	808
Задача V.12	809
<i>Задачи на построение геометрической модели по чертежу</i>	809
Задача VI.13	810
Задача VI.14	811
Задача VI.15	812
Задача VI.16	813
<i>Планиметрические задачи для решения с помощью уравнений</i>	813

Задача VII.17	814
Задача VII.18	815
Задача VII.19	816
Задача VII.20	817
Задача VII.21	818
Задача VII.22	819
Задача VII.23	820
Задача VII.24	821
Задача VII.25	822

Задача VII.26	823
<i>Планиметрические задачи повышенной сложности</i>	823
Задача VIII.27	824
Задача VIII.28	825
Задача VIII.29	826
Задача VIII.30	827
Задача VIII.31	828
Задача VIII.32	829
Задача VIII.33	830

Задача VIII.34	831
<i>Задачи для самостоятельного решения по стереометрии: некоторые рекомендации</i>	832
Задача IX.35	839
Задача IX.36	840
Задача IX.37	841
Задача IX.38	842
X. Лаборатория интерактивного учебно-методического обеспечения	1808
XI. Благодарность	1811

I. Инструкция к пособию

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

I. Инструкция к пособию

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

Для просмотра файлов pdf желательно использовать программу **Adobe Reader** версии 8 или 9, но для операционной системы Android желательно применять **Smart Office**. Можно использовать другую программу, поддерживающую выполнение скриптов, включенных в файл pdf. Следует проследить, чтобы было разрешено выполнение скриптов. Это необходимо для выполнения переходов по гиперссылкам.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 8 или 9.

Электронный учебник представляет собой систему файлов, которые следует просматривать с помощью программы Adobe Reader. Основным из этих файлов является 0000Spisok.pdf, содержащий гиперссылки на файлы с представлениями лекций и практических занятий.

Вернуться из презентации любой лекции и практического занятия к файлу 0000Spisok.pdf можно двумя способами:

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 8 или 9.

Электронный учебник представляет собой систему файлов, которые следует просматривать с помощью программы Adobe Reader. Основным из этих файлов является 0000Spisok.pdf, содержащий гиперссылки на файлы с представлениями лекций и практических занятий.

Вернуться из презентации любой лекции и практического занятия к файлу 0000Spisok.pdf можно двумя способами: во-первых, с титульного листа с помощью гиперссылки, отмеченной словосочетанием «электронного учебника» во фразе «Раздел электронного учебника»;

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 8 или 9.

Электронный учебник представляет собой систему файлов, которые следует просматривать с помощью программы Adobe Reader. Основным из этих файлов является 0000Spisok.pdf, содержащий гиперссылки на файлы с представлениями лекций и практических занятий.

Вернуться из презентации любой лекции и практического занятия к файлу 0000Spisok.pdf можно двумя способами:

во-первых, с титульного листа с помощью гиперссылки, отмеченной словосочетанием «электронного учебника» во фразе «Раздел электронного учебника»;

во-вторых, с последней страницы, по гиперссылке «Вернуться к списку презентаций».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 8 или 9.

В презентациях, предназначенных для проведения практических занятий, имеется два вида учебных заданий: примеры, предназначенные для иллюстрации теоретического материала, демонстрации методов решения задач и т. п., и задачи, предназначенные для самостоятельного решения.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 8 или 9.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»). Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу **Adobe Reader** версии 8 или 9.

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и ← (в Adobe Reader X может не работать).

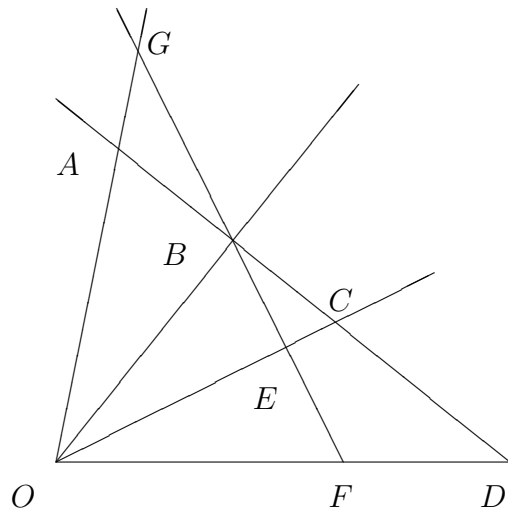
I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 8 или 9.

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

Пример 1. *Острый угол AOD*

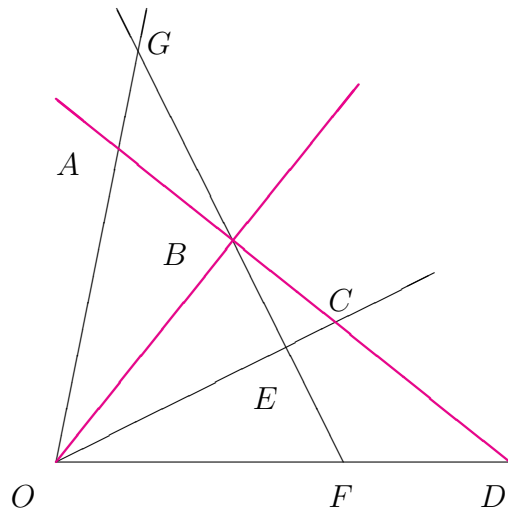
разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.



Решение.

Пример 1. Острый угол AOD

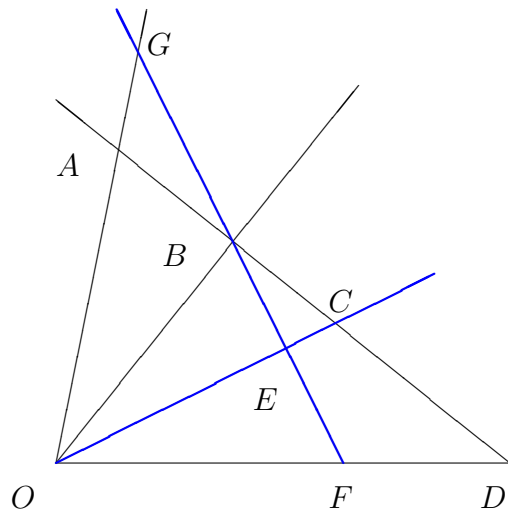
разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.



Решение. Обращаем внимание, в первую очередь, на перпендикулярные и параллельные прямые: $OB \perp AD$

Пример 1. Острый угол AOD

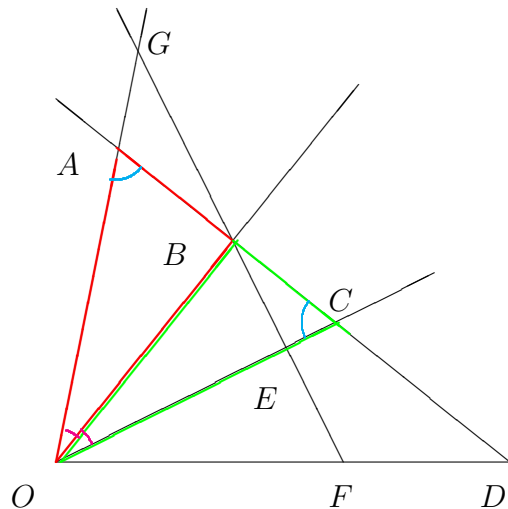
разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.



Решение. Обращаем внимание, в первую очередь, на перпендикулярные и параллельные прямые: $OC \perp GF$

Пример 1. Острый угол AOD

разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.

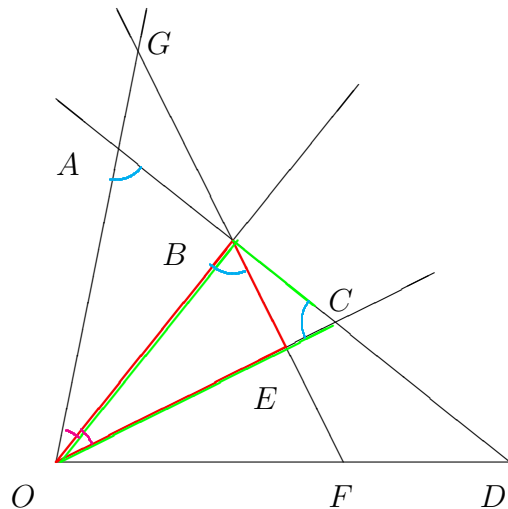


Решение.

$$\triangle OBA \sim \triangle OBC \sim$$

Пример 1. Острый угол AOD

разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.

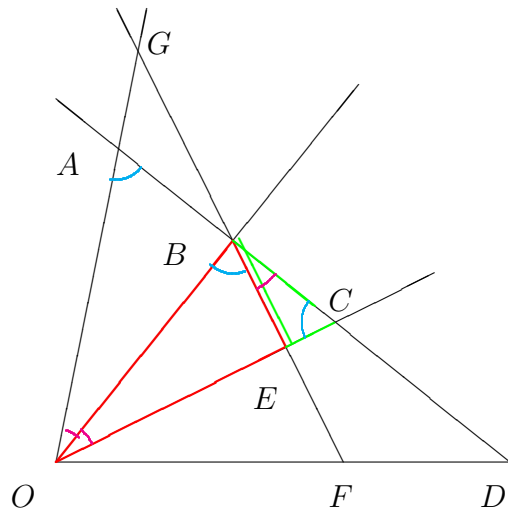


Решение.

$$\triangle OBA \sim \triangle OBC \sim \triangle OEB \sim$$

Пример 1. Острый угол AOD

разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.

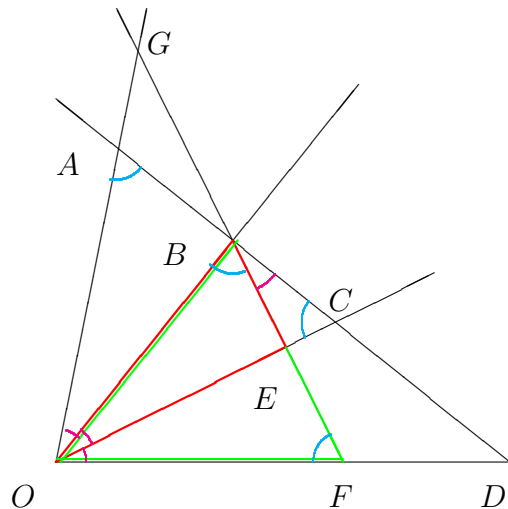


Решение.

$$\triangle OBA \sim \triangle OBC \sim \triangle OEB \sim \triangle BEC \sim$$

Пример 1. Острый угол AOD

разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.

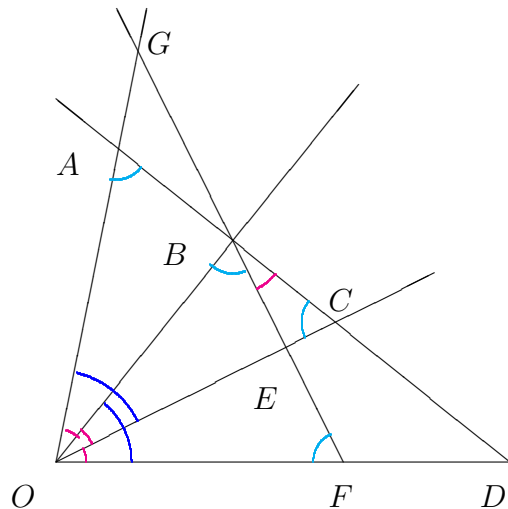


Решение.

$$\triangle OBA \sim \triangle OBC \sim \triangle OEB \sim \triangle BEC \sim \underbrace{\triangle OEF}_{=\triangle OEB}.$$

Пример 1. Острый угол AOD

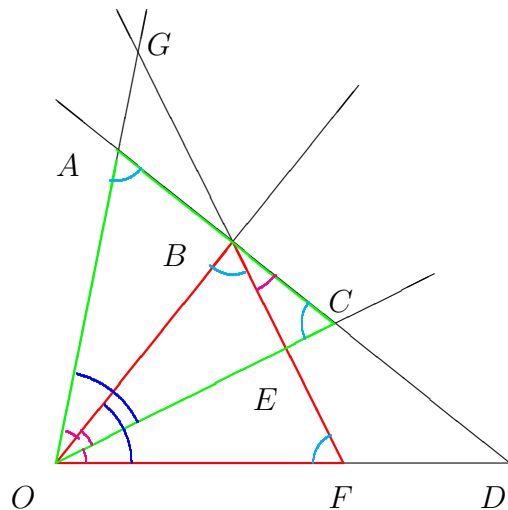
разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.



Решение. $\angle GOC = \angle BOD = 2\angle GOB$.

Пример 1. Острый угол AOD

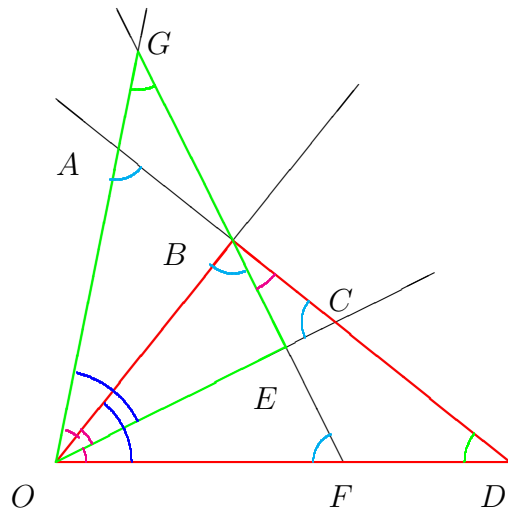
разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.



Решение. $\angle GOC = \angle BOD = 2\angle GOB$.
 $\triangle AOC \sim \triangle BOF$.

Пример 1. Острый угол AOD

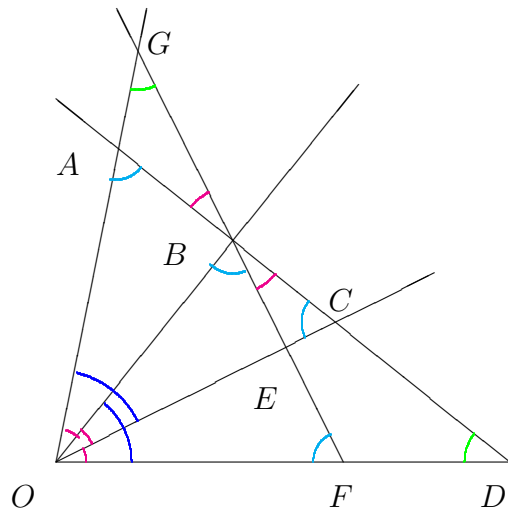
разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.



Решение. $\angle GOC = \angle BOD = 2\angle GOB$.
 $\triangle GOE \sim \triangle DOB$.

Пример 1. Острый угол AOD

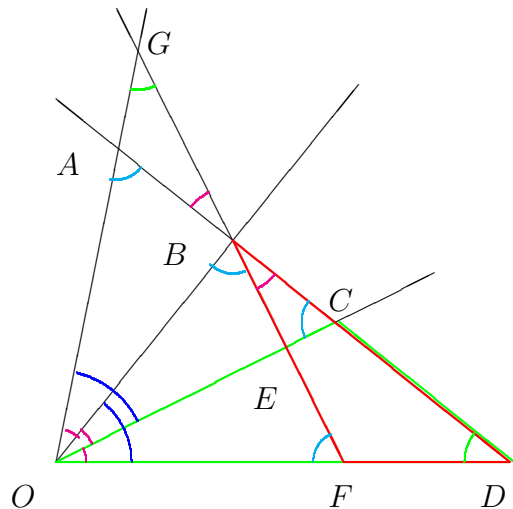
разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.



Решение. Теперь рассмотрим не только прямоугольные и равнобедренные треугольники.

Пример 1. Острый угол AOD

разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.

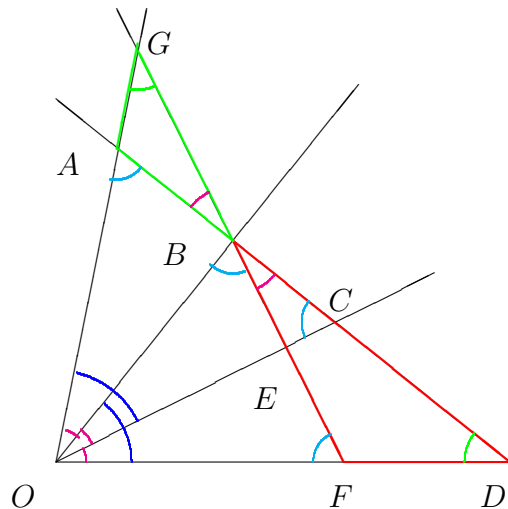


Решение.

$$\triangle DCO \sim \triangle DFB \sim$$

Пример 1. Острый угол AOD

разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.

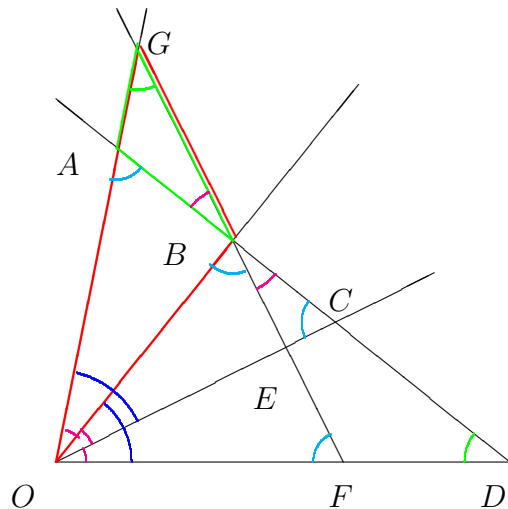


Решение.

$$\triangle DCO \sim \triangle DFB \sim \triangle GAB \sim$$

Пример 1. Острый угол AOD

разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.

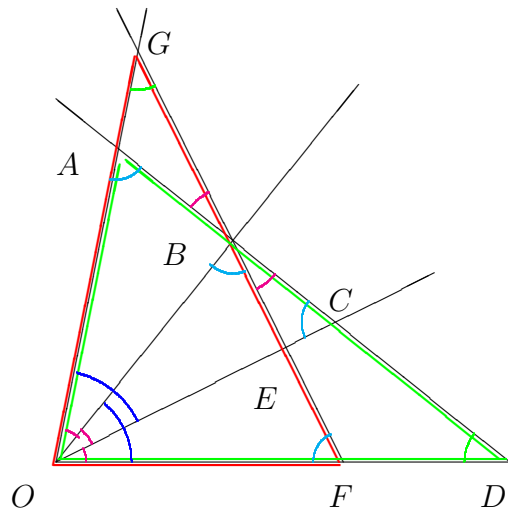


Решение.

$$\triangle DCO \sim \triangle DFB \sim \triangle GAB \sim \triangle GBO.$$

Пример 1. Острый угол AOD

разделен на 3 равные части прямыми OB и OC , причем точки A, B, C, D лежат на одной прямой, перпендикулярной прямой OB . Прямая GF перпендикулярна прямой OC . Перечислите все пары образовавшихся равных и подобных треугольников.

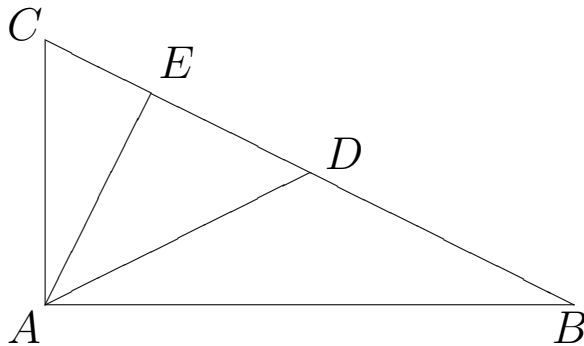


Решение.

$$\triangle GOF \sim \triangle DOA.$$

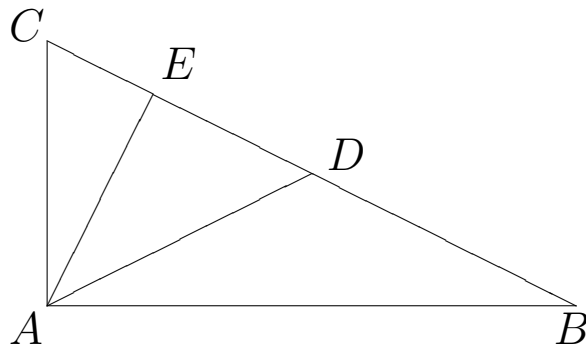
[Вернёмся к лекции?](#)

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



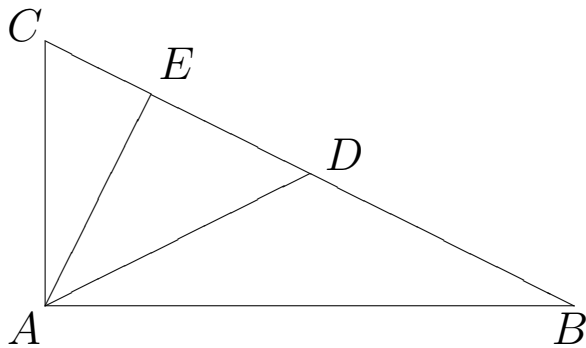
Решение.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно $0,96$. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти?

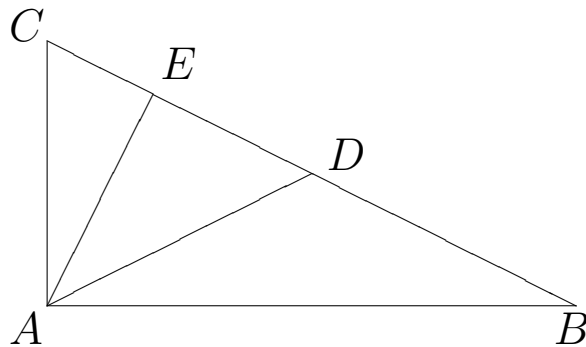
Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношения $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$.

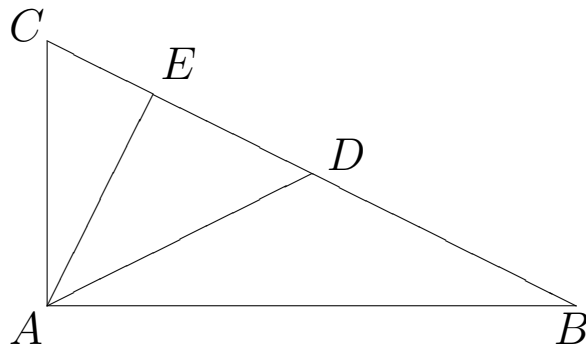
Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношения $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$.
В каком виде представим ответ?

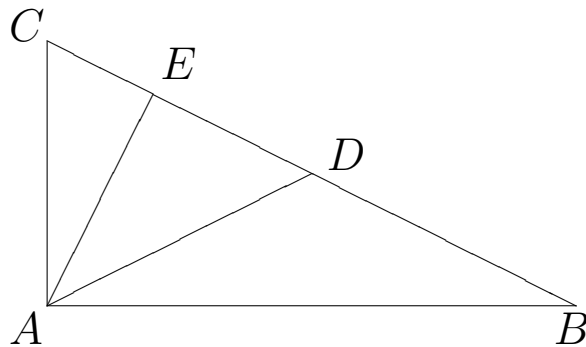
Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношения $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$.
В каком виде представим ответ?

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.

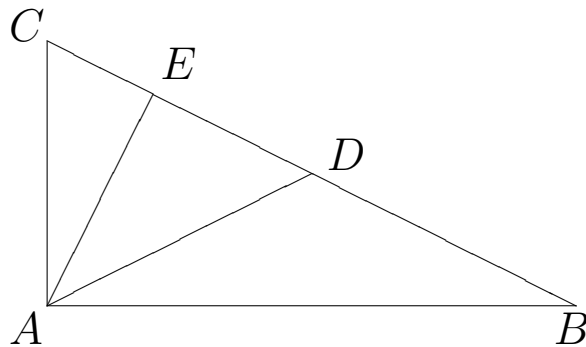


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношения $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



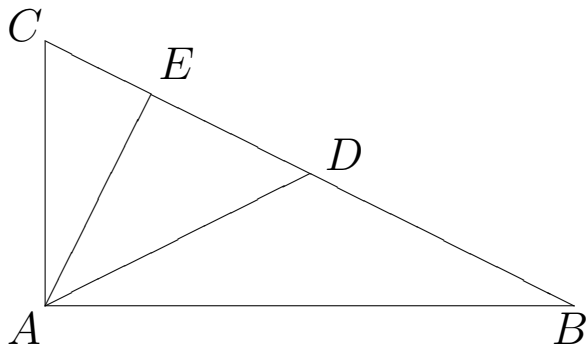
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношения $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

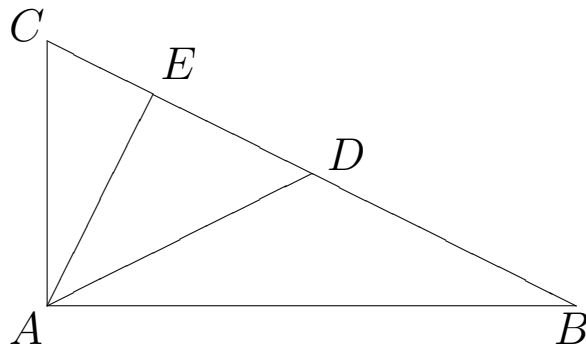
Что надо найти? Отношения $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Как можно найти отношение длин отрезков?

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

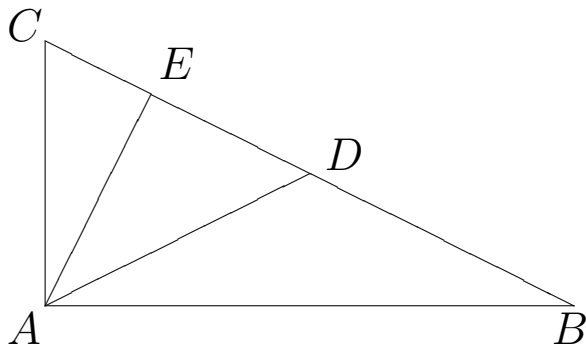
Что надо найти? Отношения $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

По-видимому, нам следует выразить длины этих отрезков в каких-либо единицах.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

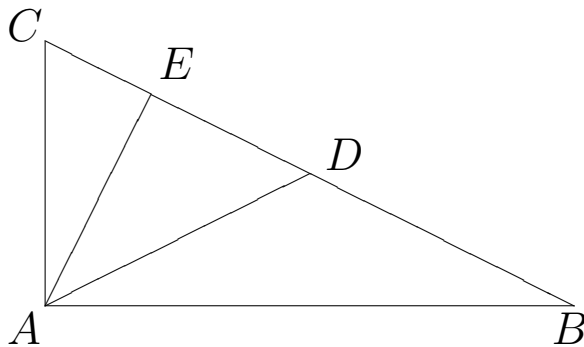
Что надо найти? Отношения $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Это позволит вычислить искомые отношения, причем можно рассчитывать на то, что эти отношения не будут зависеть от выбора единицы длины.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

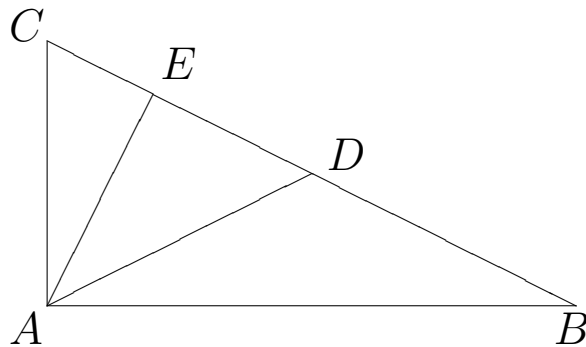
Что надо найти? Отношения $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Обычно в качестве единицы длины выбирают метры, сантиметры и т.п.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

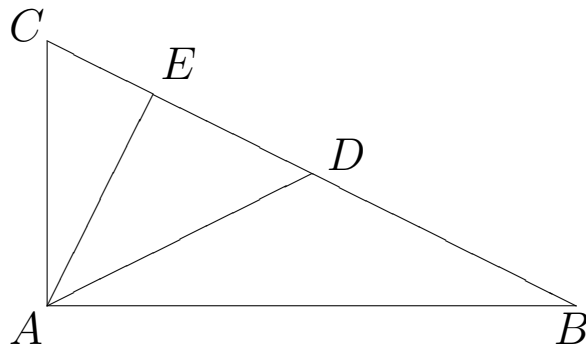
Что надо найти? Отношения $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

В данном случае можно выбрать в качестве единицы длины длину одного из отрезков, рассматриваемых в задаче (в том числе и в *условии* задачи).

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношения $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$.

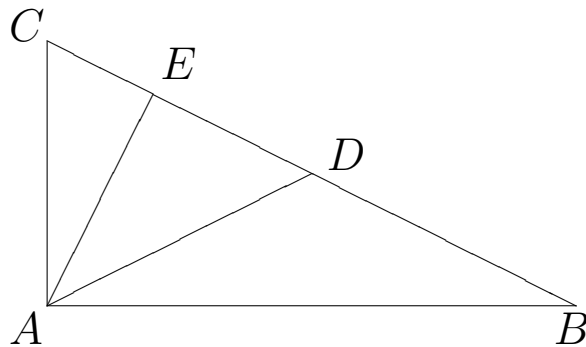
В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

В данном случае можно выбрать в качестве единицы длины длину одного из отрезков, рассматриваемых в задаче.

Иногда пишут «пусть длина отрезка (такого-то) равна 1». Но эта фраза имеет несколько иной смысл.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

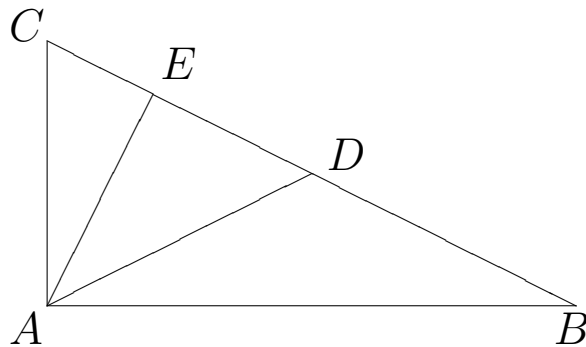
Что надо найти? Отношения $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Можно написать «примем за единицу длины длину отрезка (такого-то)» или получать длины в виде $AB = 5 \cdot XY$, $AC = 10 \cdot XY$ и т.п., где XY — тот отрезок, длину которого мы приняли за единицу.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношения $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$.

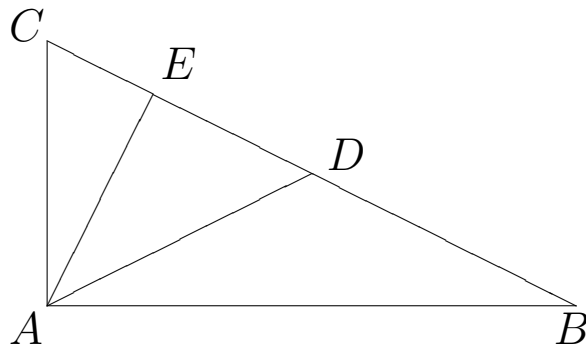
В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

В данном случае можно выбрать в качестве единицы длины длину одного из отрезков, рассматриваемых в задаче.

В условии длина AE выражена через длину отрезка AD .

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

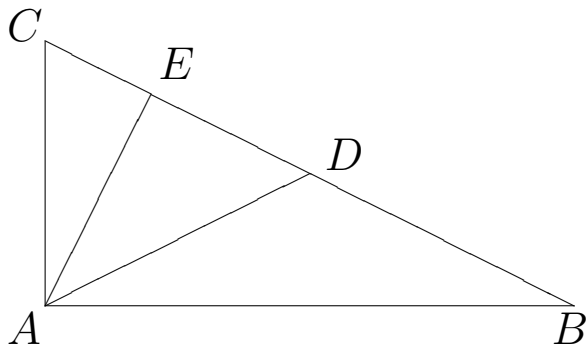
Что надо найти? Отношения $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Для отношений специальные буквы вводить не будем. Длины сторон выразим через AD .

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.

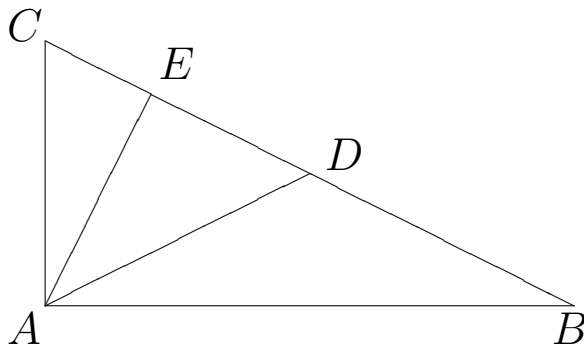


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



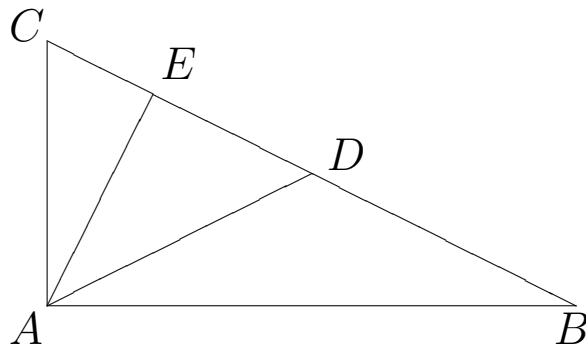
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью подобия треугольников

$$\triangle ABC \sim \triangle AEB \Rightarrow$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



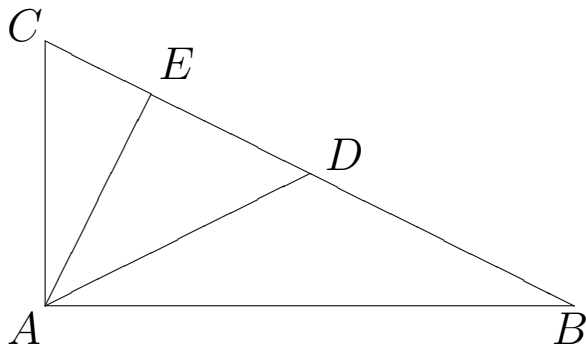
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью подобия треугольников

$$\triangle ABC \sim \triangle AEB \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



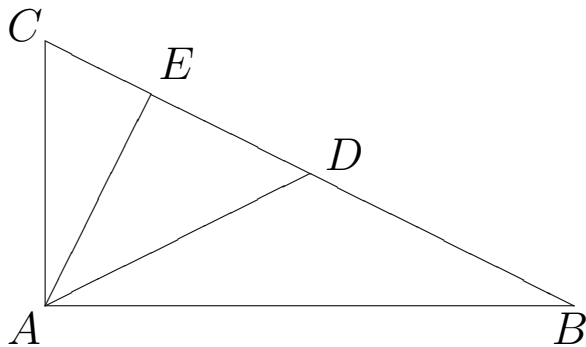
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью подобия треугольников

$$\triangle ABC \sim \triangle AEB \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow 0,96 \cdot AD \cdot BC = AC \cdot AB.$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

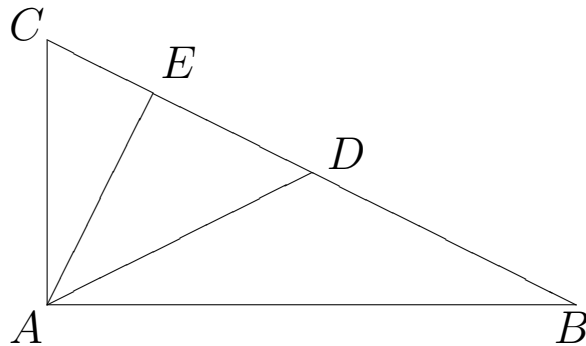
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью подобия треугольников

$$\triangle ABC \sim \triangle AEB \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow 0,96 \cdot AD \cdot BC = AC \cdot AB.$$

$$0,96 \cdot AD \cdot BC = AC \cdot AB. \quad (1)$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.

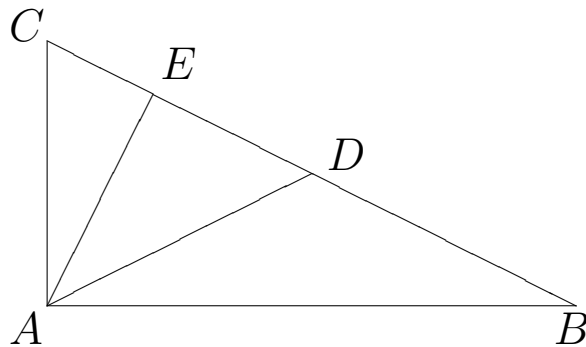


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью вычисления длины гипотенузы

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



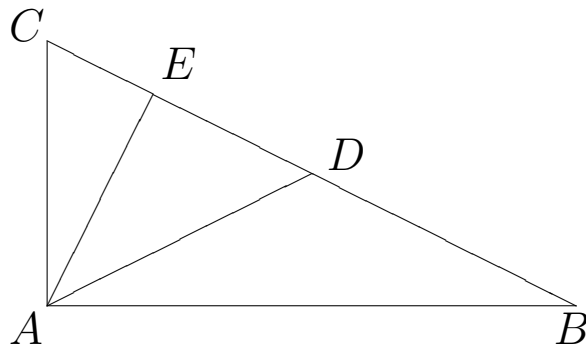
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью вычисления длины гипотенузы

Прямоугольному треугольнику соответствуют несколько **базовых ассоциаций**.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

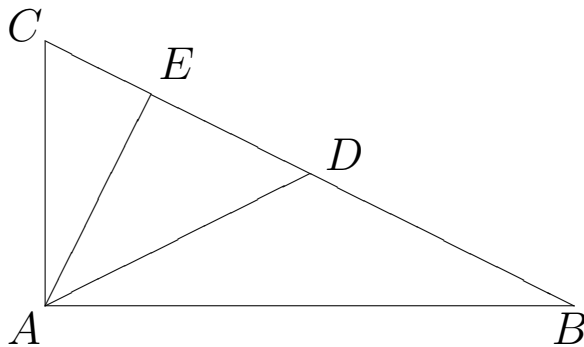
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью вычисления длины гипотенузы

Прямоугольному треугольнику соответствуют несколько **базовых ассоциаций**.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2. \quad (2)$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



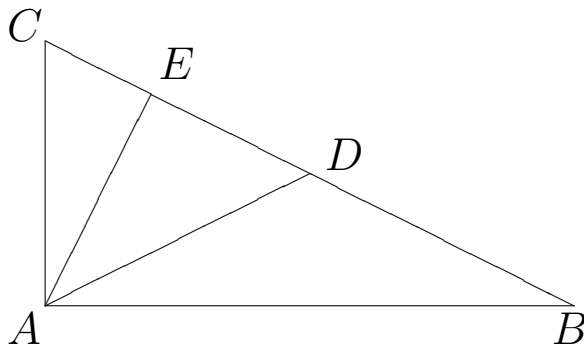
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Использование равнобедренности треугольника

Прямоугольному треугольнику соответствуют несколько **базовых ассоциаций**.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



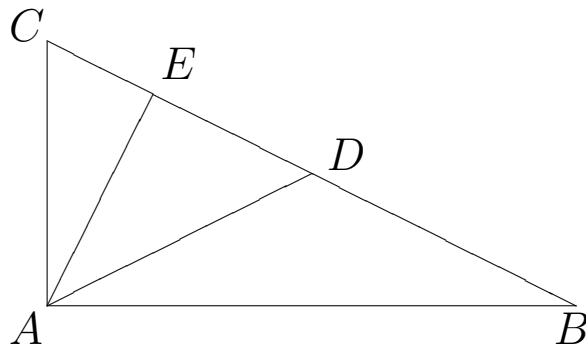
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Использование равнобедренности треугольника

D — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Поэтому треугольник $\triangle ADB$ — равнобедренный.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

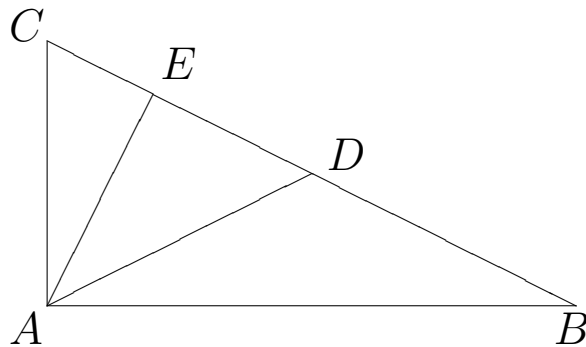
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Использование равнобедренности треугольника

D — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Поэтому треугольник $\triangle ADB$ — равнобедренный. Значит,

$$BC = 2CD = 2AD. \quad (3)$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

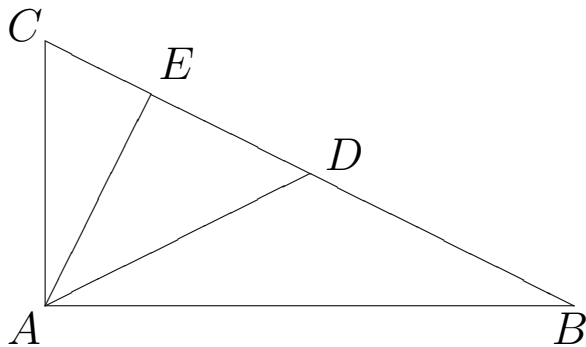
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью описанной окружности

Используем **формулу для площади треугольника**:

$$\frac{abc}{4R} = \frac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

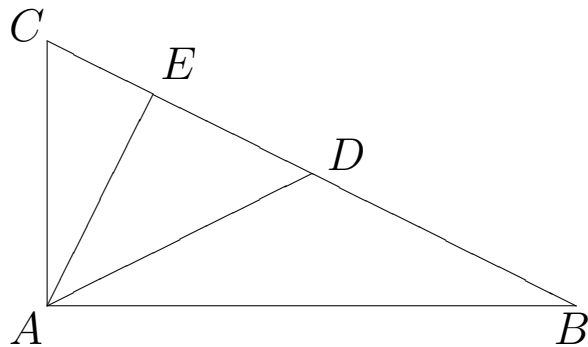
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью описанной окружности

Используем **формулу для площади треугольника**:

$$\frac{abc}{4R} = \frac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4 \cdot AD} = \frac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

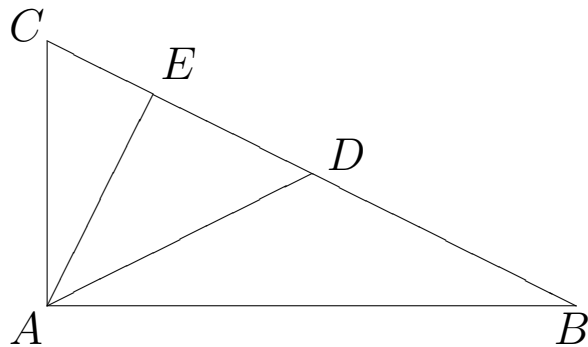
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью описанной окружности

Используем **формулу для площади треугольника**:

$$\frac{abc}{4R} = \frac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4 \cdot AD} = \frac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow BC = 2AD.$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

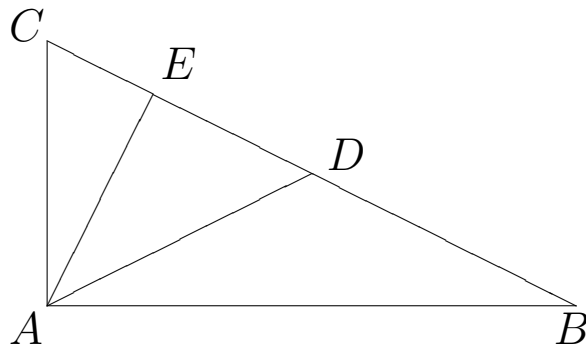
Получение уравнения с помощью описанной окружности

Используем **формулу для площади треугольника**:

$$\frac{abc}{4R} = \frac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4 \cdot AD} = \frac{AB \cdot AC}{2} \Rightarrow BC = 2AD.$$

Вновь получили **уравнение (3)**.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



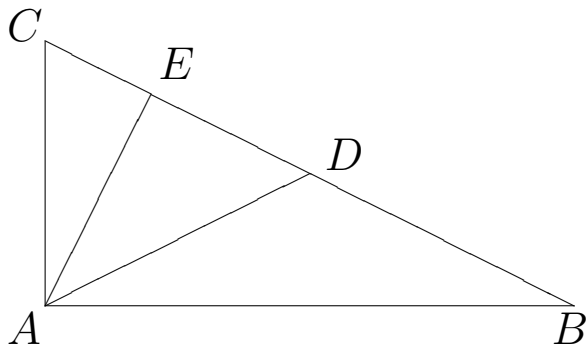
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Использование дополнительного построения

D — середина BC . Используем **рекомендуемое построение**:

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



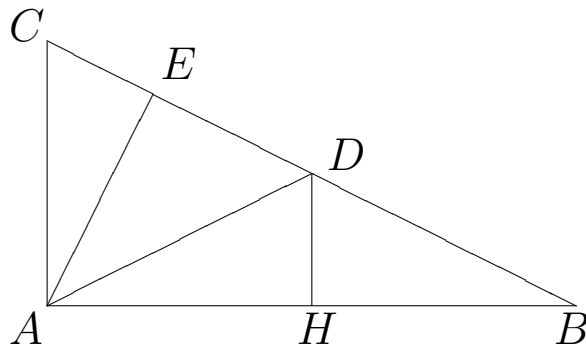
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Использование дополнительного построения

D — середина BC . Используем **рекомендуемое построение**: проведём в $\triangle ABC$ среднюю линию DH .

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

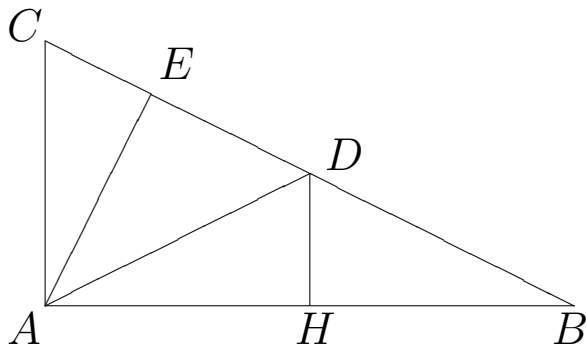
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Использование дополнительного построения

D — середина BC . Используем **рекомендуемое построение**: проведём в $\triangle ABC$ среднюю линию DH .

Она параллельна AC , значит, $DH \perp AB$, что «увеличивает ценность» этого построения.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

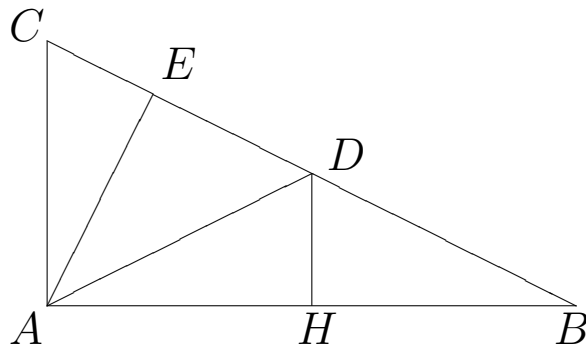
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Использование дополнительного построения

По свойству средней линии треугольника

$$\left(\frac{AB}{2}\right)^2 = AD^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

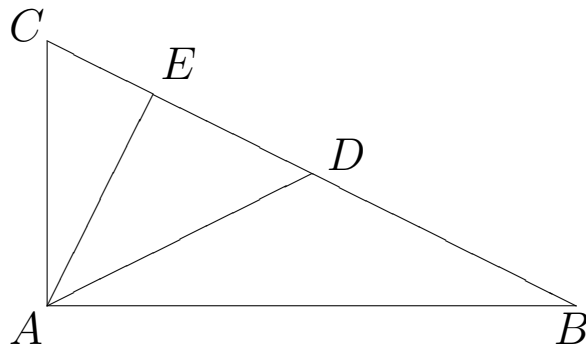
Использование дополнительного построения

По свойству средней линии треугольника

$$\left(\frac{AB}{2}\right)^2 = AD^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$AB^2 = 4AD^2 - AC^2. \quad (4)$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.

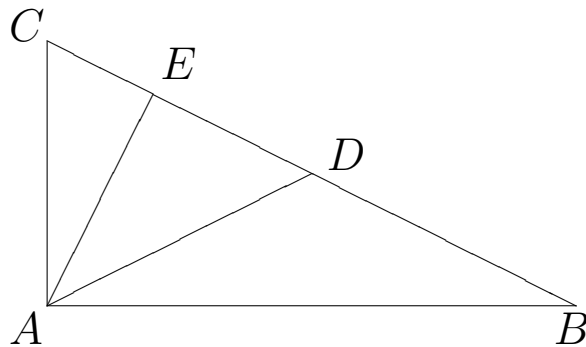


Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников «Половинки» отрезка BC — отрезки BD и CD — являются сторонами треугольников $\triangle ABD$ и соответственно $\triangle ACD$.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



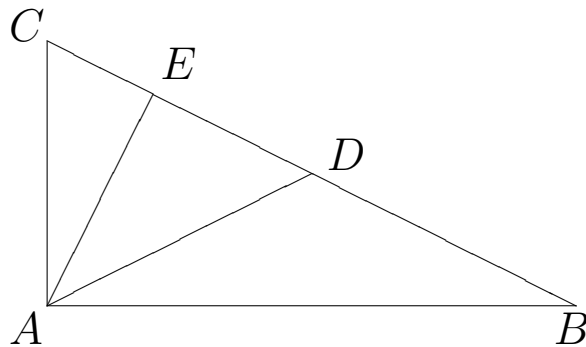
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников

«Половинки» отрезка BC — отрезки BD и CD — являются сторонами треугольников $\triangle ABD$ и соответственно $\triangle ACD$. В частности, площади этих треугольников равны (у них общая высота AE).

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

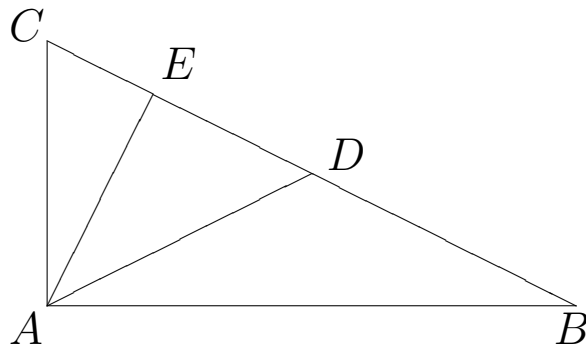
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников

«Половинки» отрезка BC — отрезки BD и CD — являются сторонами треугольников $\triangle ABD$ и соответственно $\triangle ACD$. В частности, площади этих треугольников равны (у них общая высота AE).

Поэтому площадь треугольника $\triangle ABD$ можно вычислить разными способами.

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

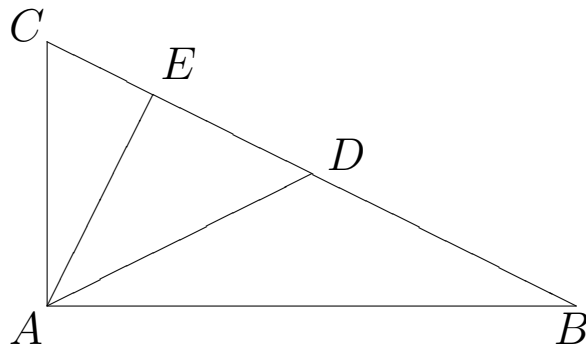
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников

$$\underline{\underline{S_{\triangle ABD}}}$$

Сначала применим **формулу Герона...**

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

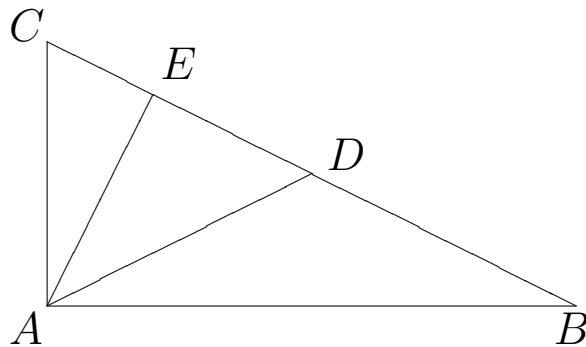
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников

$$S_{\triangle ABD} =$$

$$p = \frac{AD + DB + AB}{2} =$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

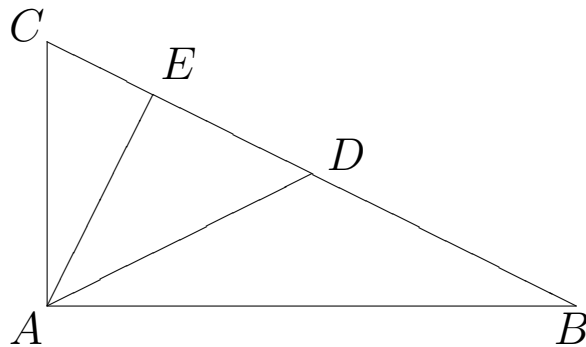
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников

$$S_{\triangle ABD} =$$

$$p = \frac{AD + DB + AB}{2} = \frac{AB}{2} + AD,$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

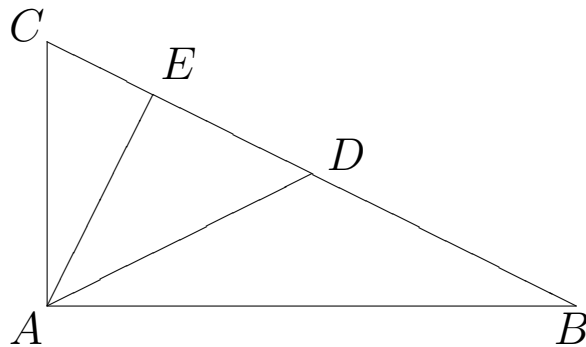
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников

$$S_{\triangle ABD}$$

$$p = \frac{AD + DB + AB}{2} = \frac{AB}{2} + AD, \quad p - DB = p - AD =$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

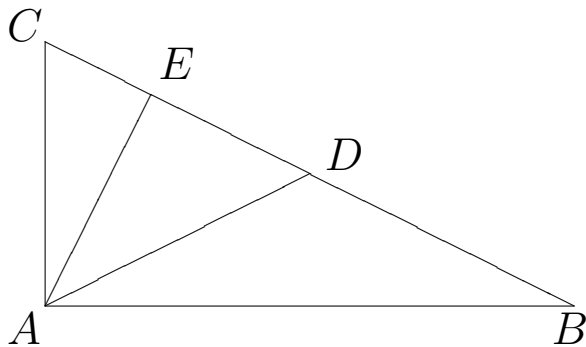
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников

$$S_{\triangle ABD} =$$

$$p = \frac{AD + DB + AB}{2} = \frac{AB}{2} + AD, \quad p - DB = p - AD = \frac{AB}{2}.$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

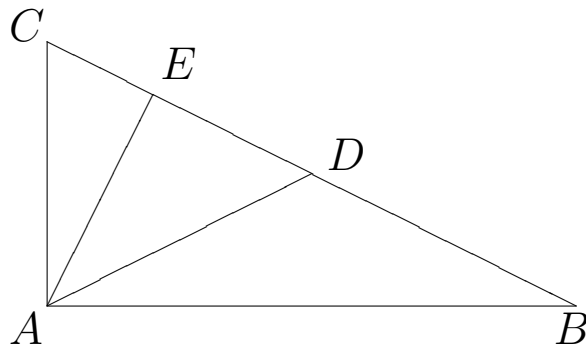
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников

$$\sqrt{\left(AD + \frac{AB}{2}\right) \cdot \frac{AB}{2} \cdot \frac{AB}{2} \cdot \left(\right)} \stackrel{S_{\triangle ABD}}{=} \quad$$

$$p = \frac{AD + DB + AB}{2} = \frac{AB}{2} + AD, \quad p - DB = p - AD = \frac{AB}{2}.$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

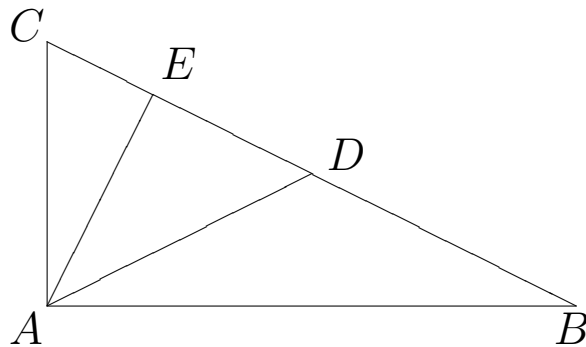
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников

$$\sqrt{\left(AD + \frac{AB}{2}\right) \cdot \frac{AB}{2} \cdot \frac{AB}{2} \cdot \left(\right)} \stackrel{S_{\triangle ABD}}{=} \quad$$

$$p = \frac{AD + DB + AB}{2} = \frac{AB}{2} + AD, \quad p - AB =$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

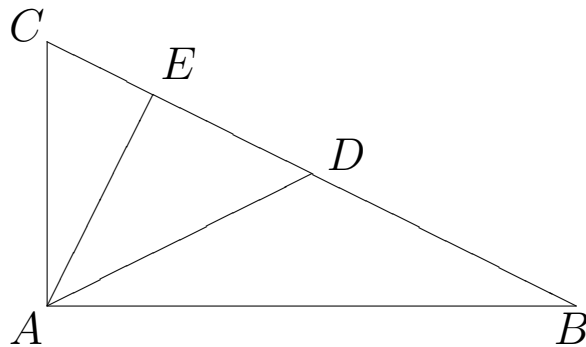
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников

$$\sqrt{\left(AD + \frac{AB}{2}\right) \cdot \frac{AB}{2} \cdot \frac{AB}{2} \cdot \left(\right)} \stackrel{S_{\triangle ABD}}{=} \quad$$

$$p = \frac{AD + DB + AB}{2} = \frac{AB}{2} + AD, \quad p - AB = AD - \frac{AB}{2}.$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

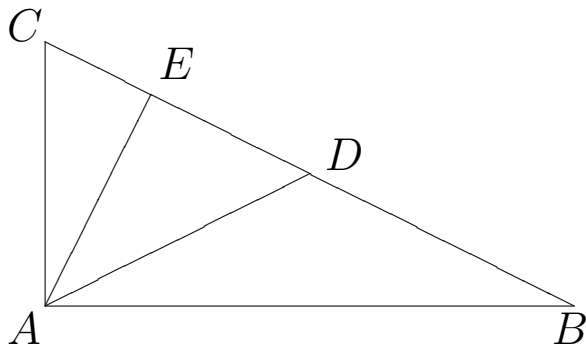
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников

$$\sqrt{\left(AD + \frac{AB}{2}\right) \cdot \frac{AB}{2} \cdot \frac{AB}{2} \cdot \left(AD - \frac{AB}{2}\right)} \stackrel{S_{\triangle ABD}}{=} \dots$$

$$p = \frac{AD + DB + AB}{2} = \frac{AB}{2} + AD, \quad p - AB = AD - \frac{AB}{2}.$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



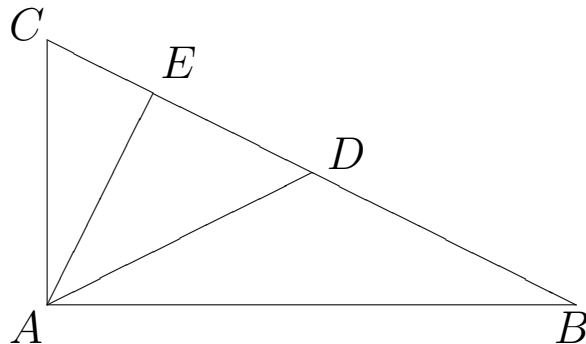
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников

$$\sqrt{\left(AD + \frac{AB}{2}\right) \cdot \frac{AB}{2} \cdot \frac{AB}{2} \cdot \left(AD - \frac{AB}{2}\right)} \stackrel{S_{\triangle ABD}}{=} \frac{1}{2} \cdot AE \cdot DB.$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

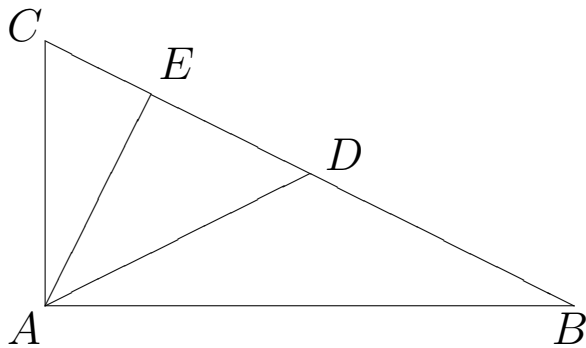
Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

Получение уравнения с помощью сравнения площадей треугольников

$$\sqrt{\left(AD + \frac{AB}{2}\right) \cdot \frac{AB}{2} \cdot \frac{AB}{2} \cdot \left(AD - \frac{AB}{2}\right)} \stackrel{S_{\triangle ABD}}{=} \frac{1}{2} \cdot AE \cdot DB.$$

$$\frac{AB}{2} \sqrt{AD^2 - \frac{AB^2}{4}} = \frac{1}{2} 0,96 \cdot AD^2. \quad (5)$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Надо найти $\frac{AC}{AB}$, $\frac{AC}{CB}$ и $\frac{AB}{CB}$. Стороны выразим через AD .

$$\begin{cases} 0,96 \cdot AD \cdot BC = AC \cdot AB, & (1) \\ BC^2 = AB^2 + AC^2, & (2) \\ BC = 2 \cdot AD. & (3) \end{cases}$$

Построим и решим систему из полученных уравнений, достаточную для ответа на требование задачи.

$$\begin{cases} 0,96 \cdot AD \cdot BC = AC \cdot AB, & \textbf{(1)} \\ BC^2 = AB^2 + AC^2, & \textbf{(2)} \\ BC = 2 \cdot AD & \textbf{(3)} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,96 \cdot AD \cdot BC = AC \cdot AB, \quad (1) \\ BC^2 = AB^2 + AC^2, \quad (2) \\ BC = 2 \cdot AD \quad (3) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1,92 \cdot AD^2 = AC \cdot AB, \\ 4AD^2 = AB^2 + AC^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,96 \cdot AD \cdot BC = AC \cdot AB, \quad (1) \\ BC^2 = AB^2 + AC^2, \quad (2) \\ BC = 2 \cdot AD \quad (3) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1,92 \cdot AD^2 = AC \cdot AB, \\ 4AD^2 = AB^2 + AC^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (4 + 2 \cdot 1,92)AD^2 = AB^2 + 2AC \cdot AB + AC^2, \\ (4 - 2 \cdot 1,92)AD^2 = AB^2 - 2AC \cdot AB + AC^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 0,96 \cdot AD \cdot BC = AC \cdot AB, & \textbf{(1)} \\ BC^2 = AB^2 + AC^2, & \textbf{(2)} \\ BC = 2 \cdot AD & \textbf{(3)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1,92 \cdot AD^2 = AC \cdot AB, \\ 4AD^2 = AB^2 + AC^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (4 + 2 \cdot 1,92)AD^2 = AB^2 + 2AC \cdot AB + AC^2, \\ (4 - 2 \cdot 1,92)AD^2 = AB^2 - 2AC \cdot AB + AC^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7,84AD^2 = (AB + AC)^2, \\ 0,16AD^2 = (AB - AC)^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 0,96 \cdot AD \cdot BC = AC \cdot AB, & \text{(1)} \\ BC^2 = AB^2 + AC^2, & \text{(2)} \\ BC = 2 \cdot AD & \text{(3)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1,92 \cdot AD^2 = AC \cdot AB, \\ 4AD^2 = AB^2 + AC^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (4 + 2 \cdot 1,92)AD^2 = AB^2 + 2AC \cdot AB + AC^2, \\ (4 - 2 \cdot 1,92)AD^2 = AB^2 - 2AC \cdot AB + AC^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7,84AD^2 = (AB + AC)^2, \\ 0,16AD^2 = (AB - AC)^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2,8AD = AB + AC, \\ 0,4AD = AB - AC, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 0,96 \cdot AD \cdot BC = AC \cdot AB, & \textbf{(1)} \\ BC^2 = AB^2 + AC^2, & \textbf{(2)} \\ BC = 2 \cdot AD & \textbf{(3)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1,92 \cdot AD^2 = AC \cdot AB, \\ 4AD^2 = AB^2 + AC^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (4 + 2 \cdot 1,92)AD^2 = AB^2 + 2AC \cdot AB + AC^2, \\ (4 - 2 \cdot 1,92)AD^2 = AB^2 - 2AC \cdot AB + AC^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7,84AD^2 = (AB + AC)^2, \\ 0,16AD^2 = (AB - AC)^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2,8AD = AB + AC, \\ 0,4AD = AB - AC, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3,2AD = 2AB, \\ 2,4AD = 2AC, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow$$

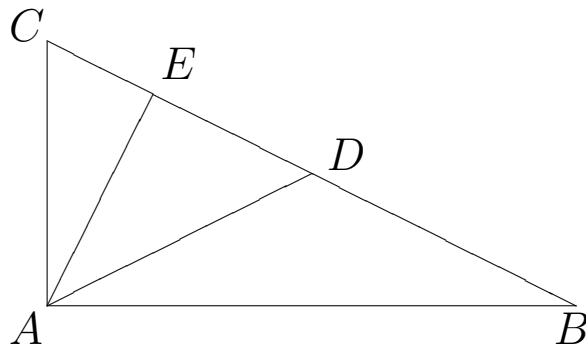
$$\begin{cases} 0,96 \cdot AD \cdot BC = AC \cdot AB, & \textbf{(1)} \\ BC^2 = AB^2 + AC^2, & \textbf{(2)} \\ BC = 2 \cdot AD & \textbf{(3)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1,92 \cdot AD^2 = AC \cdot AB, \\ 4AD^2 = AB^2 + AC^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (4 + 2 \cdot 1,92)AD^2 = AB^2 + 2AC \cdot AB + AC^2, \\ (4 - 2 \cdot 1,92)AD^2 = AB^2 - 2AC \cdot AB + AC^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7,84AD^2 = (AB + AC)^2, \\ 0,16AD^2 = (AB - AC)^2, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2,8AD = AB + AC, \\ 0,4AD = AB - AC, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3,2AD = 2AB, \\ 2,4AD = 2AC, \\ BC = 2 \cdot AD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AC/AB = 3/4, \\ AC/CB = 3/5, \\ AB/CB = 4/5. \end{cases}$$

Пример 2. В треугольнике $\triangle ABC$ угол $\angle BAC$ — прямой. Отношение длины высоты AE к длине медианы AD равно 0,96. Найдите отношения длин сторон.



Ответ.

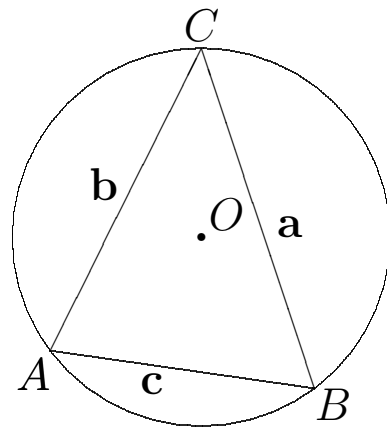
$$\begin{cases} AC/AB = 3/4, \\ AC/CB = 3/5, \\ AB/CB = 4/5. \end{cases}$$

Задача решена. Обратите внимание на тот факт, что часто один и тот же результат можно получить *разными способами*.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

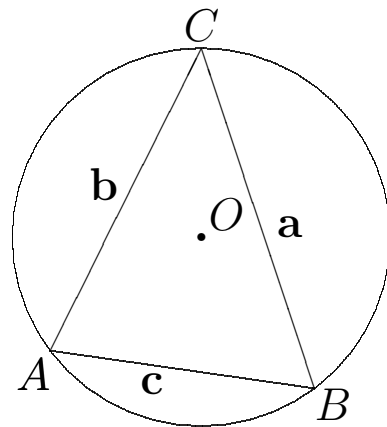
Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение.



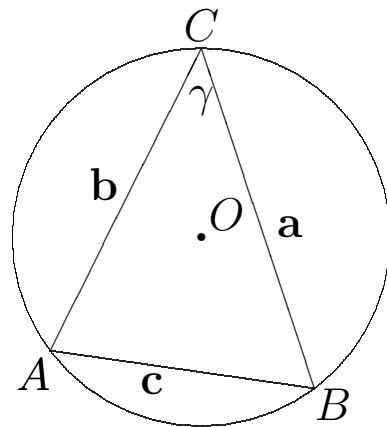
Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон:



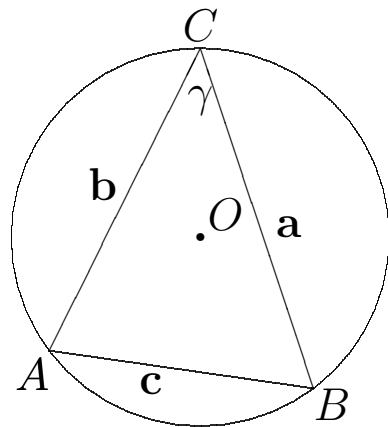
Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон:



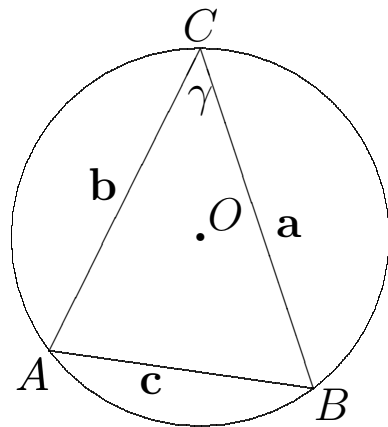
Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.



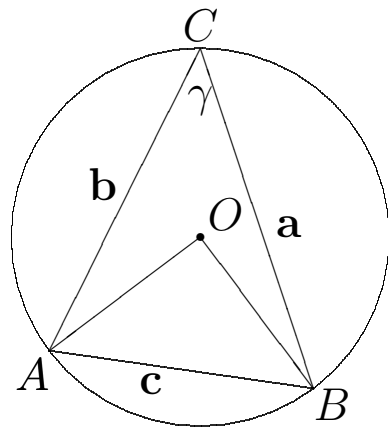
Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.
Проведем радиусы.



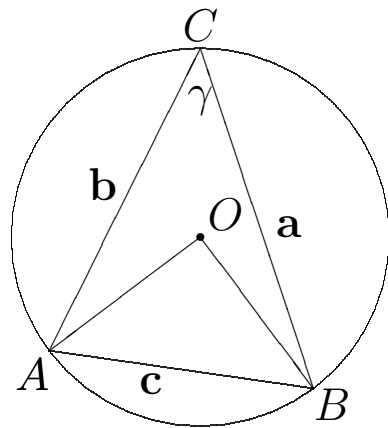
Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.
Проведем радиусы.



Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.
«Включим цвет»:

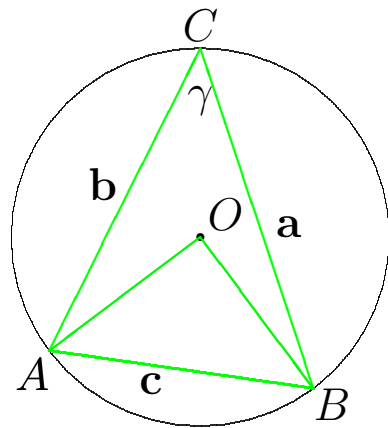


Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.

«Включим цвет»:

стороны треугольника и радиус — зеленые.

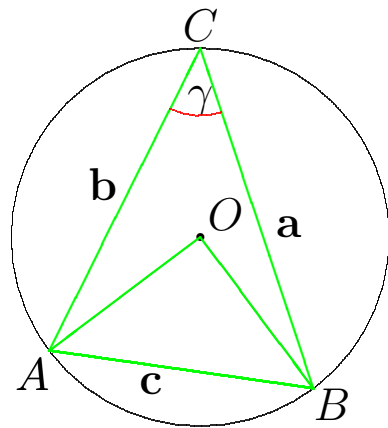


Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.

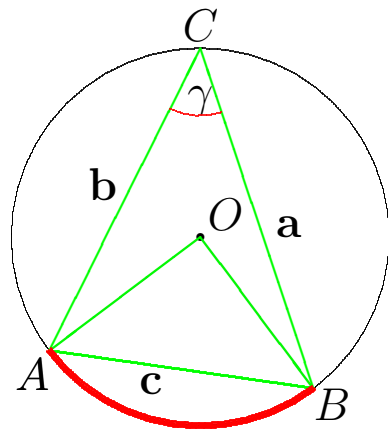
«Включим цвет»:

угол ACB — красный.



Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

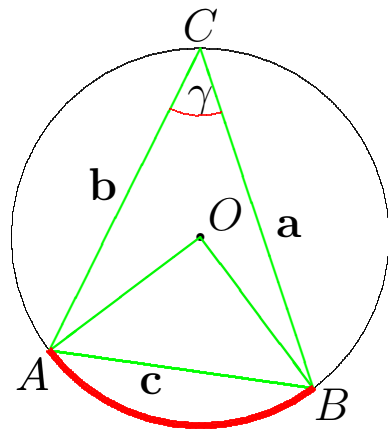
Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.
Угол ACB опирается на дугу AB .



Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.

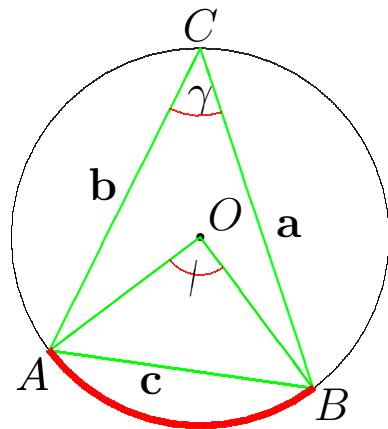
Какой еще вписанный или центральный угол опирается на дугу AB ?



Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.

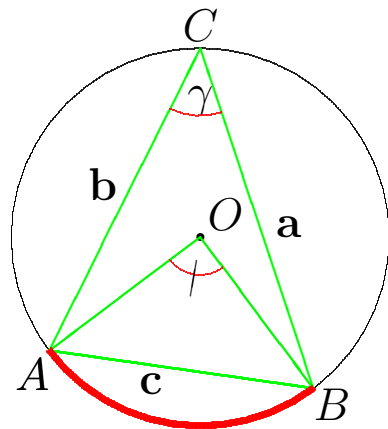
Какой еще вписанный или центральный угол опирается на дугу AB ?



Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.

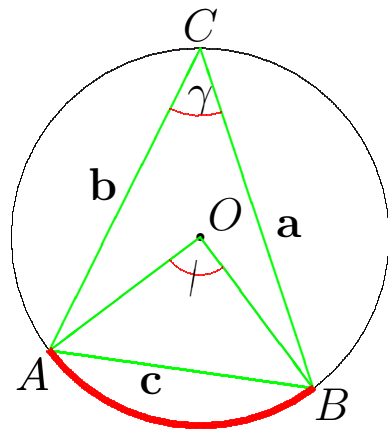
Центральный угол AOB опирается на дугу AB , и, значит, равен 2γ .



Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

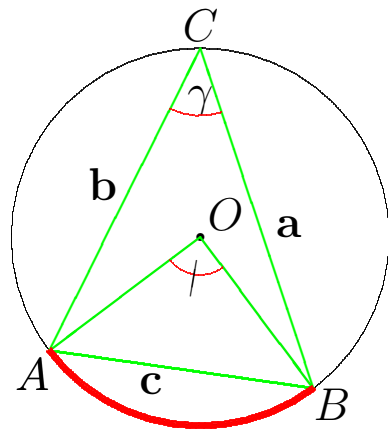
Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.

Угол (в том числе $\angle AOB$) бесполезен без треугольника.



Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.
Треугольник AOB — равнобедренный.

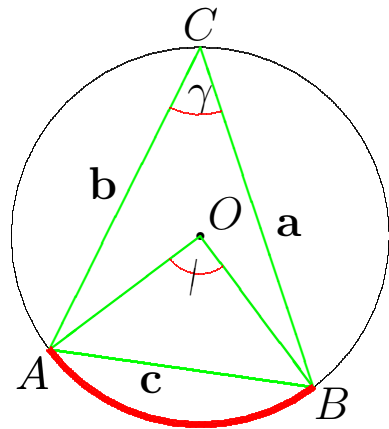


Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.

Треугольник AOB — равнобедренный.

Проведем ту высоту, которая является медианой и биссектрисой.

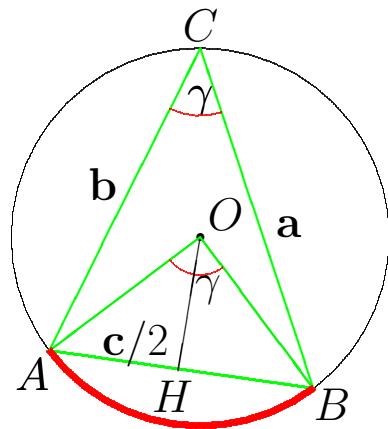


Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.

Треугольник AOB — равнобедренный.

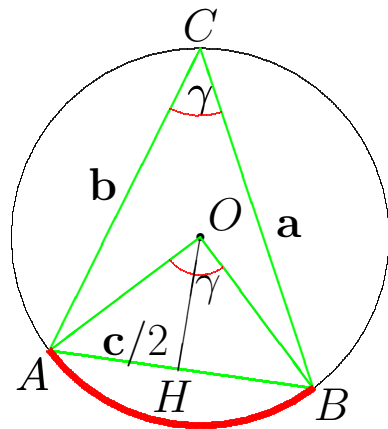
Проведем ту высоту, которая является медианой и биссектрисой.



Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.

Одна из **базовых ассоциаций** с прямоугольным треугольником —

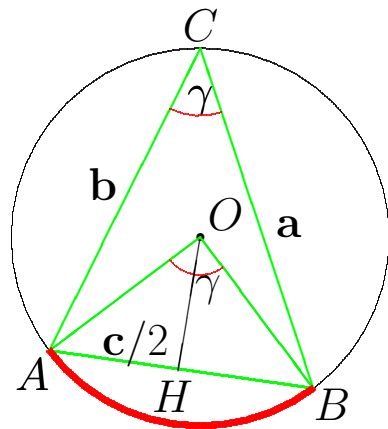


Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.

Одна из **базовых ассоциаций** с прямоугольным треугольником —

тригонометрия: $\sin \gamma = \frac{c/2}{R}$.



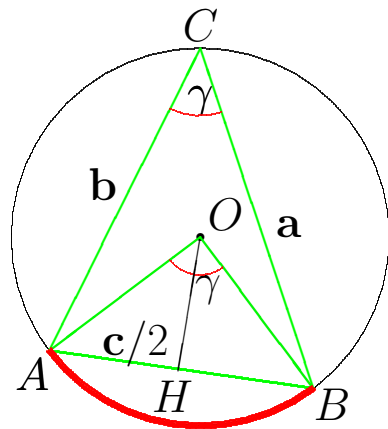
Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.

Одна из **базовых ассоциаций** с прямоугольным треугольником —

тригонометрия: $\sin \gamma = \frac{c/2}{R}$.

Следовательно, $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma =$



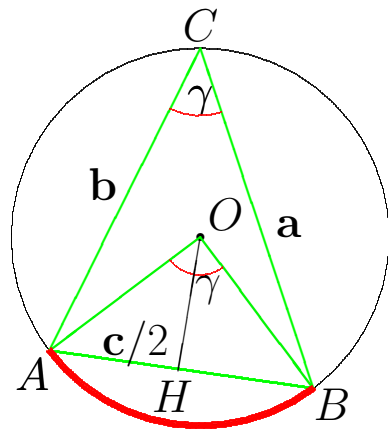
Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.

Одна из **базовых ассоциаций** с прямоугольным треугольником —

тригонометрия: $\sin \gamma = \frac{c/2}{R}$.

Следовательно, $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma = \frac{ab}{2R} \cdot \frac{c/2}{R} =$



Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

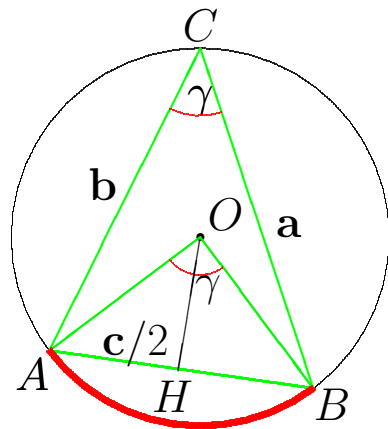
Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.

Одна из **базовых ассоциаций** с прямоугольным треугольником —

тригонометрия: $\sin \gamma = \frac{c/2}{R}$.

$$\text{Следовательно, } S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma = \frac{ab}{2R} \cdot \frac{c/2}{R} = \frac{abc}{4R}.$$

Кстати, «по пути» мы доказали теорему синусов:
 $\sin \gamma = \sin \angle C = \frac{c}{2R}$.



Пример 3. Вывести формулу $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$.

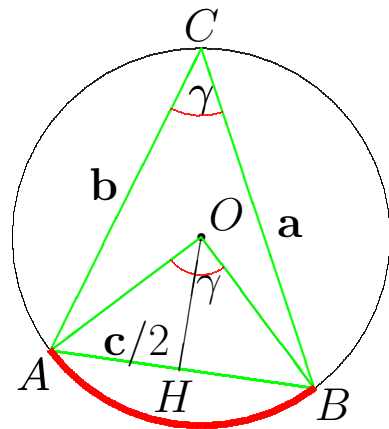
Решение. За основу возьмем формулу, в которой уже присутствует произведение длин сторон: $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma$.

Одна из **базовых ассоциаций** с прямоугольным треугольником —

тригонометрия: $\sin \gamma = \frac{c/2}{R}$.

Следовательно, $S_{\Delta} = \frac{ab}{2} \sin \gamma = \frac{ab}{2R} \cdot \frac{c/2}{R} = \frac{abc}{4R}$.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

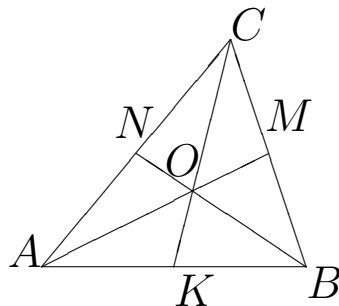


Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Решение.

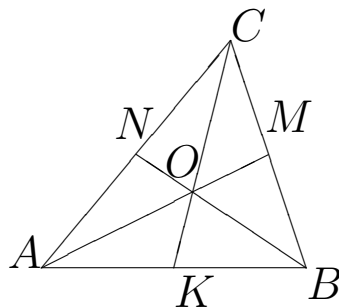
Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Решение.



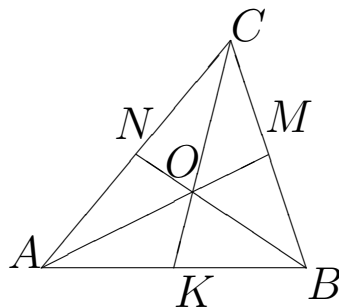
Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Решение. Сначала рассмотрим несколько геометрических решений, идея которых состоит в построении фигуры, площадь которой можно выразить, во-первых, через площадь исходного треугольника, во-вторых, через длины медиан.



Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

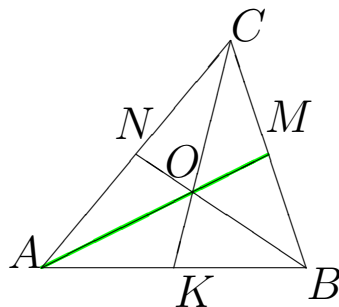
Решение. Сначала рассмотрим несколько геометрических решений, идея которых состоит в построении фигуры, площадь которой можно выразить, во-первых, через площадь исходного треугольника, во-вторых, через длины медиан.



«Включим цвет».

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

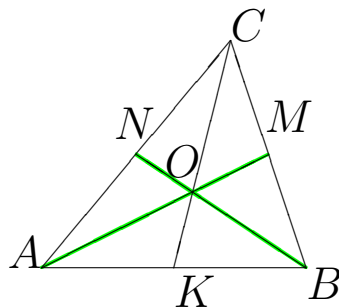
Решение. Сначала рассмотрим несколько геометрических решений, идея которых состоит в построении фигуры, площадь которой можно выразить, во-первых, через площадь исходного треугольника, во-вторых, через длины медиан.



«Включим цвет».

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

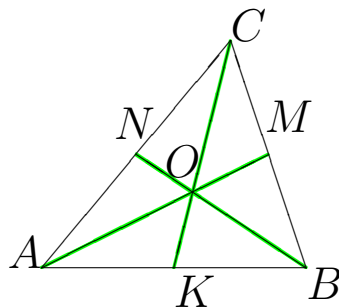
Решение. Сначала рассмотрим несколько геометрических решений, идея которых состоит в построении фигуры, площадь которой можно выразить, во-первых, через площадь исходного треугольника, во-вторых, через длины медиан.



«Включим цвет».

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

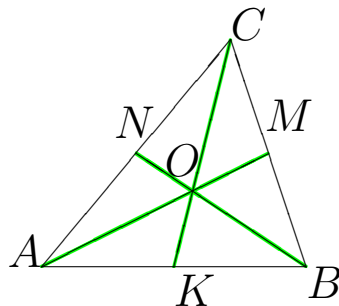
Решение. Сначала рассмотрим несколько геометрических решений, идея которых состоит в построении фигуры, площадь которой можно выразить, во-первых, через площадь исходного треугольника, во-вторых, через длины медиан.



«Включим цвет».

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Первое решение. Воспользуемся
«параллельно-перпендикулярным
взглядом на мир»:

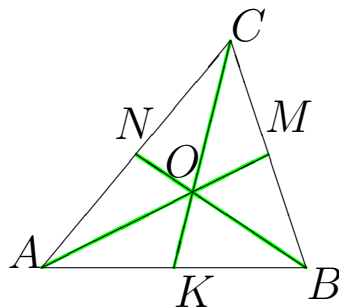


Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Первое решение. Воспользуемся

**«параллельно-перпендикулярным
взглядом на мир»:**

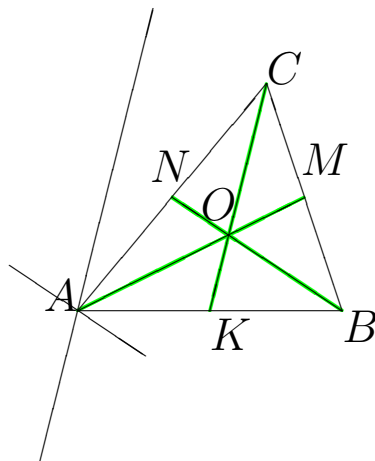
проведём через каждую вершину
треугольника прямую, параллельную
медиане одной из сторон, прилежащих
к этой вершине.



Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Первое решение. Воспользуемся
«параллельно-перпендикулярным
взглядом на мир»:

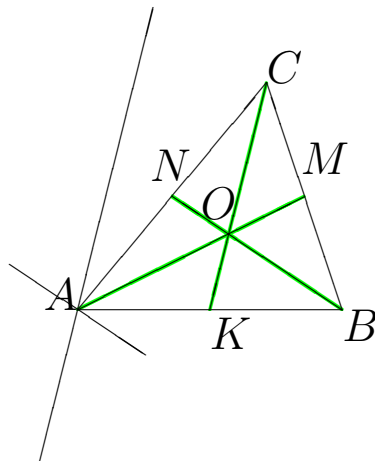
проведём через каждую вершину
треугольника прямую, параллельную
медиане одной из сторон, прилежащих
к этой вершине.



Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Первое решение. Воспользуемся
«параллельно-перпендикулярным
взглядом на мир»:

проведём через каждую вершину
треугольника прямую, параллельную
медиане одной из сторон, прилежащих
к этой вершине.

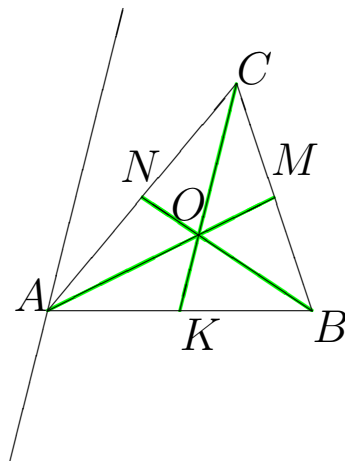


Оставим, например, прямую, параллельную CK .

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Первое решение. Воспользуемся
«параллельно-перпендикулярным
взглядом на мир»:

проведём через каждую вершину
треугольника прямую, параллельную
медиане одной из сторон, прилежащих
к этой вершине.

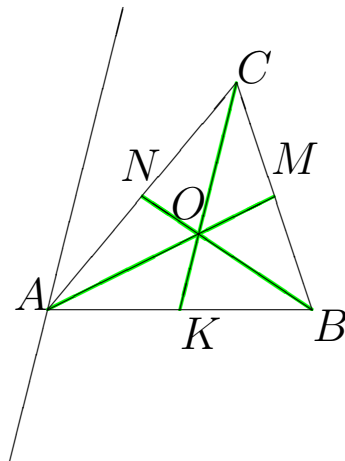


Оставим, например, прямую, параллельную CK .

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Первое решение. Воспользуемся
«параллельно-перпендикулярным
взглядом на мир»:

проведём через каждую вершину
треугольника прямую, параллельную
медиане одной из сторон, прилежащих
к этой вершине.



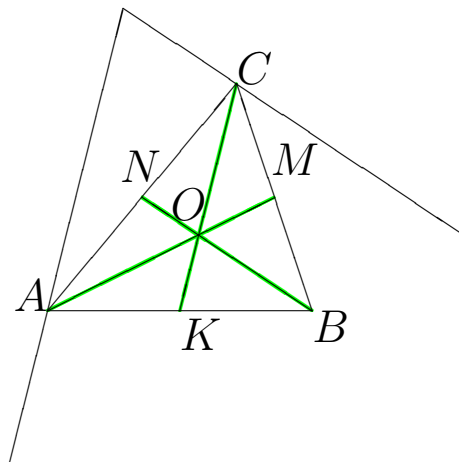
Оставим, например, прямую, параллельную CK .

Прямую, параллельную BN проведём через C .

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Первое решение. Воспользуемся
«параллельно-перпендикулярным
взглядом на мир»:

проведём через каждую вершину
треугольника прямую, параллельную
медиане одной из сторон, прилежащих
к этой вершине.



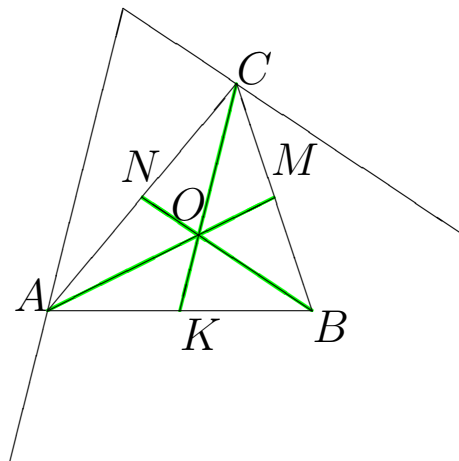
Оставим, например, прямую, параллельную CK .

Прямую, параллельную BN проведём через C .

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Первое решение. Воспользуемся
«параллельно-перпендикулярным
взглядом на мир»:

проведём через каждую вершину
треугольника прямую, параллельную
медиане одной из сторон, прилежащих
к этой вершине.



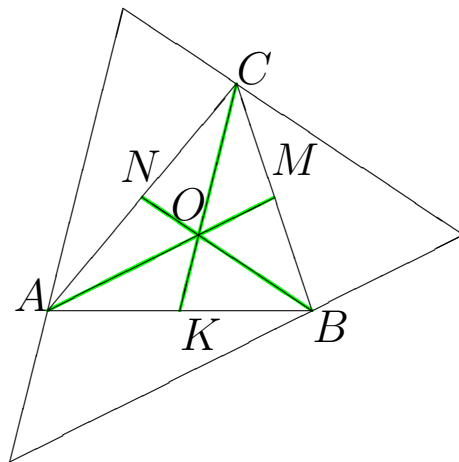
Оставим, например, прямую, параллельную CK .

Прямую, параллельную AM проведём через B .

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Первое решение. Воспользуемся
«параллельно-перпендикулярным
взглядом на мир»:

проведём через каждую вершину
треугольника прямую, параллельную
медиане одной из сторон, прилежащих
к этой вершине.



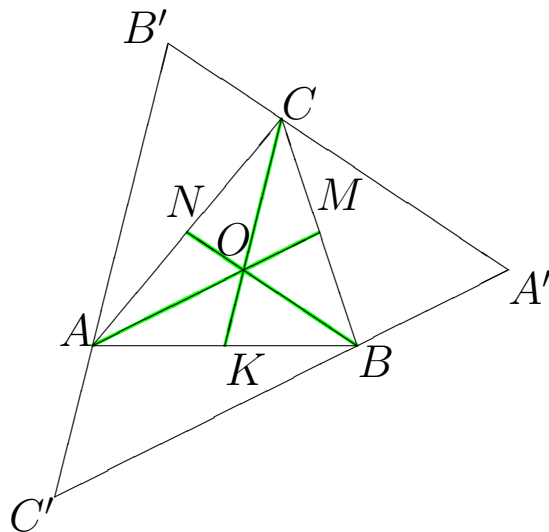
Оставим, например, прямую, параллельную CK .

Прямую, параллельную AM проведём через B .

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Первое решение. Воспользуемся
«параллельно-перпендикулярным
взглядом на мир»:

проведём через каждую вершину
треугольника прямую, параллельную
медиане одной из сторон, прилежащих
к этой вершине.



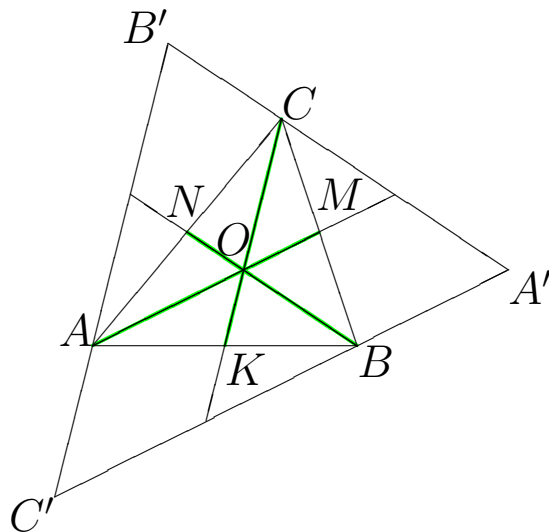
Оставим, например, прямую, параллельную CK .

Прямую, параллельную AM проведём через B .

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан*
 $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение. Воспользуемся
«параллельно-перпендикулярным
взглядом на мир»:

проведём через каждую вершину
треугольника прямую, параллельную
медиане одной из сторон, прилежащих
к этой вершине.



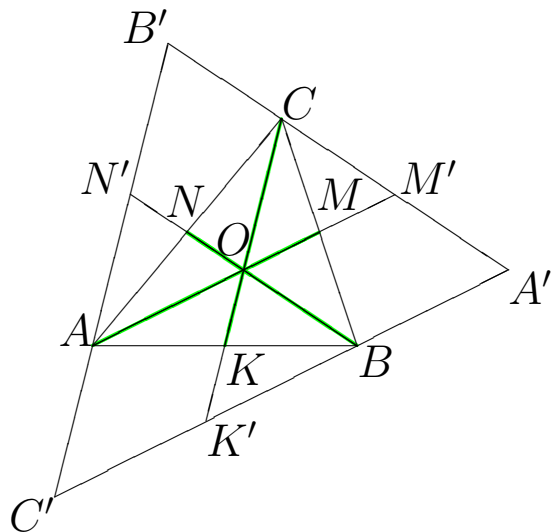
Оставим, например, прямую, параллельную CK .

Прямую, параллельную AM проведём через B .

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан*
 $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение. Воспользуемся
«параллельно-перпендикулярным
взглядом на мир»:

проведём через каждую вершину
треугольника прямую, параллельную
медиане одной из сторон, прилежащих
к этой вершине.



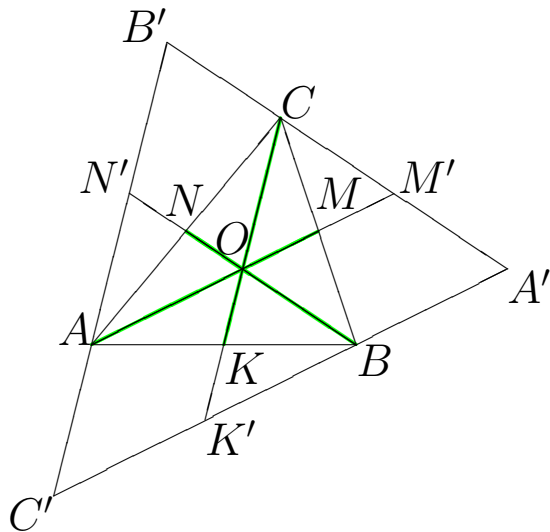
Оставим, например, прямую, параллельную CK .

Прямую, параллельную AM проведём через B .

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан*
 $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение.

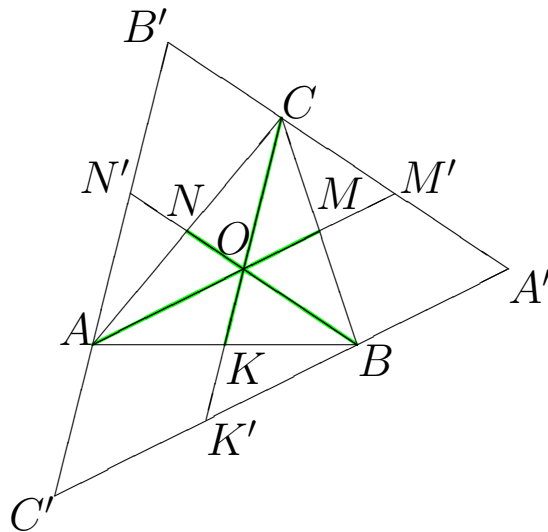
$NN' \parallel CB'$ и $AN = NC$, поэтому



Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан*
 $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение.

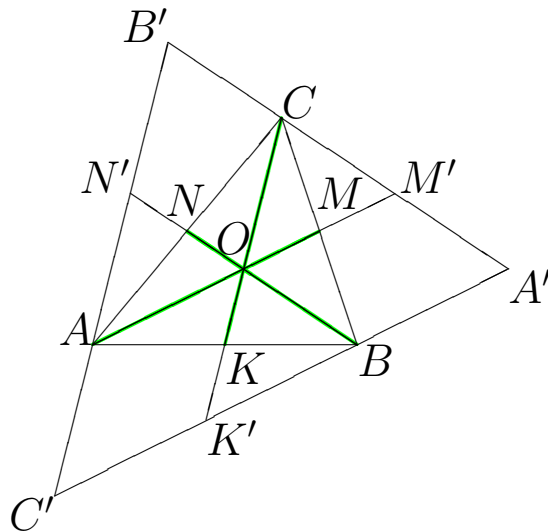
$NN' \parallel CB'$ и $AN = NC$, поэтому
 NN' — средняя линия $\triangle ACB'$,
поэтому $N'B' =$



Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан*
 $AM = m, \quad BN = n, \quad CK = k.$

Первое решение.

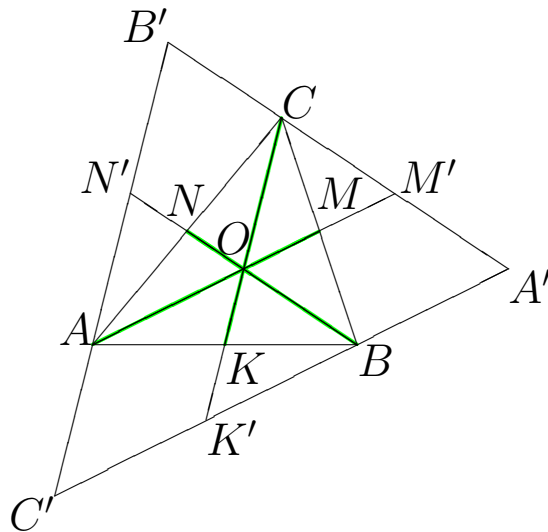
$NN' \parallel CB'$ и $AN = NC$, поэтому
 NN' — средняя линия $\triangle ACB'$,
поэтому $N'B' = AN'$.



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение.

$NN' \parallel CB'$ и $AN = NC$, поэтому NN' — средняя линия $\triangle ACB'$, поэтому $N'B' = AN'$.



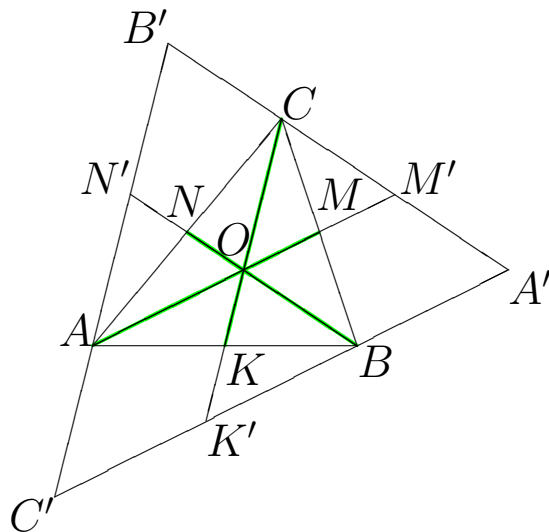
Получаем $\underbrace{N'B'}_{\triangle ACB'}$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение.

$NN' \parallel CB'$ и $AN = NC$, поэтому NN' — средняя линия $\triangle ACB'$, поэтому $N'B' = AN'$.

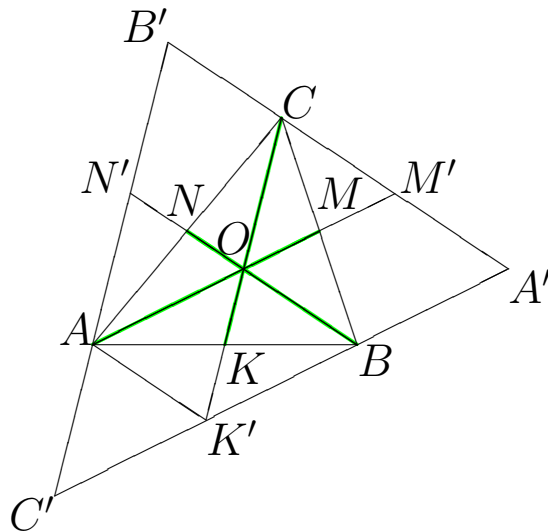
Получаем $\underbrace{N'B' = AN'}_{\triangle ACB'}$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение.

$NN' \parallel CB'$ и $AN = NC$, поэтому NN' — средняя линия $\triangle ACB'$, поэтому $N'B' = AN'$.



Получаем $\underbrace{N'B' = AN'}_{\triangle ACB'}$

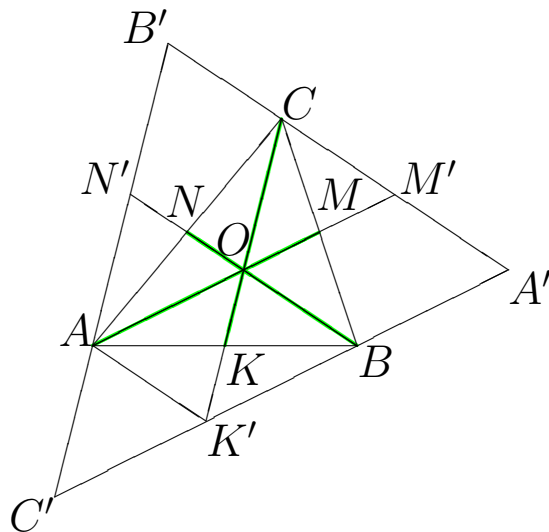
Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение.

$NN' \parallel CB'$ и $AN = NC$, поэтому NN' — средняя линия $\triangle ACB'$, поэтому $N'B' = AN'$.

$AK'ON'$ и $AOK'C'$ — параллелограммы, поэтому...

Получаем $N'B' = AN'$



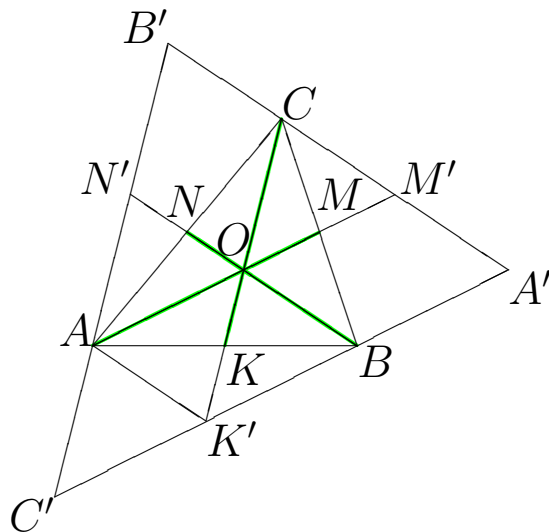
Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение.

$NN' \parallel CB'$ и $AN = NC$, поэтому NN' — средняя линия $\triangle ACB'$, поэтому $N'B' = AN'$.

$AK'ON'$ и $AOK'C'$ — параллелограммы, поэтому...

Получаем $N'B' = AN' = OK' =$



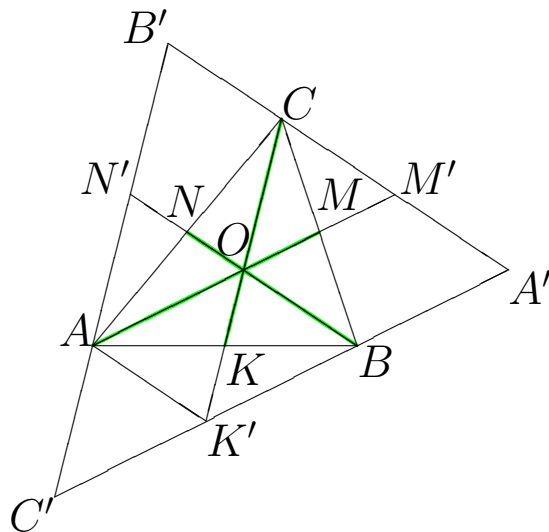
Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение.

$NN' \parallel CB'$ и $AN = NC$, поэтому NN' — средняя линия $\triangle ACB'$, поэтому $N'B' = AN'$.

$AK'ON'$ и $AOK'C'$ — параллелограммы, поэтому...

Получаем $N'B' = AN' = OK' = C'A$.



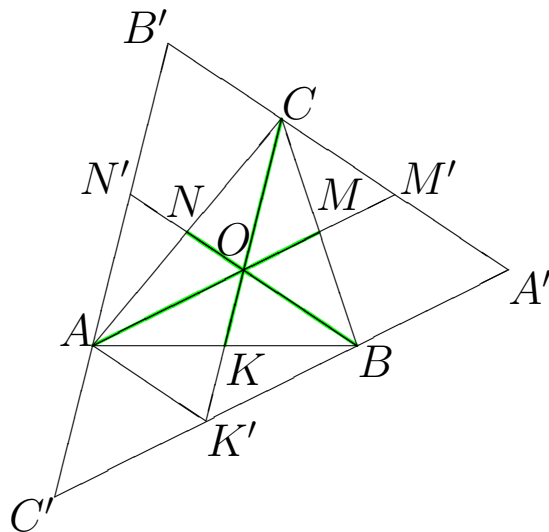
Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение.

$NN' \parallel CB'$ и $AN = NC$, поэтому NN' — средняя линия $\triangle ACB'$, поэтому $N'B' = AN'$.

$AK'ON'$ и $AOK'C'$ — параллелограммы, поэтому...

Получаем $N'B' = AN' = OK' = C'A$. $B'C' =$

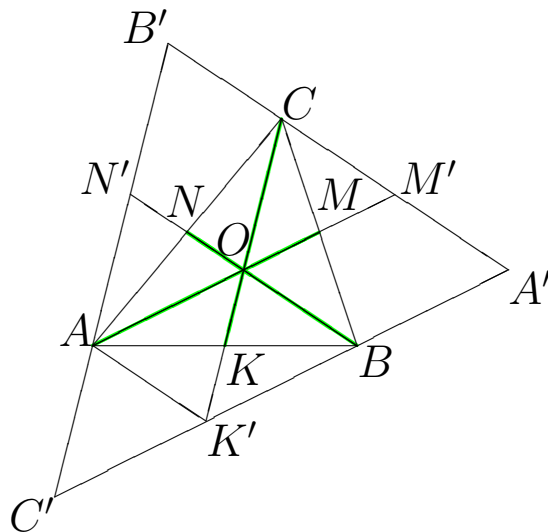


Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение.

$NN' \parallel CB'$ и $AN = NC$, поэтому NN' — средняя линия $\triangle ACB'$, поэтому $N'B' = AN'$.

$AK'ON'$ и $AOK'C'$ — параллелограммы, поэтому...



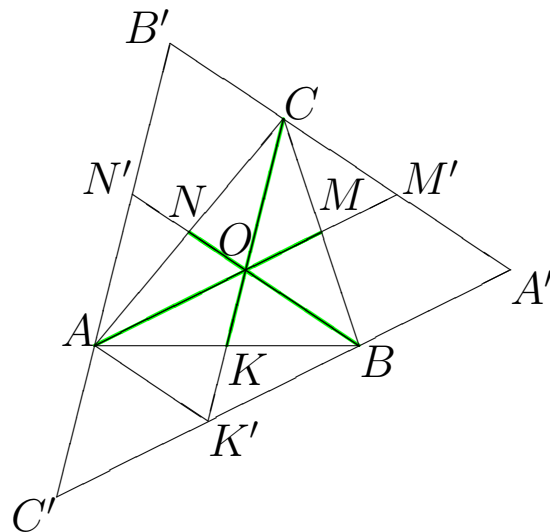
Получаем $N'B' = AN' = OK' = C'A$. $B'C' = 3 \cdot N'B' =$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение.

$NN' \parallel CB'$ и $AN = NC$, поэтому NN' — средняя линия $\triangle ACB'$, поэтому $N'B' = AN'$.

$AK'ON'$ и $AOK'C'$ — параллелограммы, поэтому...



Получаем $N'B' = AN' = OK' = C'A$. $B'C' = 3 \cdot N'B' = 3 \cdot \frac{2}{3}CK$.

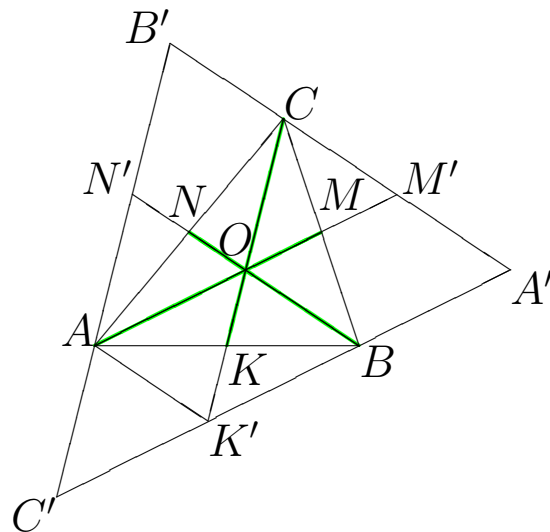
Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение.

$$B'C' = 2CK = 2k,$$

$NN' \parallel CB'$ и $AN = NC$, поэтому NN' — средняя линия $\triangle ACB'$, поэтому $N'B' = AN'$.

$AK'ON'$ и $AOK'C'$ — параллелограммы, поэтому...



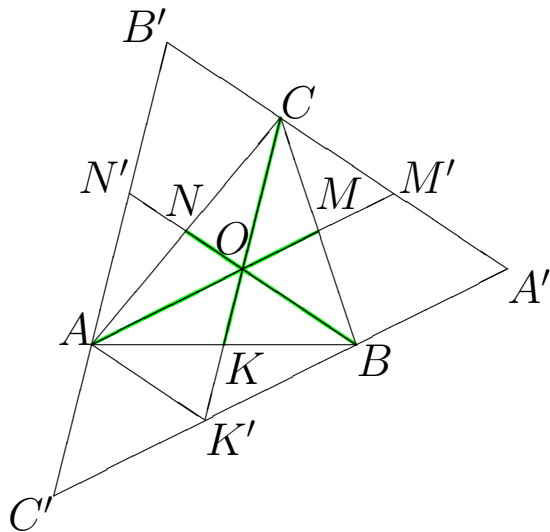
$$\text{Получаем } N'B' = AN' = OK' = C'A. \quad B'C' = 3 \cdot N'B' = 3 \cdot \frac{2}{3}CK.$$

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан*
 $AM = m, \quad BN = n, \quad CK = k.$

Первое решение.

$$B'C' = 2CK = 2k,$$

Аналогично получаем...



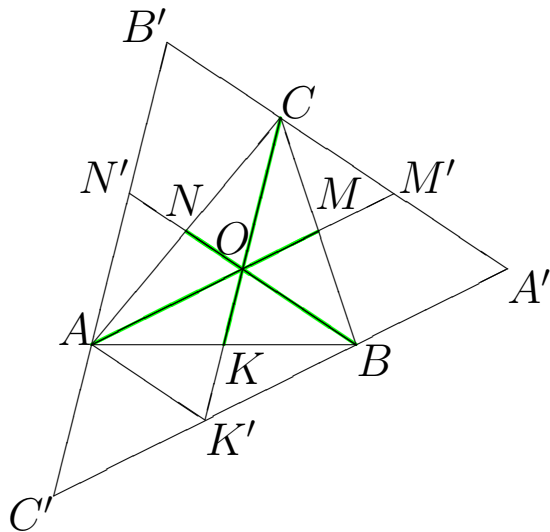
Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан*
 $AM = m, \quad BN = n, \quad CK = k.$

Первое решение.

$$B'C' = 2CK = 2k,$$

$$A'B' = 2BN = 2n,$$

Аналогично получаем...



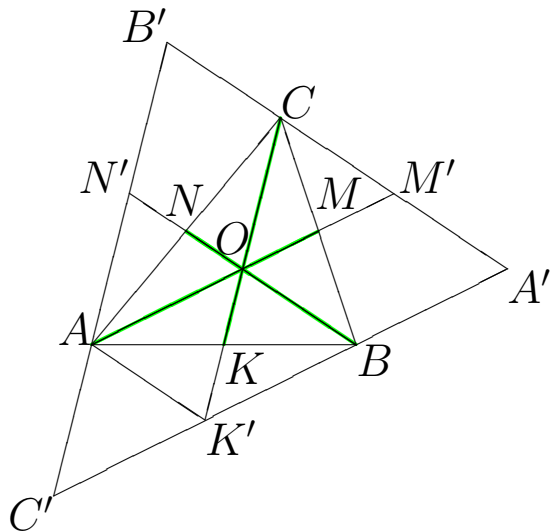
Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение.

$$B'C' = 2CK = 2k,$$

$$A'B' = 2BN = 2n,$$

$$A'C' = 2AM = 2m.$$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

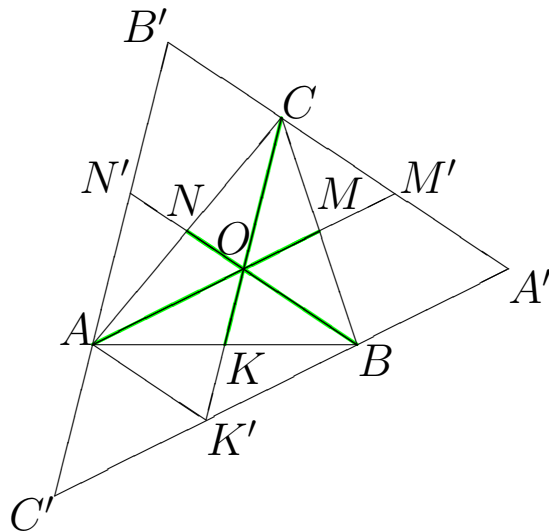
Первое решение.

$$B'C' = 2CK = 2k,$$

$$A'B' = 2BN = 2n,$$

$$A'C' = 2AM = 2m.$$

Значит, по **формуле Герона**,



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

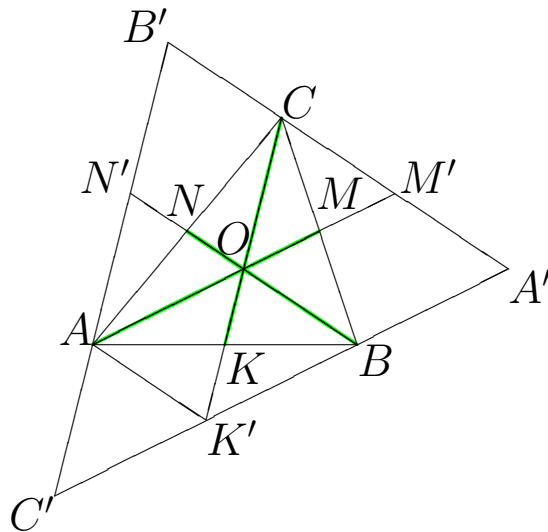
Первое решение.

$$B'C' = 2CK = 2k,$$

$$A'B' = 2BN = 2n,$$

$$A'C' = 2AM = 2m.$$

Значит, по **формуле Герона**,



$$S_{\triangle A'B'C'} =$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

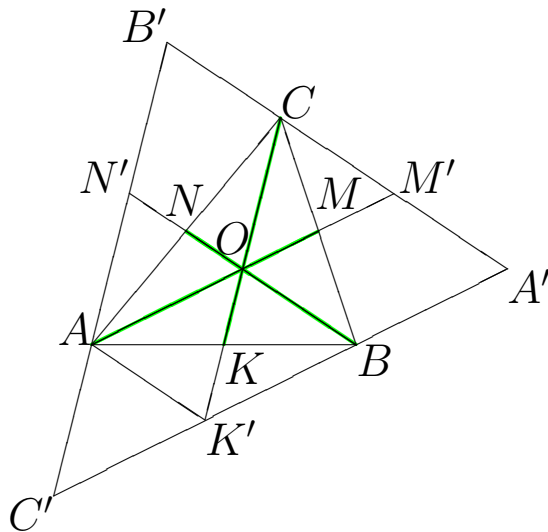
Первое решение.

$$B'C' = 2CK = 2k,$$

$$A'B' = 2BN = 2n,$$

$$A'C' = 2AM = 2m.$$

Значит, по **формуле Герона**,



$$S_{\triangle A'B'C'} = \sqrt{(m+n+k)(m+n-k)(m-n+k)(-m+n+k)}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

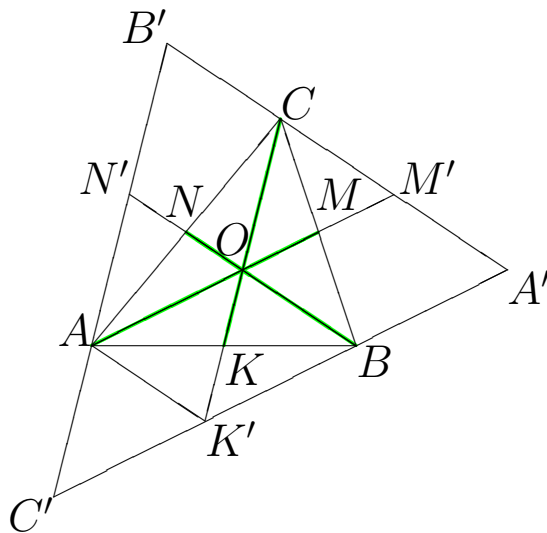
Первое решение.

$$B'C' = 2CK = 2k,$$

$$A'B' = 2BN = 2n,$$

$$A'C' = 2AM = 2m.$$

$$S_{\triangle ABC} =$$



$$S_{\triangle A'B'C'} = \sqrt{(m+n+k)(m+n-k)(m-n+k)(-m+n+k)}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

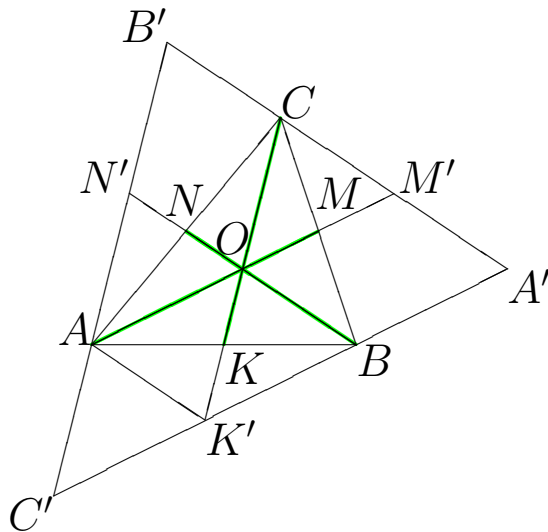
Первое решение.

$$B'C' = 2CK = 2k,$$

$$A'B' = 2BN = 2n,$$

$$A'C' = 2AM = 2m.$$

$$S_{\triangle ABC} = 3 \cdot S_{\triangle AOB} =$$



$$S_{\triangle A'B'C'} = \sqrt{(m+n+k)(m+n-k)(m-n+k)(-m+n+k)}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

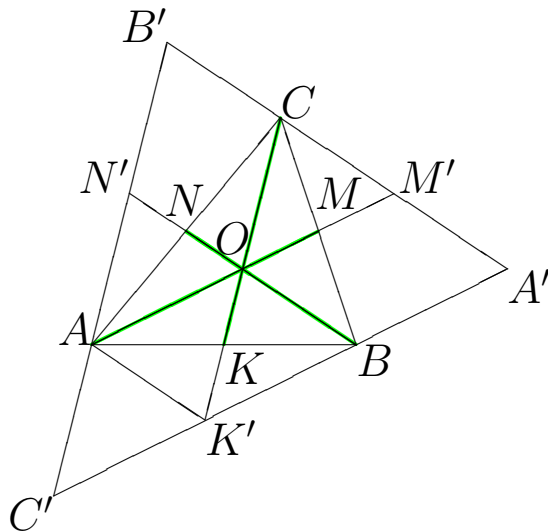
Первое решение.

$$B'C' = 2CK = 2k,$$

$$A'B' = 2BN = 2n,$$

$$A'C' = 2AM = 2m.$$

$$S_{\triangle ABC} = 3 \cdot S_{\triangle AOB} = 3 \cdot S_{\triangle AK'B} =$$



$$S_{\triangle A'B'C'} = \sqrt{(m+n+k)(m+n-k)(m-n+k)(-m+n+k)}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Первое решение.

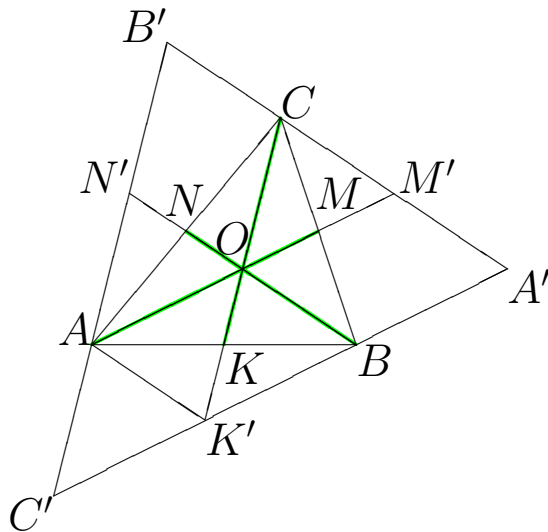
$$B'C' = 2CK = 2k,$$

$$A'B' = 2BN = 2n,$$

$$A'C' = 2AM = 2m.$$

$$S_{\triangle ABC} = 3 \cdot S_{\triangle AOB} = 3 \cdot S_{\triangle AK'B} =$$

$$= \frac{1}{3} S_{\triangle AK'C''} =$$



$$S_{\triangle A'B'C'} = \sqrt{(m+n+k)(m+n-k)(m-n+k)(-m+n+k)}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

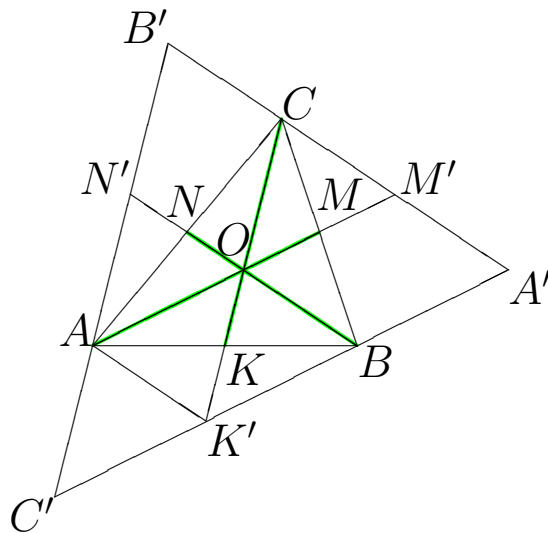
Первое решение.

$$B'C' = 2CK = 2k,$$

$$A'B' = 2BN = 2n,$$

$$A'C' = 2AM = 2m.$$

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= 3 \cdot S_{\triangle AOB} = 3 \cdot S_{\triangle AK'B} = \\ &= \frac{1}{3} S_{\triangle AK'C''} = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 S_{\triangle A'B'C'}. \end{aligned}$$



$$S_{\triangle A'B'C'} = \sqrt{(m+n+k)(m+n-k)(m-n+k)(-m+n+k)}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

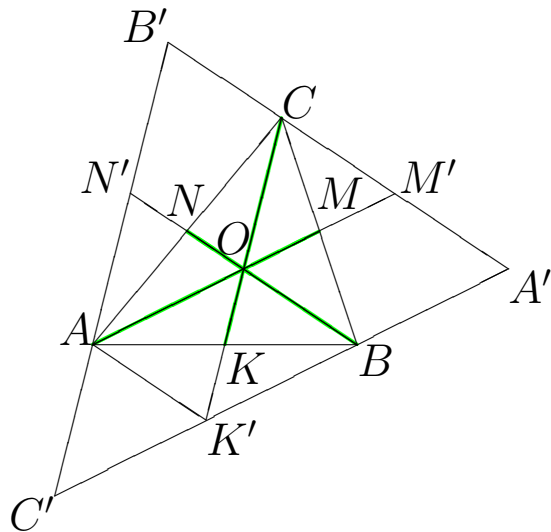
Первое решение.

$$B'C' = 2CK = 2k,$$

$$A'B' = 2BN = 2n,$$

$$A'C' = 2AM = 2m.$$

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= 3 \cdot S_{\triangle AOB} = 3 \cdot S_{\triangle AK'B} = \\ &= \frac{1}{3} S_{\triangle AK'C''} = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 S_{\triangle A'B'C'}. \end{aligned}$$

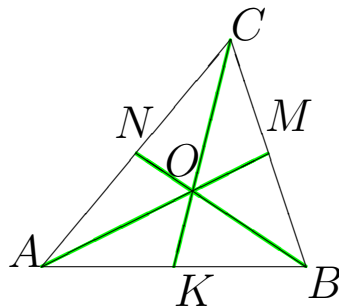


$$\begin{aligned} S_{\triangle A'B'C'} &= \sqrt{(m+n+k)(m+n-k)(m-n+k)(-m+n+k)}. \\ S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{3} \sqrt{(m+n+k)(m+n-k)(m-n+k)(-m+n+k)}. \end{aligned}$$

Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Второе решение.

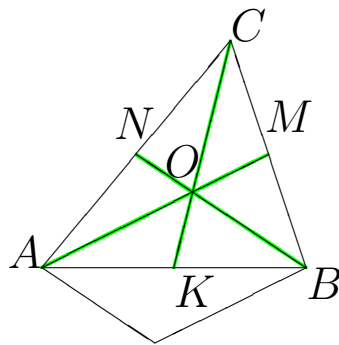
Применим «параллельно-перпендикулярный взгляд на мир» другим образом.



Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Второе решение.

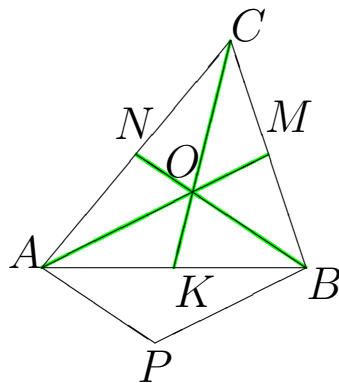
Применим «параллельно-перпендикулярный взгляд на мир» другим образом.



Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Второе решение.

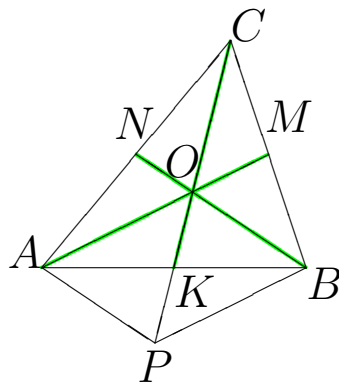
Применим «параллельно-перпендикулярный взгляд на мир» другим образом.



Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Второе решение.

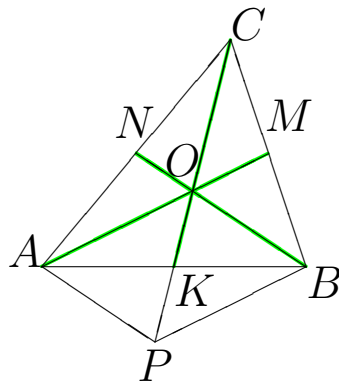
Применим «параллельно-перпендикулярный взгляд на мир» другим образом.



Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Второе решение.

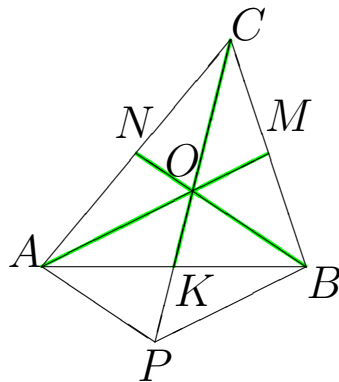
$$S_{\triangle ABC} =$$



Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Второе решение.

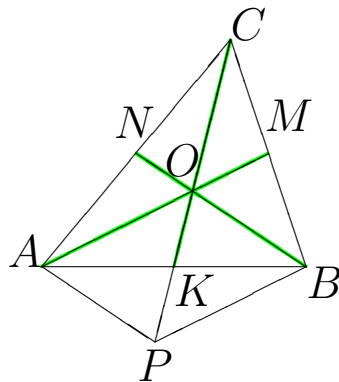
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle AOB} =$$



Пример 4. *Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.*

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

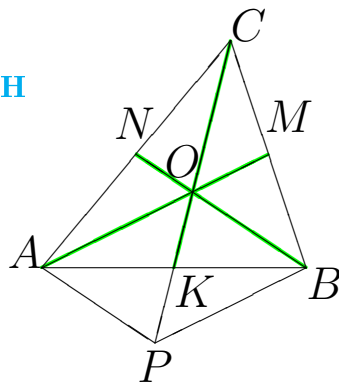


Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**



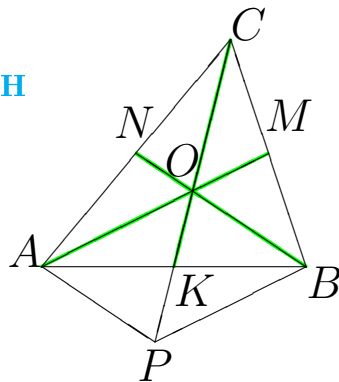
Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO =$$



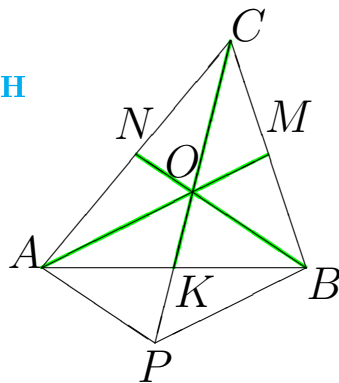
Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m,$$



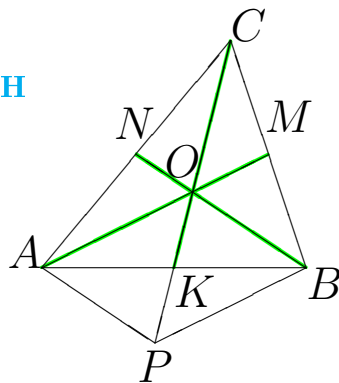
Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP =$$



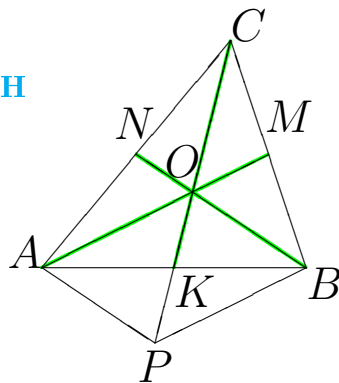
Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB =$$



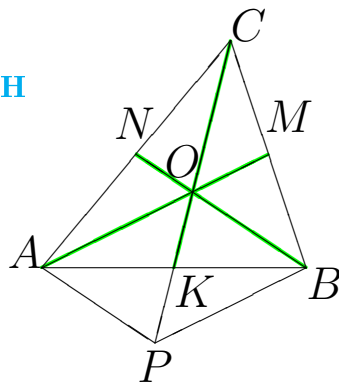
Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

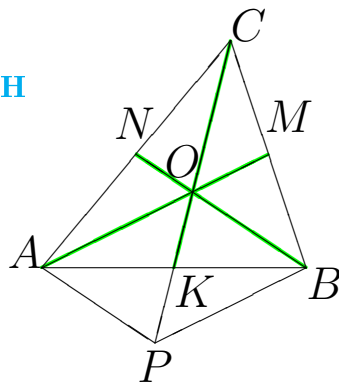
Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP =$$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

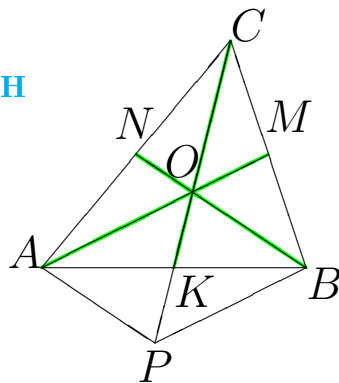
Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO =$$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

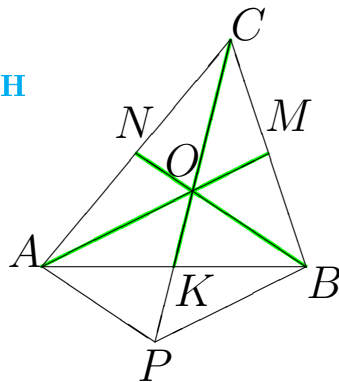
Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

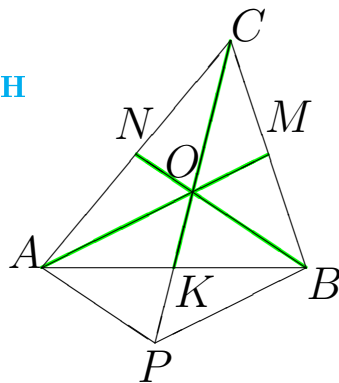
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

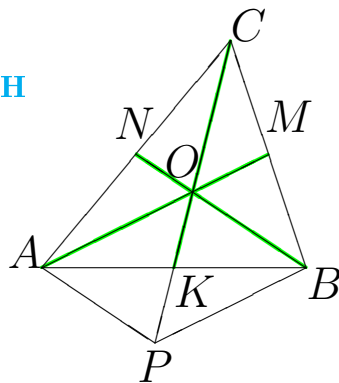
По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,

$$\frac{1}{2}(AO + AP + OP) =$$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

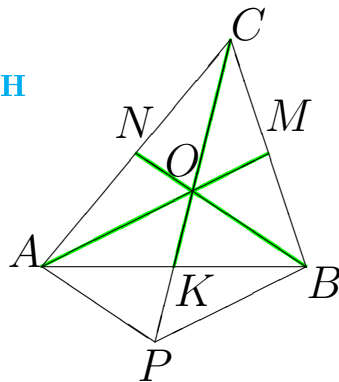
По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,

$$\frac{1}{2}(AO + AP + OP) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(m + n + k) =$$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

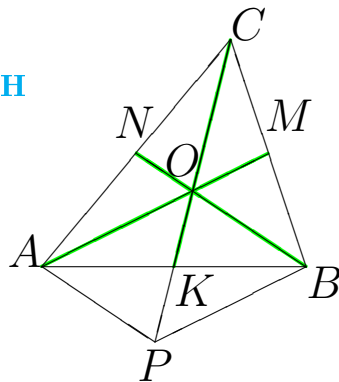
По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,

$$\frac{1}{2}(AO + AP + OP) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(m + n + k) = \frac{1}{3} \cdot (m + n + k).$$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

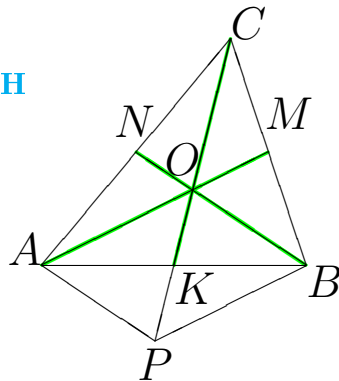
$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,

$$\frac{1}{2}(AO + AP + OP) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(m + n + k) = \frac{1}{3} \cdot (m + n + k).$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\quad}.$$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

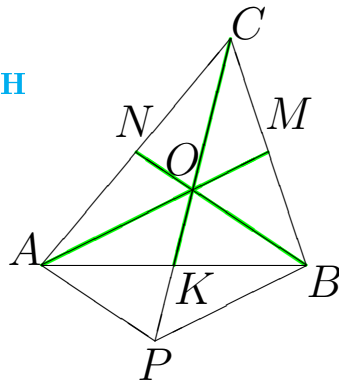
$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,

$$\frac{1}{2}(AO + AP + OP) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(m + n + k) = \frac{1}{3} \cdot (m + n + k).$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m + n + k}{3}}.$$



Второе решение.

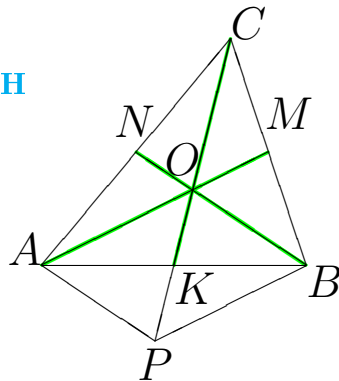
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По свойству точки пересечения медиан

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP=CO=\frac{2}{3}k.$$

Значит, по формуле Герона,



$$\frac{1}{2}(-AO + AP + OP) =$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m+n+k}{3}}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

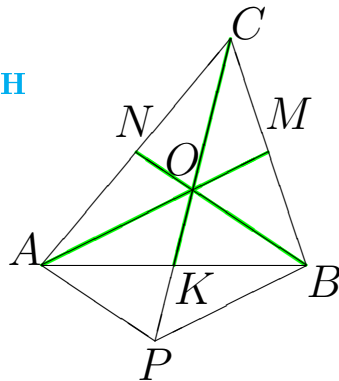
$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,

$$\frac{1}{2}(-AO + AP + OP) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(-m + n + k) =$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m + n + k}{3}}.$$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

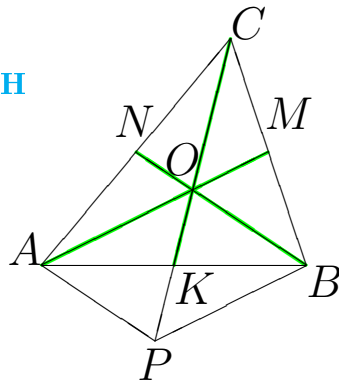
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,



$$\frac{1}{2}(-AO + AP + OP) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(-m + n + k) = \frac{1}{3} \cdot (-m + n + k).$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m + n + k}{3}}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

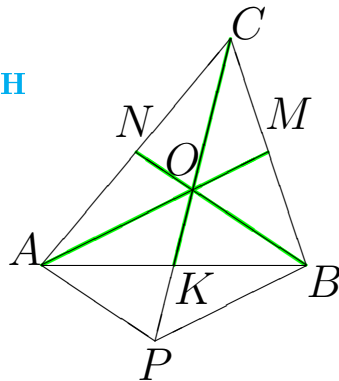
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,



$$\frac{1}{2}(-AO + AP + OP) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(-m + n + k) = \frac{1}{3} \cdot (-m + n + k).$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m+n+k}{3} \cdot \frac{-m+n+k}{3}}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

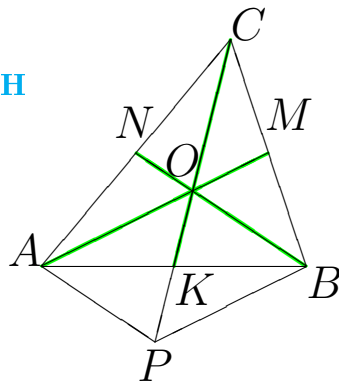
$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,

$$\frac{1}{2}(AO - AP + OP) =$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m+n+k}{3} \cdot \frac{-m+n+k}{3}}.$$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

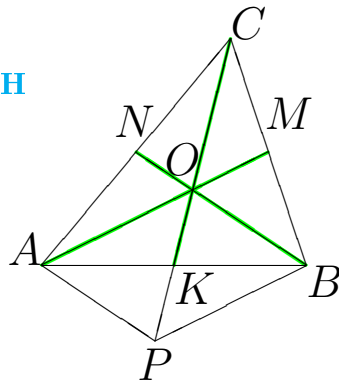
$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,

$$\frac{1}{2}(AO - AP + OP) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(m - n + k) =$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m+n+k}{3} \cdot \frac{-m+n+k}{3}}.$$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

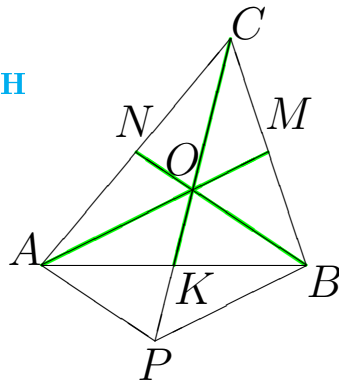
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,



$$\frac{1}{2}(AO - AP + OP) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(m - n + k) = \frac{1}{3} \cdot (m - n + k).$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m+n+k}{3} \cdot \frac{-m+n+k}{3}}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

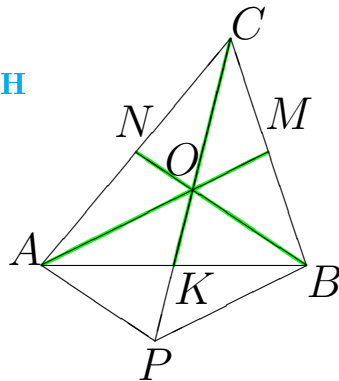
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,



$$\frac{1}{2}(AO - AP + OP) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(m - n + k) = \frac{1}{3} \cdot (m - n + k).$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m+n+k}{3} \cdot \frac{-m+n+k}{3} \cdot \frac{m-n+k}{3}}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

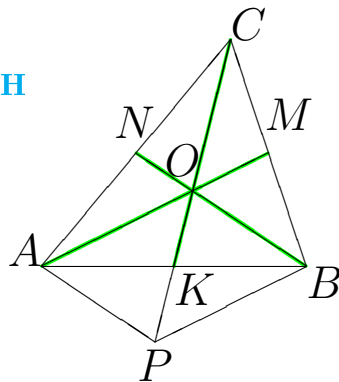
$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,

$$\frac{1}{2}(AO + AP - OP) =$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m+n+k}{3} \cdot \frac{-m+n+k}{3} \cdot \frac{m-n+k}{3}}.$$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

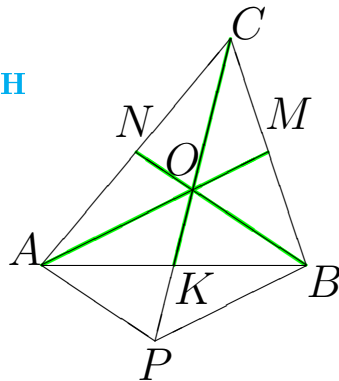
$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,

$$\frac{1}{2}(AO + AP - OP) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(m + n - k) =$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m + n + k}{3} \cdot \frac{-m + n + k}{3} \cdot \frac{m - n + k}{3}}.$$



Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

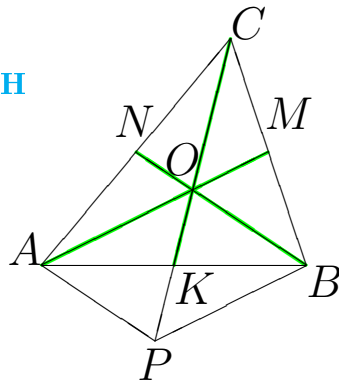
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,



$$\frac{1}{2}(AO + AP - OP) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(m + n - k) = \frac{1}{3} \cdot (m + n - k).$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m + n + k}{3} \cdot \frac{-m + n + k}{3} \cdot \frac{m - n + k}{3}}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

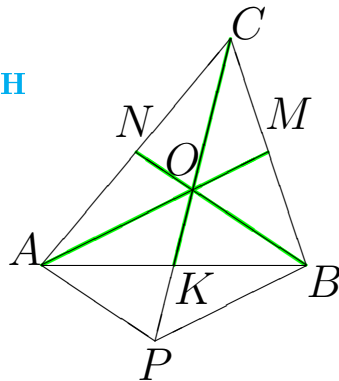
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,



$$\frac{1}{2}(AO + AP - OP) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(m + n - k) = \frac{1}{3} \cdot (m + n - k).$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m+n+k}{3} \cdot \frac{-m+n+k}{3} \cdot \frac{m-n+k}{3} \cdot \frac{m+n-k}{3}}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

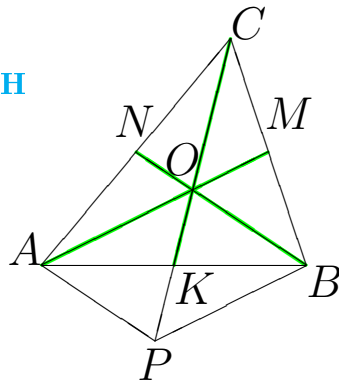
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,



$$S_{\triangle ABC} =$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m+n+k}{3} \cdot \frac{-m+n+k}{3} \cdot \frac{m-n+k}{3} \cdot \frac{m+n-k}{3}}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

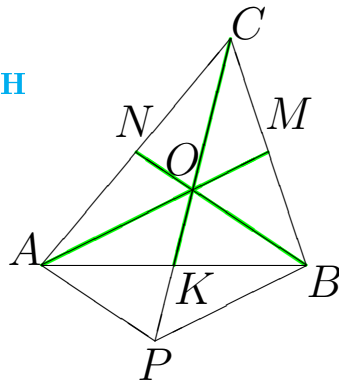
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}\sqrt{(m+n+k)(-m+n+k)(m-n+k)(m+n-k)}.$$

$$S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{\frac{m+n+k}{3} \cdot \frac{-m+n+k}{3} \cdot \frac{m-n+k}{3} \cdot \frac{m+n-k}{3}}.$$

Пример 4. Выразите площадь треугольника через длины медиан $AM = m$, $BN = n$, $CK = k$.

Второе решение.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}S_{\triangle AOP}.$$

По **свойству точки пересечения медиан**

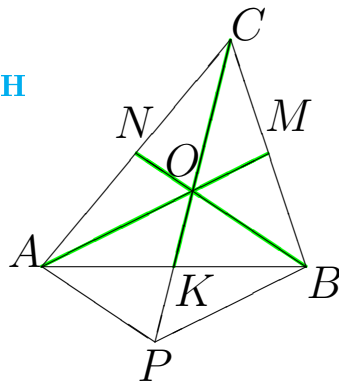
$$AO = \frac{2}{3}m, \quad AP = OB = \frac{2}{3}n,$$

$$OP = CO = \frac{2}{3}k.$$

Значит, по **формуле Герона**,

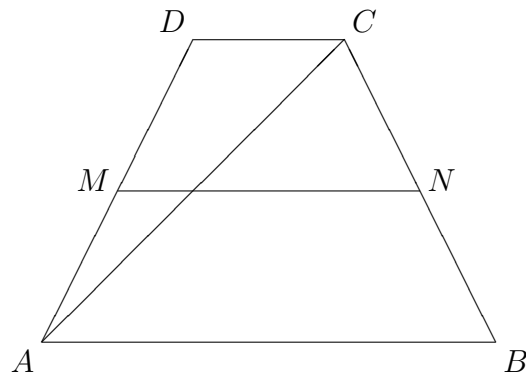
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}\sqrt{(m+n+k)(-m+n+k)(m-n+k)(m+n-k)}.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример**?

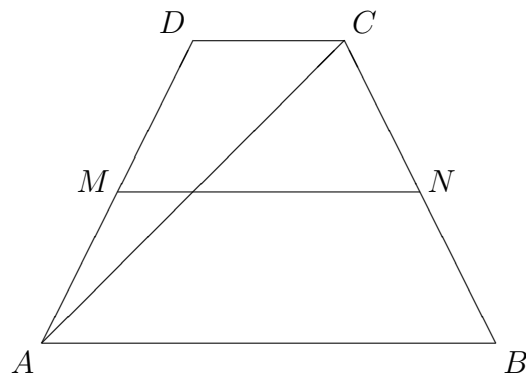


Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.

Решение.

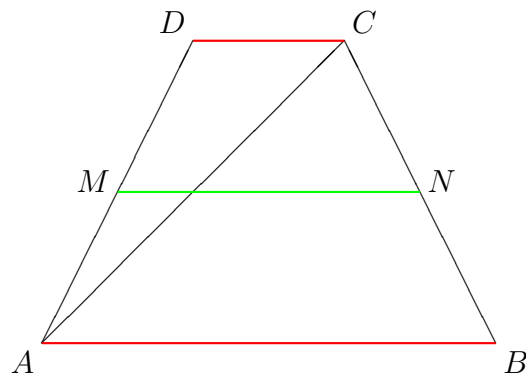


Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



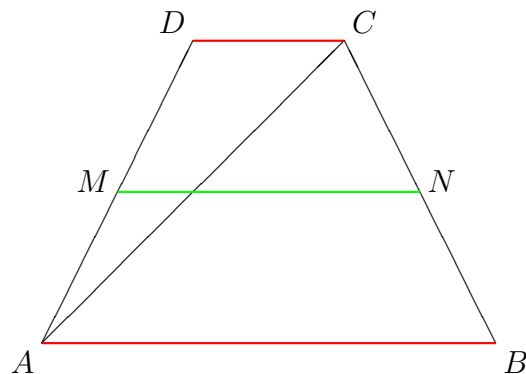
Решение. «Расцветим» чертеж: считаем отрезки и углы «зелеными», если их величину легко найти, и «красными» — если их величину надо найти.

Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



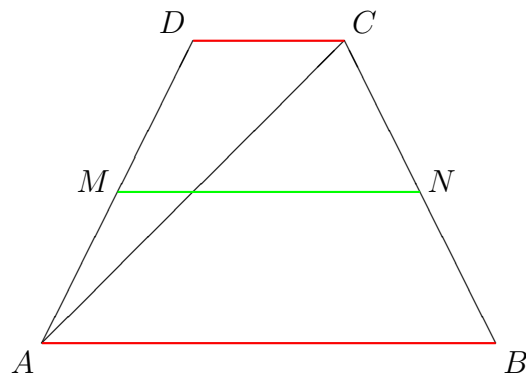
Решение. «Расцветим» чертеж: считаем отрезки и углы «зелеными», если их величину легко найти, и «красными» — если их величину надо найти.

Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



Решение. Надо интерпретировать условие «разность периметров равна 6» геометрически — в терминах разности отрезков и др.

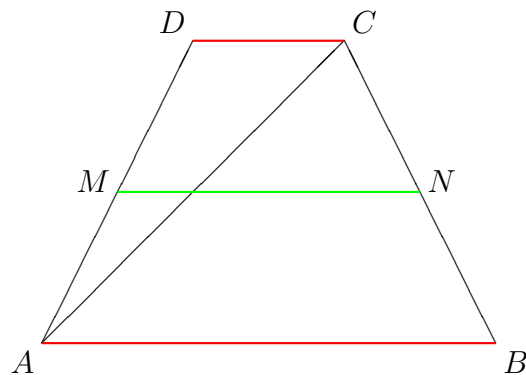
Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



Решение. Надо интерпретировать условие «разность периметров равна 6» геометрически — в терминах разности отрезков и др.

$$6 = (AC + CB + AB) - (AC + CD + AD) \Rightarrow$$

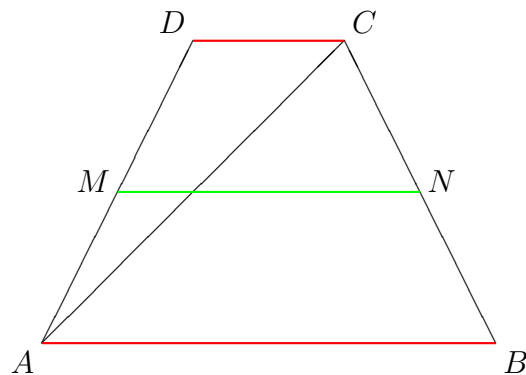
Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



Решение. Надо интерпретировать условие «разность периметров равна 6» геометрически — в терминах разности отрезков и др.

$$6 = (AC + CB + AB) - (AC + CD + AD) \Rightarrow 6 = AB - CD.$$

Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.

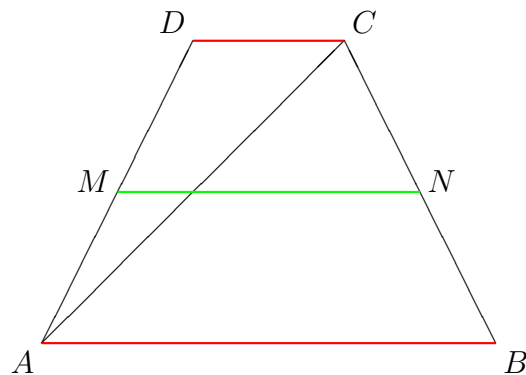


Решение. Надо интерпретировать условие «разность периметров равна 6» геометрически — в терминах разности отрезков и др.

$$6 = (AC + CB + AB) - (AC + CD + AD) \Rightarrow 6 = AB - CD.$$

Для того, чтобы получить отрезок, длина которого равна разности длин отрезков AB и CD , надо отрезок CD отложить от одного из концов отрезка AB .

Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.

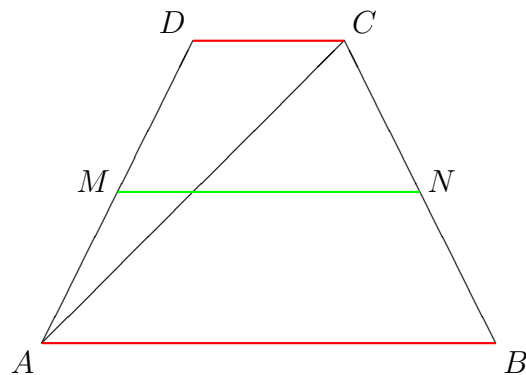


Решение. Надо интерпретировать условие «разность периметров равна 6» геометрически — в терминах разности отрезков и др.

$$6 = (AC + CB + AB) - (AC + CD + AD) \Rightarrow 6 = AB - CD.$$

Параллельный перенос отрезка осуществляется с помощью параллелограмма.

Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.

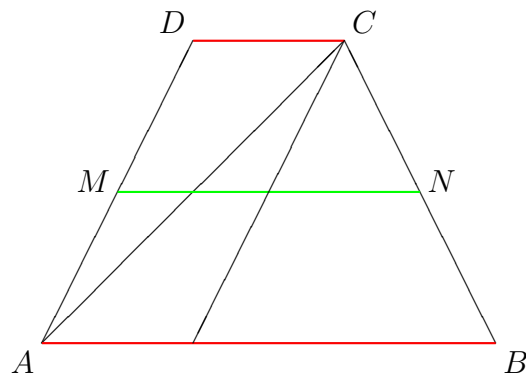


Решение. Надо интерпретировать условие «разность периметров равна 6» геометрически — в терминах разности отрезков и др.
 $6 = (AC + CB + AB) - (AC + CD + AD) \Rightarrow 6 = AB - CD.$

Параллельный перенос отрезка осуществляется с помощью параллелограмма.

«Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир»: проведем прямую, параллельную, например, стороне AD .

Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



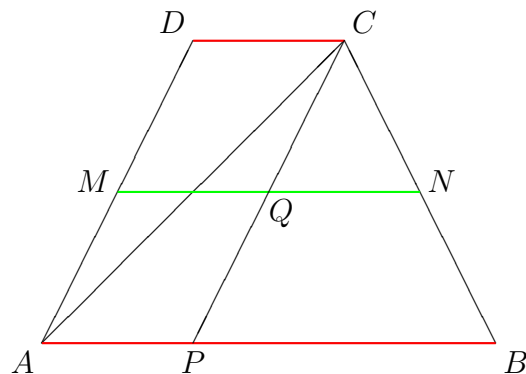
Решение. Надо интерпретировать условие «разность периметров равна 6» геометрически — в терминах разности отрезков и др.

$$6 = (AC + CB + AB) - (AC + CD + AD) \Rightarrow 6 = AB - CD.$$

Параллельный перенос отрезка осуществляется с помощью параллелограмма.

«Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир»: проведем прямую, параллельную, например, стороне AD .

Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



Решение. Надо интерпретировать условие «разность периметров равна 6» геометрически — в терминах разности отрезков и др.

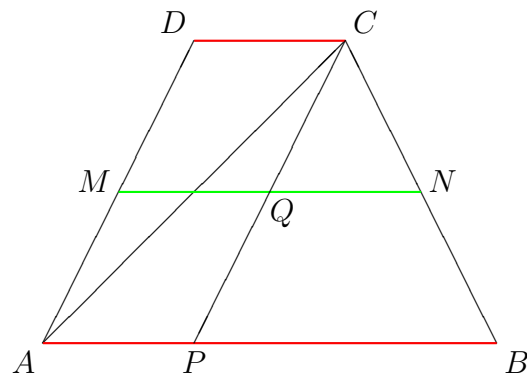
$$6 = (AC + CB + AB) - (AC + CD + AD) \Rightarrow 6 = AB - CD.$$

Параллельный перенос отрезка осуществляется с помощью параллелограмма.

«Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир»: проведем прямую, параллельную, например, стороне AD .

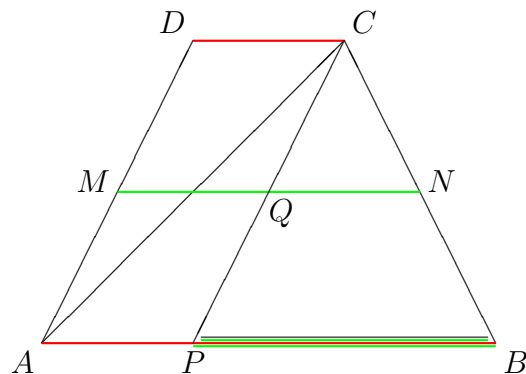
Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.

Решение. «Зеленеет» $PB = 6$.

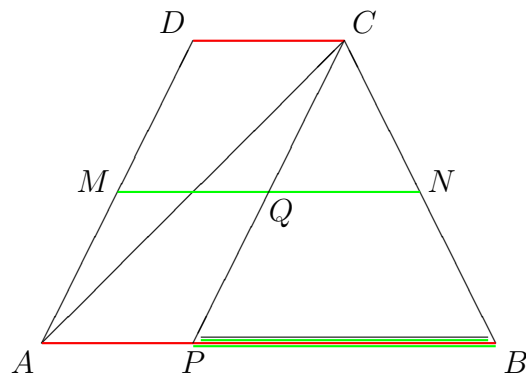


Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.

Решение. «Зеленеет» $PB = 6$.



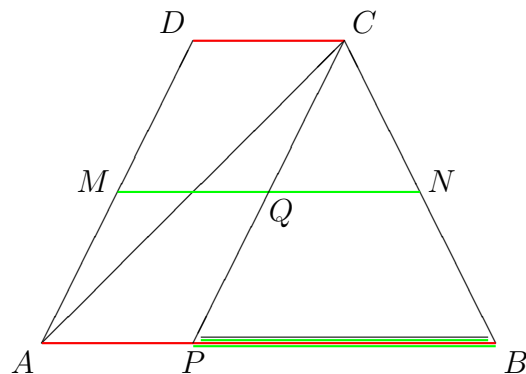
Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



Решение. «Зеленеет» $PB = 6$.

PB является стороной треугольника PBC .

Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.

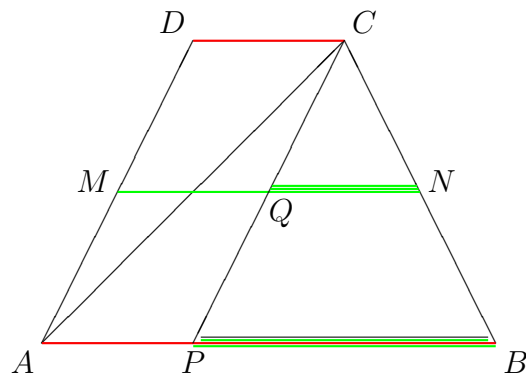


Решение. «Зеленеет» $PB = 6$.

PB является стороной треугольника PBC .

В этом треугольнике QN есть средняя линия. Значит, QN тоже «зеленеет».

Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.

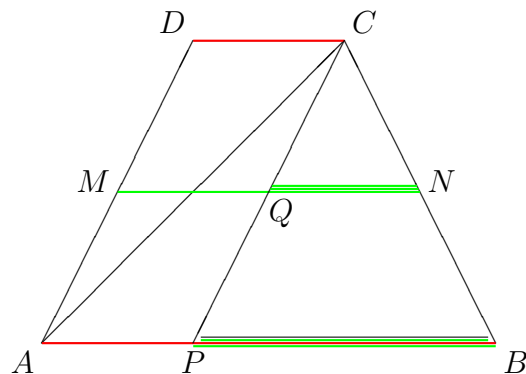


Решение. «Зеленеет» $PB = 6$.

PB является стороной треугольника PBC .

В этом треугольнике QN есть средняя линия. Значит, QN тоже «зеленеет».

Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.

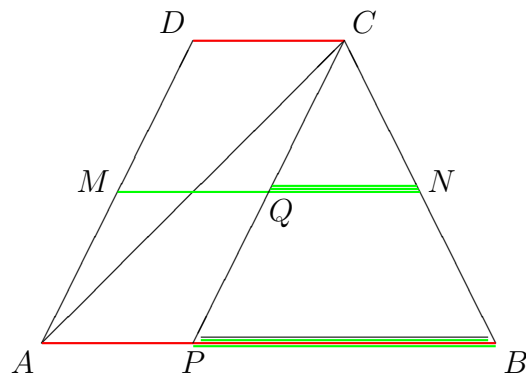


Решение. «Зеленеют» $PB = 6$, $QN = 3$.

PB является стороной треугольника PBC .

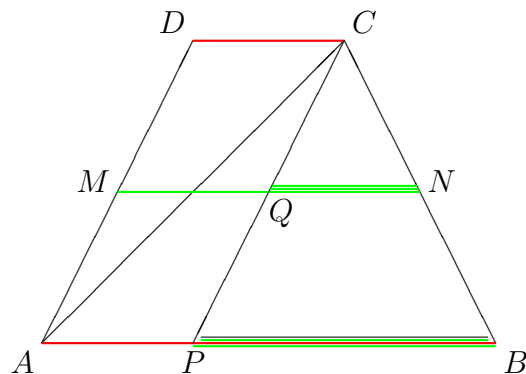
В этом треугольнике QN есть средняя линия. Значит, QN тоже «зеленеет».

Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



Решение. «Зеленеют» $PB = 6$, $QN = 3$.
Продолжим «расцветку» чертежа.

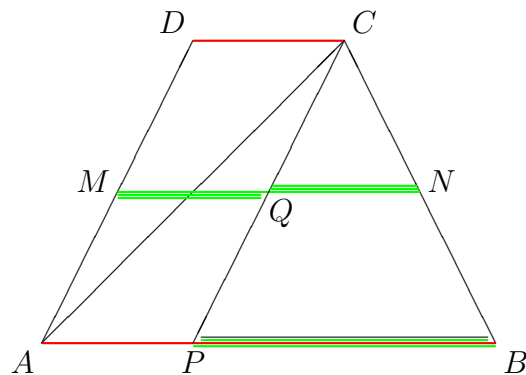
Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



Решение. «Зеленеют» $PB = 6$, $QN = 3$.
Продолжим «расцветку» чертежа.

«Зеленеет» MQ :

Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.

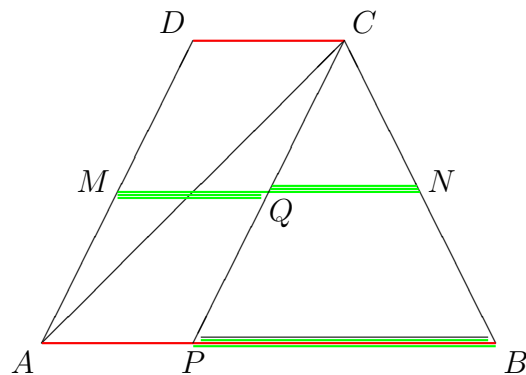


Решение. «Зеленеют» $PB = 6$, $QN = 3$.

Продолжим «расцветку» чертежа.

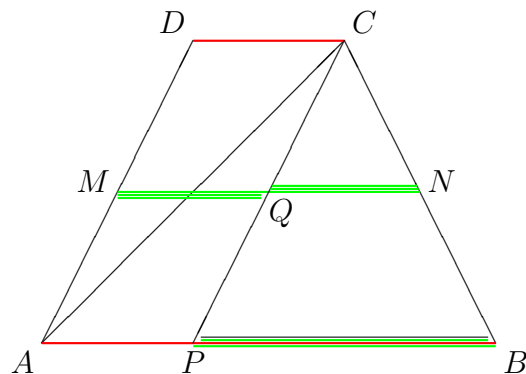
«Зеленеет» MQ : $MQ = MN - QN = 12 - 3 = 9$.

Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



Решение. «Зеленеют» $PB = 6$, $QN = 3$, $MQ = 9$.

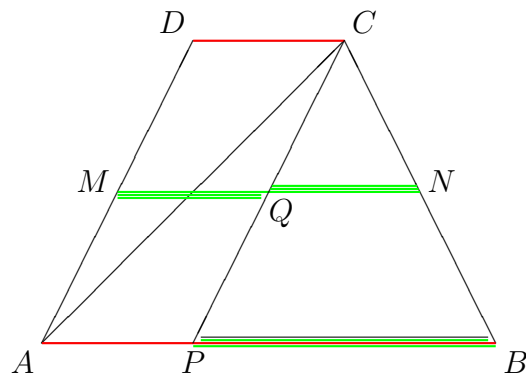
Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



Решение. «Зеленеют» $PB = 6$, $QN = 3$, $MQ = 9$.

$$9 = MQ =$$

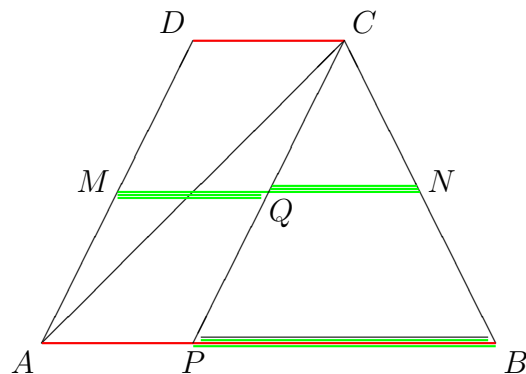
Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



Решение. «Зеленеют» $PB = 6$, $QN = 3$, $MQ = 9$.

$$9 = MQ = DC =$$

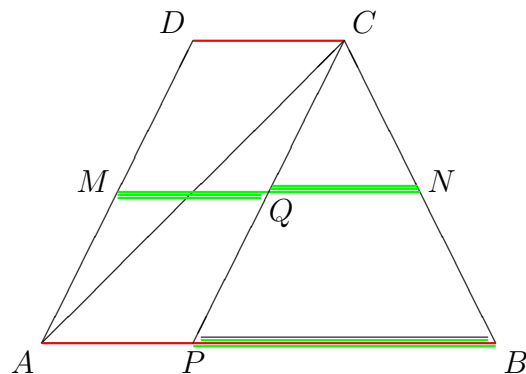
Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



Решение. «Зеленеют» $PB = 6$, $QN = 3$, $MQ = 9$.

$$9 = MQ = DC = AP \Rightarrow$$

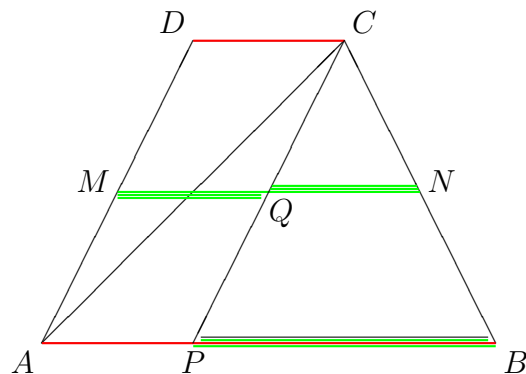
Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины оснований трапеции.



Решение. «Зеленеют» $PB = 6$, $QN = 3$, $MQ = 9$.

$$9 = MQ = DC = AP \Rightarrow AB = AP + PB =$$

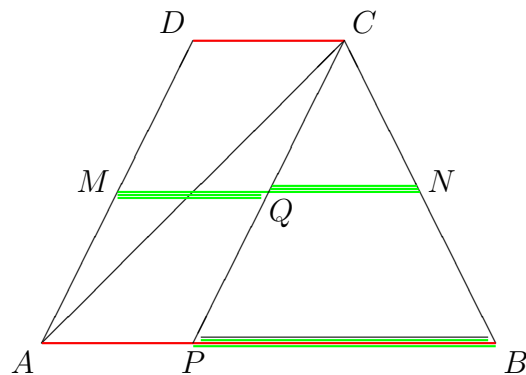
Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины оснований трапеции.



Решение. «Зеленеют» $PB = 6$, $QN = 3$, $MQ = 9$.

$$9 = MQ = DC = AP \Rightarrow AB = AP + PB = 9 + 6 =$$

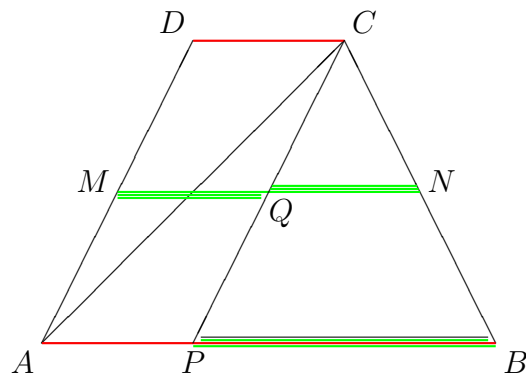
Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины оснований трапеции.



Решение. «Зеленеют» $PB = 6$, $QN = 3$, $MQ = 9$.

$$9 = MQ = DC = AP \Rightarrow AB = AP + PB = 9 + 6 = 15.$$

Пример 5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ проведена диагональ AC . Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Вычислить длины обоих оснований трапеции.



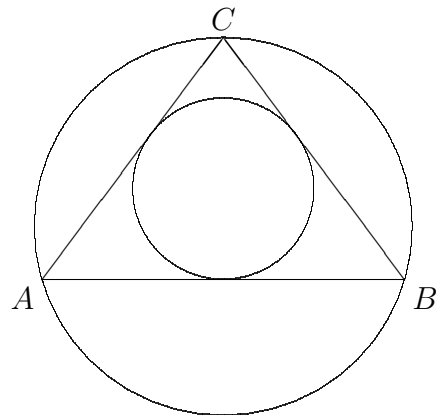
Решение. «Зеленеют» $PB = 6$, $QN = 3$, $MQ = 9$.

$$9 = MQ = DC = AP \Rightarrow AB = AP + PB = 9 + 6 = 15.$$

Ответ. $AB = 15$, $DC = 9$.

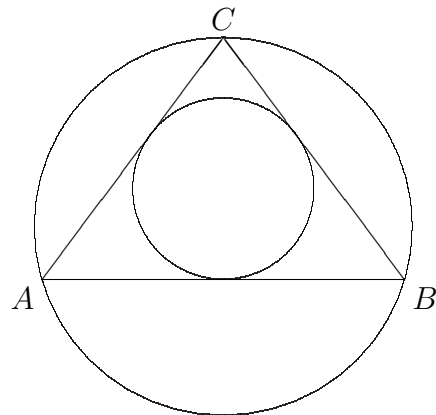
[Вернёмся к лекции](#) или рассмотрим **другой пример?**

Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .



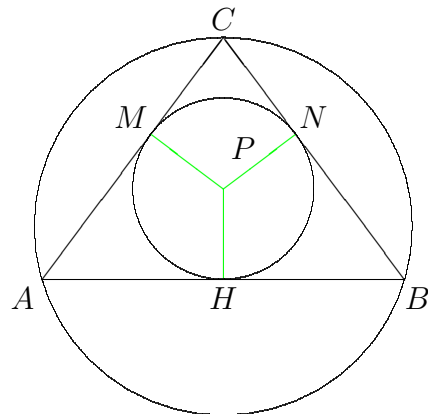
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

Известен радиус вписанной окружности. Поэтому надо провести радиусы в точки касания со сторонами треугольника, считая их «зелеными».



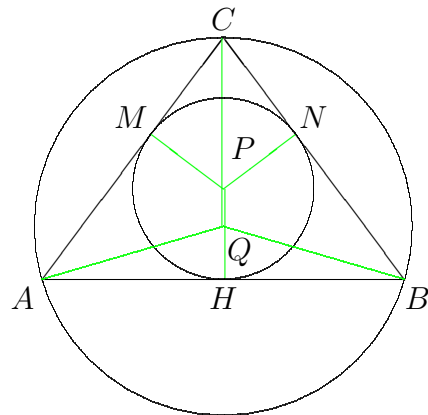
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

Мы провели «зеленые» радиусы PH , PM , PN . Кроме того, известен радиус описанной окружности. Поэтому надо провести радиусы в вершины треугольника, также считая их «зелеными».



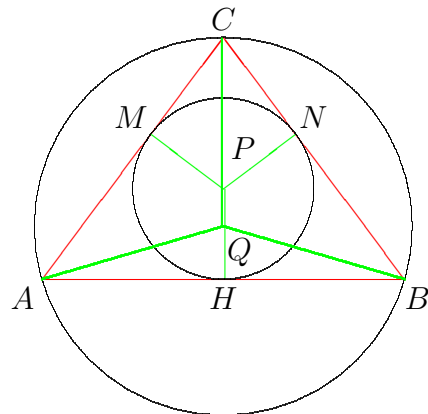
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

Мы провели «зеленые» радиусы PH , PM , PN , QA , QB , QC . Надо найти длины сторон треугольника, поэтому «раскрасим» их красными.



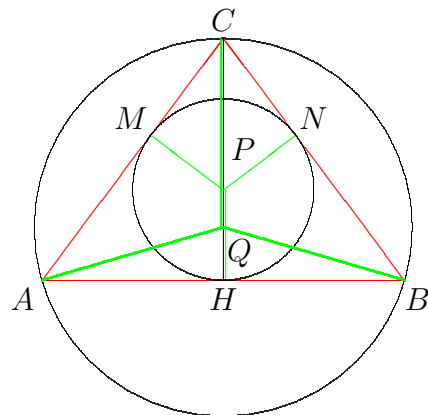
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

Мы провели «зеленые» радиусы PH , PM , PN , QA , QB , QC . Мы «раскрасили» красными стороны треугольника. Треугольник равнобедренный, поэтому напрашивается в соответствии с рекомендациями проведем высоту треугольника.



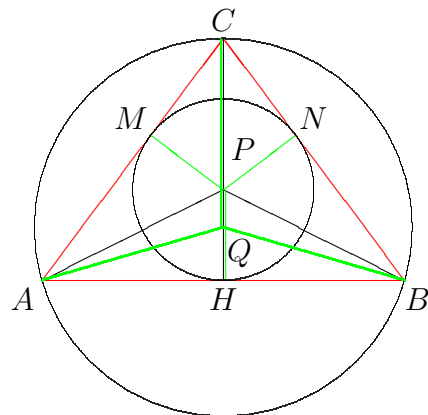
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

«Зеленые» радиусы PH , PM , PN не входят в треугольники. Поэтому проведем AP , BP .



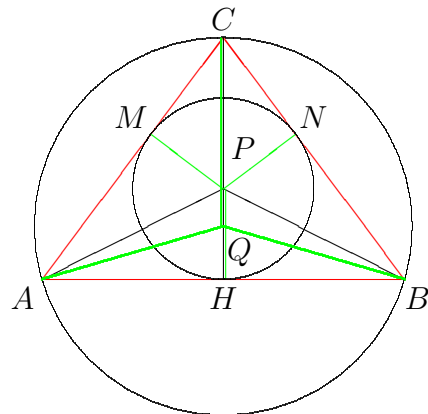
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

«Зеленые» радиусы PH , PM , PN не входят в треугольники. Поэтому проведем AP , BP .



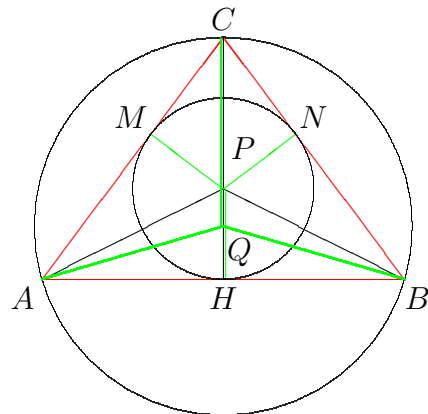
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

Переходим к **стратегии составления уравнений**.



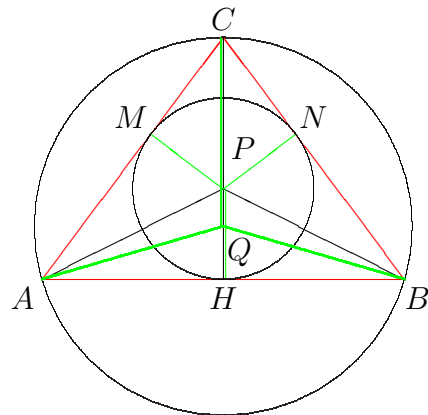
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

Переходим к **стратегии составления уравнений**. Что надо найти?



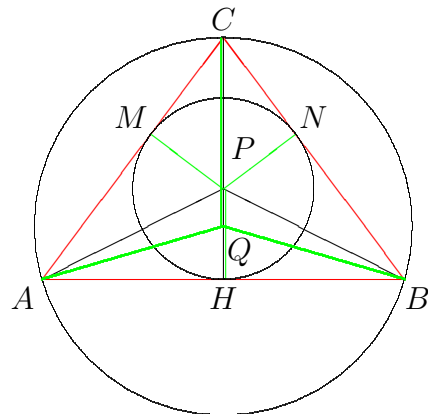
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

Переходим к **стратегии составления уравнений**. Что надо найти? Длины сторон.



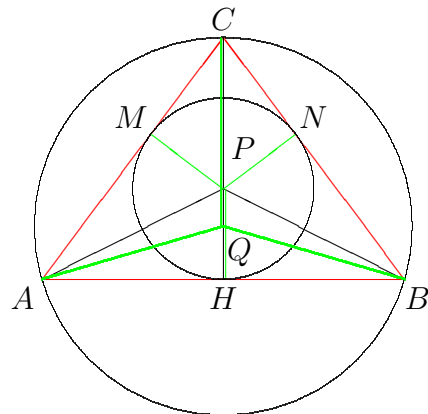
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

Переходим к **стратегии составления уравнений**. Что надо найти? Длины сторон. В каком виде представим ответ?



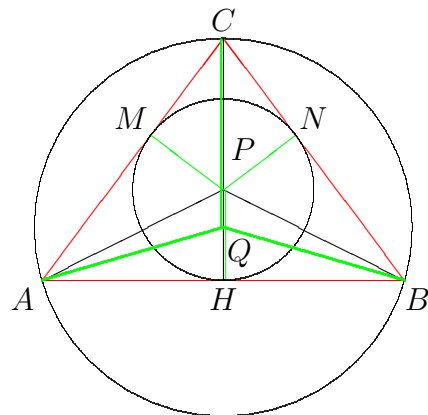
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

Переходим к **стратегии составления уравнений**. Что надо найти? Длины сторон. В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.



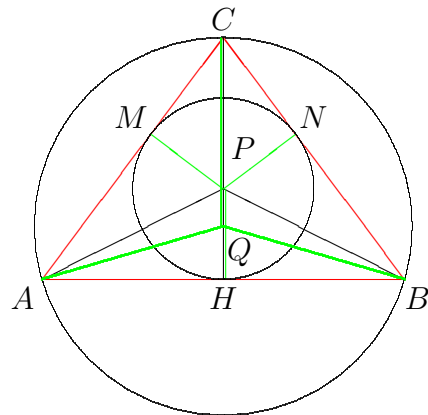
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

Переходим к **стратегии составления уравнений**. Что надо найти? Длины сторон. В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.



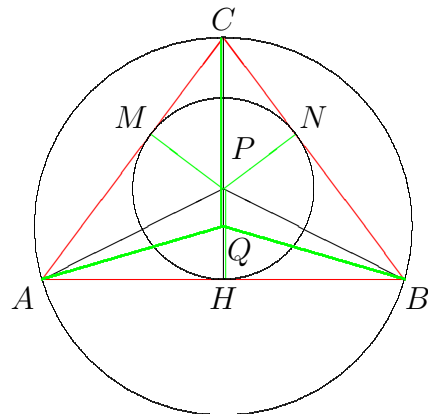
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

Переходим к **стратегии составления уравнений**. Что надо найти? Длины сторон. В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Пусть $AB = c$, $AC = BC = a$.



Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

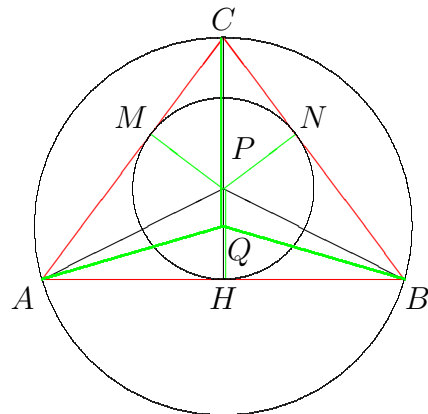
Переходим к **стратегии составления уравнений**. Что надо найти? Длины сторон. В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Пусть $AB = c$, $AC = BC = a$. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?



Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

$AB = c$, $AC = BC = a$. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Например, CH^2 :

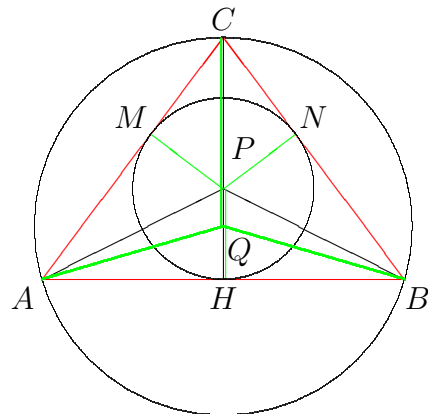


Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

$AB = c$, $AC = BC = a$. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Например, CH^2 :

$$\begin{aligned} a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2 &= (CQ + QH)^2 = \\ &= \left(25 + \sqrt{25^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}\right)^2. \end{aligned}$$

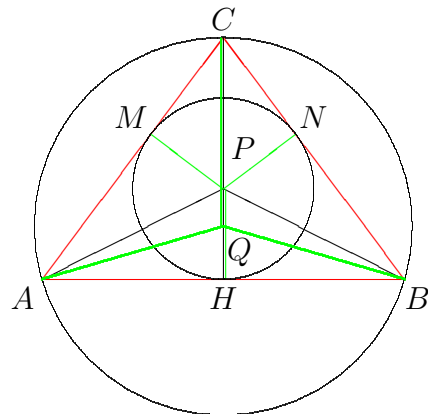


Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

$AB = c$, $AC = BC = a$. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2 = \left(25 + \sqrt{25^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}\right)^2.$$

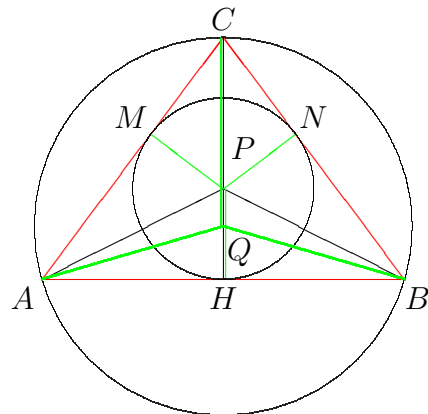
Можно найти CH^2 еще одним способом:



Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

$AB = c$, $AC = BC = a$. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2 = \left(25 + \sqrt{25^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}\right)^2 = \\ = (CP + PH)^2.$$

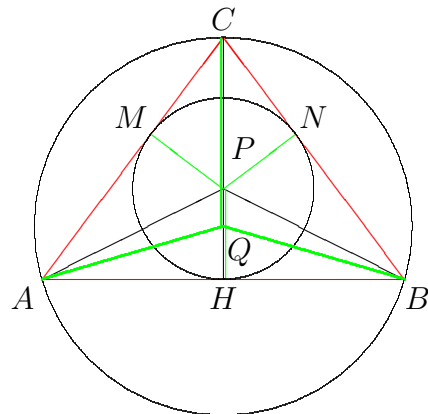


Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

$AB = c$, $AC = BC = a$. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2 = \left(25 + \sqrt{25^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}\right)^2 = \\ = (CP + 12)^2,$$

где CP можно найти из подобия треугольников CPM и CAH :



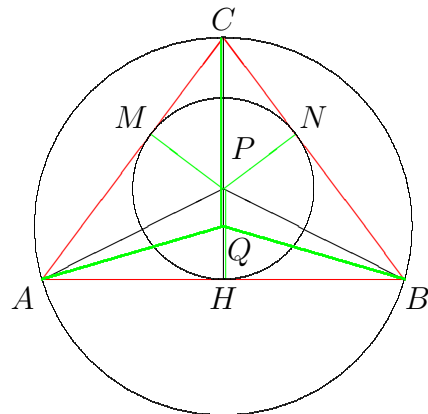
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

$AB = c$, $AC = BC = a$. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2 = \left(25 + \sqrt{25^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}\right)^2 = \\ = (CP + 12)^2,$$

где CP можно найти из подобия треугольников CPM и CAH :

$$\frac{CP}{MP} = \frac{AC}{AH}.$$



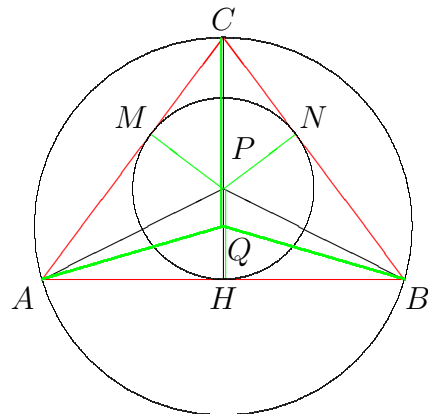
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

$AB = c$, $AC = BC = a$. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2 = \left(25 + \sqrt{25^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}\right)^2 = \\ = (CP + 12)^2,$$

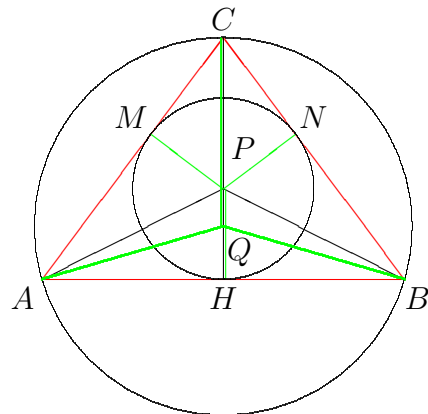
где CP можно найти из подобия треугольников CPM и CAH :

$$\frac{CP}{MP} = \frac{AC}{AH} \Rightarrow \frac{CP}{12} = \frac{a}{c/2}.$$



Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

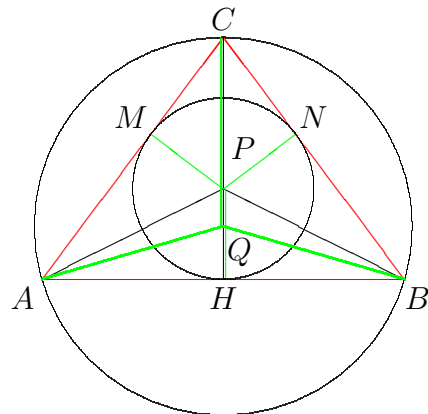
$AB = c$, $AC = BC = a$. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Можно составить уравнение иначе, например, вычислив двумя способами $\cos \angle CAB$:



Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

$AB = c$, $AC = BC = a$. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Можно составить уравнение иначе, например, вычислив двумя способами $\cos \angle CAB$:

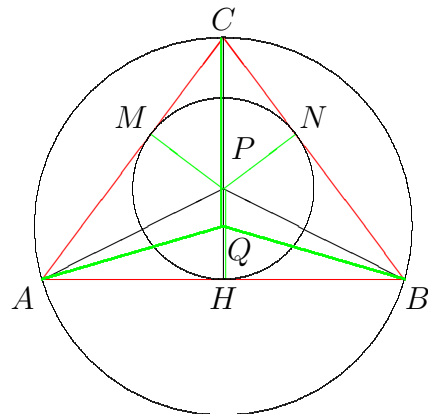
$$\frac{c/2}{a} = \cos \left(2 \operatorname{arctg} \frac{PH}{AH} \right)$$



Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

$AB = c$, $AC = BC = a$. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Можно составить уравнение иначе, например, вычислив двумя способами $\cos \angle CAB$:

$$\frac{c/2}{a} = \cos \left(2 \operatorname{arctg} \frac{12}{c/2} \right)$$

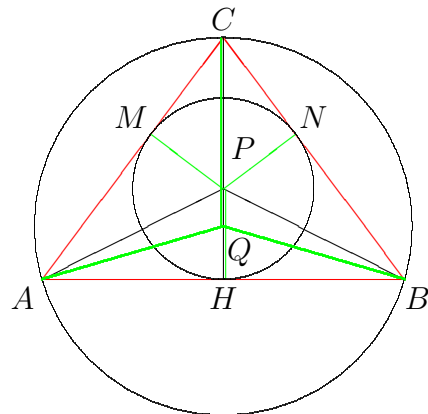


Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

$AB = c$, $AC = BC = a$. Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Можно составить уравнение иначе, например, вычислив двумя способами $\cos \angle CAB$:

$$\frac{c/2}{a} = \cos \left(2 \operatorname{arctg} \frac{12}{c/2} \right)$$

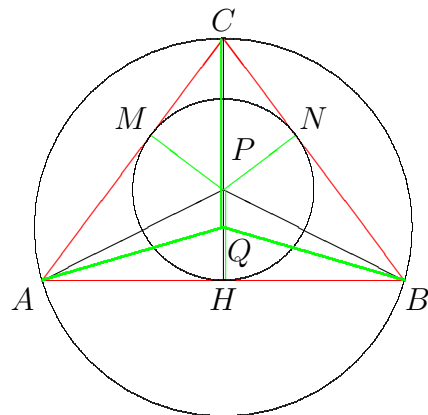
По формуле $\cos 2\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$



Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

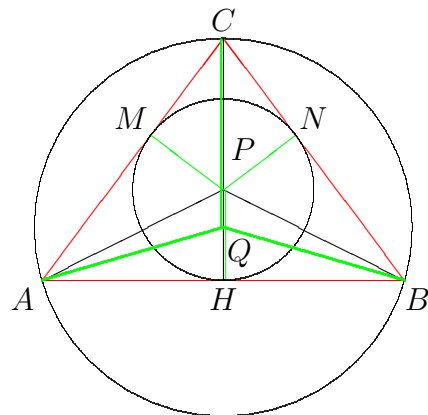
$$AB = c, \quad AC = BC = a.$$

$$\frac{c/2}{a} = \frac{1 - \frac{12^2}{(c/2)^2}}{1 + \frac{12^2}{(c/2)^2}}.$$



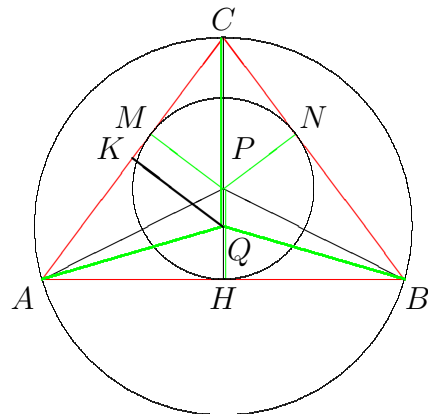
Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

$AB = c$, $AC = BC = a$. Если выполнить рекомендованное построение для равнобедренного треугольника AQC :



Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

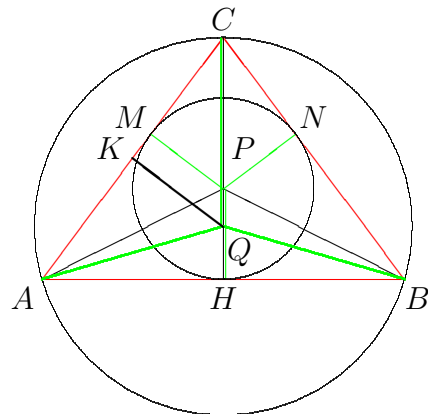
$AB = c$, $AC = BC = a$. Если выполнить рекомендованное построение для равнобедренного треугольника AQC , то можно двумя способами вычислить тангенс угла CAH :



Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

$AB = c$, $AC = BC = a$. Если выполнить рекомендованное построение для равнобедренного треугольника AQC , то можно двумя способами вычислить тангенс угла CAH :

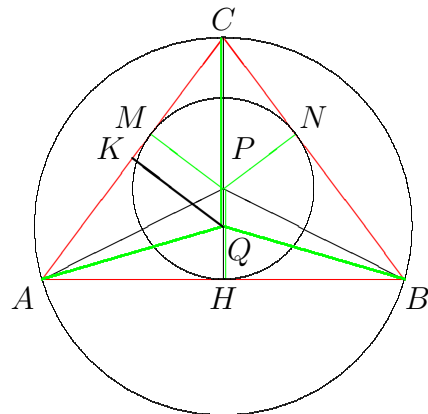
$$\frac{CH}{AH} = \operatorname{tg}(\angle HAQ + \angle QAK).$$



Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

$AB = c$, $AC = BC = a$. Если выполнить рекомендованное построение для равнобедренного треугольника AQC , то можно двумя способами вычислить тангенс угла CAH :

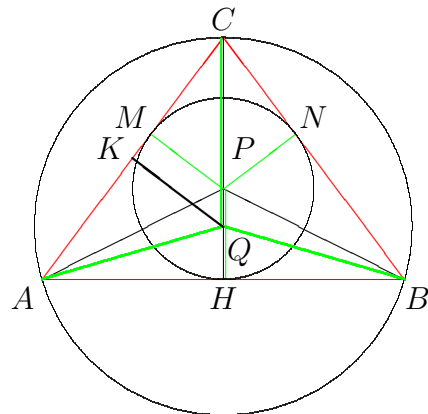
$$\frac{\sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}}{c/2} = \frac{\operatorname{tg} \angle HAQ + \operatorname{tg} \angle QAK}{1 - \operatorname{tg} \angle HAQ \cdot \operatorname{tg} \angle QAK}.$$



Пример 6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC равен 12, а радиус окружности, описанной около него, равен 25. Найдите длины сторон треугольника ABC .

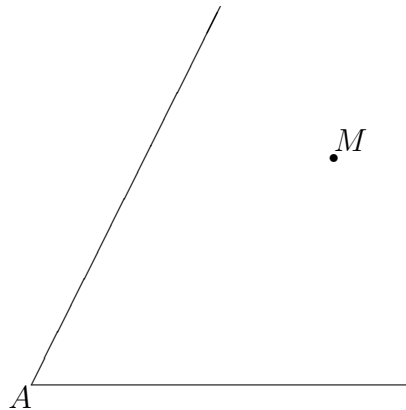
$AB = c$, $AC = BC = a$. Если выполнить рекомендованное построение для равнобедренного треугольника AQC , то можно двумя способами вычислить тангенс угла CAH :

$$\frac{\sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}}{c/2} = \frac{\frac{\sqrt{25^2 - \frac{c^2}{4}}}{c/2} + \frac{\sqrt{25^2 - \frac{a^2}{4}}}{a/2}}{1 - \frac{\sqrt{25^2 - \frac{c^2}{4}}}{c/2} \cdot \frac{\sqrt{25^2 - \frac{a^2}{4}}}{a/2}}.$$



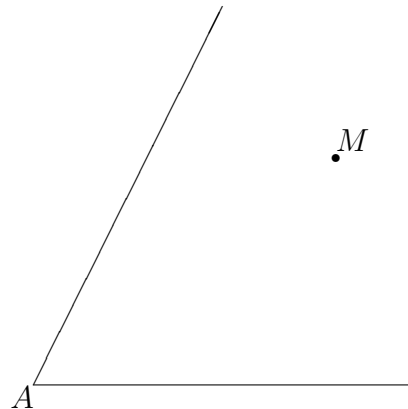
Вернёмся к лекции
или рассмотрим
другой пример?

Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*



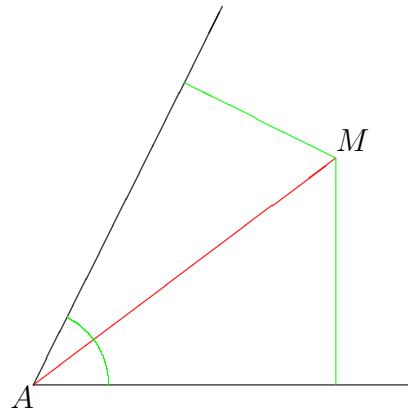
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Сначала выполним обязательные построения.



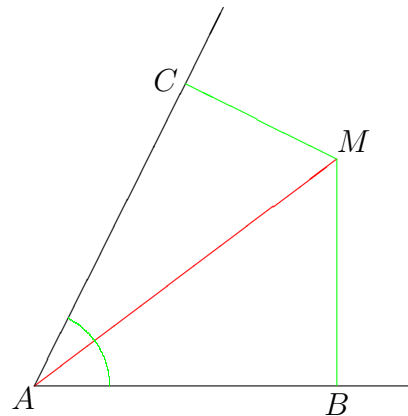
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Сначала выполним обязательные построения.



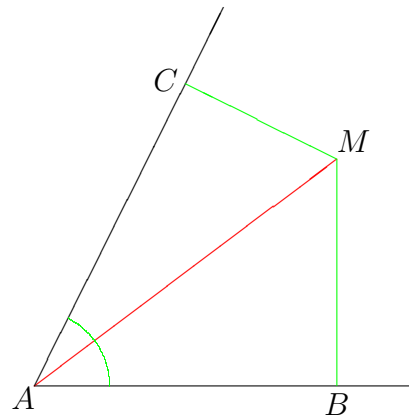
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Сначала выполним обязательные построения.



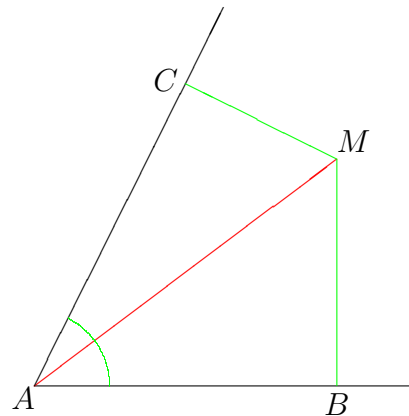
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Перейдем к алгоритму составления уравнений.



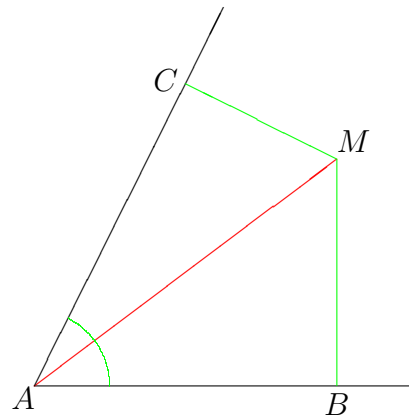
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Перейдем к алгоритму составления уравнений. Что надо найти?



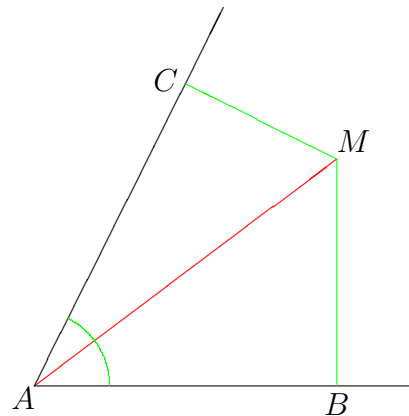
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Перейдем к алгоритму составления уравнений. Что надо найти? Длину отрезка.



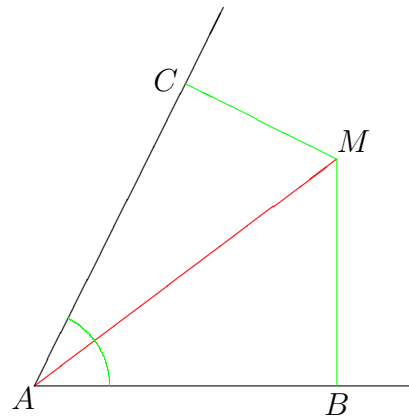
Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Перейдем к алгоритму составления уравнений. Что надо найти? Длину отрезка. В каком виде представим ответ?



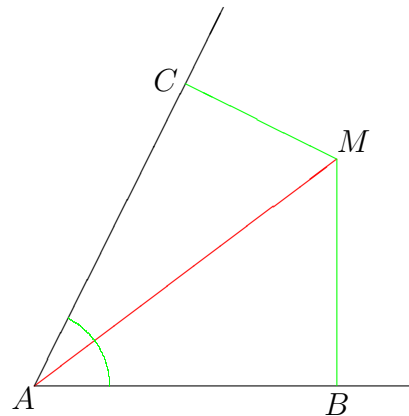
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Перейдем к алгоритму составления уравнений. *Что надо найти?* Длину отрезка. *В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.



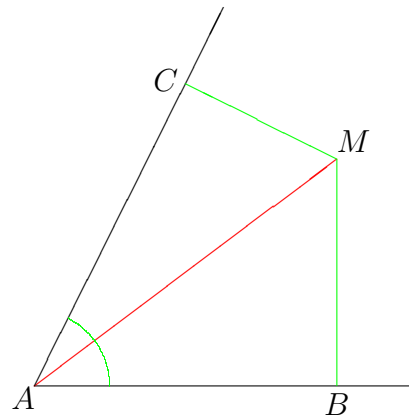
Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Перейдем к алгоритму составления уравнений. Что надо найти? Длину отрезка. В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением. Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.



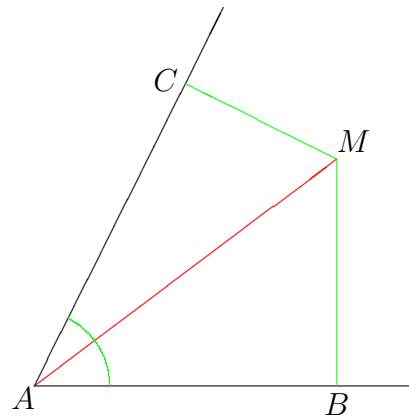
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Перейдем к алгоритму составления уравнений. *Что надо найти?* Длину отрезка. *В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением. *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Обозначим искомое расстояние через x : $x = AM$.



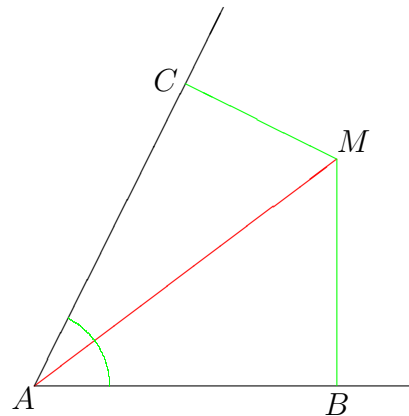
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Перейдем к алгоритму составления уравнений. *Что надо найти?* Длину отрезка. *В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением. *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Обозначим искомое расстояние через x : $x = AM$. *Составим уравнение.* *Значение какой величины вычислим двумя способами?*



Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

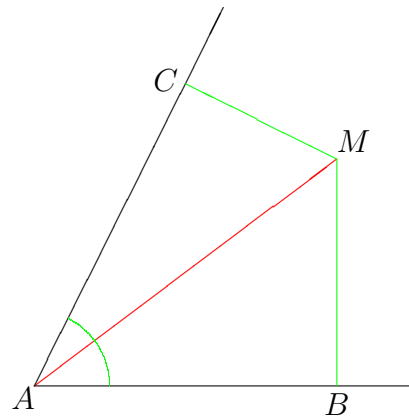
Первый вариант решения. Разложим «зеленый угол» в сумму:



Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Первый вариант решения. Разложим «зеленый угол» в сумму:

$$\frac{\pi}{3} = \arcsin \frac{\sqrt{7}}{x} + \arcsin \frac{2\sqrt{7}}{x}.$$

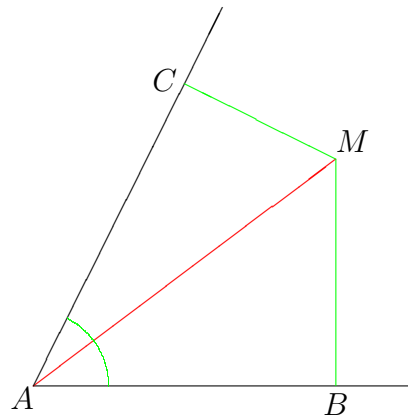


Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Первый вариант решения. Разложим «зеленый угол» в сумму:

$$\frac{\pi}{3} = \arcsin \frac{\sqrt{7}}{x} + \arcsin \frac{2\sqrt{7}}{x}.$$

Вдохновляющее уравнение!

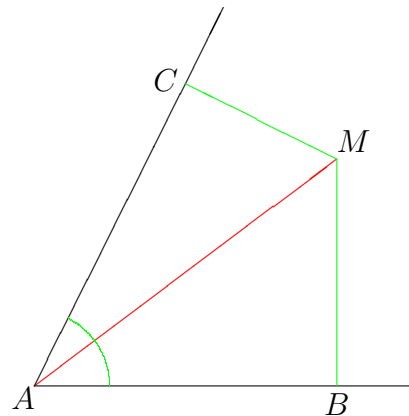


Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Первый вариант решения. Разложим «зеленый угол» в сумму:

$$\frac{\pi}{3} = \arcsin \frac{\sqrt{7}}{x} + \arcsin \frac{2\sqrt{7}}{x}.$$

Впрочем...

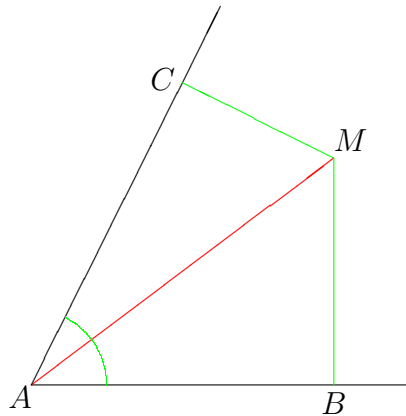


Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Первый вариант решения. Разложим «зеленый угол» в сумму:

$$\frac{\pi}{3} = \arcsin \frac{\sqrt{7}}{x} + \arcsin \frac{2\sqrt{7}}{x}.$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{3} \right) = \cos \left(\arcsin \frac{\sqrt{7}}{x} + \arcsin \frac{2\sqrt{7}}{x} \right),$$



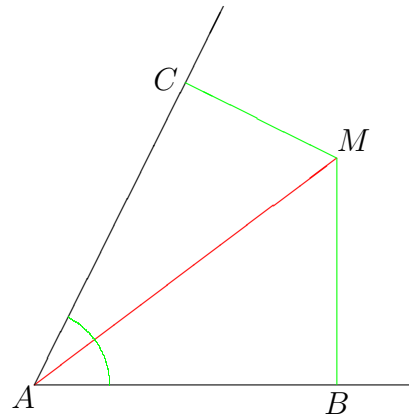
Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Первый вариант решения. Разложим «зеленый угол» в сумму:

$$\frac{\pi}{3} = \arcsin \frac{\sqrt{7}}{x} + \arcsin \frac{2\sqrt{7}}{x}.$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\arcsin \frac{\sqrt{7}}{x} + \arcsin \frac{2\sqrt{7}}{x}\right),$$

$$\frac{1}{2} = \sqrt{1 - \frac{7}{x^2}} \sqrt{1 - \frac{28}{x^2}} - \frac{\sqrt{7}}{x} \cdot \frac{2\sqrt{7}}{x}.$$

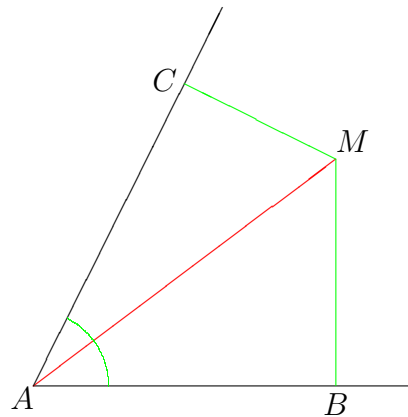


Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Первый вариант решения. Разложим «зеленый угол» в сумму:

$$\frac{1}{2} = \sqrt{\left(1 - \frac{7}{x^2}\right) \left(1 - \frac{28}{x^2}\right)} - \frac{14}{x^2},$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{14}{x^2}\right)^2 = \left(1 - \frac{7}{x^2}\right) \left(1 - \frac{28}{x^2}\right) \dots$$



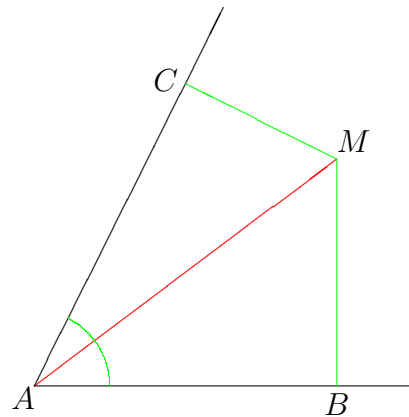
Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Первый вариант решения. Разложим «зеленый угол» в сумму:

$$\frac{1}{2} = \sqrt{\left(1 - \frac{7}{x^2}\right) \left(1 - \frac{28}{x^2}\right)} - \frac{14}{x^2},$$

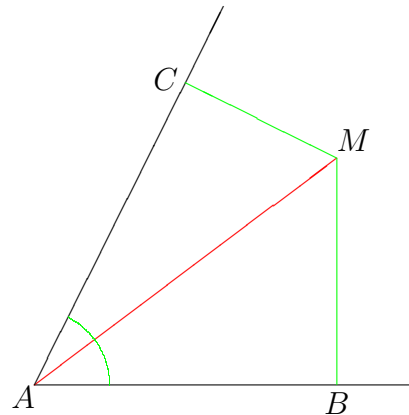
$$\left(\frac{1}{2} + \frac{14}{x^2}\right)^2 = \left(1 - \frac{7}{x^2}\right) \left(1 - \frac{28}{x^2}\right) \dots$$

Искомое расстояние: $x = \frac{14\sqrt{3}}{3}$.



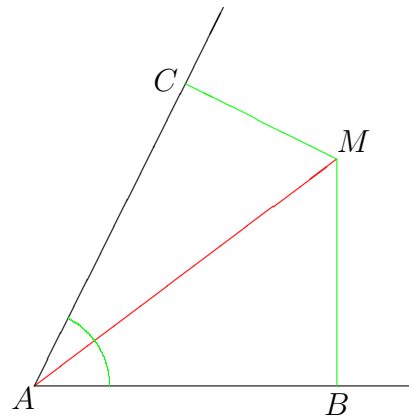
Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Второй вариант решения.



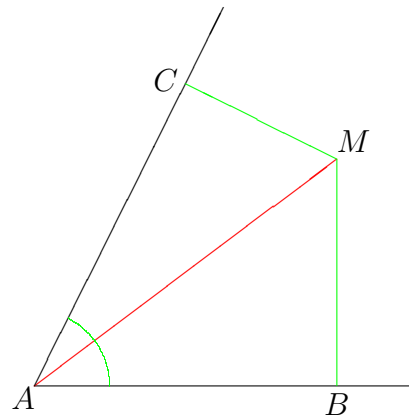
Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Второй вариант решения. Сумма углов четырехугольника $ABMC$ равна 2π .



Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

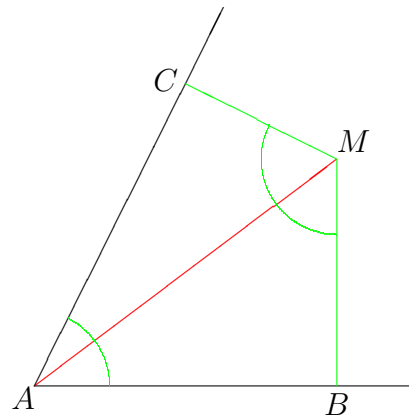
Второй вариант решения. Сумма углов четырехугольника $ABMC$ равна 2π . Значит, «зеленеет» $\angle BMC$:



Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Второй вариант решения. Сумма углов четырехугольника $ABMC$ равна 2π . Значит, «зеленеет» $\angle BMC$:

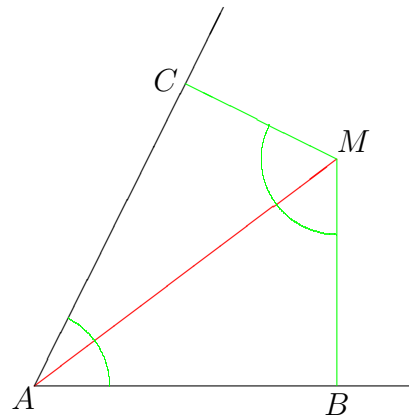
$$\angle BMC = 2\pi - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3}.$$



Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Второй вариант решения.

$\angle BMC = \frac{2\pi}{3}$. «Зеленые углы» — не в треугольниках!

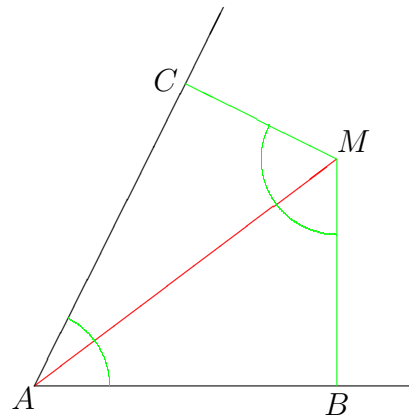


Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Второй вариант решения.

$\angle BMC = \frac{2\pi}{3}$. «Зеленые углы» — не в треугольниках!

Проведем BC .

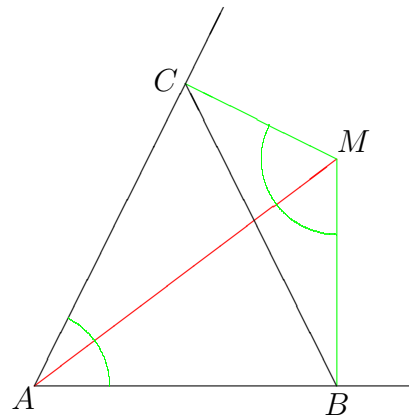


Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Второй вариант решения.

$\angle BMC = \frac{2\pi}{3}$. «Зеленые углы» — не в треугольниках!

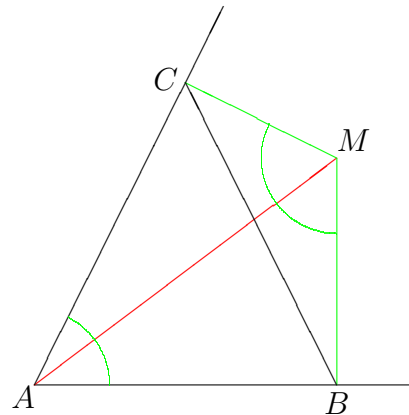
Проведем BC .



Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Второй вариант решения.

$x = AM$. Значение какой величины вычислим двумя способами?

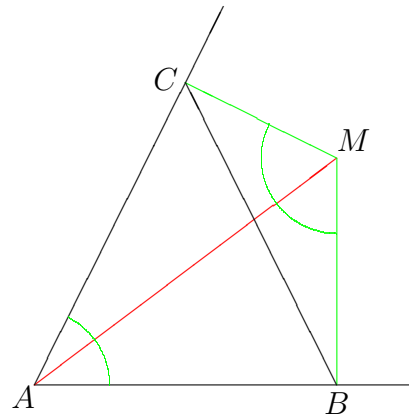


Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Второй вариант решения.

$x = AM$. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Вычислим двумя способами BC^2 :



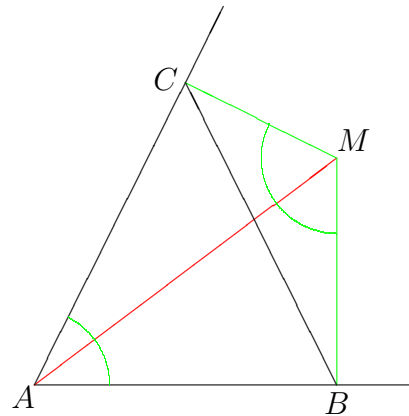
Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Второй вариант решения.

$x = AM$. Значение какой величины вычислим двумя способами?

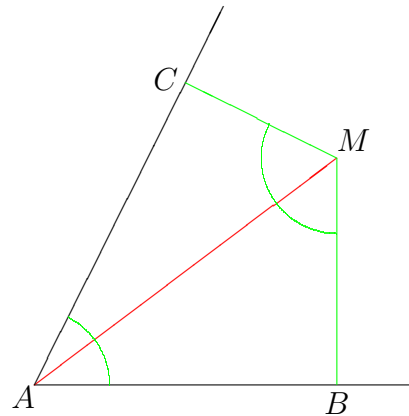
Вычислим двумя способами BC^2 :

$$\begin{aligned} 7 + 28 - 2 \cdot \sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7} \cos \frac{2\pi}{3} &= \\ &= (x^2 - 7) + (x^2 - 28) - \\ - 2\sqrt{x^2 - 7}\sqrt{x^2 - 28} \cos \frac{\pi}{3}. \end{aligned}$$



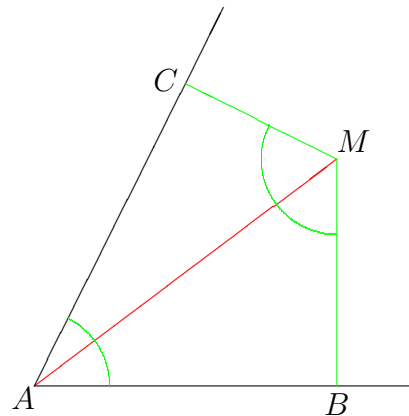
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Третий вариант решения.



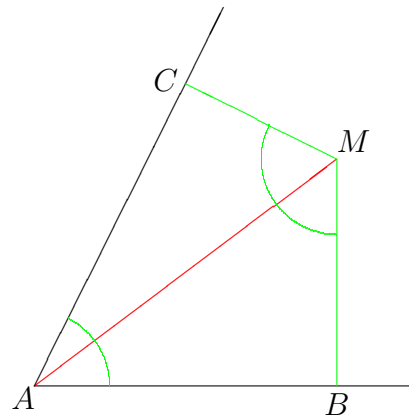
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Третий вариант решения. Имеем стандартную конфигурацию: прямоугольные треугольники с общей гипотенузой.



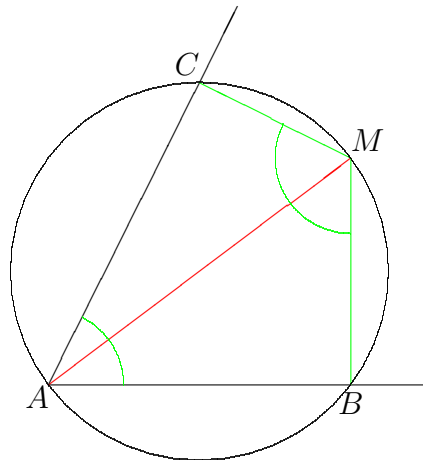
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Третий вариант решения. Имеем стандартную конфигурацию: прямоугольные треугольники с общей гипотенузой. Проведем окружность.



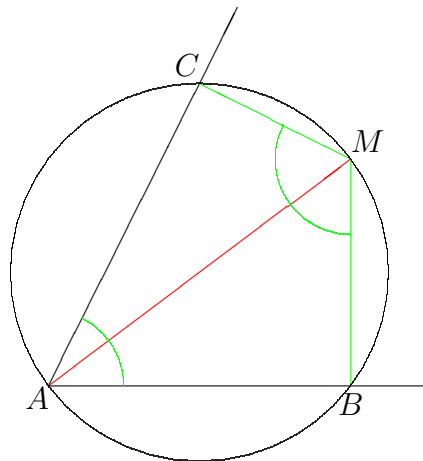
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Третий вариант решения. Имеем стандартную конфигурацию: прямоугольные треугольники с общей гипотенузой. Проведем окружность.



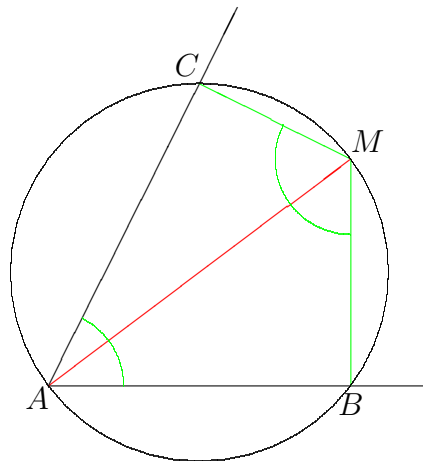
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Третий вариант решения. «Зеленые» отрезки MC , MB и угол $СМВ$ не в треугольнике!



Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

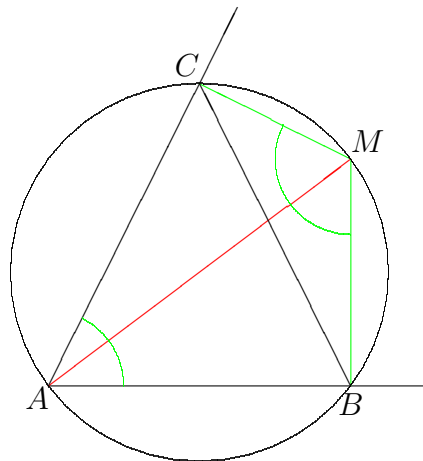
Третий вариант решения. «Зеленые» отрезки MC , MC и угол $СМВ$ не в треугольнике!
Проведем BC .



Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

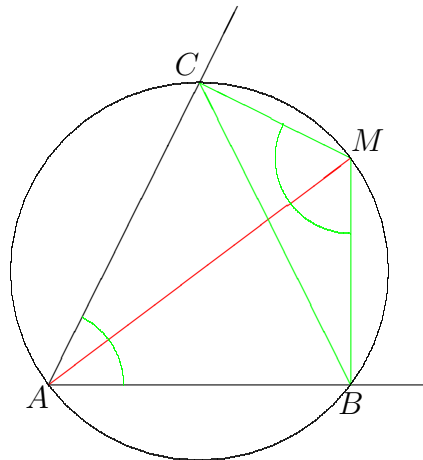
Третий вариант решения. «Зеленые» отрезки MC , MS и угол $СМВ$ не в треугольнике!

Проведем BC .



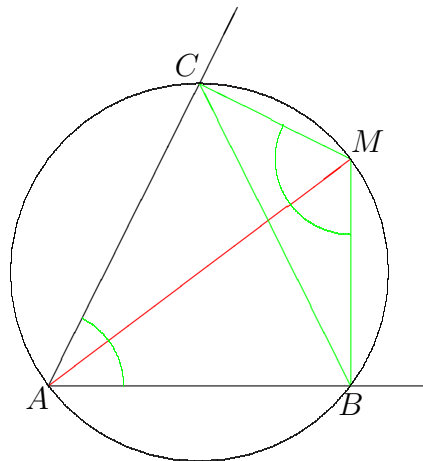
Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Третий вариант решения. Длину BC можно найти из $\triangle BCM$ с помощью теоремы косинусов. Поэтому BC тоже зеленый!



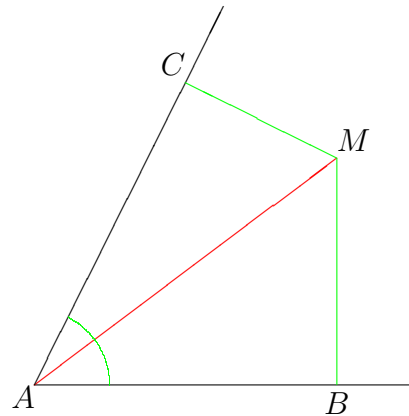
Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Третий вариант решения. Осталось найти диаметр окружности, описанной около $\triangle BCM$, например, с помощью теоремы синусов или формул для **площади** треугольника.



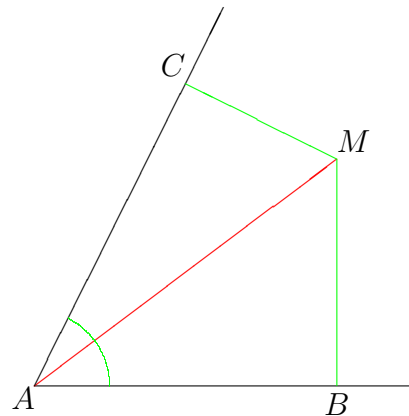
Пример 7. *Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.*

Четвертый вариант решения.



Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Четвертый вариант решения.
«Зеленый угол» BAC не в треугольнике!
Ужас!



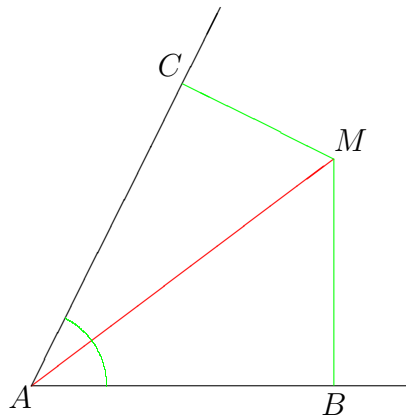
Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Четвертый вариант решения.

«Зеленый угол» BAC не в треугольнике!

Ужас!

«Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир». Например, продолжим BM .



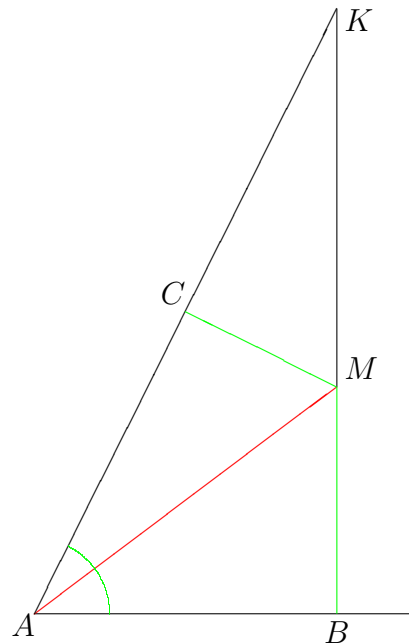
Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Четвертый вариант решения.

«Зеленый угол» BAC не в треугольнике!

Ужас!

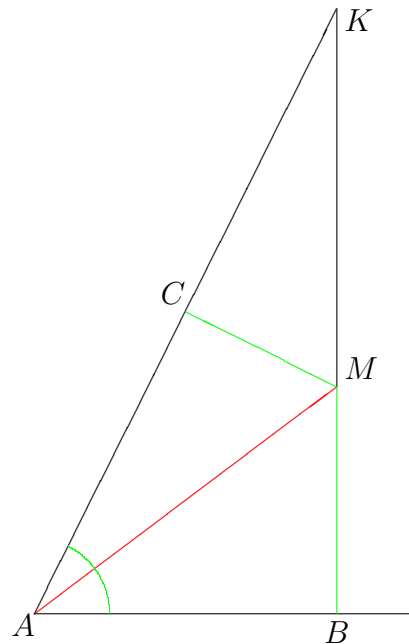
«Параллельно-перпендикулярный взгляд на мир». Например, продолжим BM .



Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Четвертый вариант решения.

Треугольники ABK и MSK подобны.

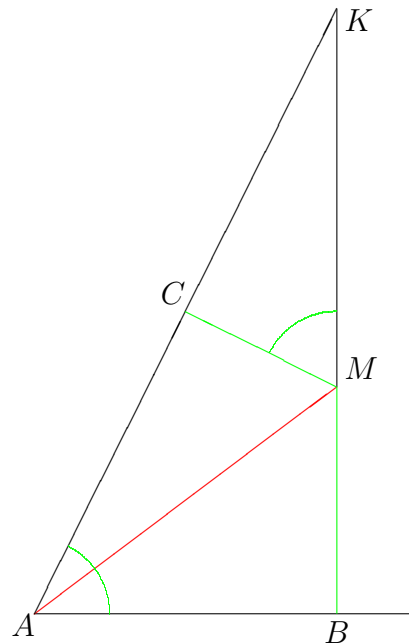


Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Четвертый вариант решения.

Треугольники ABK и MSK подобны.

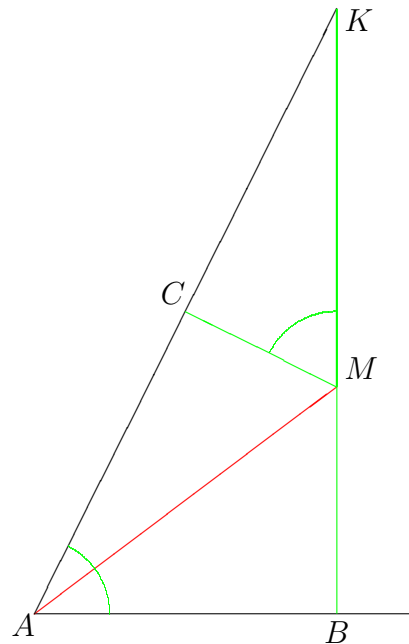
Значит, $\angle SMK = \angle BAK = \frac{\pi}{3}$.



Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Четвертый вариант решения.

Значит, «зеленеет» KM : $KM = 2\sqrt{7}$.



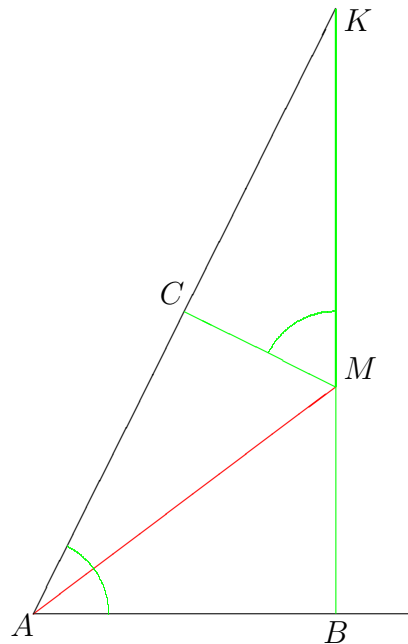
Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Четвертый вариант решения.

Значит, «зеленеет» KM : $KM = 2\sqrt{7}$.

Поэтому «зеленеет» AB :

$$AB = (2\sqrt{7} + 2\sqrt{7}) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = 4\sqrt{\frac{7}{3}}.$$

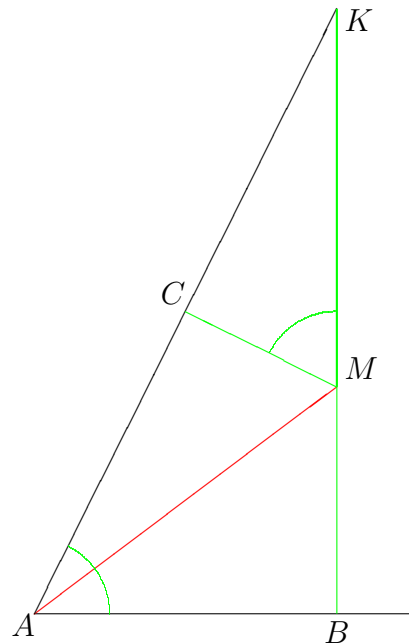


Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Четвертый вариант решения.

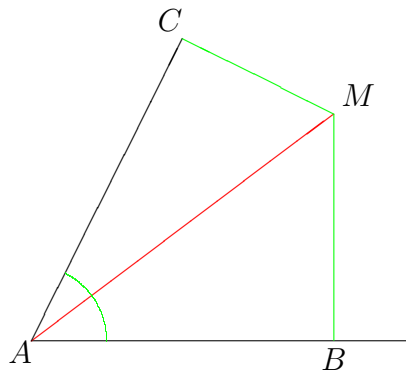
$$AB = 4\sqrt{\frac{7}{3}}. \text{ Поэтому}$$

$$\begin{aligned} AM &= \sqrt{AB^2 + MB^2} = \\ &= \sqrt{16 \cdot \frac{7}{3} + 28} = \frac{14\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$



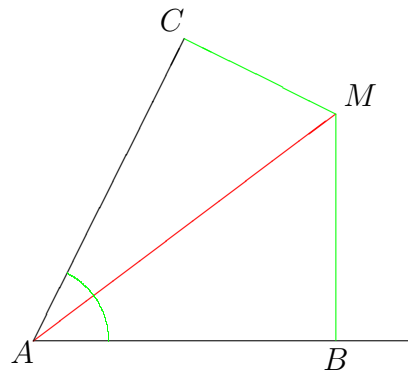
Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Пятый вариант решения.



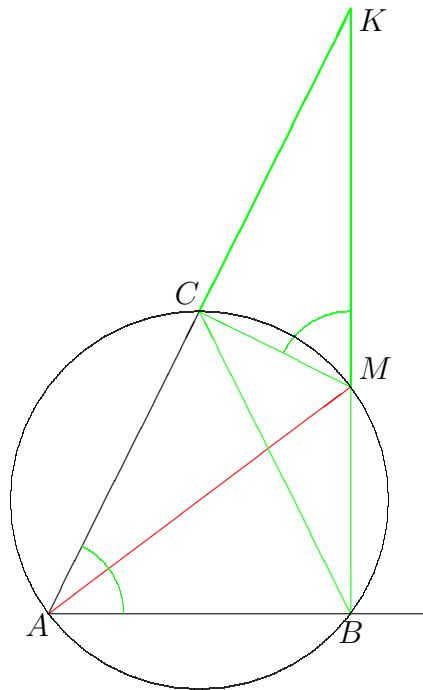
Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Пятый вариант решения. Выполним совместно несколько предложенных выше построений.



Пример 7. Внутри угла в 60° расположена точка, отстоящая на расстоянии $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{7}$ от сторон угла. Найдите расстояние от этой точки до вершины угла.

Пятый вариант решения. Выполним совместно несколько предложенных выше построений.



Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже пока не построены никакие элементы равнобедренного треугольника.

Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже пока не построены никакие элементы равнобедренного треугольника.

Сначала изобразим вершину треугольника.

Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже пока не построены никакие элементы равнобедренного треугольника.

Сначала изобразим вершину треугольника.

.C

Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже пока не построены никакие элементы равнобедренного треугольника.

Теперь проведём дугу окружности радиусом, равным длине боковой стороны.

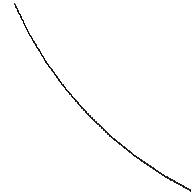
.C

Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже пока не построены никакие элементы равнобедренного треугольника.

Теперь проведём дугу окружности радиусом, равным длине боковой стороны.

.C

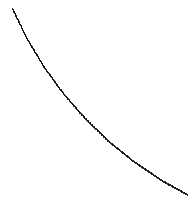


Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже пока не построены никакие элементы равнобедренного треугольника.

Осталось провести основание и

.C

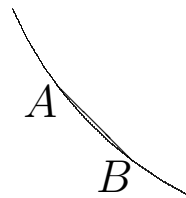


Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже пока не построены никакие элементы равнобедренного треугольника.

Осталось провести основание и

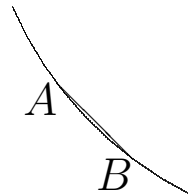
$\cdot C$



Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже пока не построены никакие элементы равнобедренного треугольника.

Осталось провести основание и боковые стороны.

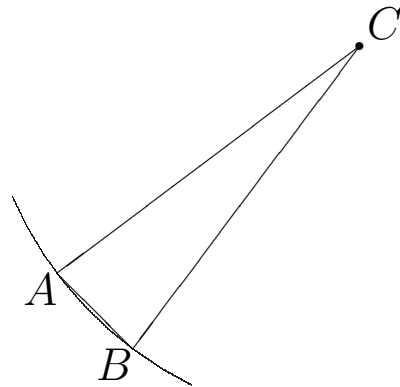


.C

Пример 8. Построить равнобедренный треугольник.

Решение. Допустим, на чертеже пока не построены никакие элементы равнобедренного треугольника.

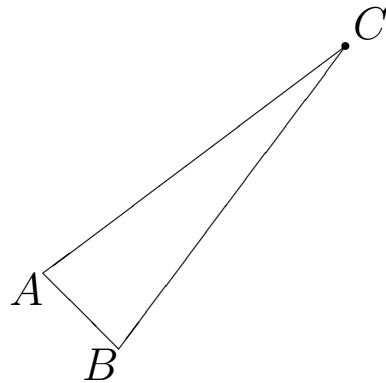
Осталось провести основание и боковые стороны.



Пример 8. Построить равнобедренный треугольник.

Решение. Допустим, на чертеже пока не построены никакие элементы равнобедренного треугольника.

Осталось провести основание и боковые стороны.



Не забудьте стереть всё лишнее!

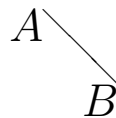
Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

Ясно, что треугольник определяется неоднозначно. Наша задача — построить какой-либо равнобедренный треугольник.

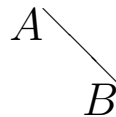


Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

Применим «стратегию предвкушения».

Пусть нужный треугольник уже построен.

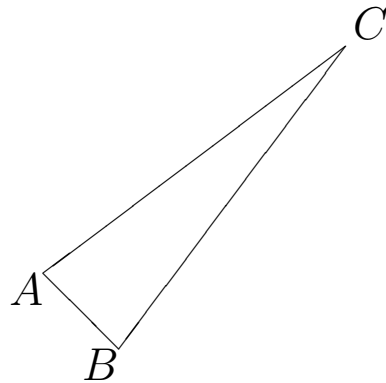


Пример 8. Построить равнобедренный треугольник.

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

Применим «стратегию предвкушения».

Пусть нужный треугольник уже построен.



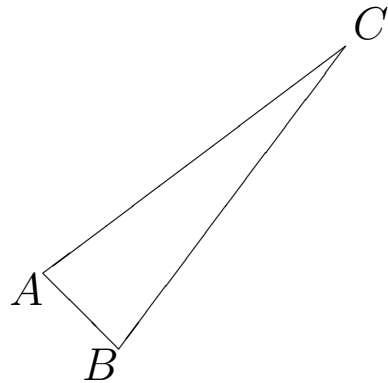
Пример 8. Построить равнобедренный треугольник.

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

Применим «стратегию предвкушения».

Пусть нужный треугольник уже построен.

Напрашивается провести окружность с центром в точке C через A и B .



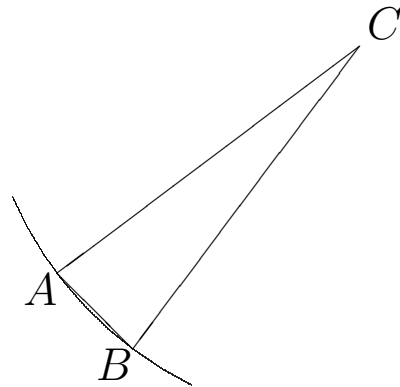
Пример 8. Построить равнобедренный треугольник.

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

Применим «стратегию предвкушения».

Пусть нужный треугольник уже построен.

Напрашивается провести окружность с центром в точке C через A и B .



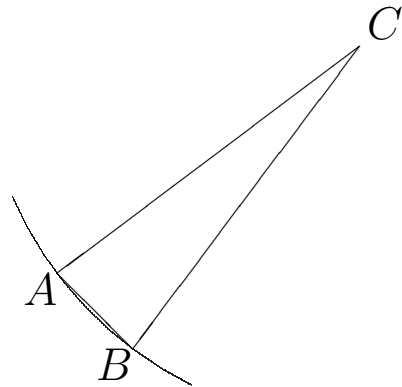
Пример 8. Построить равнобедренный треугольник.

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

Применим «стратегию предвкушения».

Пусть нужный треугольник уже построен.

Напрашивается провести окружность с центром в точке C через A и B .



Но точка C пока не построена!

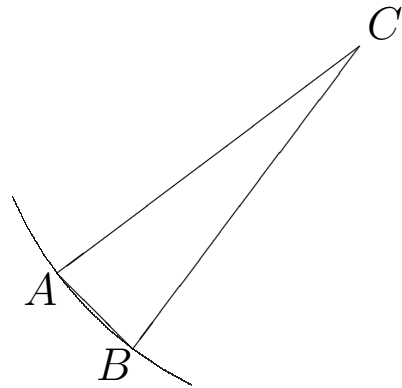
Пример 8. Построить равнобедренный треугольник.

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

Применим «стратегию предвкушения».

Пусть нужный треугольник уже построен.

Напрашивается провести окружность с центром в точке C через A и B .



Но точка C пока не построена!

Применим «стратегию смены ролей и приоритетов».

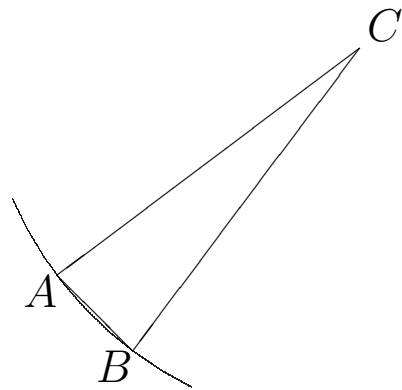
Пример 8. Построить равнобедренный треугольник.

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

Применим «стратегию предвкушения».

Пусть нужный треугольник уже построен.

Напрашивается провести окружность с центром в точке C через A и B .



Но точка C пока не построена!

Применим «стратегию смены ролей и приоритетов».

Например, проведём окружности одинакового радиуса с центрами в точках A и B .

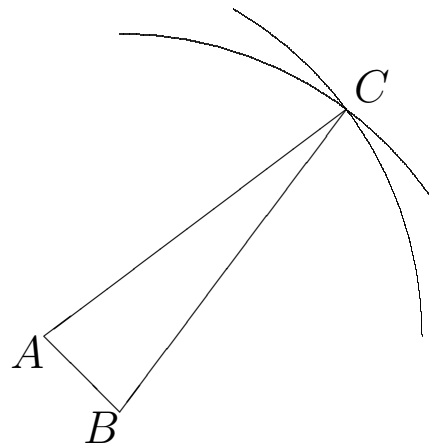
Пример 8. Построить равнобедренный треугольник.

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

Применим «стратегию предвкушения».

Пусть нужный треугольник уже построен.

Напрашивается провести окружность с центром в точке C через A и B .



Но точка C пока не построена!

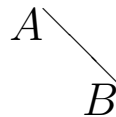
Применим «стратегию смены ролей и приоритетов».

Например, можно найти точку C , проведя окружности одинакового радиуса с центрами в точках A и B .

Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

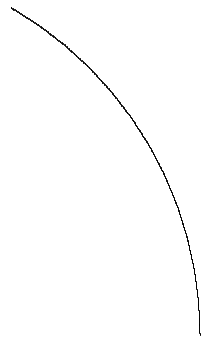
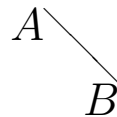
Получили план построения треугольника.



Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

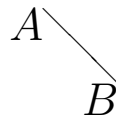
Получили план построения треугольника.



Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

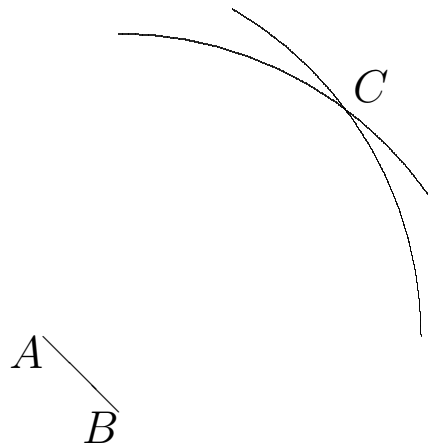
Получили план построения треугольника.



Пример 8. Построить равнобедренный треугольник.

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

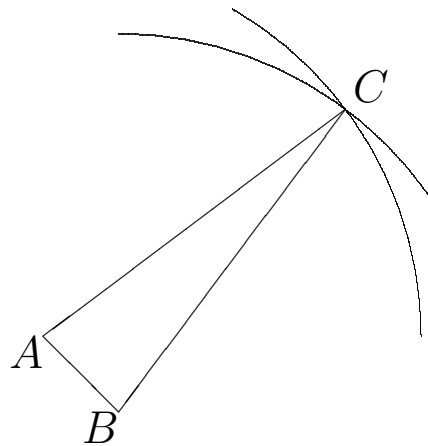
Получили план построения треугольника.



Пример 8. *Построить равнобедренный треугольник.*

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

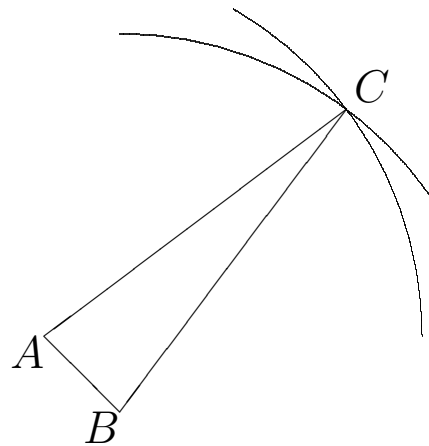
Получили план построения треугольника.



Пример 8. Построить равнобедренный треугольник.

Решение. Допустим, на чертеже уже построено основание AB равнобедренного треугольника.

Получили план построения треугольника.



Осталось стереть всё лишнее.

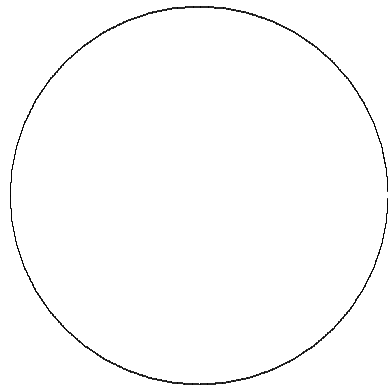
Вернёмся к лекции?

Пример 9. *Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить окружность, описанную около тупоугольного треугольника.*

Решение. Построение чертежа, в котором имеется окружность, **начинаем с окружности.**

Пример 9. *Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить окружность, описанную около тупоугольного треугольника.*

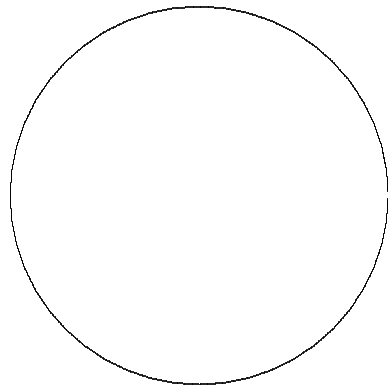
Решение. Построение чертежа, в котором имеется окружность, **начинаем с окружности.**



Пример 9. *Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить окружность, описанную около тупоугольного треугольника.*

Решение. Построение чертежа, в котором имеется окружность, **начинаем с окружности.**

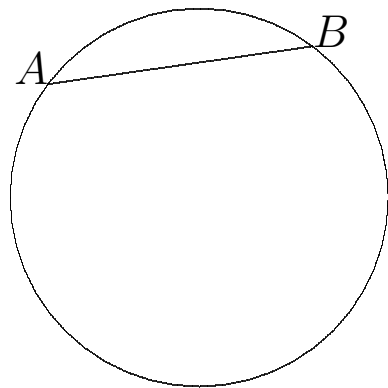
Проведем основание AB треугольника.



Пример 9. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить окружность, описанную около тупоугольного треугольника.

Решение. Построение чертежа, в котором имеется окружность, **начинаем с окружности**.

Проведем основание AB треугольника.

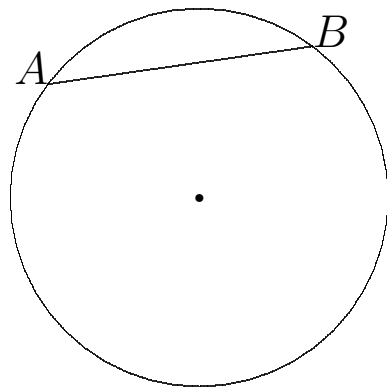


Пример 9. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить окружность, описанную около тупоугольного треугольника.

Решение. Построение чертежа, в котором имеется окружность, **начинаем с окружности**.

Проведем основание AB треугольника.

Поскольку треугольник тупоугольный, третью вершину выберем на окружности так, чтобы AB разделял эту вершину и центр окружности.

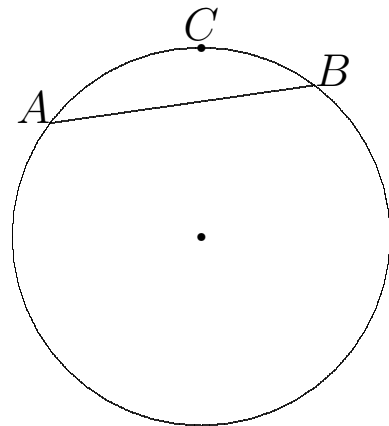


Пример 9. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить окружность, описанную около тупоугольного треугольника.

Решение. Построение чертежа, в котором имеется окружность, **начинаем с окружности**.

Проведем основание AB треугольника.

Поскольку треугольник тупоугольный, третью вершину выберем на окружности так, чтобы AB разделял эту вершину и центр окружности.



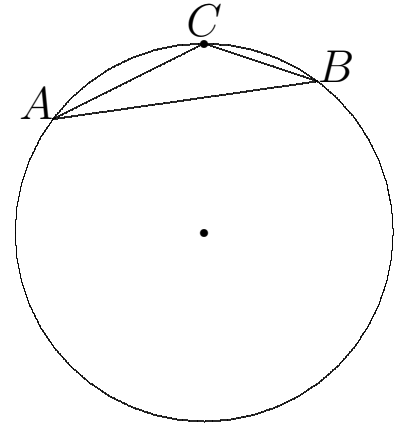
Пример 9. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить окружность, описанную около тупоугольного треугольника.

Решение. Построение чертежа, в котором имеется окружность, **начинаем с окружности**.

Проведем основание AB треугольника.

Поскольку треугольник тупоугольный, третью вершину выберем на окружности так, чтобы AB разделял эту вершину и центр окружности.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример**



Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Если исходный отрезок ещё предстоит построить, можно сначала построить его третью часть.

Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Если исходный отрезок ещё предстоит построить, можно сначала построить его третью часть.



Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Если исходный отрезок ещё предстоит построить, можно сначала построить его третью часть.

Потом следует постепенно достроить весь отрезок.

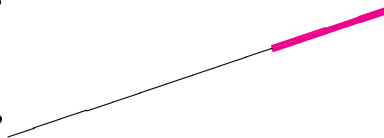


Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Если исходный отрезок ещё предстоит построить, можно сначала построить его третью часть.

Потом следует постепенно достроить весь отрезок.

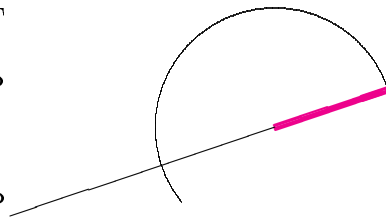


Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Если исходный отрезок ещё предстоит построить, можно сначала построить его третью часть.

Потом следует постепенно достроить весь отрезок.

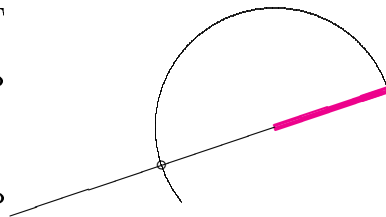


Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Если исходный отрезок ещё предстоит построить, можно сначала построить его третью часть.

Потом следует постепенно достроить весь отрезок.

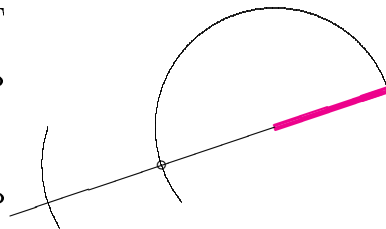


Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Если исходный отрезок ещё предстоит построить, можно сначала построить его третью часть.

Потом следует постепенно достроить весь отрезок.

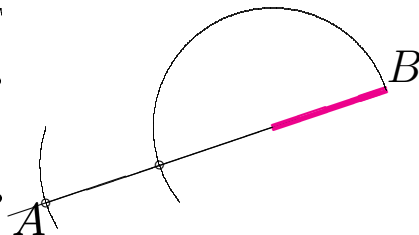


Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Если исходный отрезок ещё предстоит построить, можно сначала построить его третью часть.

Потом следует постепенно достроить весь отрезок.

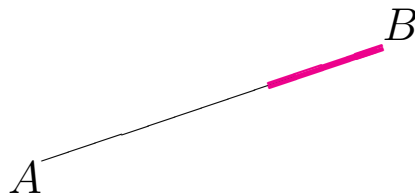


Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Если исходный отрезок ещё предстоит построить, можно сначала построить его третью часть.

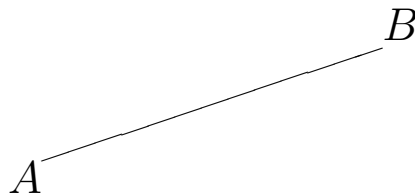
Потом следует постепенно достроить весь отрезок.



Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Предположим, что исходный отрезок уже был построен.

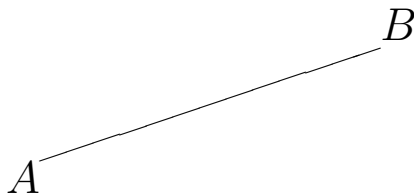


Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Предположим, что исходный отрезок уже был построен.

Можно измерить длину отрезка мерной линейкой и отмерить от концов отрезка третью часть этой длины или, если высокая точность не требуется, можно сделать это «на глаз».

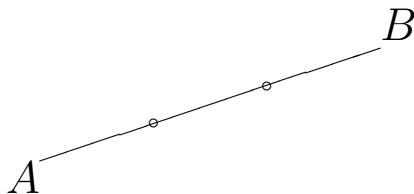


Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Предположим, что исходный отрезок уже был построен.

Можно измерить длину отрезка мерной линейкой и отмерить от концов отрезка третью часть этой длины или, если высокая точность не требуется, можно сделать это «на глаз».

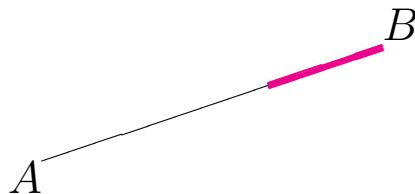


Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Предположим, что исходный отрезок уже был построен.

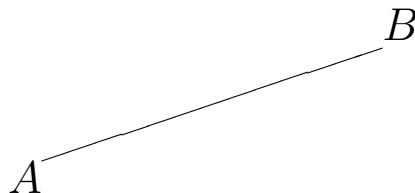
Можно измерить длину отрезка мерной линейкой и отмерить от концов отрезка третью часть этой длины или, если высокая точность не требуется, можно сделать это «на глаз».



Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Предположим, нужна высокая точность и по какой-то причине нет возможности, например, измерить длину отрезка мерной линейкой, вычислить от результата третью часть или отложить отрезок нужной длины.

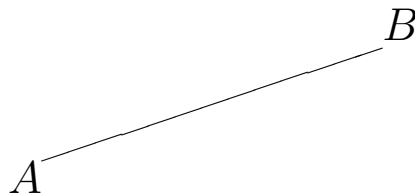


Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Предположим, нужна высокая точность и по какой-то причине нет возможности, например, измерить длину отрезка мерной линейкой, вычислить от результата третью часть или отложить отрезок нужной длины.

Тогда можно воспользоваться свойством **точки пересечения медиан**.

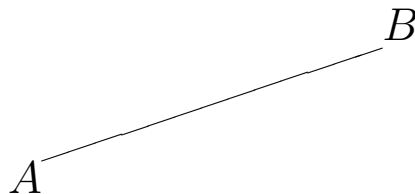


Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Воспользуемся свойством **ТОЧКИ**
пересечения медиан.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.



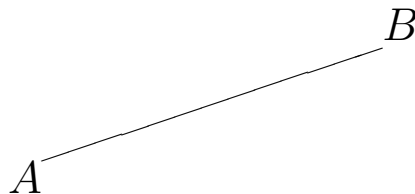
Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Воспользуемся свойством **точки пересечения медиан**.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



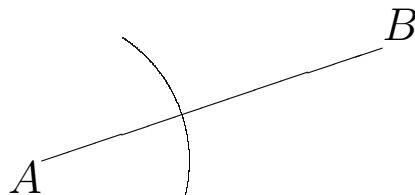
Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Воспользуемся свойством **точки пересечения медиан**.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



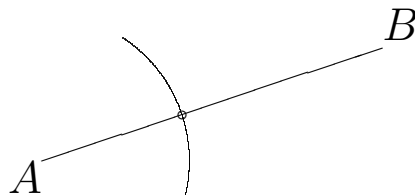
Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Воспользуемся свойством **точки пересечения медиан**.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



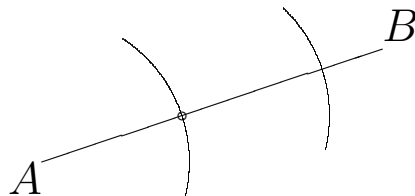
Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Воспользуемся свойством **точки пересечения медиан**.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



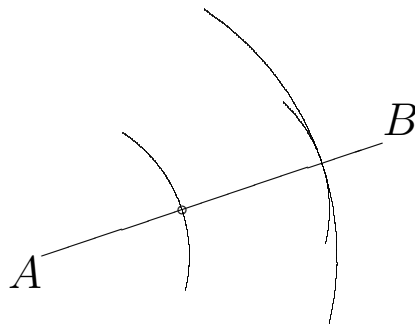
Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Воспользуемся свойством **точки пересечения медиан**.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



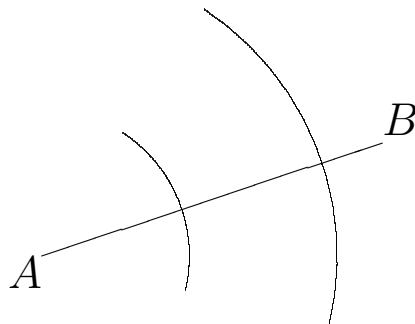
Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Воспользуемся свойством **точки пересечения медиан**.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



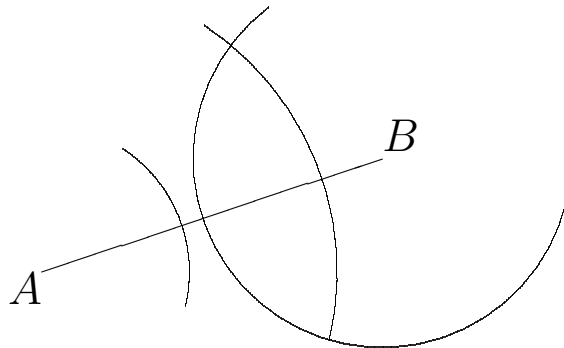
Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Воспользуемся свойством **точки пересечения медиан**.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



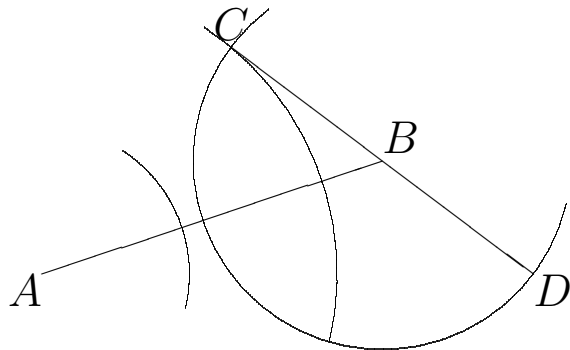
Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Воспользуемся свойством **точки пересечения медиан**.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



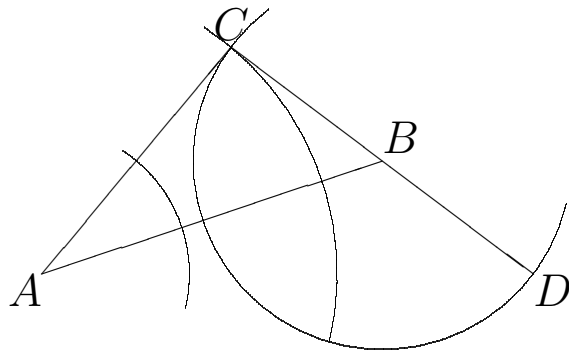
Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Воспользуемся свойством **ТОЧКИ**
пересечения медиан.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



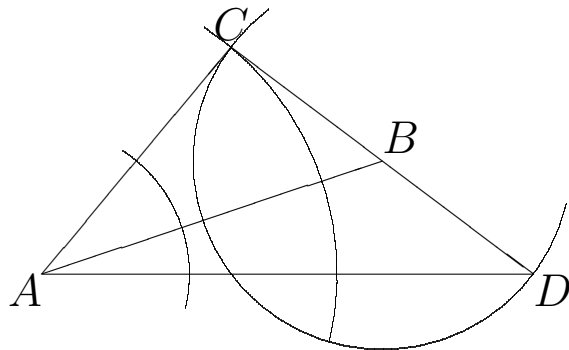
Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Воспользуемся свойством **точки пересечения медиан**.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



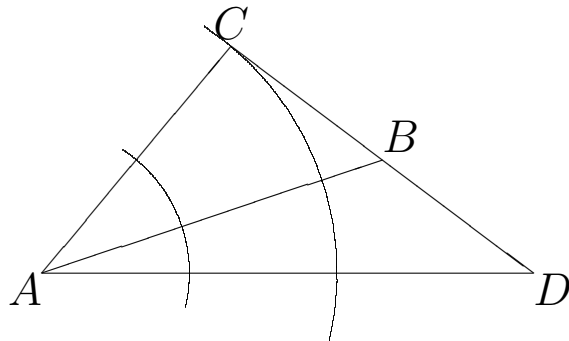
Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Воспользуемся свойством **точки пересечения медиан**.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



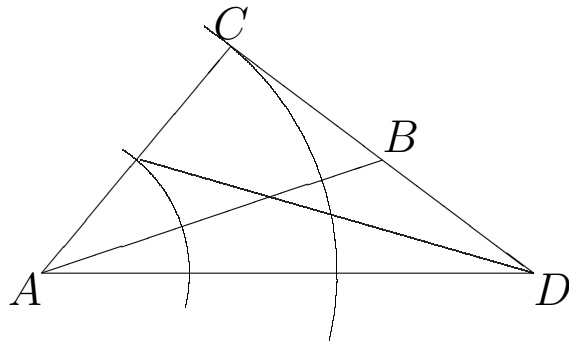
Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Воспользуемся свойством **точки пересечения медиан**.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



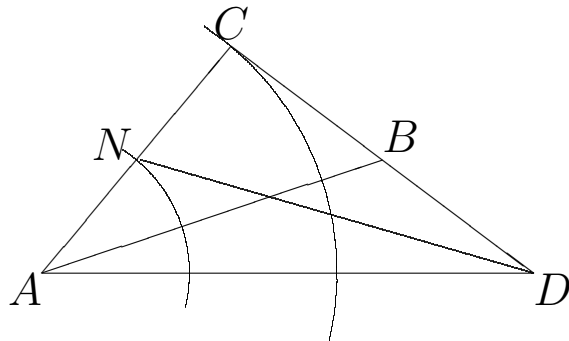
Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Воспользуемся свойством **точки пересечения медиан**.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



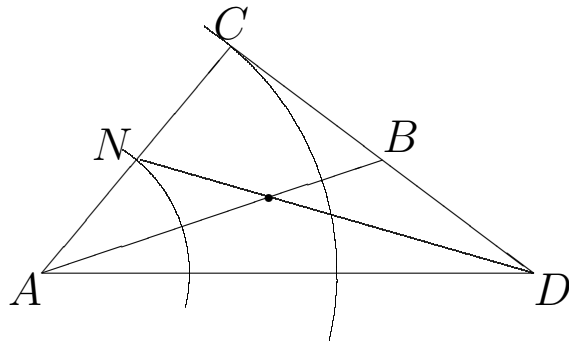
Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Воспользуемся свойством **точки пересечения медиан**.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



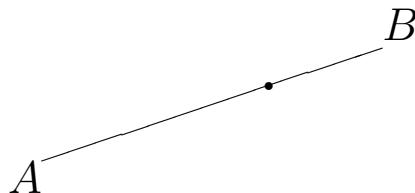
Пример 10. Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.

Решение.

Воспользуемся свойством **точки пересечения медиан**.

Итак, надо построить треугольник по имеющейся медиане.

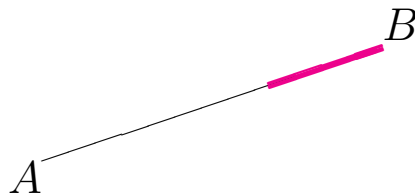
Надо построить боковую сторону, разделённую пополам, и сторону, которую один из концов данного отрезка делит пополам.



Пример 10. *Требуется разделить отрезок на чертеже на три равные части.*

Решение.

Осталось стереть всё лишнее.



Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 11. *Построить биссектрису угла.*

Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.

A  B

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.

A ————— B

Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD ,

Пример 11. Построить биссектрису угла.

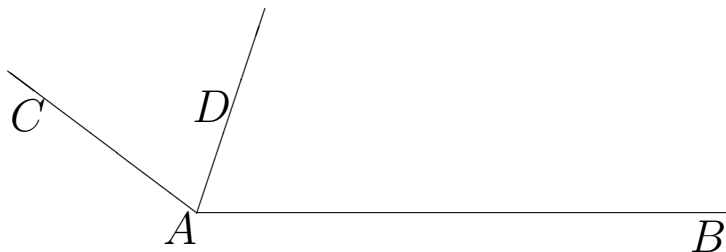
Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.



Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD ,

Пример 11. Построить биссектрису угла.

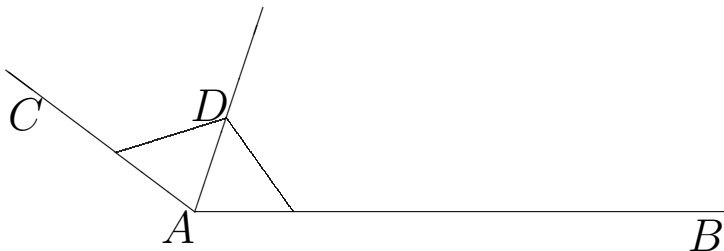
Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.



Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD ,
и только потом — сторону AC .

Решение. Допустим, тре-

угольник ABC пока не построен.

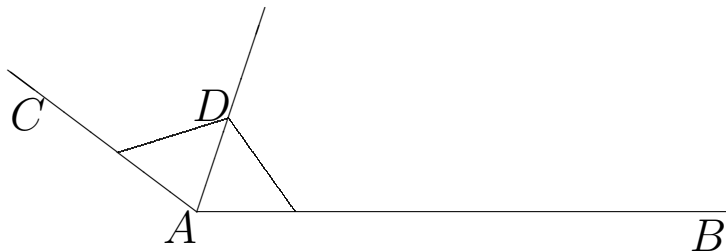


Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD ,
и только потом — сторону AC .

Идея состоит в построении двух равных равнобедренных треугольников.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.



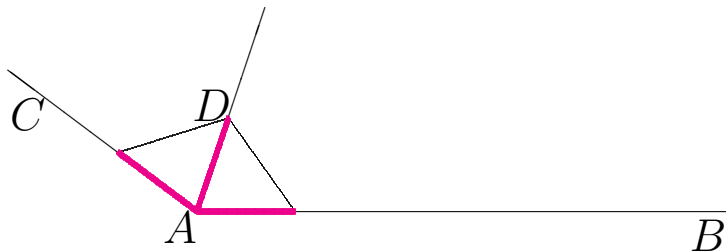
Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD , и только потом — сторону AC .

Идея состоит в построении двух равных равнобедренных треугольников.

Возникла **типовая конфигурация**:

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.



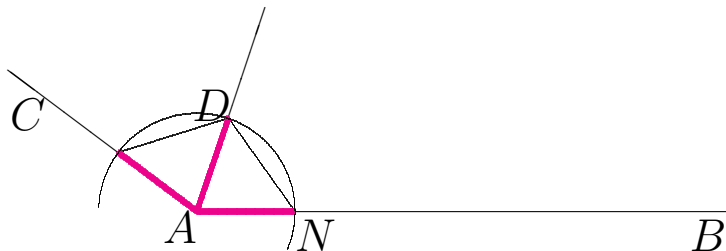
Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD , и только потом — сторону AC .

Идея состоит в построении двух равных равнобедренных треугольников.

Возникла **типовая конфигурация**:
три отрезка равной длины с общим концом.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.



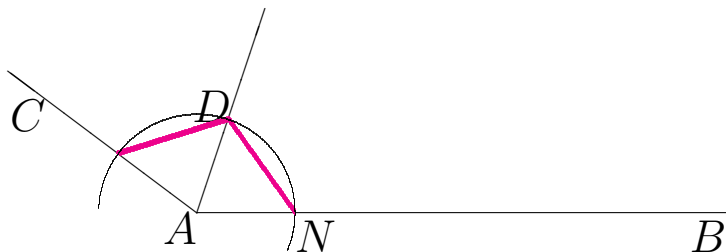
Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD , и только потом — сторону AC .

Идея состоит в построении двух равных равнобедренных треугольников.

Возникла **типовая конфигурация**:
три отрезка равной длины с общим концом.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.

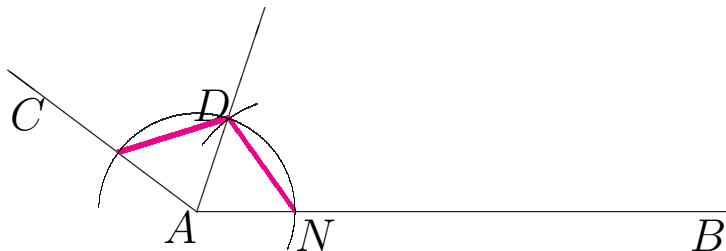


Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD , и только потом — сторону AC .

Идея состоит в построении двух равных равнобедренных треугольников.

Остаётся построить два равных отрезка.

Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.

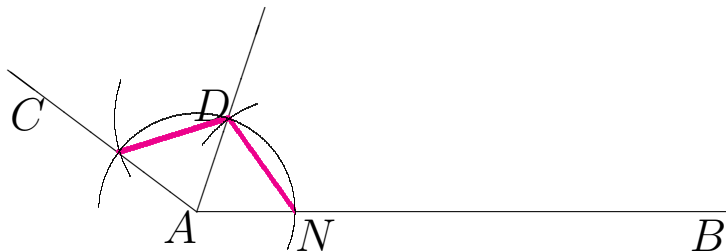


Идея состоит в построении двух равных равнобедренных треугольников.

Остаётся построить два равных отрезка.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.



Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD , и только потом — сторону AC .

Идея состоит в построении двух равных равнобедренных треугольников.

Остаётся построить два равных отрезка.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.

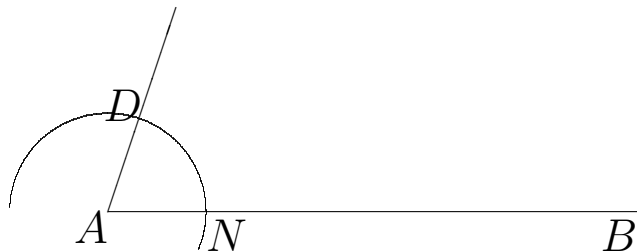


Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD ,
и только потом — сторону AC .

Итак, выполняем следующие построения.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.

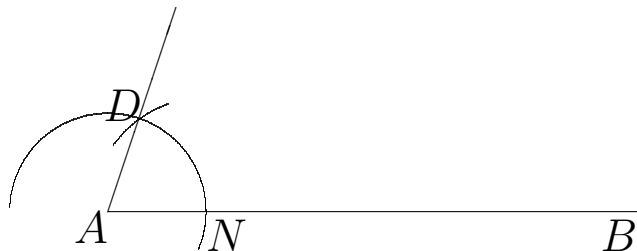


Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD , и только потом — сторону AC .

Итак, выполняем следующие построения.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.

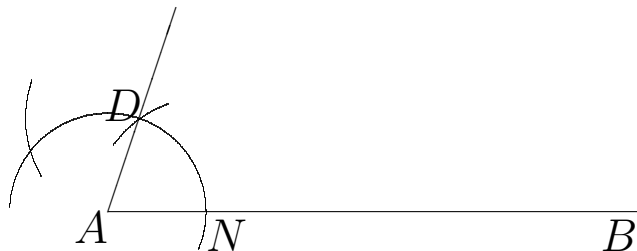


Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD ,
и только потом — сторону AC .

Итак, выполняем следующие построения.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.

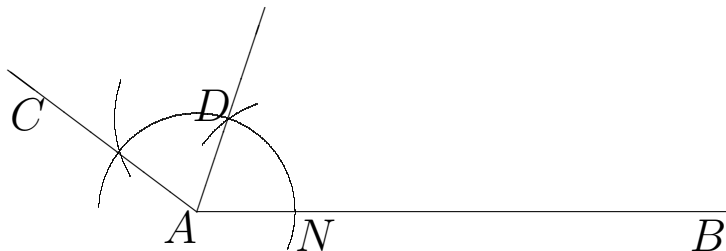


Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD ,
и только потом — сторону AC .

Итак, выполняем следующие построения.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.

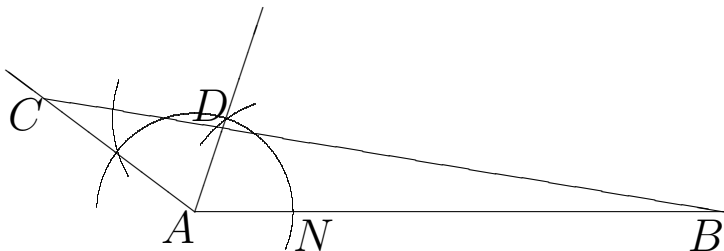


Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD ,
и только потом — сторону AC .

Итак, выполняем следующие построения.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Допустим, треугольник ABC пока не построен.

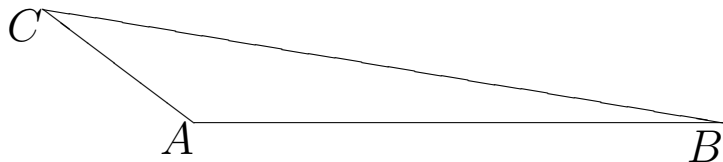


Тогда проще было бы сначала построить биссектрису AD ,
и только потом — сторону AC .

Остаётся провести сторону BC .

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Теперь рассмотрим случай, когда треугольник ABC уже был построен.



Пример 11. Построить биссектрису угла.

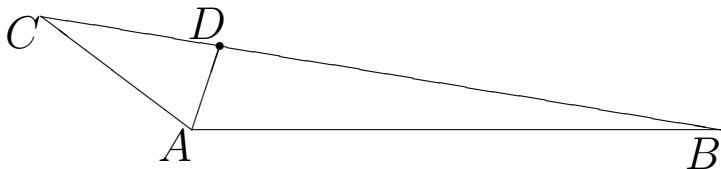
Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться **свойством биссектрисы:**



Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться **свойством биссектрисы:**

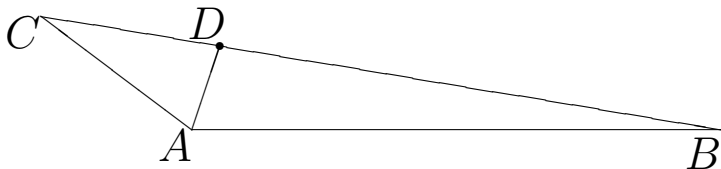
$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx$$



Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться **свойством биссектрисы:**

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx 2,5.$$

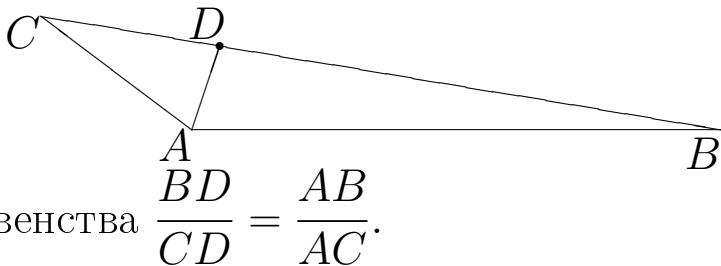


Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться **свойством биссектрисы:**

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx 2,5.$$

Напомним доказательство равенства $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$.



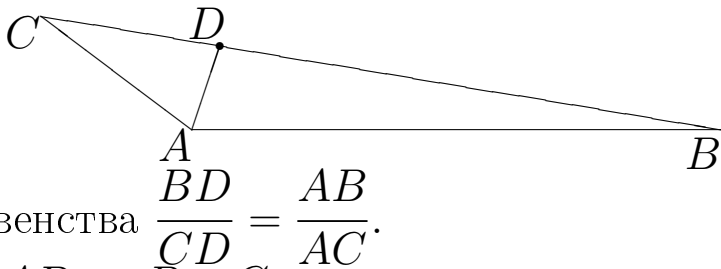
Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться **свойством биссектрисы:**

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx 2,5.$$

Напомним доказательство равенства $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$.

Опустим перпендикуляры на AD из B и C .



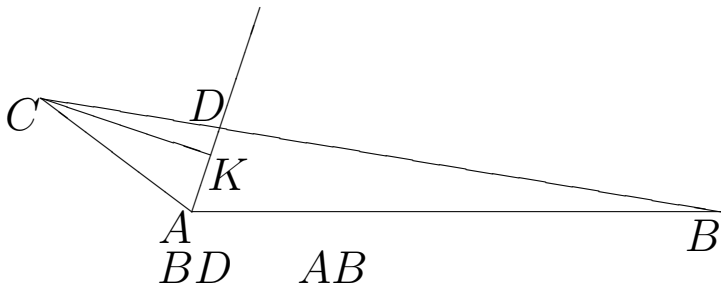
Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться **свойством биссектрисы:**

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx 2,5.$$

Напомним доказательство равенства $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$.

Опустим перпендикуляры на AD из B и C .



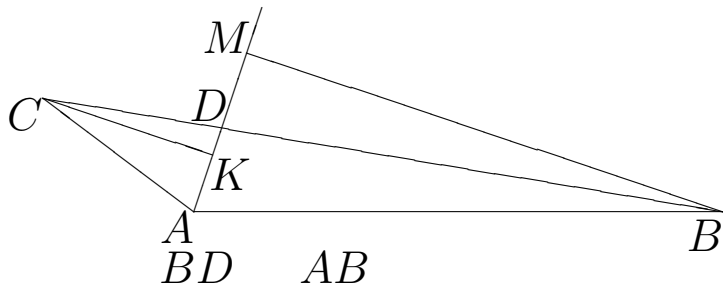
Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться **свойством биссектрисы:**

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx 2,5.$$

Напомним доказательство равенства $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$.

Опустим перпендикуляры на AD из B и C .



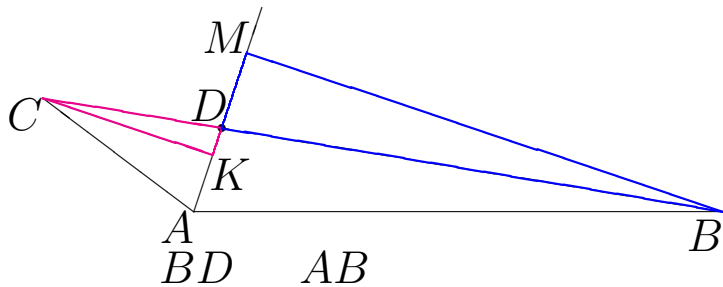
Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться **свойством биссектрисы:**

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx 2,5.$$

Напомним доказательство равенства $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$.

Опустим перпендикуляры на AD из B и C .



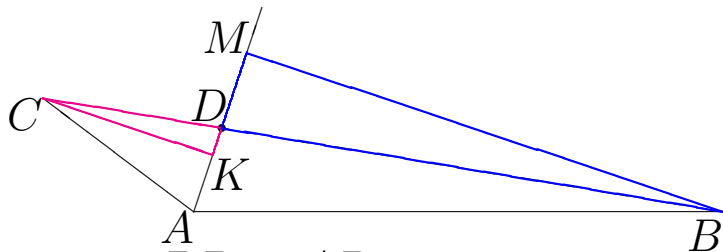
Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться **свойством биссектрисы:**

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx 2,5.$$

Напомним доказательство равенства $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$.

Опустим перпендикуляры на AD из B и C .



$$\triangle BDM \sim \triangle CDK,$$

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться **свойством биссектрисы:**

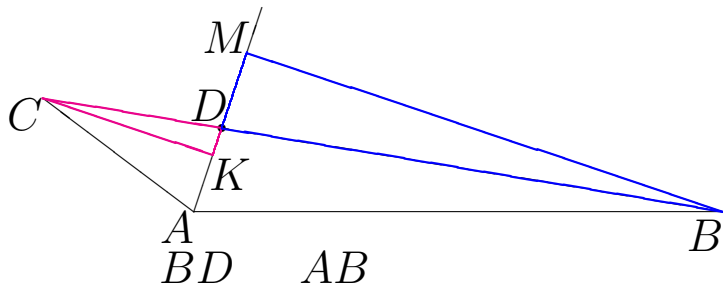
$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx 2,5.$$

Напомним доказательство равенства $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$.

Опустим перпендикуляры на AD из B и C .

$$\frac{BD}{CD} = \frac{BM}{CK} =$$

$$\triangle BDM \sim \triangle CDK,$$



Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться **свойством биссектрисы:**

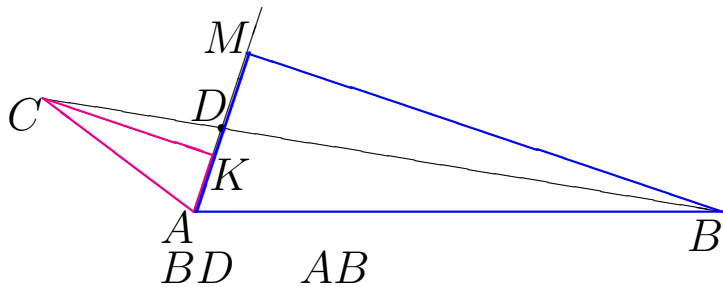
$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx 2,5.$$

Напомним доказательство равенства $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$.

Опустим перпендикуляры на AD из B и C .

$$\frac{BD}{CD} = \frac{BM}{CK} =$$

$$\triangle BDM \sim \triangle CDK,$$



Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться **свойством биссектрисы:**

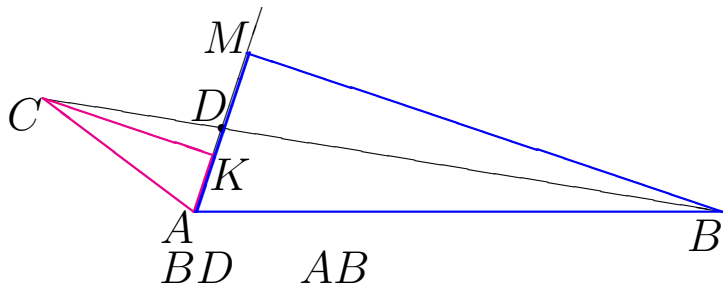
$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx 2,5.$$

Напомним доказательство равенства $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$.

Опустим перпендикуляры на AD из B и C .

$$\frac{BD}{CD} = \frac{BM}{CK} =$$

$$\triangle BDM \sim \triangle CDK, \quad \triangle BAM \sim \triangle CAK.$$



Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться **свойством биссектрисы:**

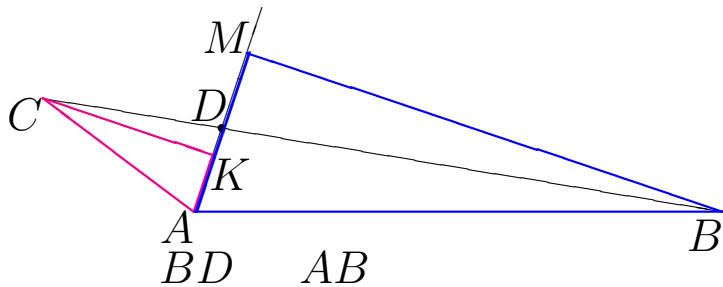
$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx 2,5.$$

Напомним доказательство равенства $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$.

Опустим перпендикуляры на AD из B и C .

$$\frac{BD}{CD} = \frac{BM}{CK} = \frac{AB}{AC}$$

$$\triangle BDM \sim \triangle CDK, \quad \triangle BAM \sim \triangle CAK.$$

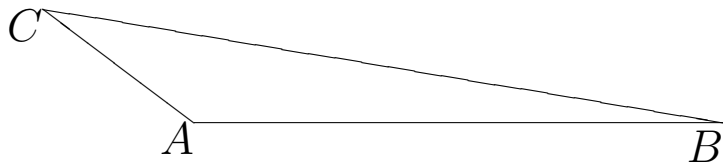


Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться

свойством биссектрисы:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx 2,5.$$



Итак, ищем точку D , которая делит BC в отношении 2,5:1.

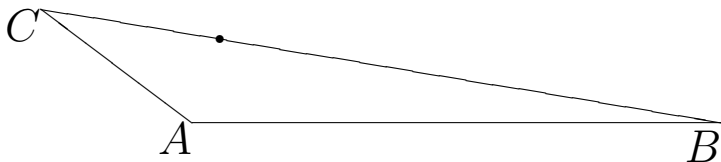
Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться

свойством биссектрисы:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx 2,5.$$

Итак, ищем точку D , которая делит BC в отношении 2,5:1.



Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Если не требуется высокая точность построения, можно воспользоваться

свойством биссектрисы:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \approx 2,5.$$



Итак, ищем точку D , которая делит BC в отношении 2,5:1.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



Пример 11. Построить биссектрису угла.

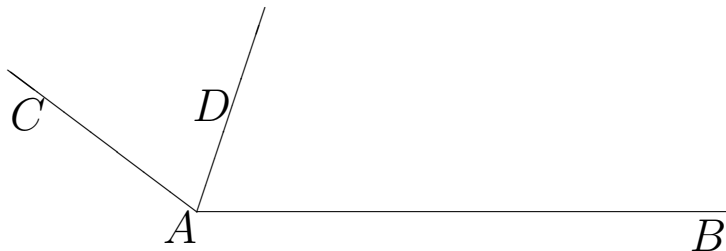
Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



Применим «стратегию предвкушения».

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.

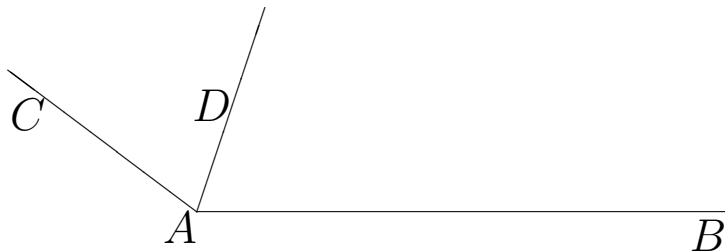


Применим «стратегию предвкушения».

Пусть биссектриса уже построена.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



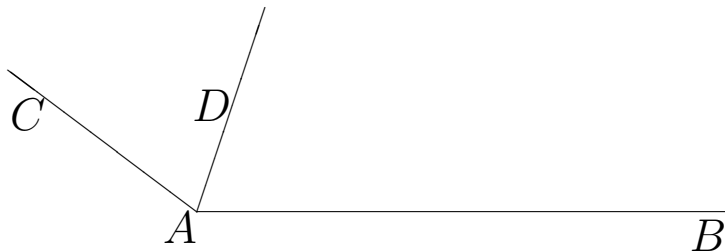
Применим «стратегию предвкушения».

Пусть биссектриса уже построена.

«Отрезок или угол бесполезны...

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



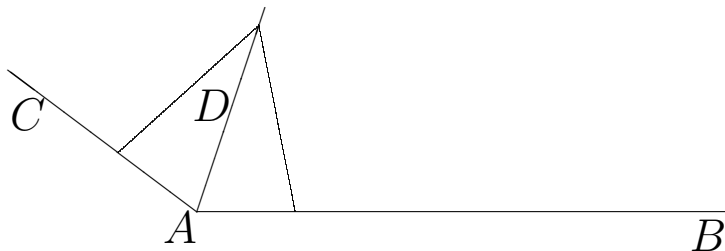
Применим «стратегию предвкушения».

Пусть биссектриса уже построена.

«Отрезок или угол бесполезны без треугольников!»

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



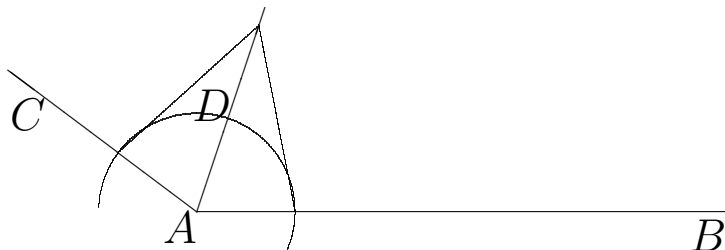
Применим «стратегию предвкушения».

Пусть биссектриса уже построена.

«Отрезок или угол бесполезны без треугольников!»

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



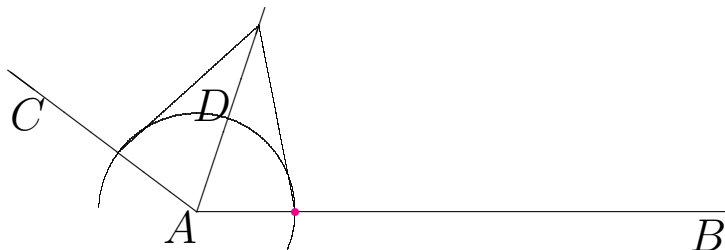
Применим «стратегию предвкушения».

Пусть биссектриса уже построена.

«Отрезок или угол бесполезны без треугольников!»

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



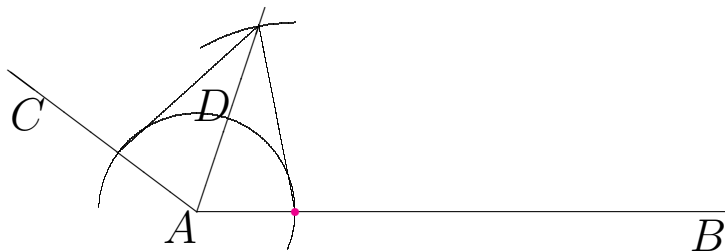
Применим «стратегию предвкушения».

Пусть биссектриса уже построена.

«Отрезок или угол бесполезны без треугольников!»

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



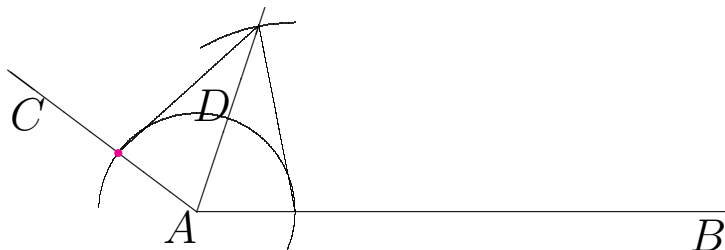
Применим «стратегию предвкушения».

Пусть биссектриса уже построена.

«Отрезок или угол бесполезны без треугольников!»

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



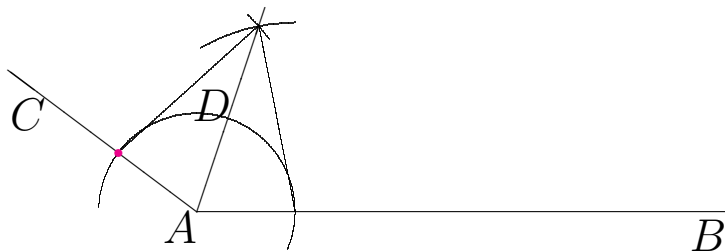
Применим «стратегию предвкушения».

Пусть биссектриса уже построена.

«Отрезок или угол бесполезны без треугольников!»

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



Применим «стратегию предвкушения».

Пусть биссектриса уже построена.

«Отрезок или угол бесполезны без треугольников!»

Пример 11. Построить биссектрису угла.

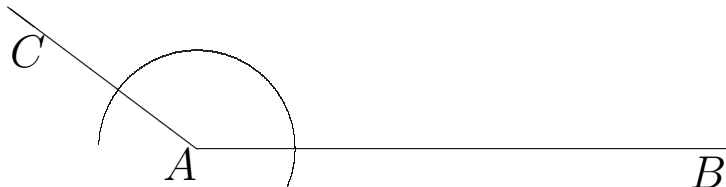
Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



Итак, получили следующий порядок построения биссектрисы.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

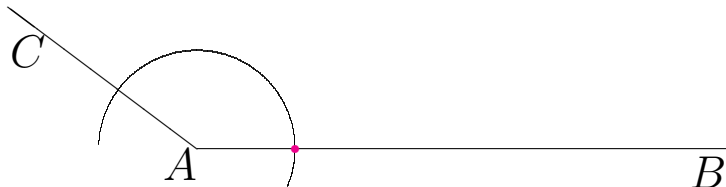
Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



Итак, получили следующий порядок построения биссектрисы.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

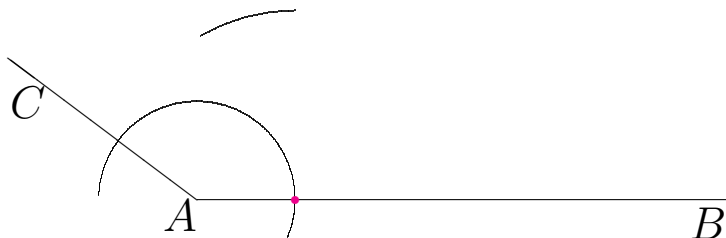
Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



Итак, получили следующий порядок построения биссектрисы.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

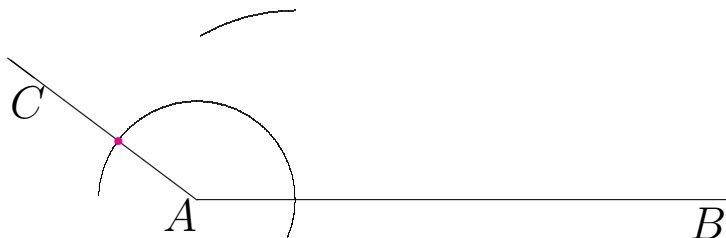
Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



Итак, получили следующий порядок построения биссектрисы.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

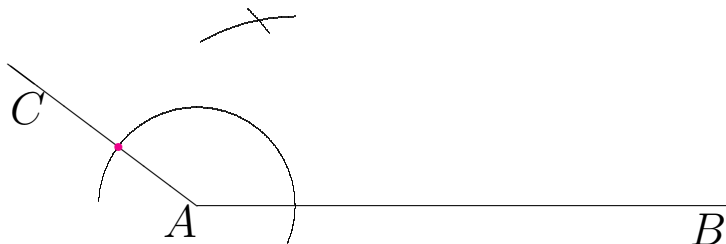
Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



Итак, получили следующий порядок построения биссектрисы.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

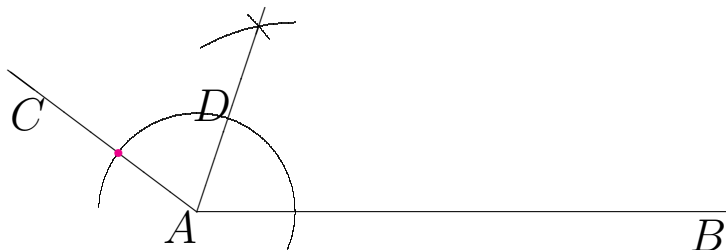
Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



Итак, получили следующий порядок построения биссектрисы.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

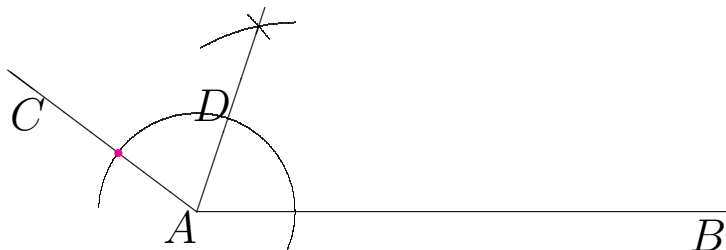
Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



Итак, получили следующий порядок построения биссектрисы.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

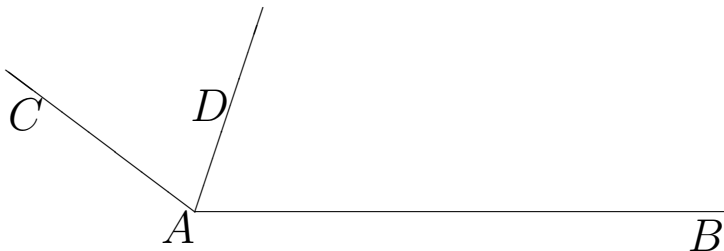
Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



Осталось стереть всё лишнее.

Пример 11. Построить биссектрису угла.

Решение. Рассмотрим случай, когда угол BAC уже был построен.



Осталось стереть всё лишнее.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

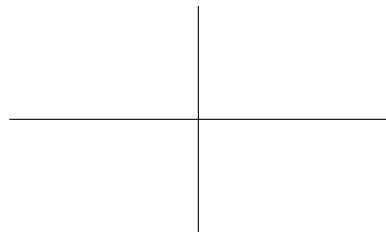
Пример 12. *Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить треугольник, у которого две медианы взаимно перпендикулярны.*

Решение. Построение естественно начать с медиан.

Пример 12. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить треугольник, у которого две медианы взаимно перпендикулярны.

Решение. Построение естественно начать с медиан.

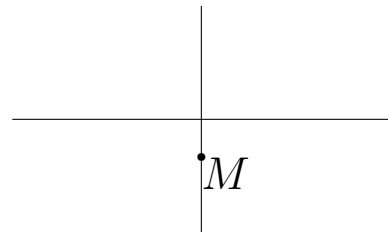
Поэтому особый интерес вызывает общая точка стороны и медианы.



Пример 12. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить треугольник, у которого две медианы взаимно перпендикулярны.

Решение. Построение естественно начать с медиан.

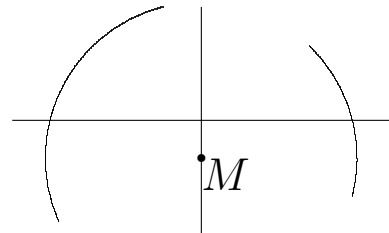
Поэтому особый интерес вызывает общая точка стороны и медианы.



Пример 12. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить треугольник, у которого две медианы взаимно перпендикулярны.

Решение. Построение естественно начать с медиан.

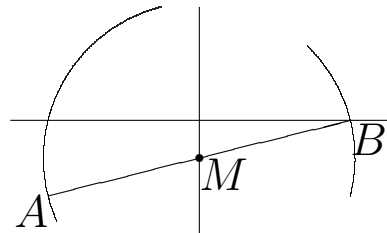
Поэтому особый интерес вызывает общая точка стороны и медианы.



Пример 12. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить треугольник, у которого две медианы взаимно перпендикулярны.

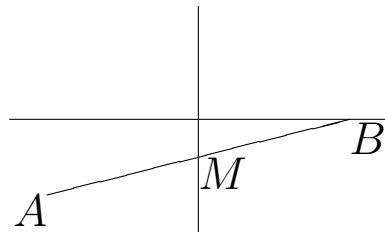
Решение. Построение естественно начать с медиан.

Поэтому особый интерес вызывает общая точка стороны и медианы.



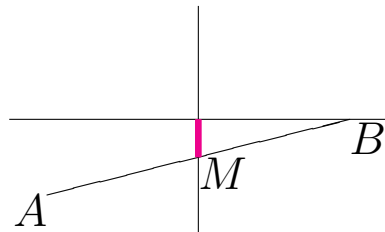
Пример 12. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить треугольник, у которого две медианы взаимно перпендикулярны.

Решение. Итак, построили одну из сторон треугольника.



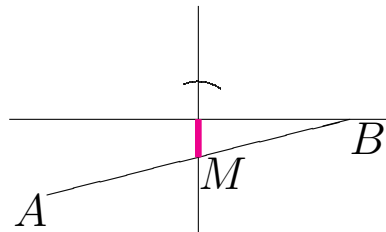
Пример 12. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить треугольник, у которого две медианы взаимно перпендикулярны.

Решение. Воспользуемся свойством точки пересечения медиан: расстояние от точки их пересечения до вершины **два раза** больше, чем до середины соответствующей стороны.



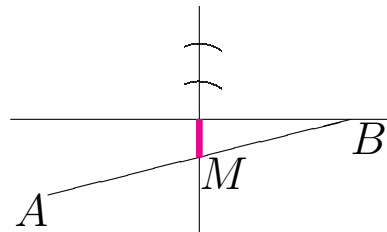
Пример 12. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить треугольник, у которого две медианы взаимно перпендикулярны.

Решение. Воспользуемся свойством точки пересечения медиан: расстояние от точки их пересечения до вершины **два раза** больше, чем до середины соответствующей стороны.



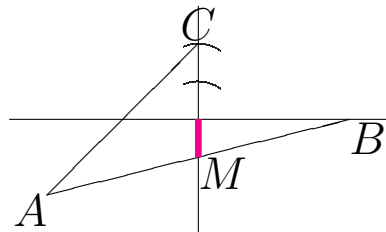
Пример 12. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить треугольник, у которого две медианы взаимно перпендикулярны.

Решение. Воспользуемся свойством точки пересечения медиан: расстояние от точки их пересечения до вершины **два раза** больше, чем до середины соответствующей стороны.



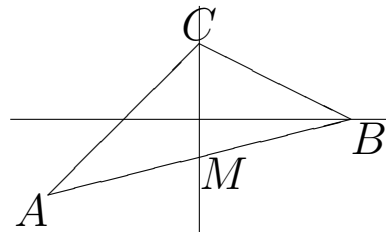
Пример 12. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить треугольник, у которого две медианы взаимно перпендикулярны.

Решение. Воспользуемся свойством точки пересечения медиан: расстояние от точки их пересечения до вершины **два раза** больше, чем до середины соответствующей стороны.



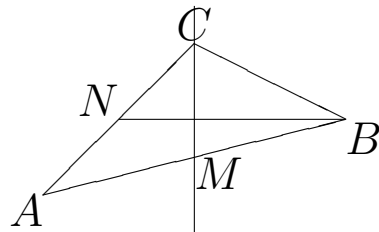
Пример 12. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить треугольник, у которого две медианы взаимно перпендикулярны.

Решение. Построение практически закончено.



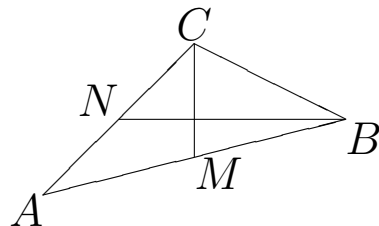
Пример 12. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить треугольник, у которого две медианы взаимно перпендикулярны.

Решение. Построение практически закончено.
Осталось стереть всё лишнее.



Пример 12. Предполагается, что пока на чертеже не выполнено ни одного построения. Надо изобразить треугольник, у которого две медианы взаимно перпендикулярны.

Решение. Построение практически закончено.
Осталось стереть всё лишнее.



[Вернёмся к лекции](#) или решим задачи для самостоятельного решения?

Задача II.1. (Ответ приведен на стр.844.) Построить чертёж, в котором окружность вписана в сегмент круга.

Вернёмся к лекции или решим следующую задачу?

Задача II.2. (Ответ приведен на стр.855.) Построить чертёж, в котором окружность вписана в сектор круга.

[Вернёмся к лекции?](#)

Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

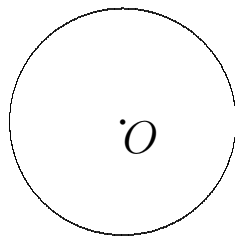
Решение.

Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

Решение. Построение чертежа **начнём...**

Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

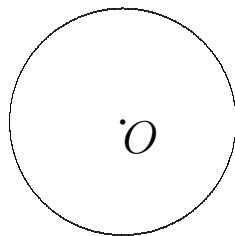
Решение. Построение чертежа **начнём** с построения окружности.



Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

Решение. Построение чертежа **начнём** с построения окружности.

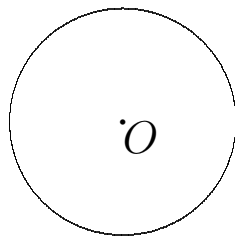
Теперь естественно построить...



Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

Решение. Построение чертежа **начнём** с построения окружности.

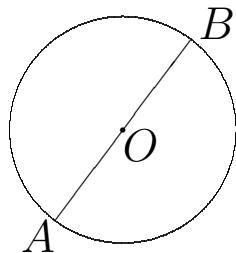
Теперь естественно построить сторону треугольника, являющуюся диаметром.



Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

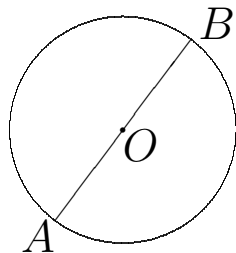
Решение. Построение чертежа **начнём** с построения окружности.

Теперь естественно построить сторону треугольника, являющуюся диаметром.



Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

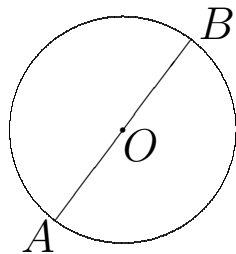
Решение. Теперь пора изобразить боковую сторону: проведём отрезок до окружности, и «удвоим» полученный отрезок.



Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

Решение. Теперь пора изобразить боковую сторону: проведём отрезок до окружности, и «удвоим» полученный отрезок.

Точное направление этой стороны пока неизвестно, следовательно, сейчас нет нужды в высокой точности построений.

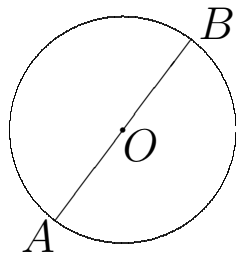


Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

Решение. Теперь пора изобразить боковую сторону: проведём отрезок до окружности, и «удвоим» полученный отрезок.

Точное направление этой стороны пока неизвестно, следовательно, сейчас нет нужды в высокой точности построений.

Поэтому выполним построение «на глаз».

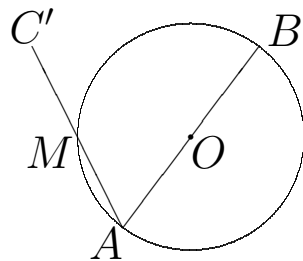


Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

Решение. Теперь пора изобразить боковую сторону: проведём отрезок до окружности, и «удвоим» полученный отрезок.

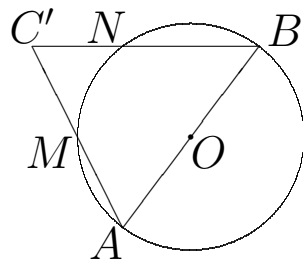
Точное направление этой стороны пока неизвестно, следовательно, сейчас нет нужды в высокой точности построений.

Поэтому выполним построение «на глаз».



Пример 13. Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.

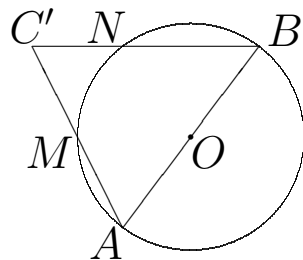
Решение. Завершим построение.



Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

Решение. Завершим построение.

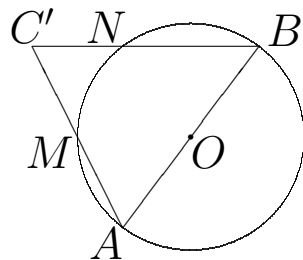
Словосочетания «делит сторону пополам», «середина стороны» и т.п., должны вызывать желание **провести...**



Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

Решение. Завершим построение.

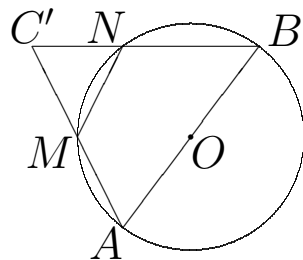
Словосочетания «делит сторону пополам», «середина стороны» и т.п., должны вызывать желание **провести** средние линии.



Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

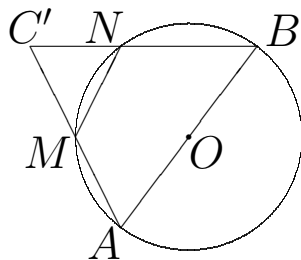
Решение. Завершим построение.

Словосочетания «делит сторону пополам», «середина стороны» и т.п., должны вызывать желание **провести** средние линии.



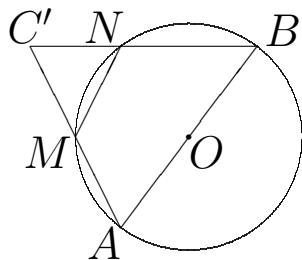
Пример 13. Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.

Решение. Очевидно, что чертёж «кривоват»: средняя линия у нас не параллельна основанию.



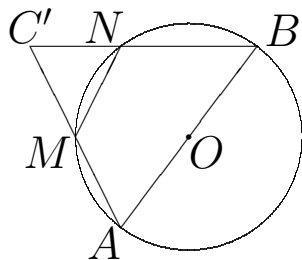
Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

Решение. Очевидно, что чертёж «кривоват»: средняя линия у нас не параллельна основанию. Можно получить верное решение и с помощью этого чертежа, но мы сейчас предварительно откорректируем чертёж.



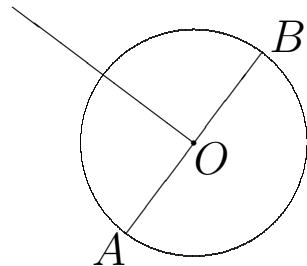
Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

Решение. Очевидно, что чертёж «кривоват»: средняя линия у нас не параллельна основанию. Интуитивно очевидно, что вершина C расположена симметрично относительно A и B .



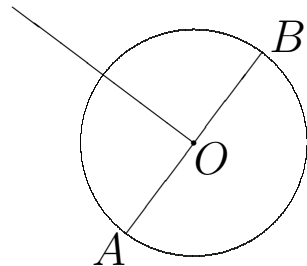
Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

Решение. Очевидно, что чертёж «кривоват»: средняя линия у нас не параллельна основанию. Интуитивно очевидно, что вершина C расположена симметрично относительно A и B .



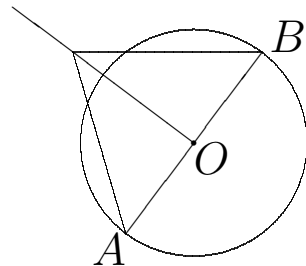
Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

Решение. Очевидно, что чертёж «кривоват»: средняя линия у нас не параллельна основанию. Интуитивно очевидно, что вершина C расположена симметрично относительно A и B . Попробуем провести боковые стороны...



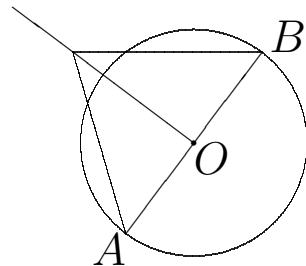
Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

Решение. Очевидно, что чертёж «кривоват»: средняя линия у нас не параллельна основанию. Интуитивно очевидно, что вершина C расположена симметрично относительно A и B . Попробуем провести боковые стороны...



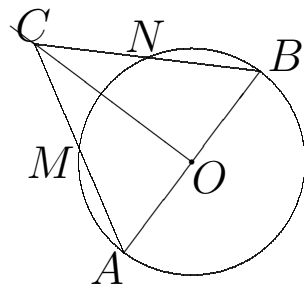
Пример 13. *Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.*

Решение. Очевидно, что чертёж «кривоват»: средняя линия у нас не параллельна основанию. Интуитивно очевидно, что вершина C расположена симметрично относительно A и B . Подправим построение.



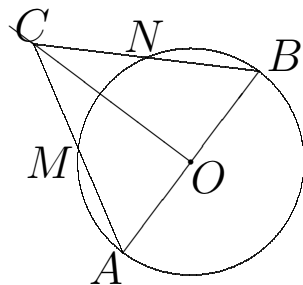
Пример 13. Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.

Решение. Очевидно, что чертёж «кривоват»: средняя линия у нас не параллельна основанию. Интуитивно очевидно, что вершина C расположена симметрично относительно A и B . Подправим построение.



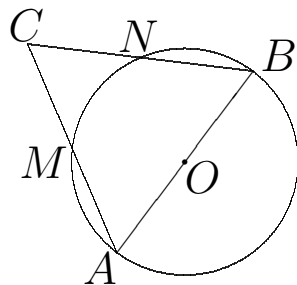
Пример 13. Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.

Решение. Очевидно, что чертёж «кривоват»: средняя линия у нас не параллельна основанию. Интуитивно очевидно, что вершина C расположена симметрично относительно A и B . Уберём всё лишнее.



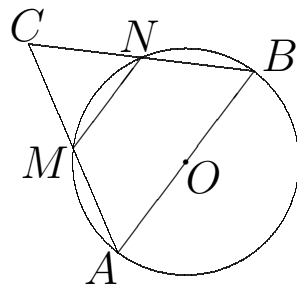
Пример 13. Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.

Решение. Очевидно, что чертёж «кривоват»: средняя линия у нас не параллельна основанию. Интуитивно очевидно, что вершина C расположена симметрично относительно A и B . Уберём всё лишнее.



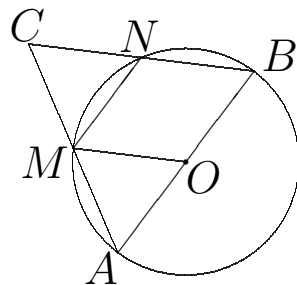
Пример 13. Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.

Решение. Словосочетания «делит сторону пополам», «середина стороны» и т.п., должны вызывать желание **провести** средние линии.



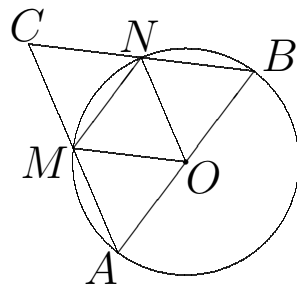
Пример 13. Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.

Решение. Словосочетания «делит сторону пополам», «середина стороны» и т.п., должны вызывать желание **провести** средние линии.



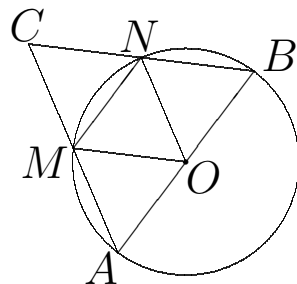
Пример 13. Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.

Решение. Словосочетания «делит сторону пополам», «середина стороны» и т.п., должны вызывать желание **провести** средние линии.



Пример 13. Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.

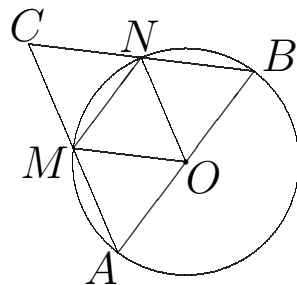
Решение. По **свойству средней линии**



Пример 13. Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.

Решение. По **свойству средней линии**

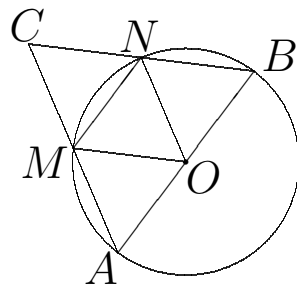
$$\left\{ \begin{array}{l} BC = 2OM = \end{array} \right. \Rightarrow$$



Пример 13. Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.

Решение. По **свойству средней линии**

$$\left\{ \begin{array}{l} BC = 2OM = 2R, \end{array} \right. \Rightarrow$$

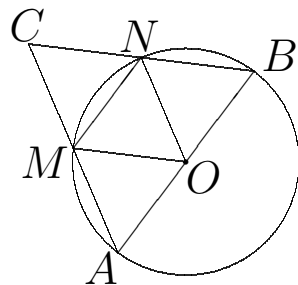


Пример 13. Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.

Решение. По **свойству средней линии**

$$\begin{cases} BC = 2OM = 2R, \\ AC = 2ON = 2R, \\ AB = 2R \end{cases} \Rightarrow AC = BC = AB,$$

т.е. $\triangle ABC$ равнобедренный.



Пример 13. Окружность, диаметром которой является основание треугольника, делит его боковые стороны пополам. Найдите угол при вершине треугольника.

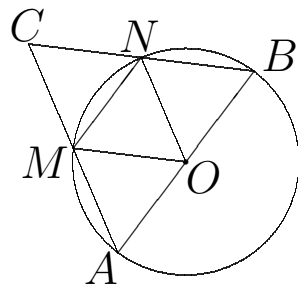
Решение. По **свойству средней линии**

$$\begin{cases} BC = 2OM = 2R, \\ AC = 2ON = 2R, \\ AB = 2R \end{cases} \Rightarrow AC = BC = AB,$$

т.е. $\triangle ABC$ равнобедренный.

$$\text{Значит, } \angle C = 60^\circ = \frac{\pi}{3}.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**



Пример 14. *В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.*

Решение.

Пример 14. *В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.*

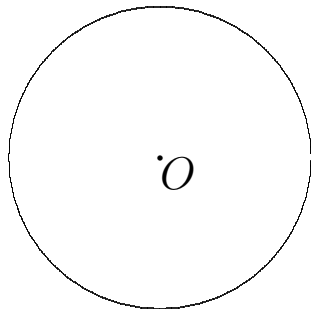
Решение. Построение чертежа **начнём** с изображения...

Пример 14. *В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.*

Решение. Построение чертежа **начнём** с изображения окружности.

Пример 14. *В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.*

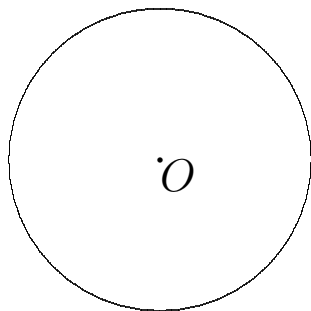
Решение. Построение чертежа **начнём** с изображения окружности.



Пример 14. *В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.*

Решение. Построение чертежа **начнём** с изображения окружности.

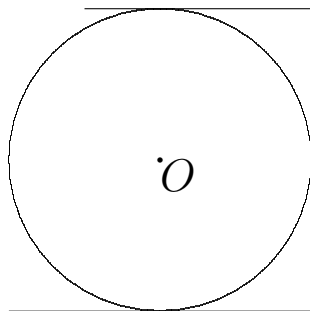
Построение трапеции начнём с построения параллельных оснований.



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Построение чертежа **начнём** с изображения окружности.

Построение трапеции начнём с построения параллельных оснований.

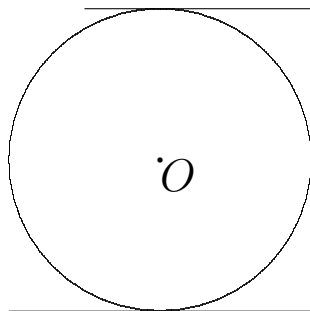


Пример 14. *В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.*

Решение. Построение чертежа **начнём** с изображения окружности.

Построение трапеции начнём с построения параллельных оснований.

Нет необходимости строить вторую боковую сторону, поэтому построим только левую сторону.

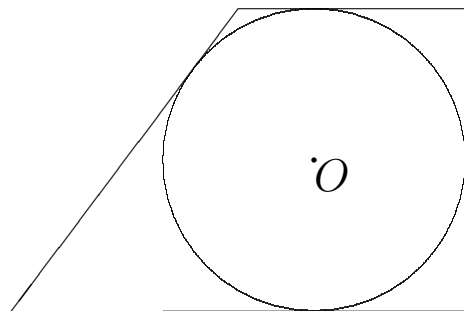


Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Построение чертежа **начнём** с изображения окружности.

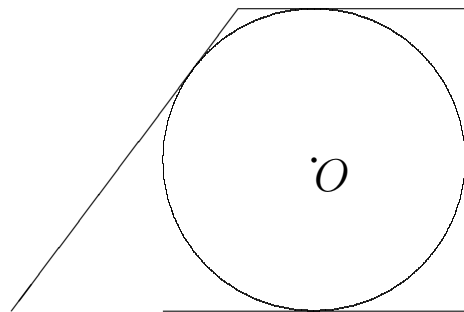
Построение трапеции начнём с построения параллельных оснований.

Нет необходимости строить вторую боковую сторону, поэтому построим только левую сторону.



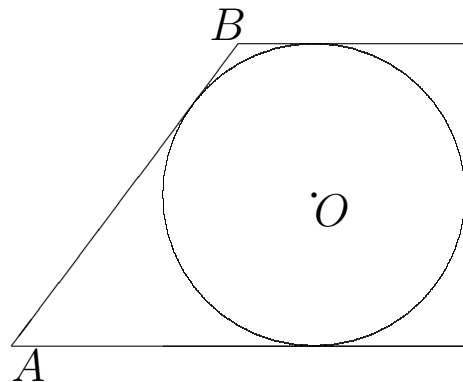
Пример 14. *В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.*

Решение. Нижнее основание оказалось коротковато. Не проблема...



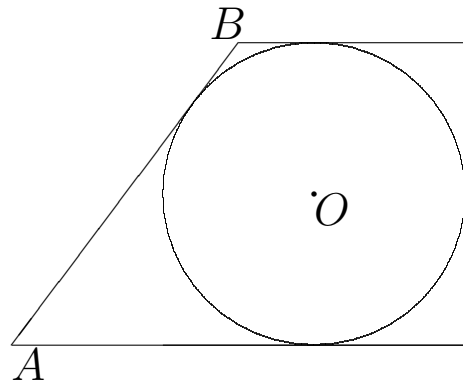
Пример 14. *В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.*

Решение. Нижнее основание оказалось коротковато. Не проблема...



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

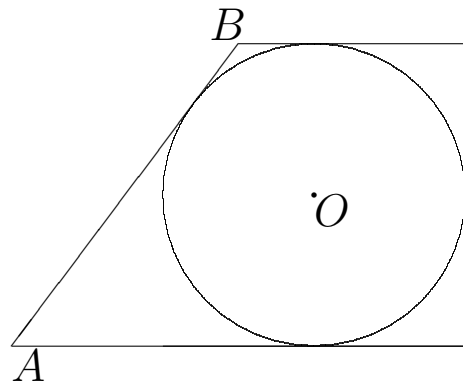
Решение. Выполним **рекомендуемые дополнительные построения.**



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Выполним **рекомендуемые дополнительные построения.**

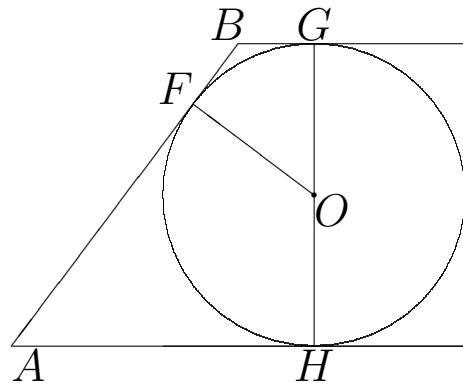
Надо найти радиус.



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Выполним **рекомендуемые дополнительные построения.**

Надо найти радиус.

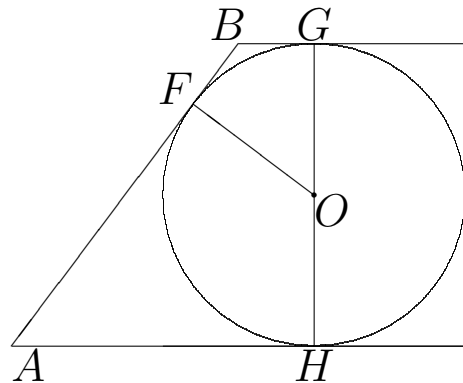


Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Выполним **рекомендуемые дополнительные построения.**

Надо найти радиус.

Что плохо в чертеже?



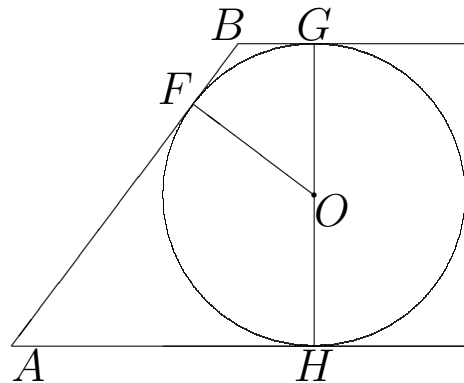
Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Выполним **рекомендуемые дополнительные построения**.

Надо найти радиус.

Что плохо в чертеже?

Радиус является «красным», но «отрезок и угол бесполезны без треугольника».



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

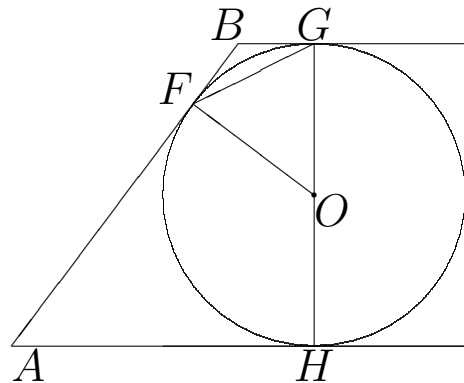
Решение. Выполним **рекомендуемые дополнительные построения**.

Надо найти радиус.

Что плохо в чертеже?

Радиус является «красным», но «отрезок и угол бесполезны без треугольника».

Не очень удачно...



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

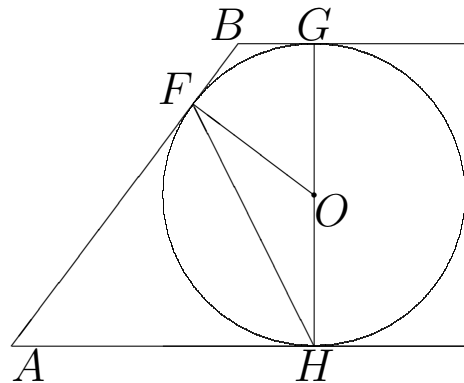
Решение. Выполним **рекомендуемые дополнительные построения**.

Надо найти радиус.

Что плохо в чертеже?

Радиус является «красным», но «отрезок и угол бесполезны без треугольника».

Тоже не очень удачно...



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

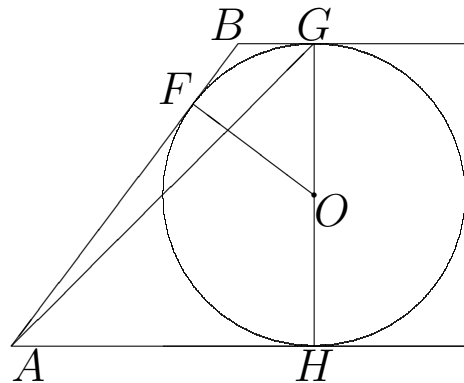
Решение. Выполним **рекомендуемые дополнительные построения**.

Надо найти радиус.

Что плохо в чертеже?

Радиус является «красным», но «отрезок и угол бесполезны без треугольника».

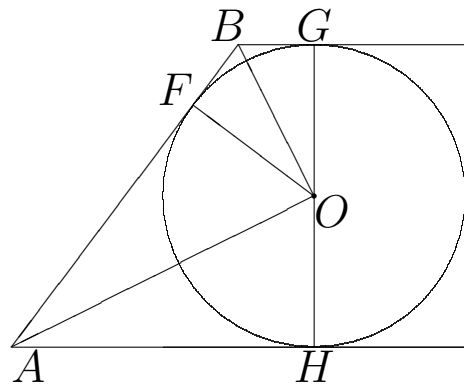
Тоже не очень удачно...



Решение. Выполним **рекомендуемые дополнительные построения.**

Что плохо в чертеже?

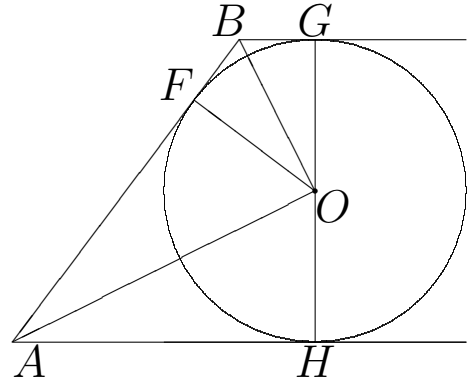
Радиус является «красным», но «отрезок и угол бесполезны без треугольника».



Вот теперь, кажется, удастся получить уравнения.

Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

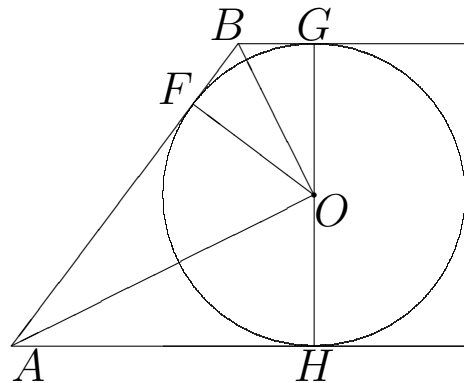
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?



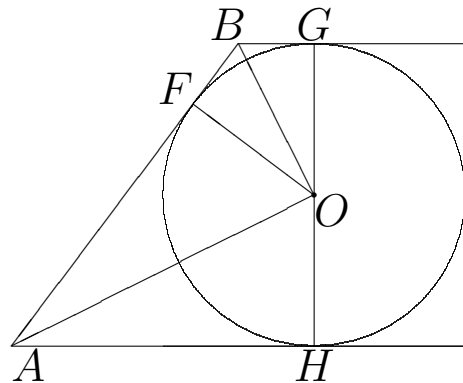
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Радиус окружности.

В каком виде представим ответ?



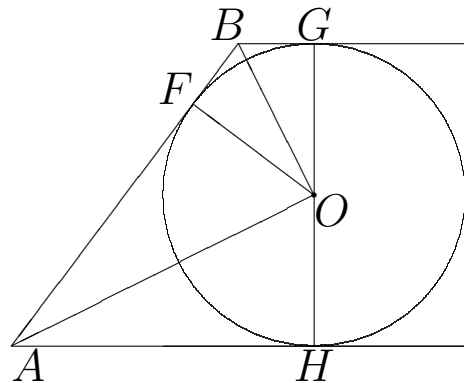
Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Радиус окружности.

В каком виде представим ответ?

В виде алгебраического выражения от a, b .



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

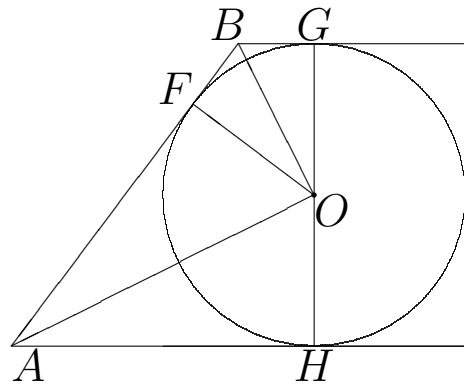
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Радиус окружности.

В каком виде представим ответ?

В виде алгебраического выражения от a, b .

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

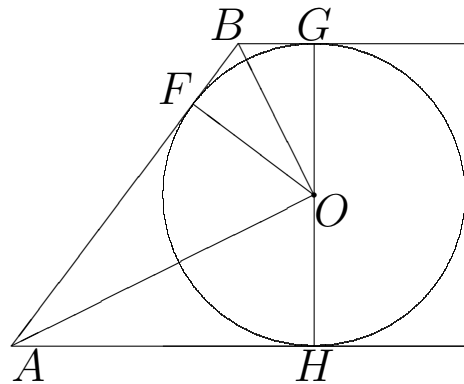
Что надо найти? Радиус окружности.

В каком виде представим ответ?

В виде алгебраического выражения от a, b .

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Как обычно, в первую очередь обозначим буквой искомую величину.



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Радиус окружности.

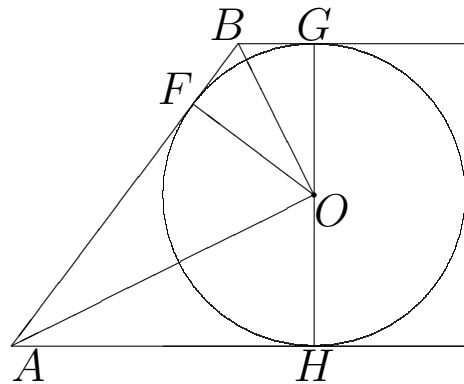
В каком виде представим ответ?

В виде алгебраического выражения от a, b .

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Как обычно, в первую очередь обозначим буквой искомую величину.

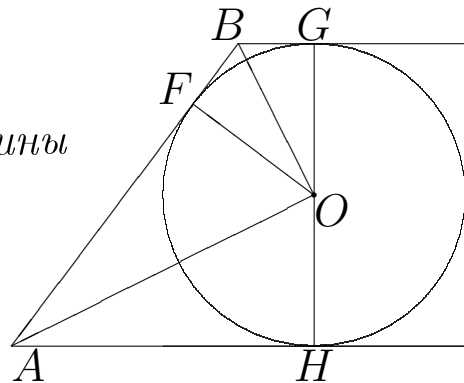
Обозначим искомый радиус буквой r .



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**. $OH = OF = OG = r$.

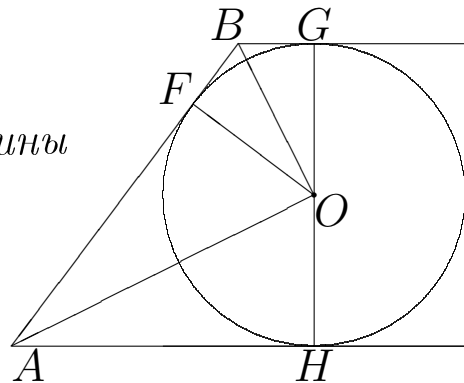
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**. $OH = OF = OG = r$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

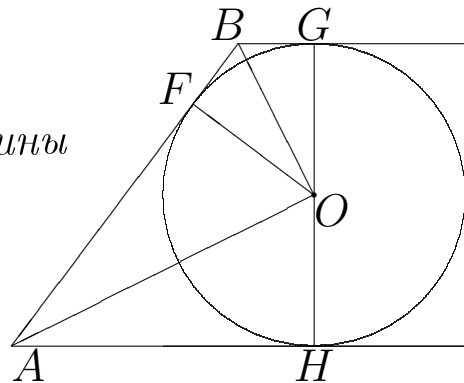


Нетрудно доказать, что $\triangle HOA = \triangle FOA$ и $\triangle GOB = \triangle FOB$.

Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**. $OH = OF = OG = r$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?



Нетрудно доказать, что $\triangle HOA = \triangle FOA$ и $\triangle GOB = \triangle FOB$.

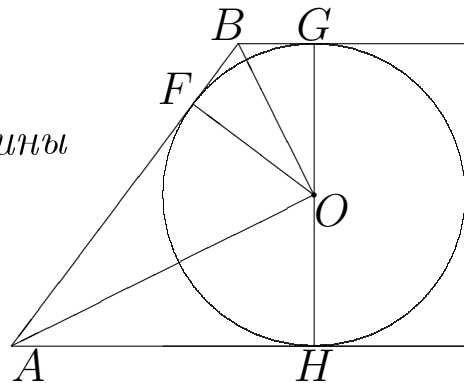
Поэтому $\angle HOA = \angle FOA$ и $\angle GOB = \angle FOB$.

Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**. $OH = OF = OG = r$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\angle BOA = \frac{1}{2} (\angle GOF + \angle HOF) =$$



Нетрудно доказать, что $\triangle HOA = \triangle FOA$ и $\triangle GOB = \triangle FOB$.

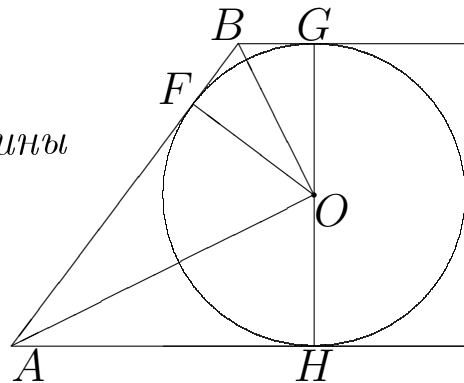
Поэтому $\angle HOA = \angle FOA$ и $\angle GOB = \angle FOB$.

Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**. $OH = OF = OG = r$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\angle BOA = \frac{1}{2}(\angle GOF + \angle HOF) = \frac{\pi}{2}.$$



Нетрудно доказать, что $\triangle HOA = \triangle FOA$ и $\triangle GOB = \triangle FOB$.

Поэтому $\angle HOA = \angle FOA$ и $\angle GOB = \angle FOB$.

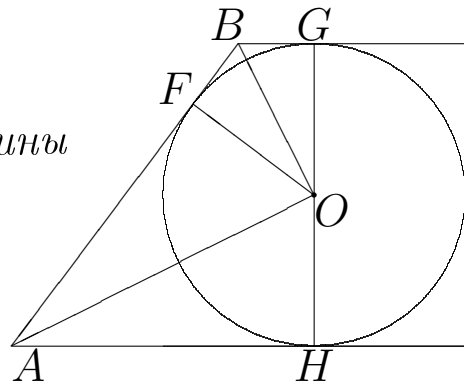
Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**. $OH = OF = OG = r$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\angle BOA = \frac{1}{2} (\angle GOF + \angle HOF) = \frac{\pi}{2}.$$

Таким образом, $\triangle AOB$ — прямоугольный!



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

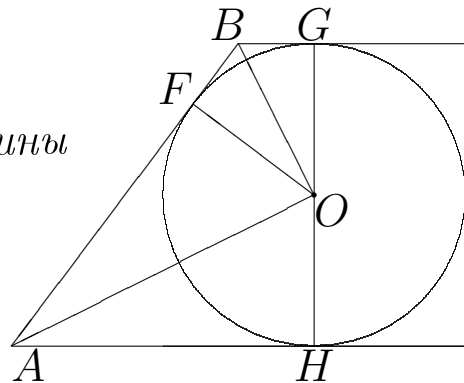
Решение. Применим **стратегию составления уравнений**. $OH = OF = OG = r$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\angle BOA = \frac{1}{2}(\angle GOF + \angle HOF) = \frac{\pi}{2}.$$

Таким образом, $\triangle AOB$ — прямоугольный!

$\triangle OFB \sim \triangle AFO$, откуда

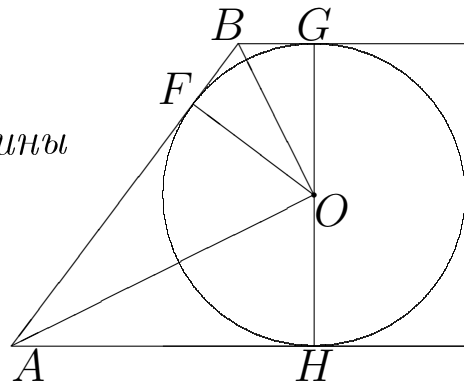


Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**. $OH = OF = OG = r$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\angle BOA = \frac{1}{2} (\angle GOF + \angle HOF) = \frac{\pi}{2}.$$



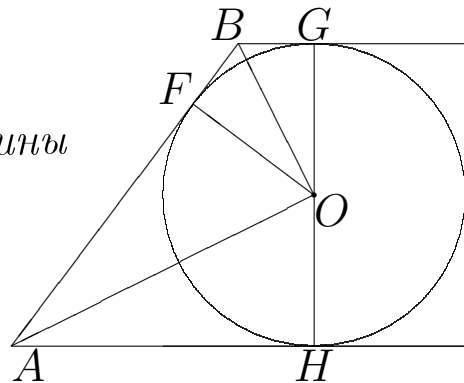
Таким образом, $\triangle AOB$ — прямоугольный!
 $\triangle OFB \sim \triangle AFO$, откуда $\frac{AF}{FO} = \frac{OF}{FB}$, т.е.

Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**. $OH = OF = OG = r$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\angle BOA = \frac{1}{2}(\angle GOF + \angle HOF) = \frac{\pi}{2}.$$



Таким образом, $\triangle AOB$ — прямоугольный!

$$\triangle OFB \sim \triangle AFO, \text{ откуда } \frac{AF}{FO} = \frac{OF}{FB}, \text{ т.е. } \frac{a}{r} = \frac{r}{b}.$$

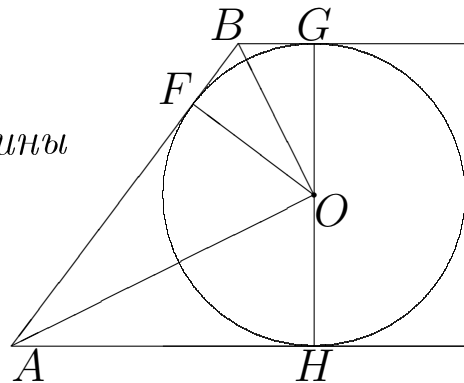
Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**. $OH = OF = OG = r$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\frac{a}{r} = \frac{r}{b}.$$

Поэтому $r^2 = ab$.



Пример 14. В трапецию вписана окружность. Точка касания делит одну из боковых сторон на отрезки длиной a и b . Найдите радиус вписанной окружности.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений**. $OH = OF = OG = r$.

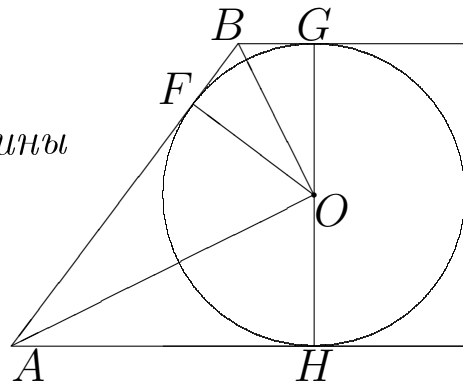
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

$$\frac{a}{r} = \frac{r}{b}.$$

Поэтому $r^2 = ab$.

Ответ: $r = \sqrt{ab}$.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**



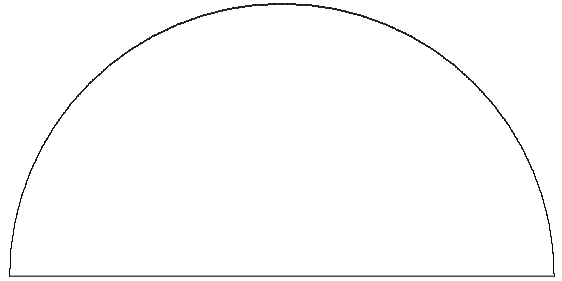
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.

Решение.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.

Решение. Сначала построим чертёж.

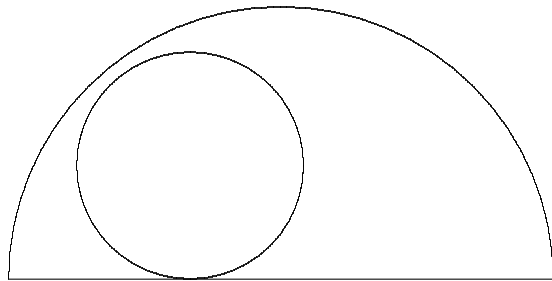
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Сначала построим чертёж.

Если мы начнём с полукруга, появятся проблемы с изображением вписанных окружностей.

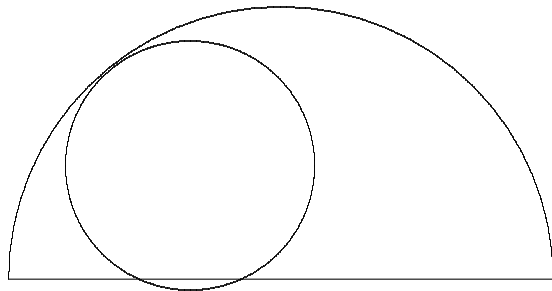
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Сначала построим чертёж.

Если мы начнём с полукруга, появятся проблемы с изображением вписанных окружностей.

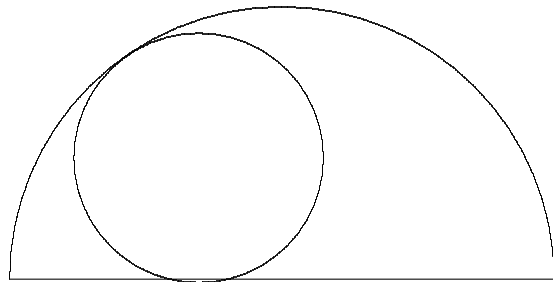
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Сначала построим чертёж.

Если мы начнём с полукруга, появятся проблемы с изображением вписанных окружностей.

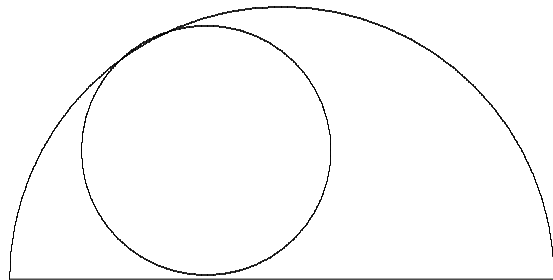
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Сначала построим чертёж.

Если мы начнём с полукруга, появятся проблемы с изображением вписанных окружностей.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Сначала построим чертёж.

Если мы начнём с полукруга, появятся проблемы с изображением вписанных окружностей.

Ведь потом ещё одну окружность рядом вписывать...

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.

Решение. Сначала построим чертёж.

Лучше начать с одной из вписанных окружностей.

Пример 15. *В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.*

Решение. Сначала построим чертёж.

Лучше начать с одной из вписанных окружностей.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.

Решение. Сначала построим чертёж.

Лучше начать с одной из вписанных окружностей.

Изобразим диаметр полукруга и выберем на нём точку — центр полукруга.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.

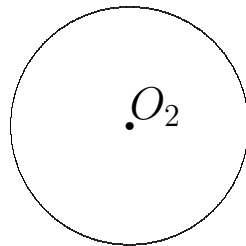
O_2

Решение. Сначала построим чертёж.

Лучше начать с одной из вписанных окружностей.

Изобразим диаметр полукруга и выберем на нём точку — центр полукруга.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.

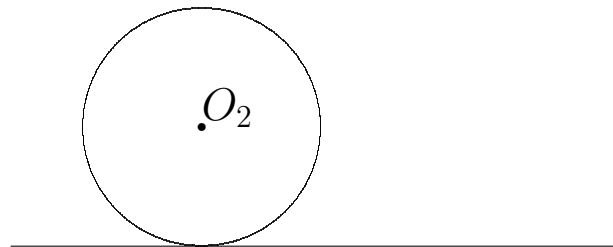


Решение. Сначала построим чертёж.

Лучше начать с одной из вписанных окружностей.

Изобразим диаметр полукруга и выберем на нём точку — центр полукруга.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.

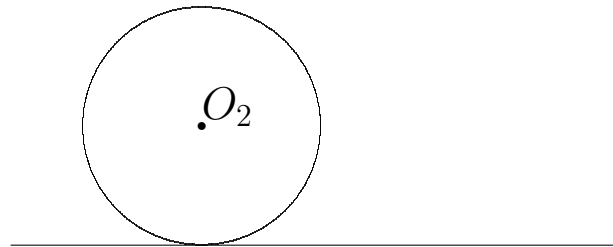


Решение. Сначала построим чертёж.

Лучше начать с одной из вписанных окружностей.

Изобразим диаметр полукруга и выберем на нём точку — центр полукруга.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



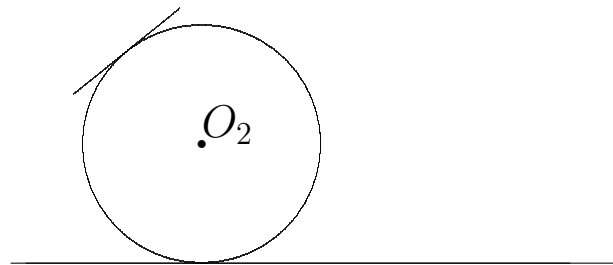
Решение. Сначала построим чертёж.

Лучше начать с одной из вписанных окружностей.

Изобразим диаметр полукруга и выберем на нём точку — центр полукруга.

Окружность и полукруг *касаются*, значит, у них общая касательная.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



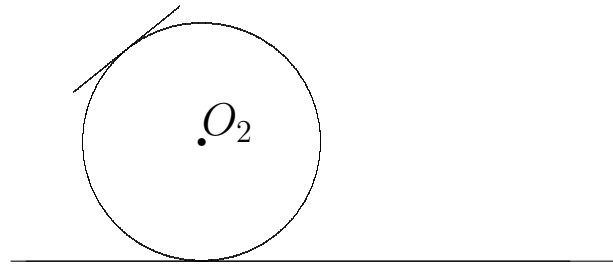
Решение. Сначала построим чертёж.

Лучше начать с одной из вписанных окружностей.

Изобразим диаметр полукруга и выберем на нём точку — центр полукруга.

Окружность и полукруг *касаются*, значит, у них общая касательная.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Сначала построим чертёж.

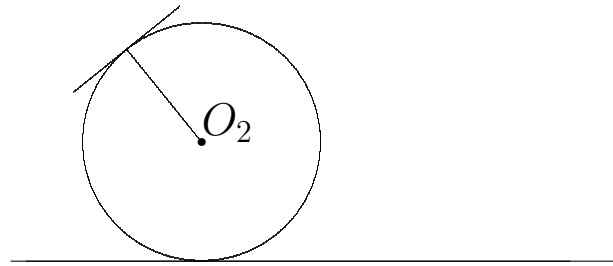
Лучше начать с одной из вписанных окружностей.

Изобразим диаметр полукруга и выберем на нём точку — центр полукруга.

Окружность и полукруг *касаются*, значит, у них общая касательная.

В точке касания по отношению к этой касательной перпендикулярны и радиус полукруга, и радиус окружности.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Сначала построим чертёж.

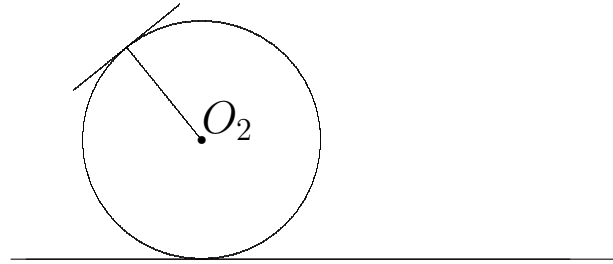
Лучше начать с одной из вписанных окружностей.

Изобразим диаметр полукруга и выберем на нём точку — центр полукруга.

Окружность и полукруг *касаются*, значит, у них общая касательная.

В точке касания по отношению к этой касательной перпендикулярны и радиус полукруга, и радиус окружности.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Сначала построим чертёж.

Лучше начать с одной из вписанных окружностей.

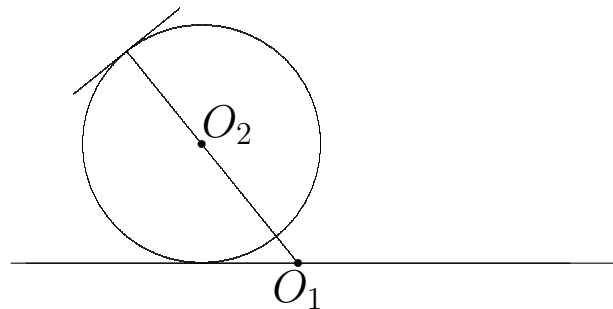
Изобразим диаметр полукруга и выберем на нём точку — центр полукруга.

Окружность и полукруг *касаются*, значит, у них общая касательная.

В точке касания по отношению к этой касательной перпендикулярны и радиус полукруга, и радиус окружности.

Значит, эти радиусы лежат на одной прямой.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Сначала построим чертёж.

Лучше начать с одной из вписанных окружностей.

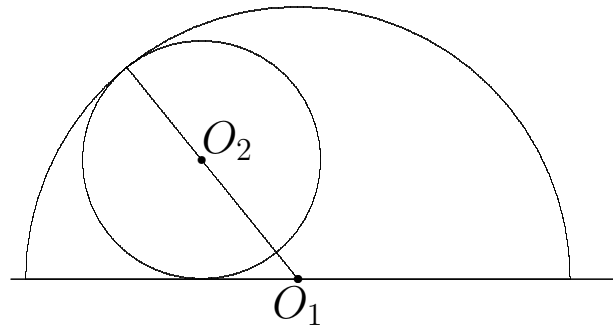
Изобразим диаметр полукруга и выберем на нём точку — центр полукруга.

Окружность и полукруг *касаются*, значит, у них общая касательная.

В точке касания по отношению к этой касательной перпендикулярны и радиус полукруга, и радиус окружности.

Значит, эти радиусы лежат на одной прямой.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Сначала построим чертёж.

Лучше начать с одной из вписанных окружностей.

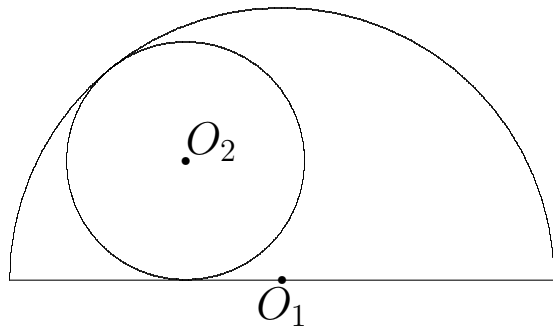
Изобразим диаметр полукруга и выберем на нём точку — центр полукруга.

Окружность и полукруг *касаются*, значит, у них общая касательная.

В точке касания по отношению к этой касательной перпендикулярны и радиус полукруга, и радиус окружности.

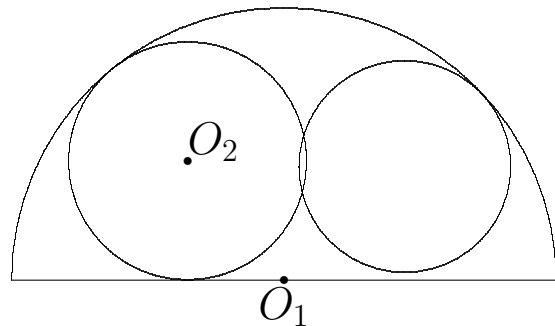
Значит, эти радиусы лежат на одной прямой.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



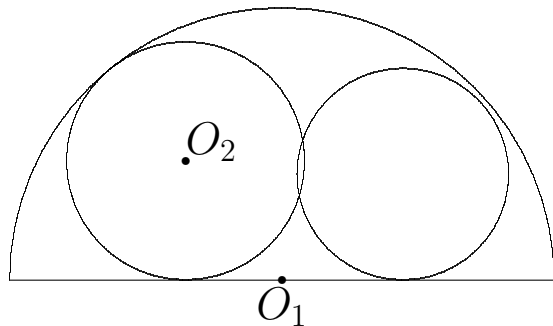
Решение. Сначала построим чертёж.
Теперь надо как следует прицелиться...

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



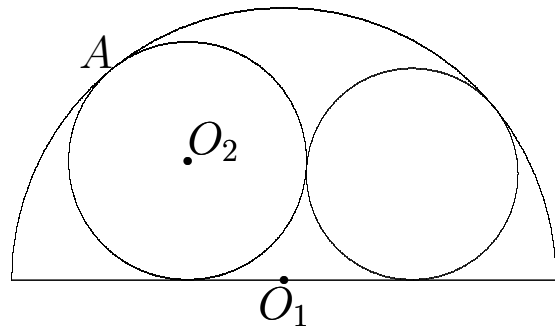
Решение. Сначала построим чертёж.
Теперь надо как следует прицелиться...

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



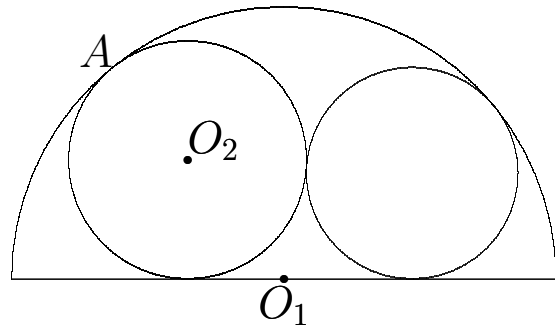
Решение. Сначала построим чертёж.
Теперь надо как следует прицелиться...

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



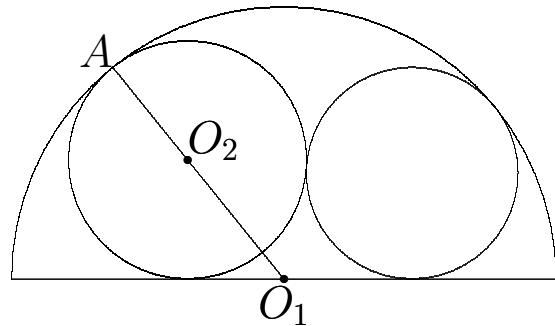
Решение. Сначала построим чертёж.
Теперь надо как следует прицелиться...

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



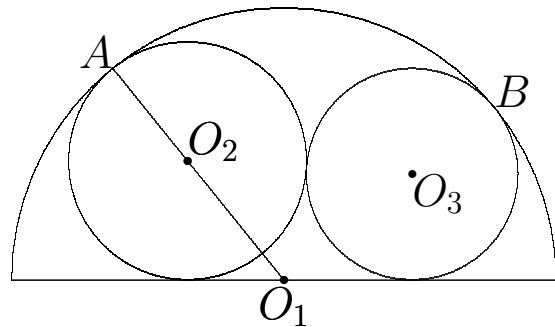
Решение. В соответствии с рекомендациями проведем радиусы в точки пересечения окружностей...

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



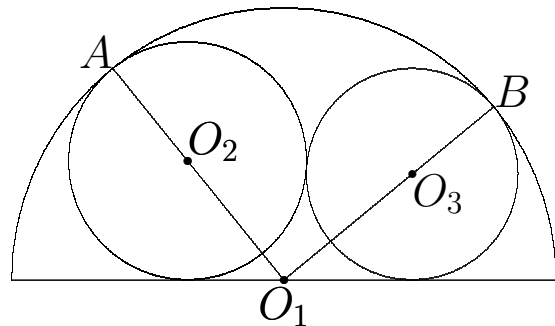
Решение. В соответствии с рекомендациями проведем радиусы в точки пересечения окружностей...

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



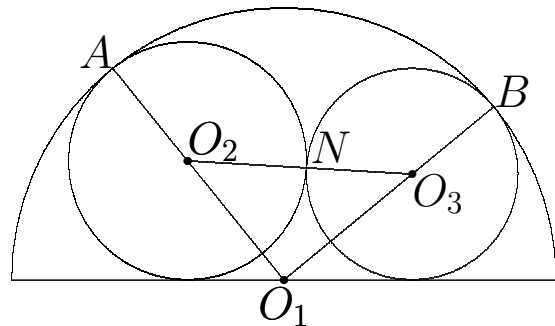
Решение. В соответствии с рекомендациями проведем радиусы в точки пересечения окружностей...

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



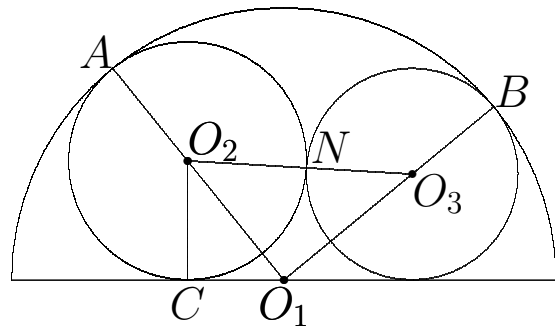
Решение. В соответствии с рекомендациями проведем радиусы в точки пересечения окружностей...

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



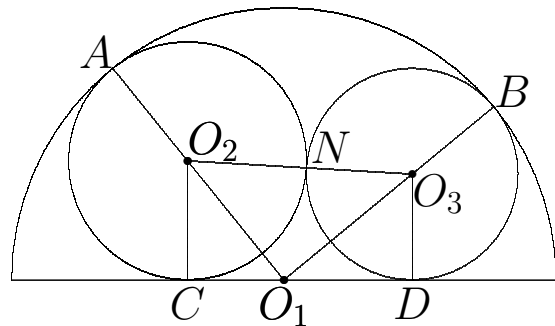
Решение. В соответствии с рекомендациями проведем радиусы в точки пересечения окружностей...

Пример 15. В полукруг радиуса $1\frac{1}{4}$ вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. В соответствии с рекомендациями проведем радиусы в точки пересечения окружностей точек пересечения окружностей и прямых.

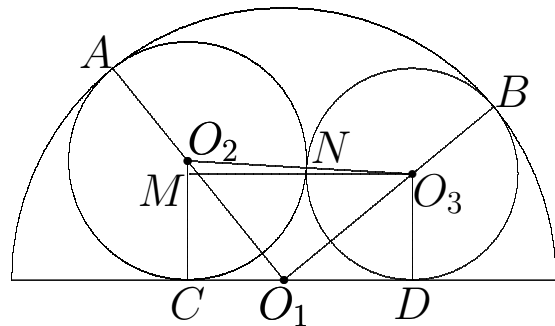
Пример 15. В полукруг радиуса $1\frac{1}{4}$ вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. В соответствии с рекомендациями проведем радиусы в точки пересечения окружностей точек пересечения окружностей и прямых.

Отрезок $O_2O_1 = O_2N + O_1N$ можно считать «красным», но он не входит в треугольники...

Пример 15. В полукруг радиуса $1\frac{1}{4}$ вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.

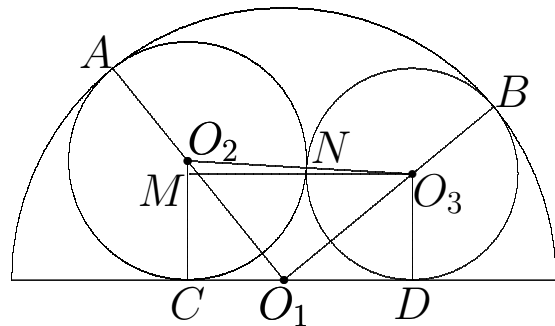


Решение. В соответствии с рекомендациями проведем радиусы в точки пересечения окружностей точек пересечения окружностей и прямых.

Отрезок $O_2O_1 = O_2N + O_1N$ можно считать «красным», но он не входит в треугольники...

Вспользуемся «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир».

Пример 15. В полукруг радиуса $1\frac{1}{4}$ вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.

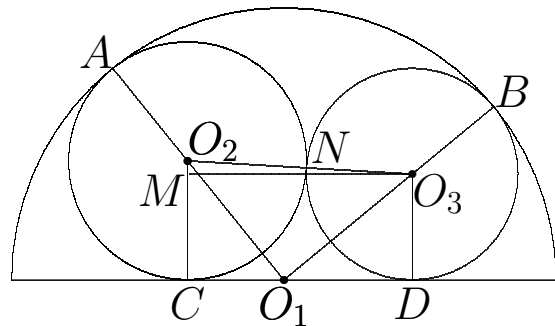


Решение. В соответствии с рекомендациями проведем радиусы в точки пересечения окружностей точек пересечения окружностей и прямых.

Отрезок $O_2O_1 = O_2N + O_1N$ можно считать «красным», но он не входит в треугольники...

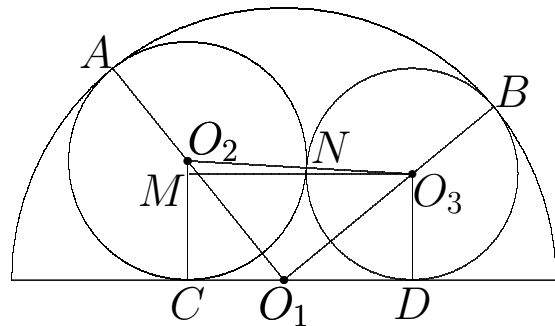
Вспользуемся «параллельно-перпендикулярным взглядом на мир».

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Теперь чертёж позволяет применить **стратегию составления уравнений**.

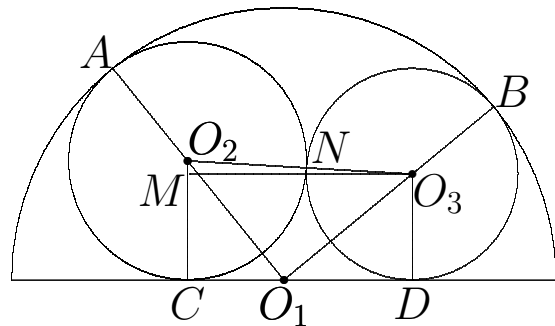
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Теперь чертёж позволяет применить **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

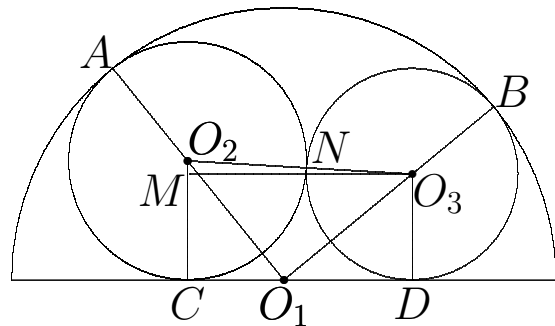
Пример 15. В полукруг радиуса $1\frac{1}{4}$ вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Теперь чертёж позволяет применить **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Длины радиусов.

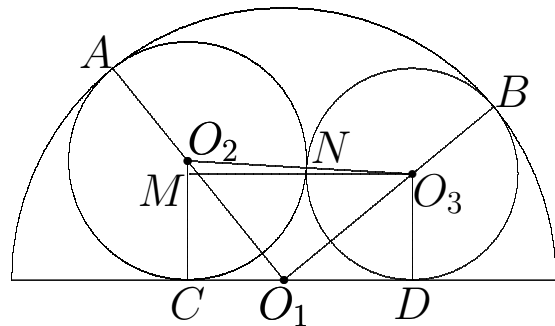
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Теперь чертёж позволяет применить **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Длины радиусов.
В каком виде представим ответ?

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



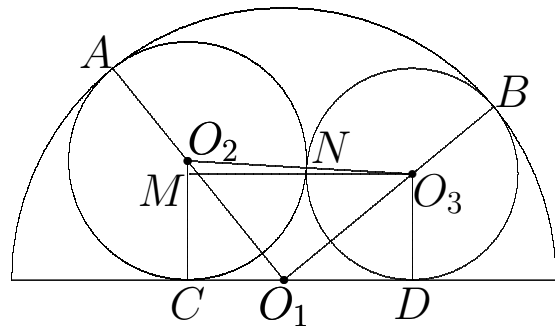
Решение. Теперь чертёж позволяет применить **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Длины радиусов.

В каком виде представим ответ?

Арифметическим выражением.

Пример 15. В полукруг радиуса $14\frac{1}{2}$ вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Теперь чертёж позволяет применить **стратегию составления уравнений**.

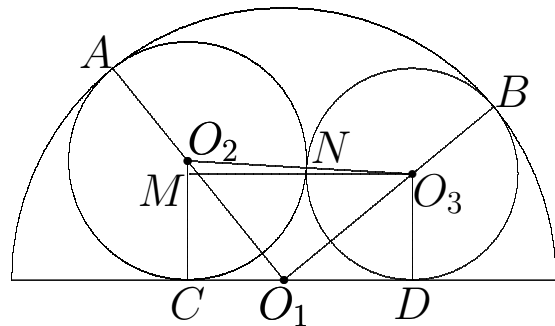
Что надо найти? Длины радиусов.

В каком виде представим ответ?

Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Пример 15. В полукруг радиуса $14\frac{1}{2}$ вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Теперь чертёж позволяет применить **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Длины радиусов.

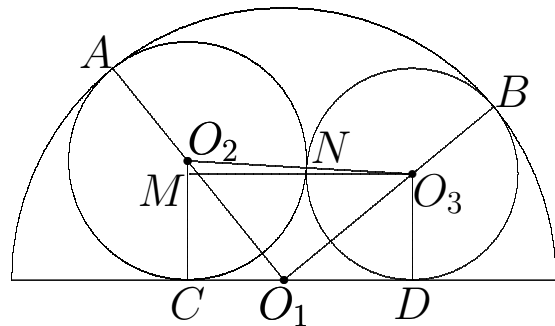
В каком виде представим ответ?

Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Положим $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Теперь чертёж позволяет применить **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Длины радиусов.

В каком виде представим ответ?

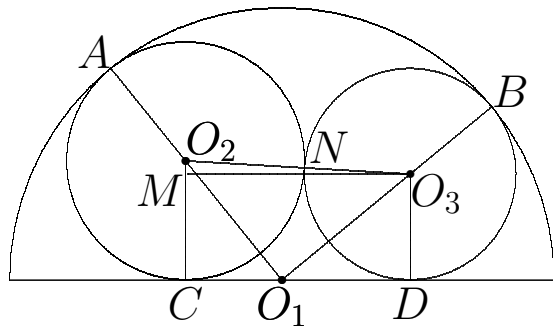
Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Положим $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

Составим уравнение. Что вычислим двумя способами?

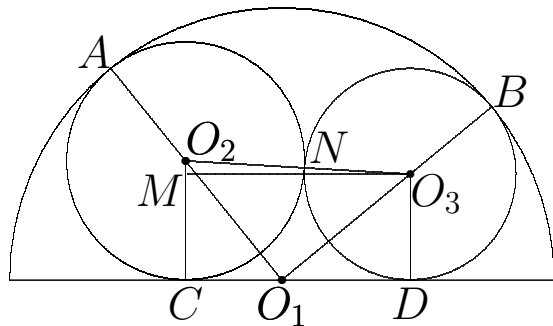
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

Вычислим двумя способами $PQ^2 = MO_3^2$:

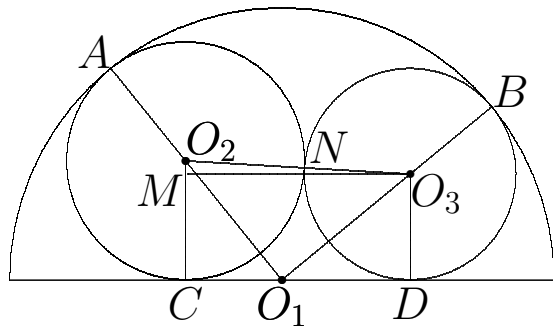
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\begin{cases} b = \frac{9a}{8}, \\ (a+b)^2 - (a-b)^2 \stackrel{PQ^2}{=} \end{cases}$$

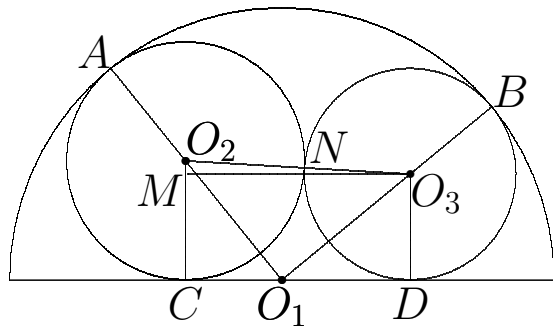
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\begin{cases} b = \frac{9a}{8}, \\ (a+b)^2 - (a-b)^2 \stackrel{PQ^2}{=} \left(\sqrt{(144-b)^2 - b^2} + \sqrt{(144-a)^2 - a^2} \right)^2 \end{cases}$$

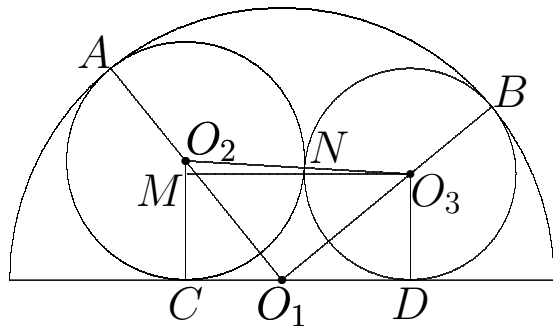
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\begin{cases} b = \frac{9a}{8}, \\ (a+b)^2 - (a-b)^2 = \left(\sqrt{(144-b)^2 - b^2} + \sqrt{(144-a)^2 - a^2} \right)^2 \Rightarrow \\ b = \frac{9a}{8}, \end{cases} \Rightarrow$$

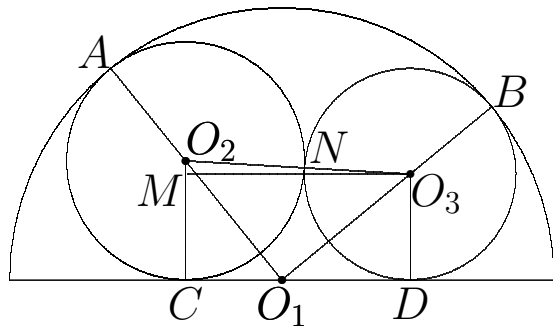
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\begin{cases} b = \frac{9a}{8}, \\ (a+b)^2 - (a-b)^2 = \left(\sqrt{(144-b)^2 - b^2} + \sqrt{(144-a)^2 - a^2} \right)^2 \Rightarrow \\ \begin{cases} b = \frac{9a}{8}, \\ 2ab = \end{cases} \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.

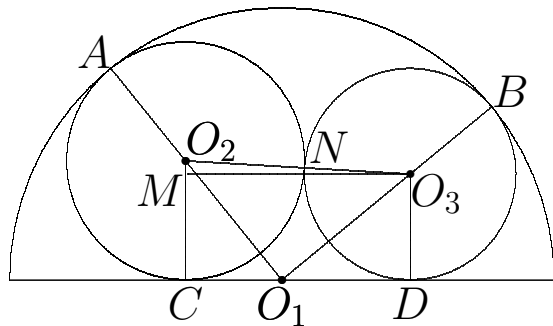


Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\begin{cases} b = \frac{9a}{8}, \\ (a+b)^2 - (a-b)^2 = \left(\sqrt{(144-b)^2 - b^2} + \sqrt{(144-a)^2 - a^2} \right)^2 \Rightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{9a}{8}, \\ 2ab = \left(\sqrt{144^2 - 288b} + \sqrt{144^2 - 288a} \right)^2 \Rightarrow \end{cases}$$

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



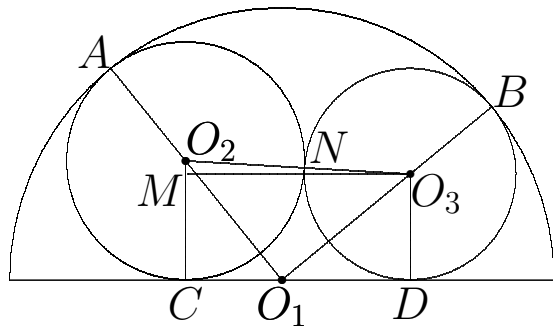
Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\begin{cases} b = \frac{9a}{8}, \\ (a+b)^2 - (a-b)^2 = \left(\sqrt{(144-b)^2 - b^2} + \sqrt{(144-a)^2 - a^2} \right)^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b = \frac{9a}{8}, \\ 4ab = \left(\sqrt{144^2 - 288b} + \sqrt{144^2 - 288a} \right)^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{9a^2}{2} = \left(\sqrt{144^2 - 288b} + \sqrt{144^2 - 288a} \right)^2 \Rightarrow$$

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$, $144 = 9 \cdot 16$.

$$\Rightarrow \frac{9a^2}{2} = \left(\sqrt{144^2 - 288 \cdot \frac{9a}{8}} + \sqrt{144^2 - 288a} \right)^2 \Rightarrow$$

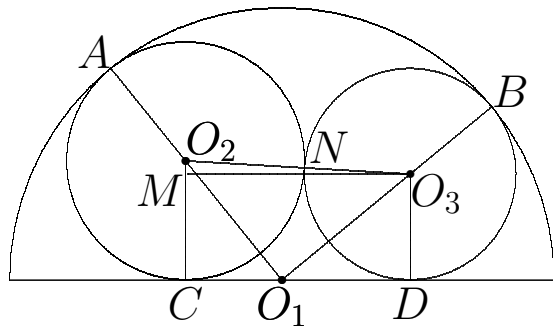
$$\Rightarrow 9a^2 = 2 \left(\sqrt{9^2 \cdot 16^2 - 36 \cdot 9a} + \sqrt{9^2 \cdot 16^2 - 32 \cdot 9a} \right)^2 \Rightarrow 9a^2 =$$

$$= 2 \left(2 \cdot 9^2 \cdot 16^2 - 68 \cdot 9a + 2\sqrt{9^2 \cdot 16^2 - 36 \cdot 9a}\sqrt{9^2 \cdot 16^2 - 32 \cdot 9a} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9a^2 + 17 \cdot 8 \cdot 9a - 4 \cdot 9^2 \cdot 16^2 =$$

$$= 4\sqrt{9^2 \cdot 16^2 - 36 \cdot 9a}\sqrt{9^2 \cdot 16^2 - 32 \cdot 9a} \Rightarrow$$

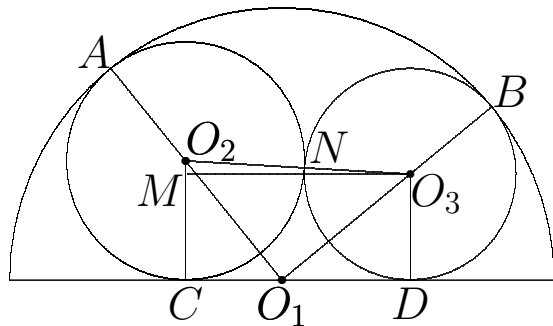
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow 9a^2 + 17 \cdot 8 \cdot 9a - 4 \cdot 9^2 \cdot 16^2 &= \\ = 4\sqrt{9^2 \cdot 16^2 - 36 \cdot 9a}\sqrt{9^2 \cdot 16^2 - 32 \cdot 9a} &\Rightarrow \\ \Rightarrow (9a^2 + 17 \cdot 8 \cdot 9a)^2 - 8 \cdot 9^2 \cdot 16^2 (9a^2 - 17 \cdot 8 \cdot 9a) &= \\ = 16 \cdot 9^3 \cdot 16^2 \cdot 68a + 36 \cdot 32 \cdot 9^2 a^2 &\Rightarrow \end{aligned}$$

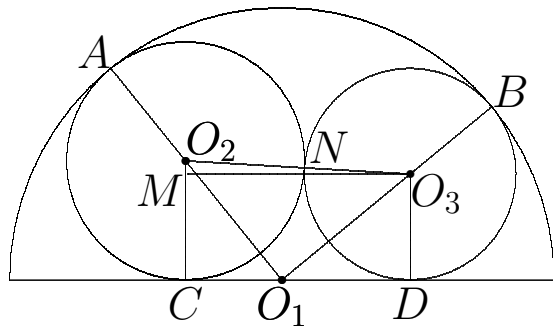
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow 9a^2 + 17 \cdot 8 \cdot 9a - 4 \cdot 9^2 \cdot 16^2 &= \\ = 4\sqrt{9^2 \cdot 16^2 - 36 \cdot 9a}\sqrt{9^2 \cdot 16^2 - 32 \cdot 9a} &\Rightarrow \\ \Rightarrow (9a^2 + 17 \cdot 8 \cdot 9a)^2 - 8 \cdot 9^2 \cdot 16^2 (9a^2 - 17 \cdot 8 \cdot 9a) &= \\ = 16 \cdot 9^3 \cdot 16^2 \cdot 68a + 36 \cdot 32 \cdot 9^2 a^2 &\Rightarrow \\ \Rightarrow 9^2 a^2 (a^2 + 16 \cdot 17a + 17^2 \cdot 8^2 - 8 \cdot 9 \cdot 16^2 - 4 \cdot 36 \cdot 32) &= 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

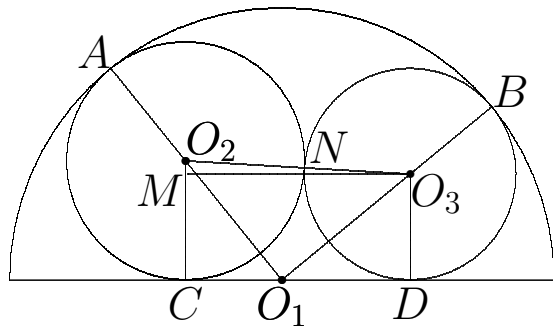
Пример 15. В полукруг радиуса $14\frac{1}{2}$ вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow 9a^2 + 17 \cdot 8 \cdot 9a - 4 \cdot 9^2 \cdot 16^2 &= \\ = 4\sqrt{9^2 \cdot 16^2 - 36 \cdot 9a}\sqrt{9^2 \cdot 16^2 - 32 \cdot 9a} &\Rightarrow \\ \Rightarrow (9a^2 + 17 \cdot 8 \cdot 9a)^2 - 8 \cdot 9^2 \cdot 16^2 (9a^2 - 17 \cdot 8 \cdot 9a) &= \\ = 16 \cdot 9^3 \cdot 16^2 \cdot 68a + 36 \cdot 32 \cdot 9^2 a^2 &\Rightarrow \\ \Rightarrow 9^2 a^2 (a^2 + 16 \cdot 17a + 17^2 \cdot 8^2 - 8 \cdot 9 \cdot 16^2 - 4 \cdot 36 \cdot 32) &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 9^2 a^2 (a^2 + 16 \cdot 17a + 8^2 (17^2 - 9 \cdot 32 - 9 \cdot 32)) &= 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

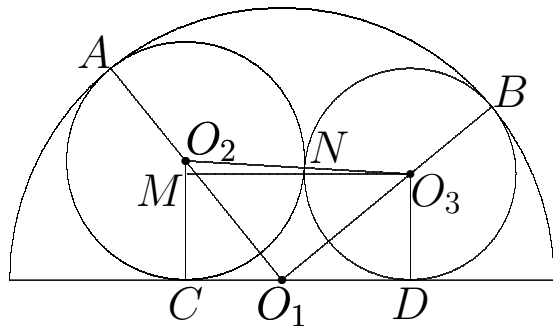
Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow 9a^2 + 17 \cdot 8 \cdot 9a - 4 \cdot 9^2 \cdot 16^2 &= \\ = 4\sqrt{9^2 \cdot 16^2 - 36 \cdot 9a}\sqrt{9^2 \cdot 16^2 - 32 \cdot 9a} &\Rightarrow \\ \Rightarrow (9a^2 + 17 \cdot 8 \cdot 9a)^2 - 8 \cdot 9^2 \cdot 16^2 (9a^2 - 17 \cdot 8 \cdot 9a) &= \\ = 16 \cdot 9^3 \cdot 16^2 \cdot 68a + 36 \cdot 32 \cdot 9^2 a^2 &\Rightarrow \\ \Rightarrow 9^2 a^2 (a^2 + 16 \cdot 17a + 17^2 \cdot 8^2 - 8 \cdot 9 \cdot 16^2 - 4 \cdot 36 \cdot 32) &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 9^2 a^2 (a^2 + 16 \cdot 17a + 8^2 (17^2 - 9 \cdot 32 - 9 \cdot 32)) &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 9^2 a^2 (a^2 + 16 \cdot 17a - 8^2 \cdot 287) &= 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



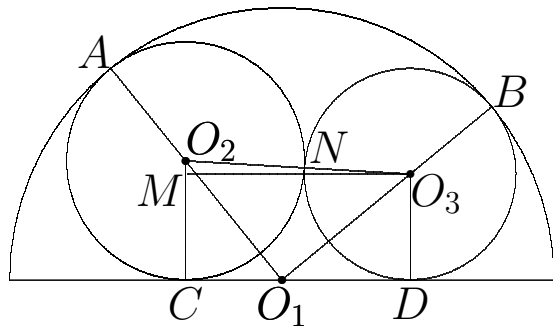
Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\Rightarrow 9^2 a^2 (a^2 + 16 \cdot 17a - 8^2 \cdot 287) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \\ a = \end{cases}$$

$\Rightarrow$

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.

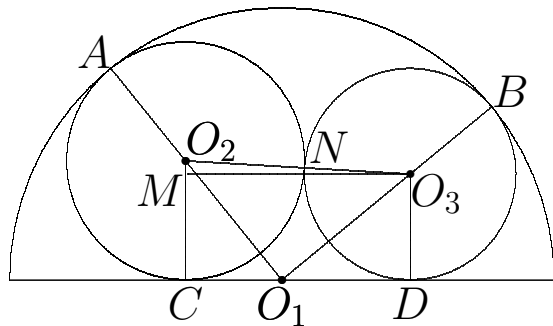


Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\Rightarrow 9^2 a^2 (a^2 + 16 \cdot 17a - 8^2 \cdot 287) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -8 \cdot 17 - \sqrt{8^2 \cdot 17^2 + 8^2 \cdot 287}, \\ a = -8 \cdot 17 + \sqrt{8^2 \cdot 17^2 + 8^2 \cdot 287} \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15. В полукруг радиуса $14\frac{1}{2}$ вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



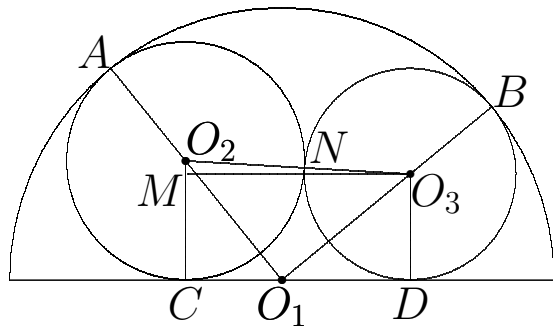
Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\Rightarrow 9^2 a^2 (a^2 + 16 \cdot 17a - 8^2 \cdot 287) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -8 \cdot 17 - \sqrt{8^2 \cdot 17^2 + 8^2 \cdot 287}, \\ a = -8 \cdot 17 - \sqrt{8^2 \cdot 17^2 + 8^2 \cdot 287} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = 8(24 - 17) \Rightarrow$$

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



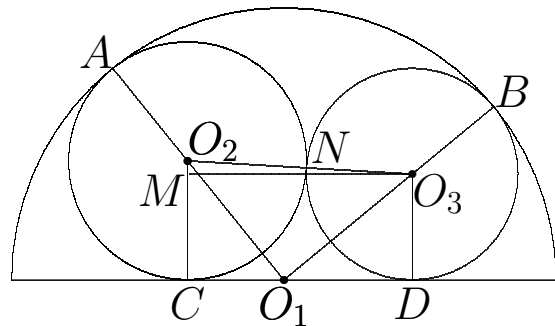
Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\Rightarrow 9^2 a^2 (a^2 + 16 \cdot 17a - 8^2 \cdot 287) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -8 \cdot 17 - \sqrt{8^2 \cdot 17^2 + 8^2 \cdot 287}, \\ a = -8 \cdot 17 + \sqrt{8^2 \cdot 17^2 + 8^2 \cdot 287} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = 8(24 - 17) \Rightarrow \begin{cases} a = 56, \\ b = \end{cases}$$

Пример 15. В полукруг радиуса 144 вписаны две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. Найдите радиусы вписанных окружностей, если отношение этих радиусов равно $9/8$.



Решение. Пусть $O_2A = O_2C = b$, $O_3B = O_3D = a$.

$$\Rightarrow 9^2 a^2 (a^2 + 16 \cdot 17a - 8^2 \cdot 287) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -8 \cdot 17 - \sqrt{8^2 \cdot 17^2 + 8^2 \cdot 287}, \\ a = -8 \cdot 17 + \sqrt{8^2 \cdot 17^2 + 8^2 \cdot 287} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = 8(24 - 17) \Rightarrow \begin{cases} a = 56, \\ b = 63. \end{cases}$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим другой пример?

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение.

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Построим геометрический чертёж.

Начнём...

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на **окружности**, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найдите длину медианы CN .

Решение. Построим геометрический чертёж.

Начнём...

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на **окружности**, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найдите длину медианы CN .

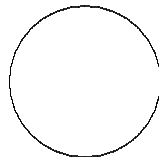
Решение. Построим геометрический чертёж.

Начнём с окружности.

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на **окружности**, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найдите длину медианы CN .

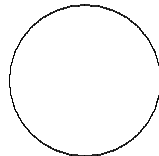
Решение. Построим геометрический чертёж.

Начнём с окружности.



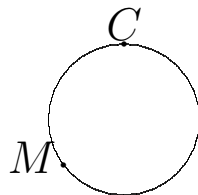
Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Изобразим вершину C и, например, точку M .



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

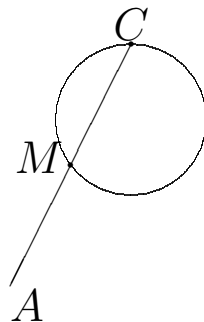
Решение. Изобразим вершину C и, например, точку M .



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Изобразим вершину C и, например, точку M .

Теперь строим сторону AC .

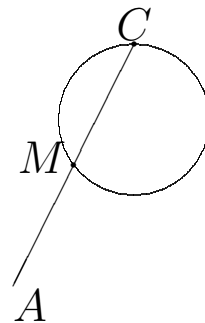


Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Изобразим вершину C и, например, точку M .

Теперь строим сторону AC .

Теперь можно, например, провести медиану AL таким образом, чтобы точка её пересечения с окружностью делила AL в отношении $2 : 1$.

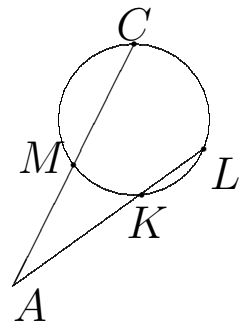


Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Изобразим вершину C и, например, точку M .

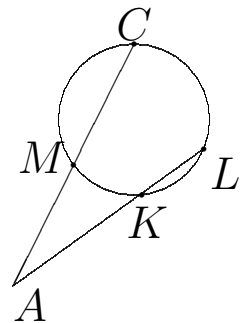
Теперь строим сторону AC .

Теперь можно, например, провести медиану AL таким образом, чтобы точка её пересечения с окружностью делила AL в отношении $2 : 1$.



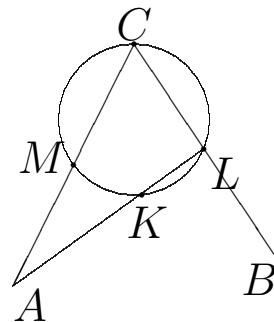
Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Точку B получим как пересечение прямых CL и MK .



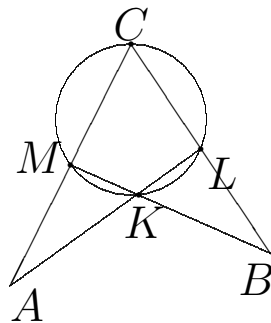
Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Точку B получим как пересечение прямых CL и MK .



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

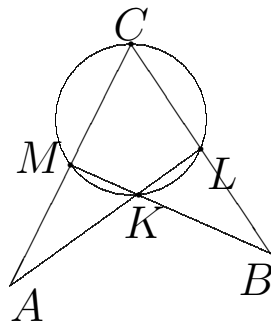
Решение. Точку B получим как пересечение прямых CL и MK .



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Точку B получим как пересечение прямых CL и MK .

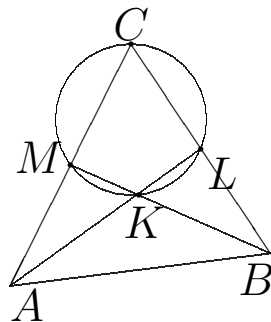
Осталось завершить построение чертежа проведением AB



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Точку B получим как пересечение прямых CL и MK .

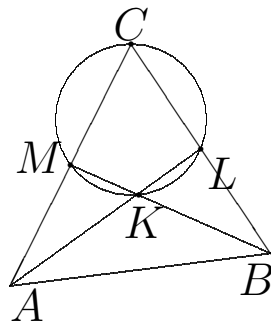
Осталось завершить построение чертежа проведением AB



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Точку B получим как пересечение прямых CL и MK .

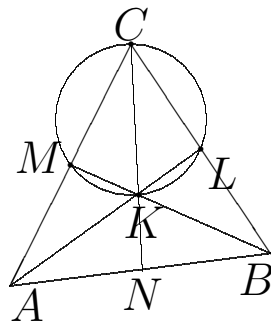
Осталось завершить построение чертежа проведением AB и CN .



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

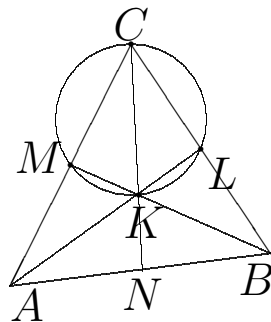
Решение. Точку B получим как пересечение прямых CL и MK .

Осталось завершить построение чертежа проведением AB и CN .



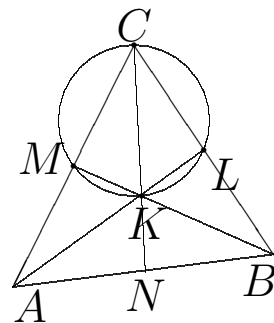
Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Построение чертежа завершено, приступим к решению задачи.



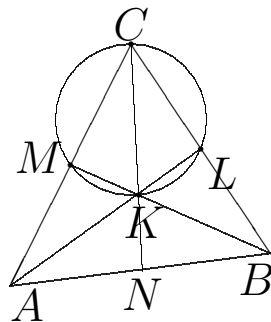
Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Точки M и L — это середины сторон AC и BC , поэтому **напрашивается...**



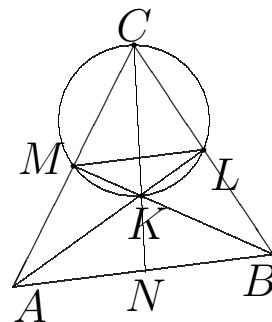
Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Точки M и L — это середины сторон AC и BC , поэтому **напрашивается** провести хотя бы одну среднюю линию.



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

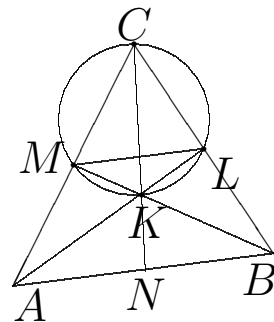
Решение. Точки M и L — это середины сторон AC и BC , поэтому **напрашивается** провести хотя бы одну среднюю линию.



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Медиану CN надо «затянуть» в «хорошие» треугольники.

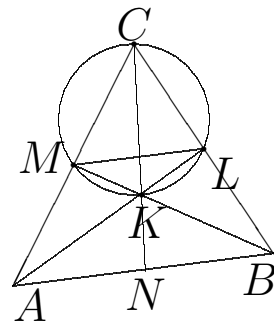
Можно попытаться «запихнуть» в «хорошие» треугольники не сам этот отрезок, а сравнимые с ним.



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Медиану CN надо «затянуть» в «хорошие» треугольники.

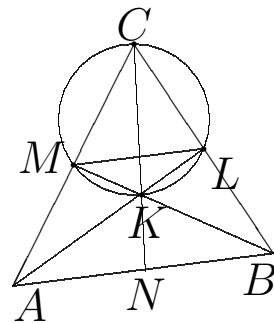
Можно попытаться «запихнуть» в «хорошие» треугольники не сам этот отрезок, а сравнимые с ним. Например, поскольку в точке пересечения медианы делятся в отношении $1 : 2$, то достаточно найти KC , тогда $CN = \frac{3}{2} \cdot KC$.



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. Медиану NC надо «затянуть» в «хорошие» треугольники.

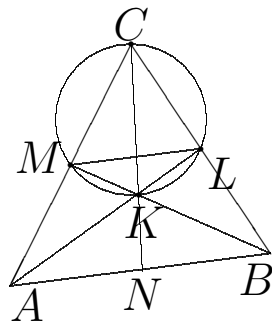
Можно попытаться «запихнуть» в «хорошие» треугольники не сам этот отрезок, а сравнимые с ним. Например, поскольку в точке пересечения медианы делятся в отношении $1 : 2$, то достаточно найти KC , тогда $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$.



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $CN = \frac{3}{2} \cdot KC$.

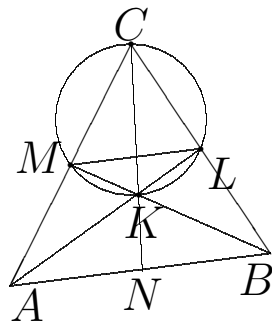
Обозначим радиус окружности, проходящей через точки K, L, M, C , через R . Площади треугольников KLC и KMC равны, так как у них общее основание и равные высоты, поэтому, сравнивая площади с помощью формулы $\frac{abc}{4R}$, получаем



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$.

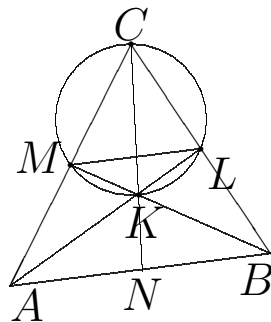
Обозначим радиус окружности, проходящей через точки K, L, M, C , через R . Площади треугольников KLC и KMC равны, так как у них общее основание и равные высоты, поэтому, сравнивая площади с помощью формулы $\frac{abc}{4R}$, получаем $KL \cdot LC = KM \cdot MC$.



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $CN = \frac{3}{2} \cdot KC$, $KL \cdot LC = KM \cdot MC$.

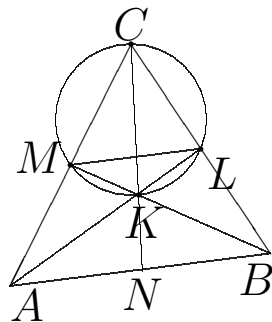
Площадь $\triangle KLM$ в 3 раза больше площади $\triangle CLM$, поэтому из сравнения площадей по этой же формуле имеем



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $KL \cdot LC = KM \cdot MC$.

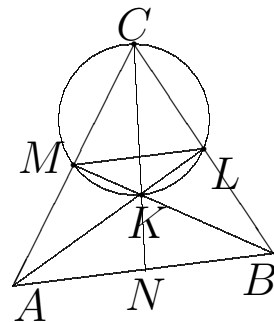
Площадь $\triangle KLM$ в 3 раза больше площади $\triangle CLM$, поэтому из сравнения площадей по этой же формуле имеем $3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC$.



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $CN = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

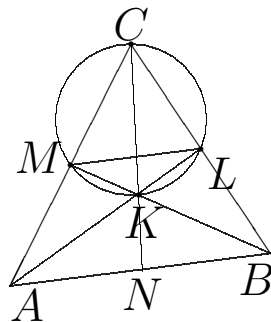
Из системы $\left\{ \right.$



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

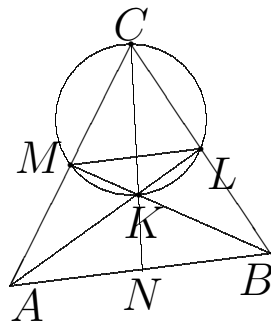
Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = \\ \end{cases}$



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

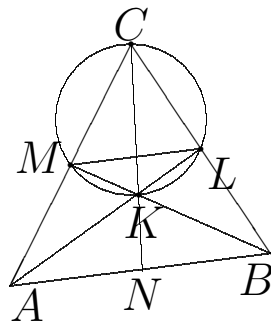
Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ \end{cases}$



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

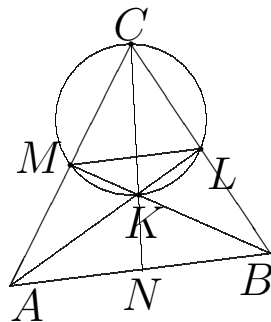
Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = \end{cases}$



Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

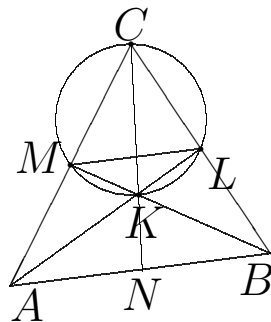


Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$LC = \sqrt{3} \cdot KM$ и $MC =$.

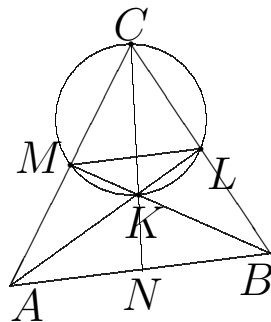


Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$LC = \sqrt{3} \cdot KM$ и $MC = \sqrt{3} \cdot KL$.

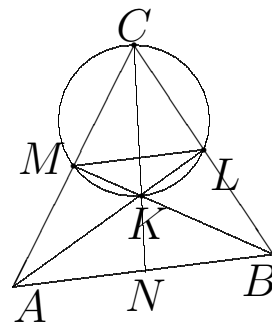


Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$$LC = \sqrt{3} \cdot KM \text{ и } MC = \sqrt{3} \cdot KL.$$



Осталось заметить, что

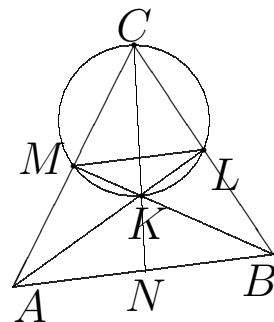
$$S_{\triangle KCM} =$$

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$$LC = \sqrt{3} \cdot KM \text{ и } MC = \sqrt{3} \cdot KL.$$



Осталось заметить, что

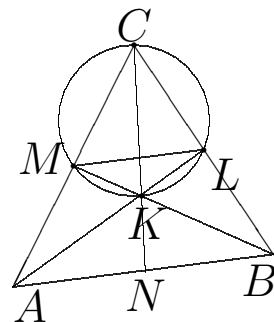
$$S_{\triangle KCM} = S_{\triangle MPC} + S_{\triangle MPK} =$$

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$$LC = \sqrt{3} \cdot KM \text{ и } MC = \sqrt{3} \cdot KL.$$



Осталось заметить, что

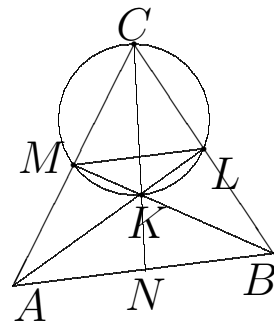
$$S_{\triangle KCM} = S_{\triangle MPC} + S_{\triangle MPK} = S_{\triangle MPC} + \frac{1}{3} S_{\triangle MPC} =$$

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$$LC = \sqrt{3} \cdot KM \text{ и } MC = \sqrt{3} \cdot KL.$$



Осталось заметить, что

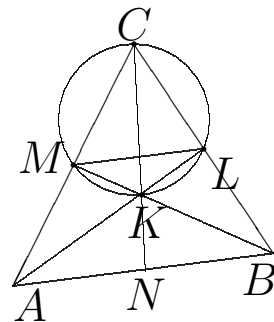
$$S_{\triangle KCM} = S_{\triangle MPC} + S_{\triangle MPK} = S_{\triangle MPC} + \frac{1}{3}S_{\triangle MPC} = \frac{4}{3}S_{\triangle MPC} =$$

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$$LC = \sqrt{3} \cdot KM \text{ и } MC = \sqrt{3} \cdot KL.$$



Осталось заметить, что

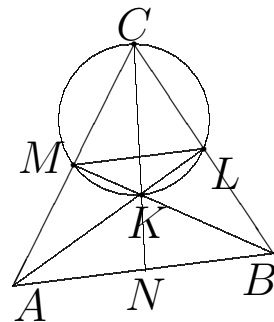
$$S_{\triangle KCM} = S_{\triangle MPC} + S_{\triangle MPK} = S_{\triangle MPC} + \frac{1}{3}S_{\triangle MPC} = \frac{4}{3}S_{\triangle MPC} = \frac{2}{3}S_{\triangle LMC}.$$

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$,

$$LC = \sqrt{3} \cdot KM, MC = \sqrt{3} \cdot KL,$$

$$S_{\triangle KCM} = \frac{2}{3} S_{\triangle LMC}.$$



Поэтому _____ =

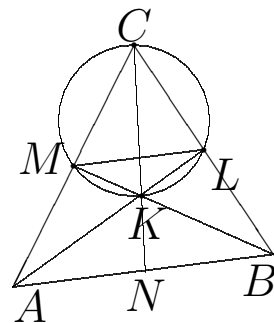
Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$$LC = \sqrt{3} \cdot KM \text{ и } MC = \sqrt{3} \cdot KL.$$

Поэтому $\frac{KM \cdot MC}{\text{---}} =$



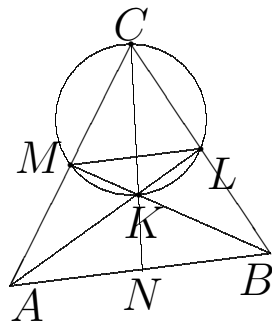
Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$$LC = \sqrt{3} \cdot KM \text{ и } MC = \sqrt{3} \cdot KL.$$

$$\text{Поэтому } \frac{KM \cdot MC \cdot KC}{4R} = \frac{2}{3}.$$



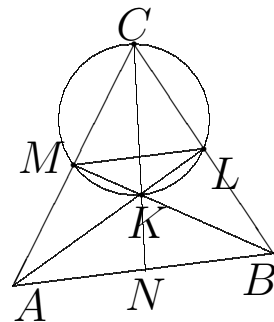
Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$$LC = \sqrt{3} \cdot KM \text{ и } MC = \sqrt{3} \cdot KL.$$

$$\text{Поэтому } \frac{KM \cdot MC \cdot KC}{4R} = \frac{2}{3} \cdot \frac{LM \cdot \dots}{\dots},$$



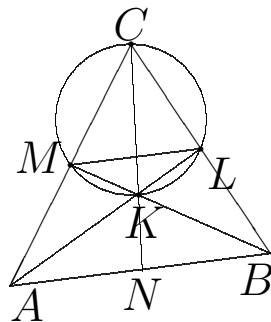
Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$$LC = \sqrt{3} \cdot KM \text{ и } MC = \sqrt{3} \cdot KL.$$

Поэтому $\frac{KM \cdot MC \cdot KC}{4R} = \frac{2}{3} \cdot \frac{LM \cdot MC \cdot}{4R},$

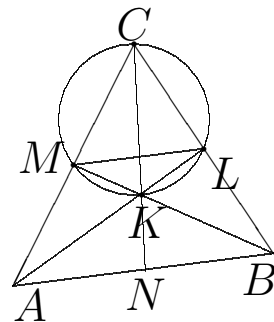


Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$$LC = \sqrt{3} \cdot KM \text{ и } MC = \sqrt{3} \cdot KL.$$



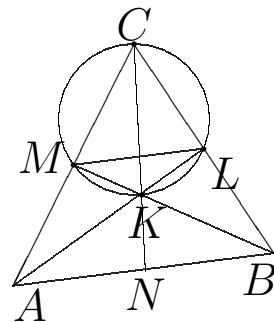
Поэтому $\frac{KM \cdot MC \cdot KC}{4R} = \frac{2}{3} \cdot \frac{LM \cdot MC \cdot LC}{4R}$, откуда

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найдите длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$LC = \sqrt{3} \cdot KM$ и $MC = \sqrt{3} \cdot KL$.



Поэтому $\frac{KM \cdot MC \cdot KC}{4R} = \frac{2}{3} \cdot \frac{LM \cdot MC \cdot LC}{4R}$, откуда

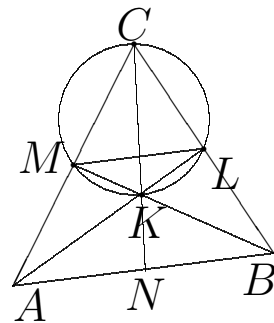
$CN =$

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найдите длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$LC = \sqrt{3} \cdot KM$ и $MC = \sqrt{3} \cdot KL$.



Поэтому $\frac{KM \cdot MC \cdot KC}{4R} = \frac{2}{3} \cdot \frac{LM \cdot MC \cdot LC}{4R}$, откуда

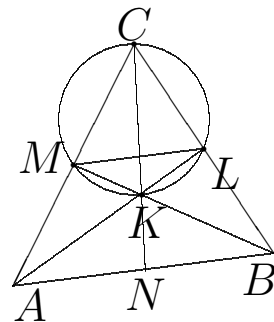
$$CN = \frac{3}{2} KC =$$

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найдите длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$LC = \sqrt{3} \cdot KM$ и $MC = \sqrt{3} \cdot KL$.



Поэтому $\frac{KM \cdot MC \cdot KC}{4R} = \frac{2}{3} \cdot \frac{LM \cdot MC \cdot LC}{4R}$, откуда

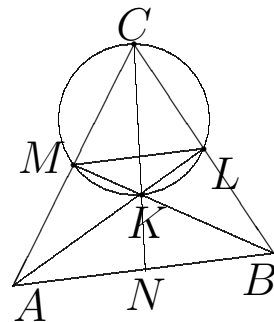
$$CN = \frac{3}{2} KC = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{LM \cdot LC}{KM} =$$

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$LC = \sqrt{3} \cdot KM$ и $MC = \sqrt{3} \cdot KL$.



Поэтому $\frac{KM \cdot MC \cdot KC}{4R} = \frac{2}{3} \cdot \frac{LM \cdot MC \cdot LC}{4R}$, откуда

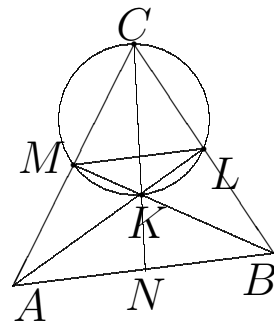
$$CN = \frac{3}{2}KC = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{LM \cdot LC}{KM} = \frac{\frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}KM}{KM} =$$

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$LC = \sqrt{3} \cdot KM$ и $MC = \sqrt{3} \cdot KL$.



Поэтому $\frac{KM \cdot MC \cdot KC}{4R} = \frac{2}{3} \cdot \frac{LM \cdot MC \cdot LC}{4R}$, откуда

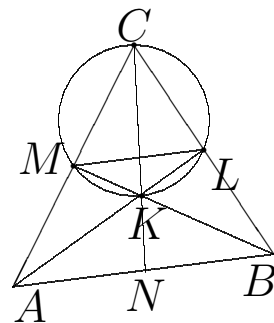
$$CN = \frac{3}{2}KC = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{LM \cdot LC}{KM} = \frac{\frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}KM}{KM} = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Решение. $NC = \frac{3}{2} \cdot KC$, $3KL \cdot KM = LC \cdot MC$.

Из системы $\begin{cases} KL \cdot LC = KM \cdot MC, \\ 3 \cdot KL \cdot KM = LC \cdot MC, \end{cases}$ получаем

$LC = \sqrt{3} \cdot KM$ и $MC = \sqrt{3} \cdot KL$.

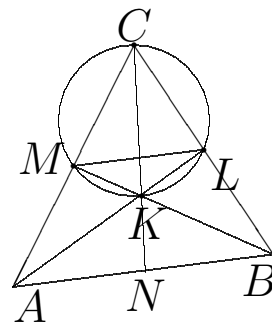


Поэтому $\frac{KM \cdot MC \cdot KC}{4R} = \frac{2}{3} \cdot \frac{LM \cdot MC \cdot LC}{4R}$, откуда

$$\text{CN} = \frac{3}{2}KC = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{LM \cdot LC}{KM} = \frac{\frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}KM}{KM} = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

Пример 16. В треугольнике ABC проведены медианы AL и BM , пересекающиеся в точке K . Вершина C лежит на окружности, проходящей через точки K, L, M . Длина стороны AB равна a . Найти длину медианы CN .

Ответ. $CN = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.



[Вернёмся к лекции?](#)

Пример 17. *Построить чертёж правильной пирамиды.*

Пример 17. *Построить чертёж правильной пирамиды.*

Нам нужно построить правильную пирамиду. В основании правильной пирамиды лежит

Пример 17. *Построить чертёж правильной пирамиды.*

Нам нужно построить правильную пирамиду. В основании правильной пирамиды лежит

правильный n -угольник. Построим правильную *треугольную* пирамиду. В её основании лежит

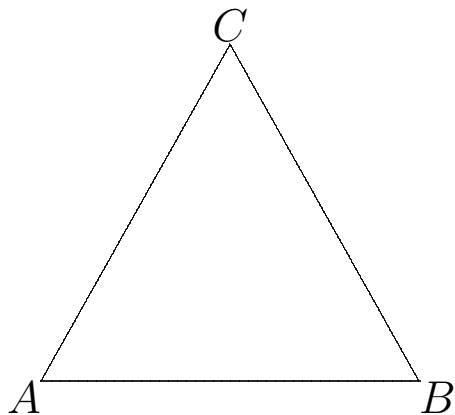
Пример 17. *Построить чертёж правильной пирамиды.*

Нам нужно построить правильную пирамиду. В основании правильной пирамиды лежит

правильный n -угольник. Построим правильную *треугольную* пирамиду. В её основании лежит

равносторонний треугольник.

Пример 17. Построить чертёж правильной пирамиды.

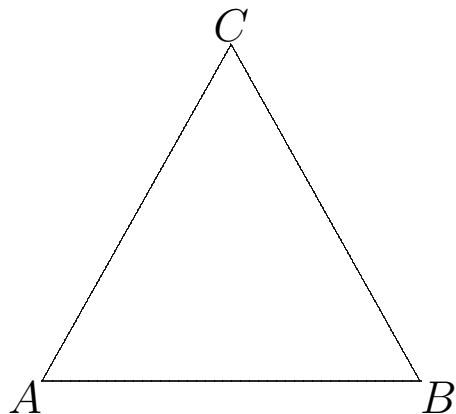


Нам нужно построить правильную пирамиду. В основании правильной пирамиды лежит

правильный n -угольник. Построим правильную *треугольную* пирамиду. В её основании лежит

равносторонний треугольник.

Пример 17. Построить чертёж правильной пирамиды.



Нам нужно построить правильную пирамиду. В основании правильной пирамиды лежит

правильный n -угольник. Построим правильную *треугольную* пирамиду. В её основании лежит

равносторонний треугольник.

Так как треугольник в основании виден под углом, то

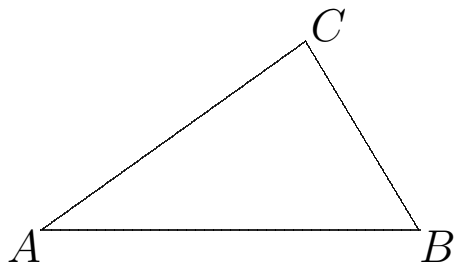
Пример 17. Построить чертёж правильной пирамиды.

Нам нужно построить правильную пирамиду. В основании правильной пирамиды лежит

правильный n -угольник. Построим правильную *треугольную* пирамиду. В её основании лежит

равносторонний треугольник.

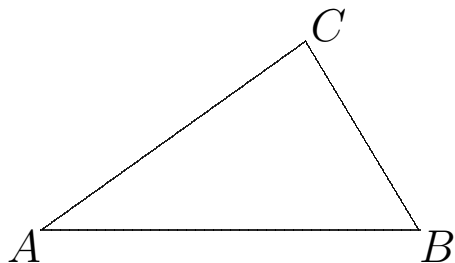
Так как треугольник в основании виден под углом, то основание правильной пирамиды будет «сплюснуто» по вертикали.



Пример 17. Построить чертёж правильной пирамиды.

Осталось построить вершину пирамиды.

Построим высоту пирамиды.

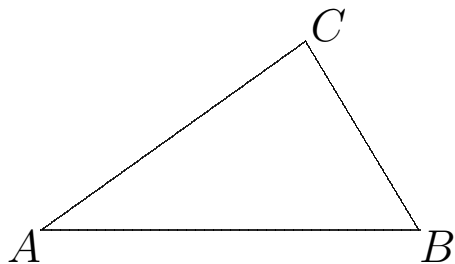


Пример 17. Построить чертёж правильной пирамиды.

Осталось построить вершину пирамиды.

Построим высоту пирамиды.

Высота правильной пирамиды падает в центр основания. Для правильного треугольника центр основания

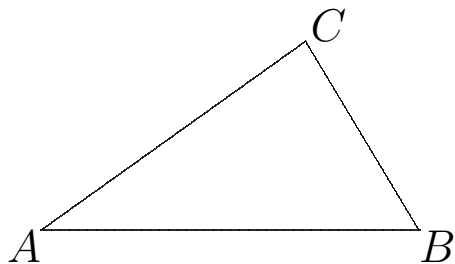


Пример 17. Построить чертёж правильной пирамиды.

Осталось построить вершину пирамиды.

Построим высоту пирамиды.

Высота правильной пирамиды падает в центр основания. В правильном треугольнике центр основания – это точка пересечения медиан, биссектрис и высот.

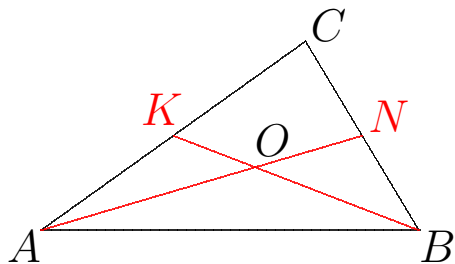


Пример 17. Построить чертёж правильной пирамиды.

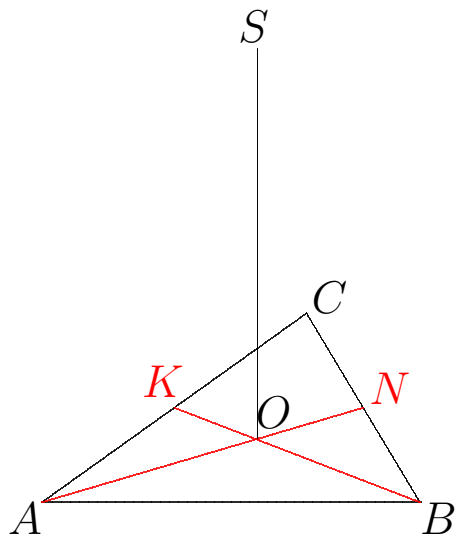
Осталось построить вершину пирамиды.
Построим высоту пирамиды.

Высота правильной пирамиды падает в центр основания. В правильном треугольнике центр основания – это точка пересечения медиан, биссектрис и высот.

Найдём точку пересечения медиан AN и BK .



Пример 17. Построить чертёж правильной пирамиды.



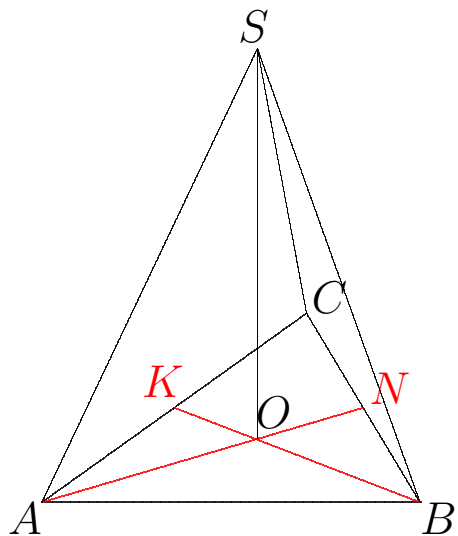
Осталось построить вершину пирамиды.
Построим высоту пирамиды.

Высота правильной пирамиды падает
в центр основания. В правильном тре-
угольнике центр основания – это точка пе-
ресечения медиан, биссектрис и высот.

Найдём точку пересечения медиан AN и
 BK .

Восстановим перпендикуляр SO .

Пример 17. Построить чертёж правильной пирамиды.



Осталось построить вершину пирамиды. Построим высоту пирамиды.

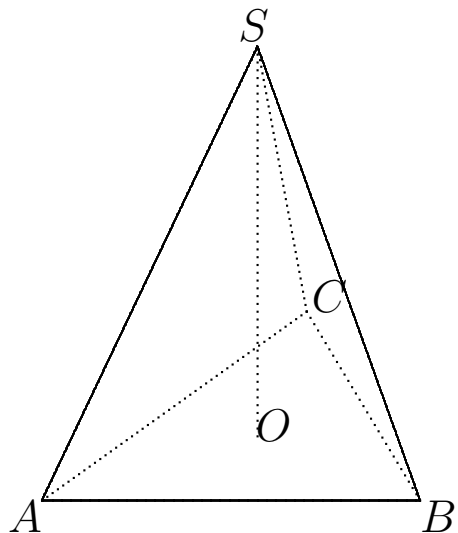
Высота правильной пирамиды падает в центр основания. В правильном треугольнике центр основания – это точка пересечения медиан, биссектрис и высот.

Найдём точку пересечения медиан AN и BK .

Восстановим перпендикуляр SO .

Проведём ребра SA , SB , SC пирамиды $SABC$.

Пример 17. Построить чертёж правильной пирамиды.



Осталось построить вершину пирамиды. Построим высоту пирамиды.

Высота правильной пирамиды падает в центр основания. В правильном треугольнике центр основания – это точка пересечения медиан, биссектрис и высот.

Найдём точку пересечения медиан AN и BK .

Восстановим перпендикуляр SO .

Проведём ребра SA , SB , SC пирамиды $SABC$.

Наконец, отметим невидимые отрезки пунктирными.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример построения стереометрического чертежа?**

Пример 18. *Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.*

Пример 18. *Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.*

Решение. Построение начнём с окружности в основании — в данном случае с эллипса (овала).

Сначала нарисуем его центр.

Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

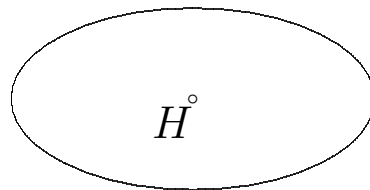
Решение. Построение начнём с окружности в основании — в данном случае с эллипса (овала).

Сначала нарисуем его центр.

H°

Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

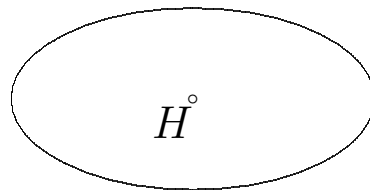
Решение. Построение начнём с окружности в основании — в данном случае с эллипса.



Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

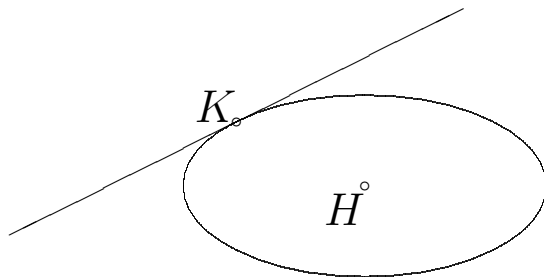
Решение. Построение начнём с окружности в основании — в данном случае с эллипса.

Теперь построим сторону и



Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

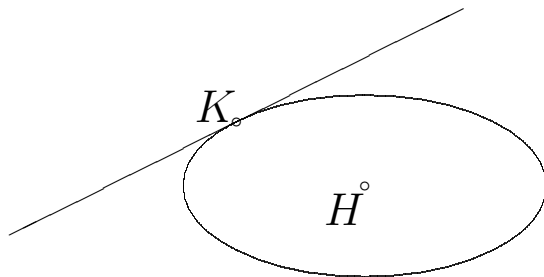
Решение. Построение начнём с окружности в основании — в данном случае с эллипса.
Теперь построим сторону и



Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Построение начнём с окружности в основании — в данном случае с эллипса.

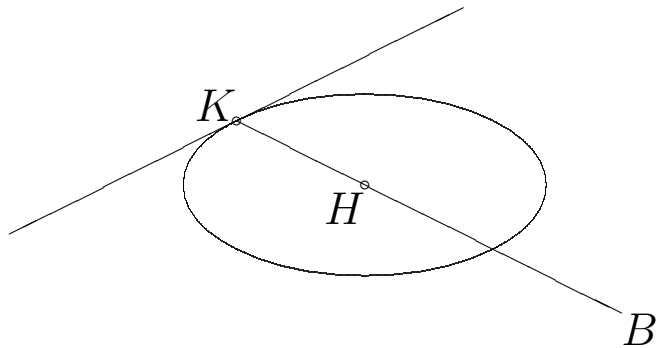
Теперь построим сторону и вершину B , учитывая, что центр равностороннего треугольника делится высотой (медианой, биссектрисой) в отношении $2:1$, считая от вершины.



Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Построение начнём с окружности в основании — в данном случае с эллипса.

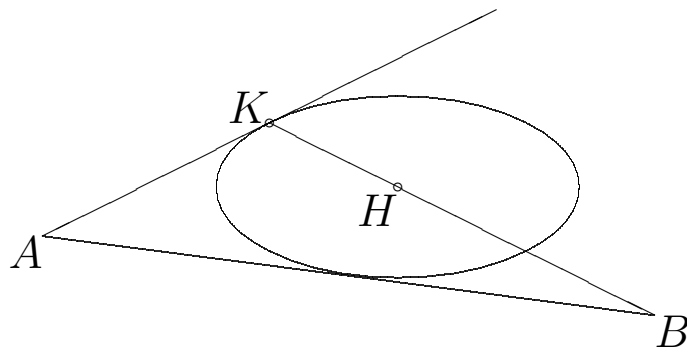
Теперь построим сторону и вершину B , учитывая, что центр равностороннего треугольника делится высотой (медианой, биссектрисой) в отношении $2:1$, считая от вершины.



Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Построение начнём с окружности в основании — в данном случае с эллипса.

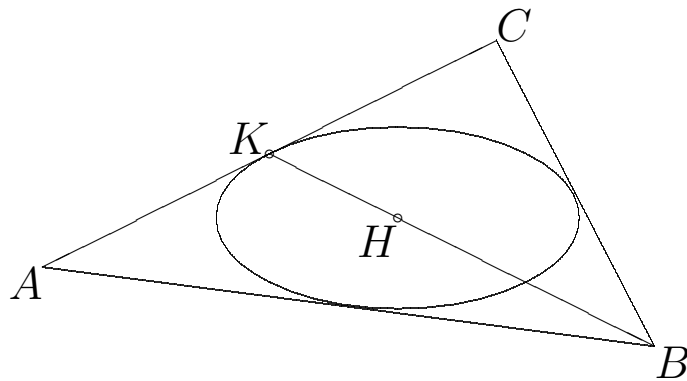
Теперь построим сторону и вершину B , учитывая, что центр равностороннего треугольника делится высотой (медианой, биссектрисой) в отношении $2:1$, считая от вершины.



Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

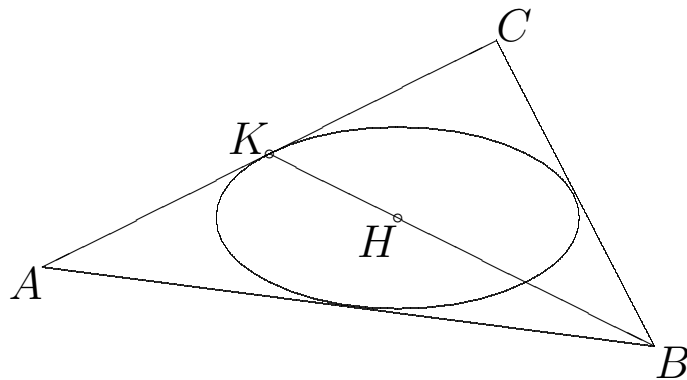
Решение. Построение начнём с окружности в основании — в данном случае с эллипса.

Теперь построим сторону и вершину B , учитывая, что центр равностороннего треугольника делится высотой (медианой, биссектрисой) в отношении $2:1$, считая от вершины.



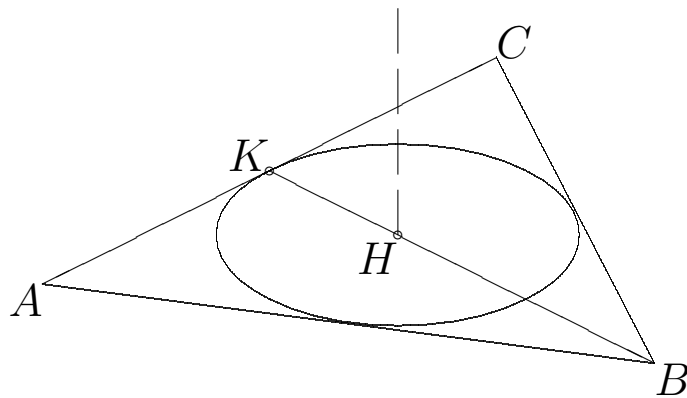
Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Теперь следует изобразить вершину конуса, совпадающую с вершиной пирамиды.



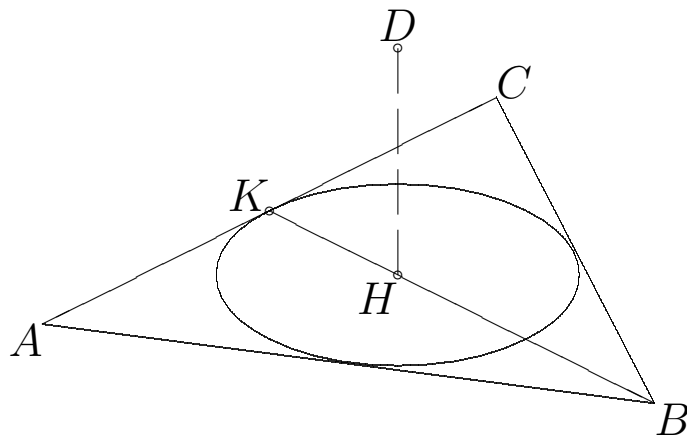
Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Теперь следует изобразить вершину конуса, совпадающую с вершиной пирамиды.



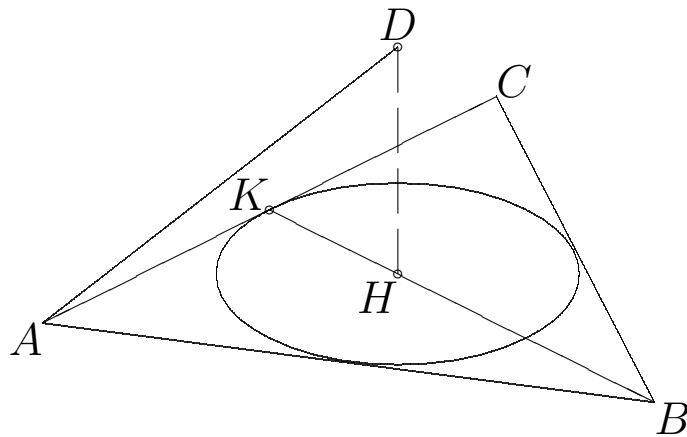
Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Теперь следует изобразить вершину конуса, совпадающую с вершиной пирамиды.



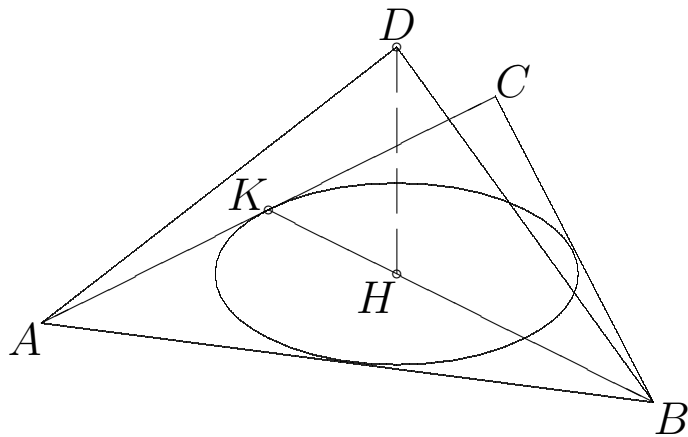
Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Теперь следует изобразить вершину конуса, совпадающую с вершиной пирамиды.



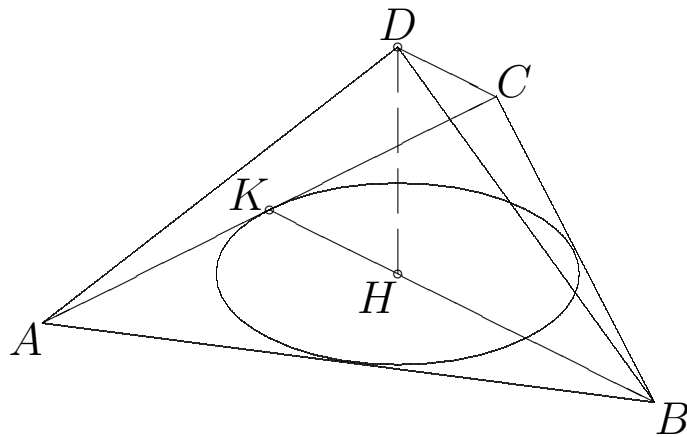
Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Теперь следует изобразить вершину конуса, совпадающую с вершиной пирамиды.



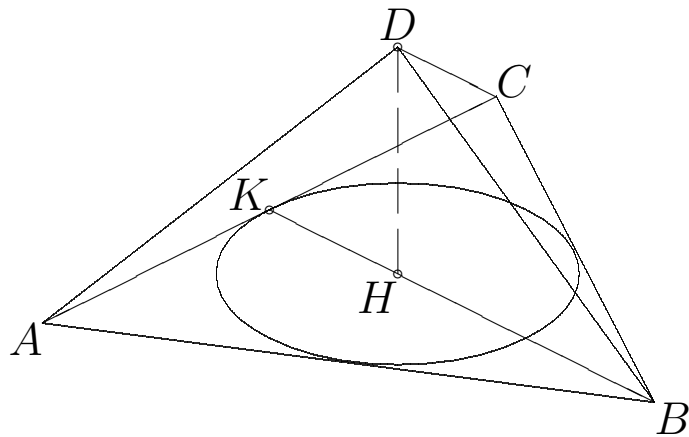
Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Теперь следует изобразить вершину конуса, совпадающую с вершиной пирамиды.



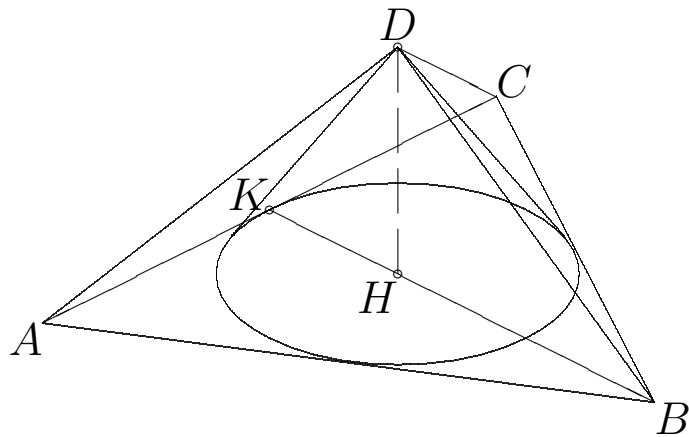
Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Осталось построить направляющие конуса,



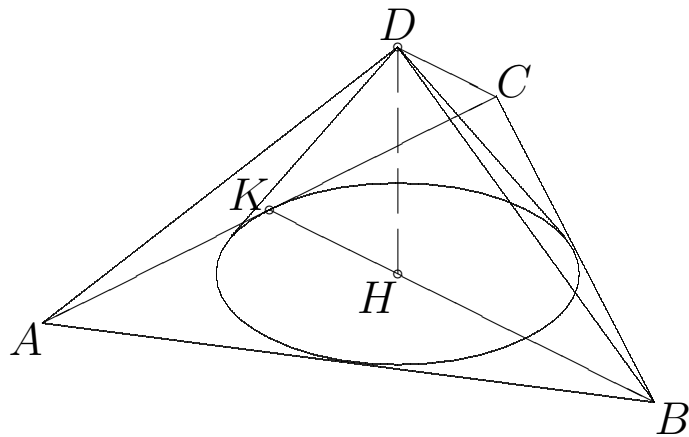
Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Осталось построить направляющие конуса,



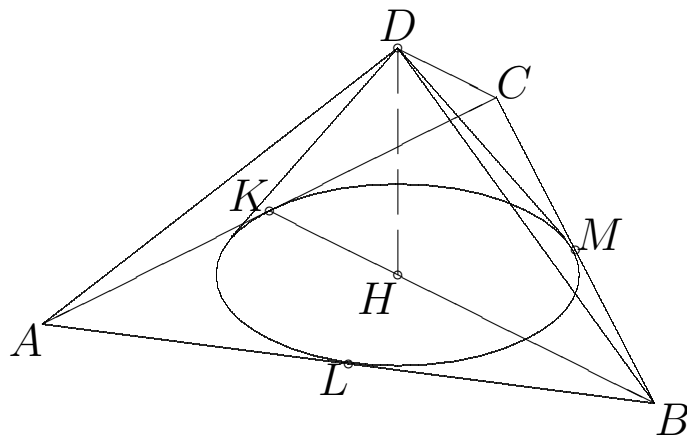
Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Осталось построить направляющие конуса, обозначения точек касания основания конуса с ребрами основания пирамиды,



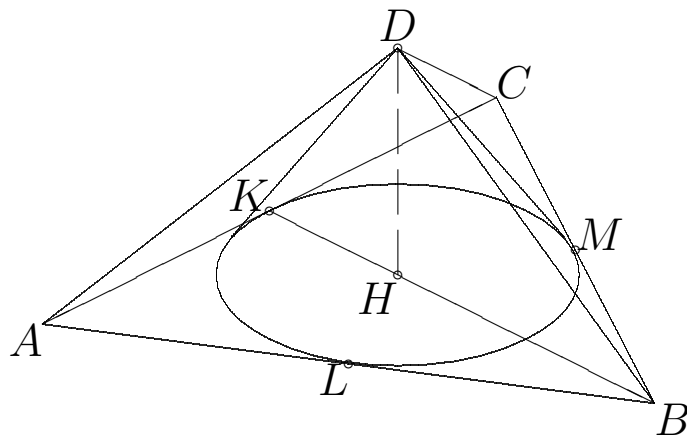
Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Осталось построить направляющие конуса, обозначения точек касания основания конуса с ребрами основания пирамиды,



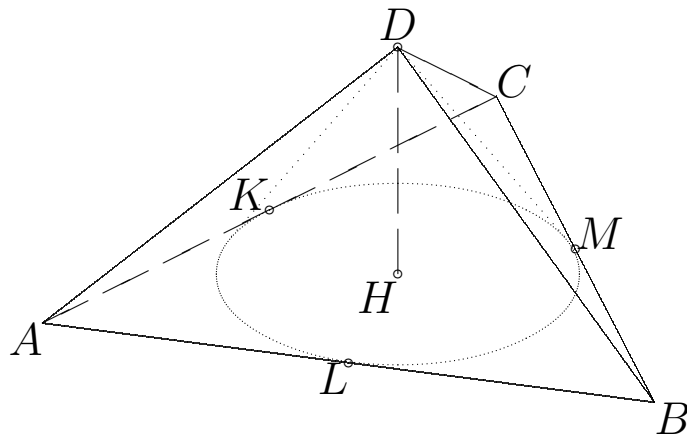
Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Осталось построить направляющие конуса, обозначения точек касания основания конуса с рёбрами основания пирамиды, и обозначить «невидимые линии».



Пример 18. Постройте чертёж правильной треугольной пирамиды со вписанным в неё конусом.

Решение. Осталось построить направляющие конуса, обозначения точек касания основания конуса с ребрами основания пирамиды, и обозначить «невидимые линии».



Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример построения стереометрического чертежа?**

Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Пример 19. *Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.*

Решение. Как обычно, построение чертежа, в котором есть окружность, начинаем с неё (в данном случае с эллипса, т.е. с овала).

Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Как обычно, построение чертежа, в котором есть окружность, начинаем с неё (в данном случае с эллипса, т.е. с овала).

Нижнее основание цилиндра не является вписанным к квадратное основание (поскольку боковые стенки пирамиды наклонены к основанию, а направляющая цилиндра к нему перпендикулярна).

Пример 19. *Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.*

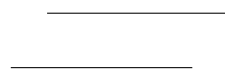
Решение. Как обычно, построение чертежа, в котором есть окружность, начинаем с неё (в данном случае с эллипса, т.е. с овала).

Построим верхнее основание цилиндра, точнее, сечение пирамиды плоскостью, проходящей через верхнее основание цилиндра.

Пример 19. *Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.*

Решение. Как обычно, построение чертежа, в котором есть окружность, начинаем с неё (в данном случае с эллипса, т.е. с овала).

Построим верхнее основание цилиндра, точнее, сечение пирамиды плоскостью, проходящей через верхнее основание цилиндра.



Пример 19. *Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.*

Решение. Как обычно, построение чертежа, в котором есть окружность, начинаем с неё (в данном случае с эллипса, т.е. с овала).

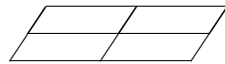
Построим верхнее основание цилиндра, точнее, сечение пирамиды плоскостью, проходящей через верхнее основание цилиндра.



Пример 19. *Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.*

Решение. Как обычно, построение чертежа, в котором есть окружность, начинаем с неё (в данном случае с эллипса, т.е. с овала).

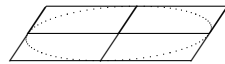
Построим верхнее основание цилиндра, точнее, сечение пирамиды плоскостью, проходящей через верхнее основание цилиндра.



Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

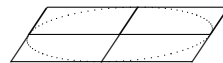
Решение. Как обычно, построение чертежа, в котором есть окружность, начинаем с неё (в данном случае с эллипса, т.е. с овала).

Построим верхнее основание цилиндра, точнее, сечение пирамиды плоскостью, проходящей через верхнее основание цилиндра.



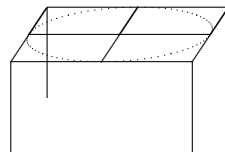
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Теперь достроим цилиндр.



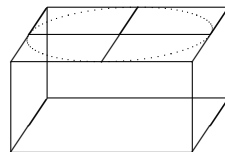
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Теперь достроим цилиндр.



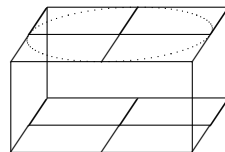
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Теперь достроим цилиндр.



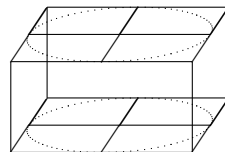
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Теперь достроим цилиндр.



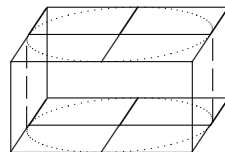
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Теперь достроим цилиндр.



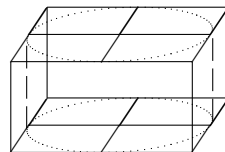
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Теперь достроим цилиндр.



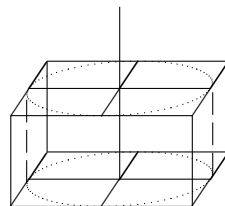
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Остаётся построить пирамиду.



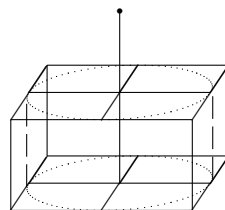
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Остаётся построить пирамиду.



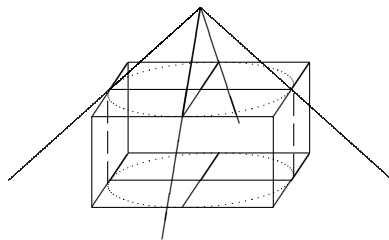
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Остаётся построить пирамиду.



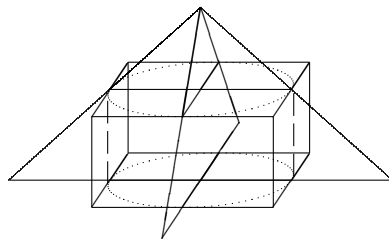
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Остаётся построить пирамиду.



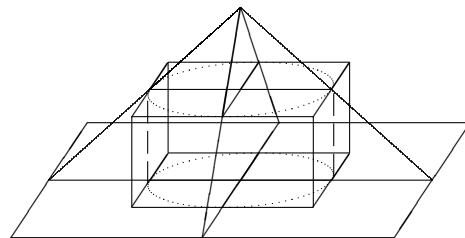
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Остаётся построить пирамиду.



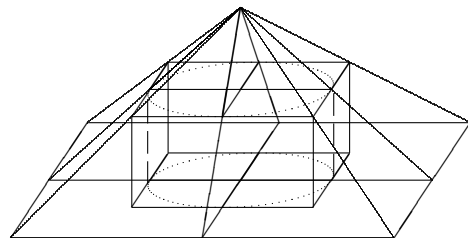
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Остаётся построить пирамиду.



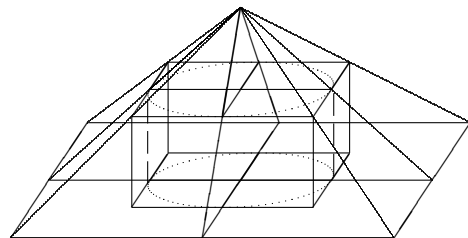
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Остаётся построить пирамиду.



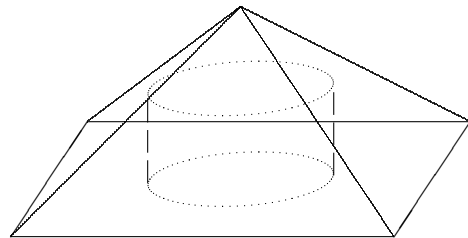
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Теперь можно стереть лишние линии, если они не нужны для решения задачи, к которой мы будем строить такой геометрический чертёж.



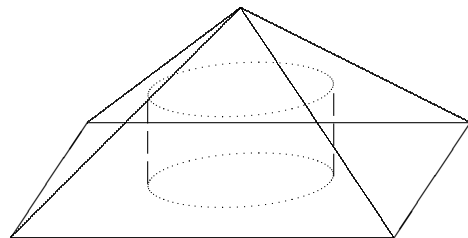
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Теперь можно стереть лишние линии, если они не нужны для решения задачи, к которой мы будем строить такой геометрический чертёж.



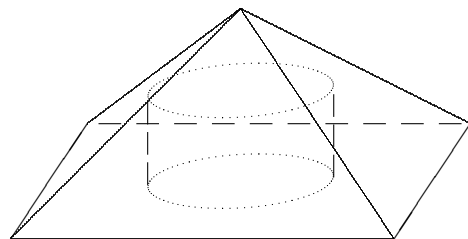
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Осталось с помощью ластика сделать пунктиром «невидимую линию».



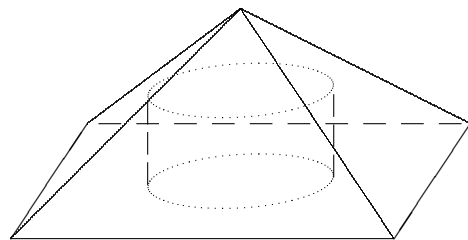
Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Осталось с помощью ластика сделать пунктиром «невидимую линию».



Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

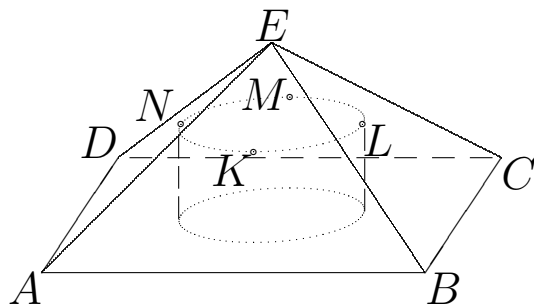
Решение. Предполагается, что этот чертёж выполнен для решения некоторой задачи, значит, нам придётся ссылаться на отрезки, углы многоугольники и др.



Поэтому следует обозначить буквами вершины и точки касания цилиндра и пирамиды (может быть, и какие-то другие точки).

Пример 19. Постройте чертёж правильной четырёхугольной пирамиды со вписанным в неё цилиндром.

Решение. Предполагается, что этот чертёж выполнен для решения некоторой задачи, значит, нам придётся ссылаться на отрезки, углы многоугольники и др.



Поэтому следует обозначить буквами вершины и точки касания цилиндра и пирамиды (может быть, и какие-то другие точки).

[Вернёмся к лекции?](#)

Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

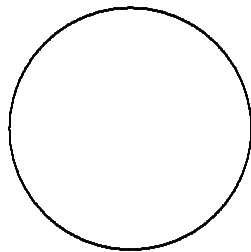
Решение.

Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Начнём с изображения сферы.

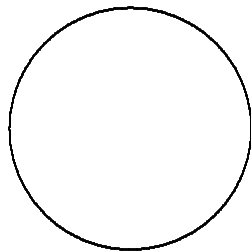
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Начнём с изображения сферы.



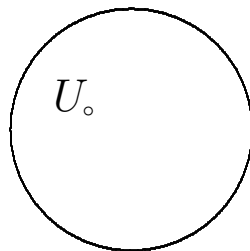
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Отметим точки касания сферы с боковыми гранями пирамиды.



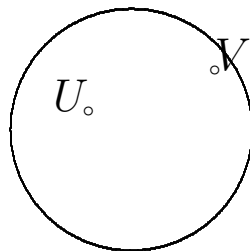
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Отметим точки касания сферы с боковыми гранями пирамиды.



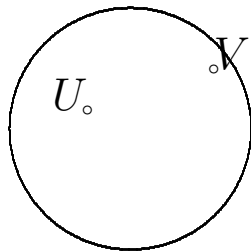
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Отметим точки касания сферы с боковыми гранями пирамиды.



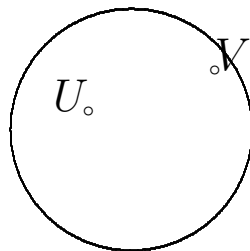
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Отметим точки касания сферы с боковыми гранями пирамиды. Угадать со всеми тремя точками проблематично, поэтому отметим только две точки касания.



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\Delta ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

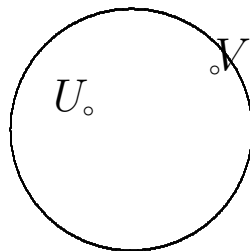
Решение. В силу симметричности фигуры точка касания с гранью находится на её медиане, совпадающей с биссектрисой и высотой (из-за равнобедренности грани).



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. В силу симметричности фигуры точка касания с гранью находится на её медиане, совпадающей с биссектрисой и высотой (из-за равнобедренности грани).

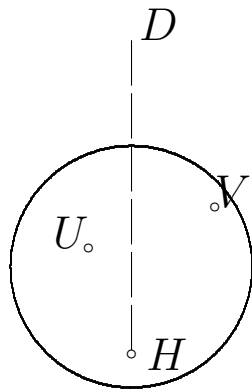
Для того, чтобы изобразить точку D воспользуемся тем, что высота DH проходит через центр шара.



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. В силу симметричности фигуры точка касания с гранью находится на её медиане, совпадающей с биссектрисой и высотой (из-за равнобедренности грани).

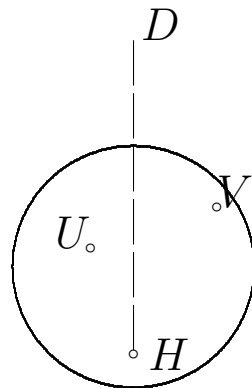
Для того, чтобы изобразить точку D воспользуемся тем, что высота DH проходит через центр шара.



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. В силу симметричности фигуры точка касания с гранью находится на её медиане, совпадающей с биссектрисой и высотой (из-за равнобедренности грани).

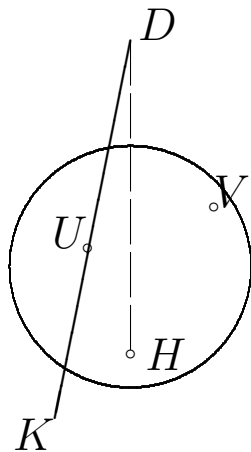
Проведём апофемы боковых граней, поскольку они проходят через точку касания.



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. В силу симметричности фигуры точка касания с гранью находится на её медиане, совпадающей с биссектрисой и высотой (из-за равнобедренности грани).

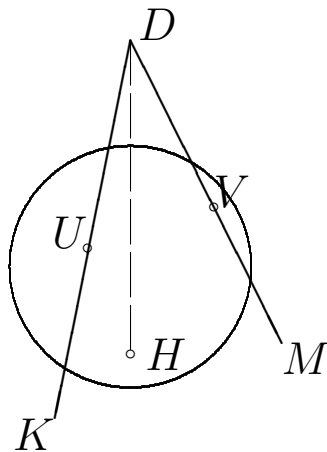
Проведём апофемы боковых граней, поскольку они проходят через точку касания.



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

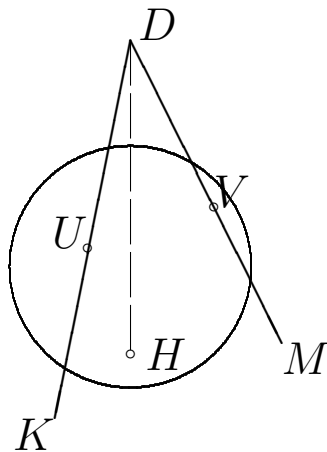
Решение. В силу симметричности фигуры точка касания с гранью находится на её медиане, совпадающей с биссектрисой и высотой (из-за равнобедренности грани).

Проведём апофемы боковых граней, поскольку они проходят через точку касания.



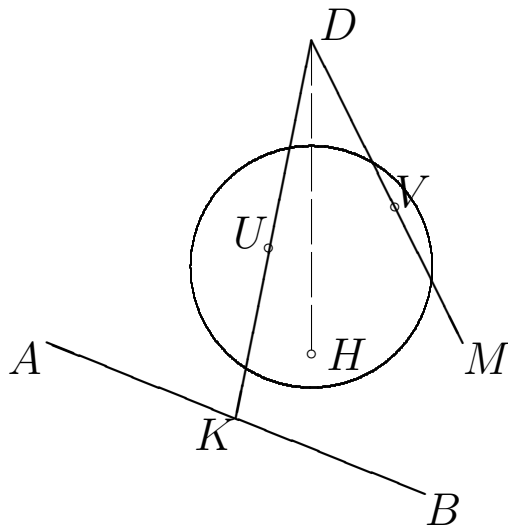
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Проведём рёбра основания, учитывая, что точки K и M находятся на середине соответствующего ребра.



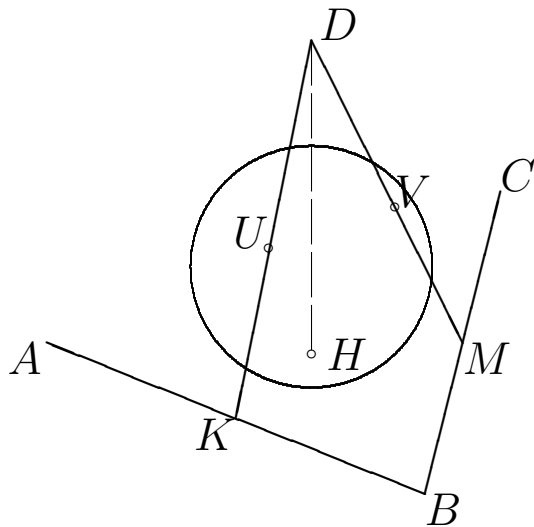
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Проведём рёбра основания, учитывая, что точки K и M находятся на середине соответствующего ребра.



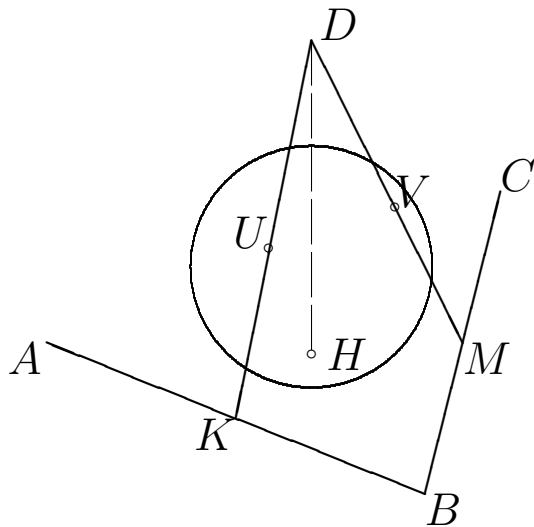
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Проведём рёбра основания, учитывая, что точки K и M находятся на середине соответствующего ребра.



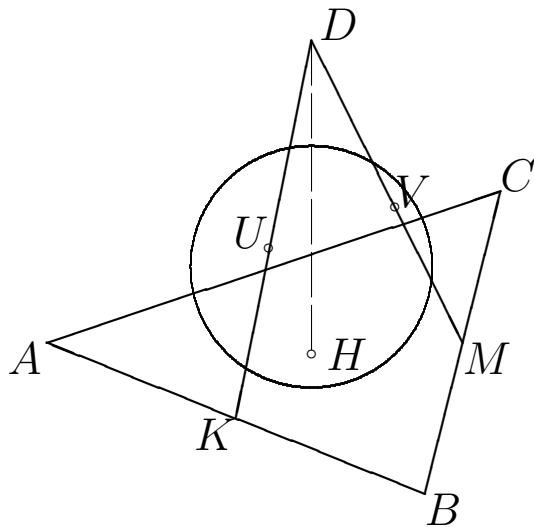
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Проведём рёбра основания, учитывая, что точки K и M находятся на середине соответствующего ребра. Теперь проведём оставшееся ребро AC ,



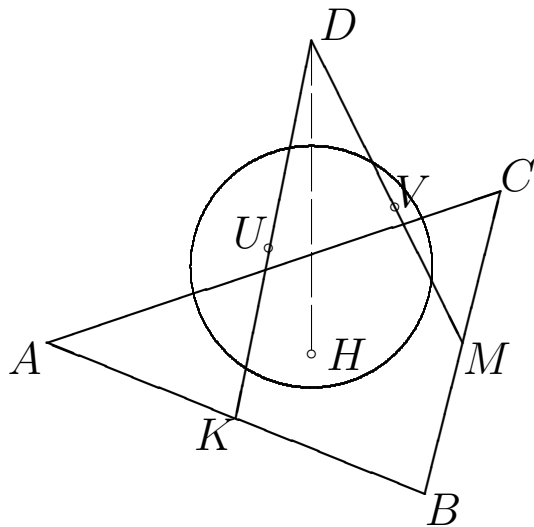
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Проведём рёбра основания, учитывая, что точки K и M находятся на середине соответствующего ребра. Теперь проведём оставшееся ребро AC ,



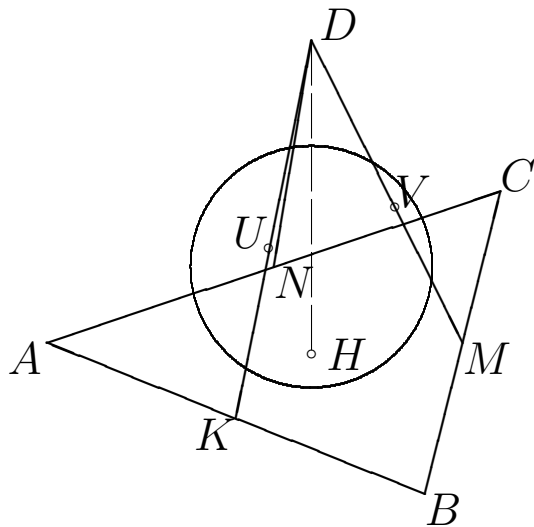
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Проведём рёбра основания, учитывая, что точки K и M находятся на середине соответствующего ребра. Теперь проведём оставшееся ребро AC , апофему DN и точку касания шара с гранью ACD .



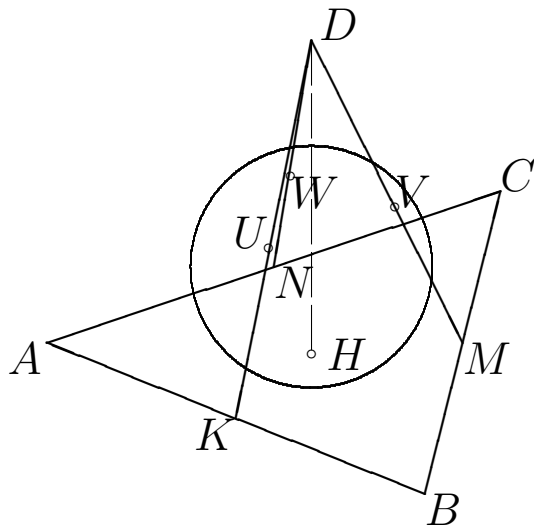
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Проведём рёбра основания, учитывая, что точки K и M находятся на середине соответствующего ребра. Теперь проведём оставшееся ребро AC , апофему DN и точку касания шара с гранью ACD .



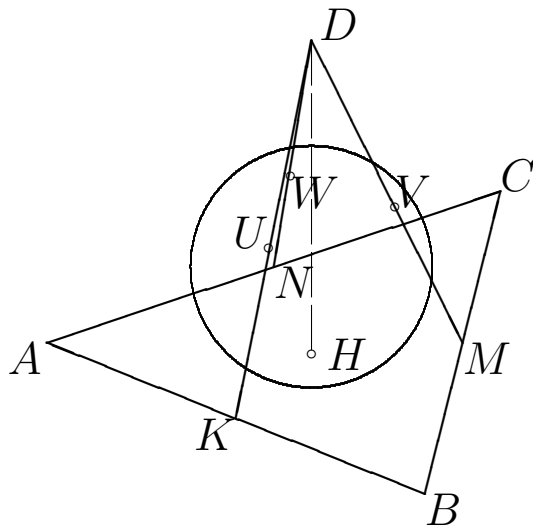
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Проведём рёбра основания, учитывая, что точки K и M находятся на середине соответствующего ребра. Теперь проведём оставшееся ребро AC , апофему DN и точку касания шара с гранью ACD .



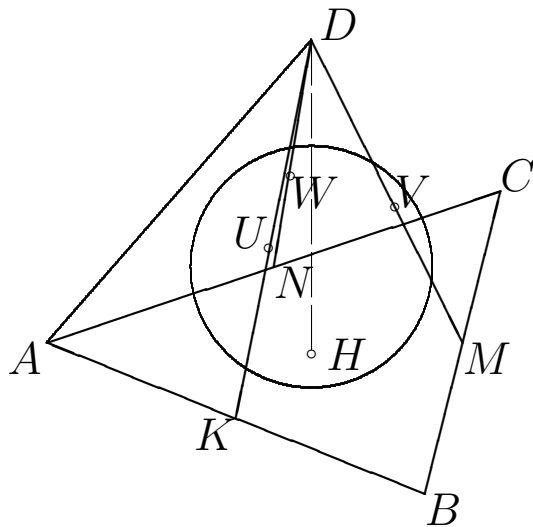
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Теперь изобразим боковые рёбра.



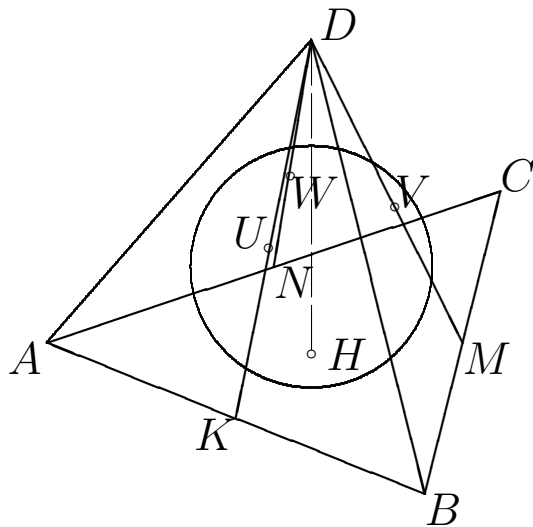
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Теперь изобразим боковые рёбра.



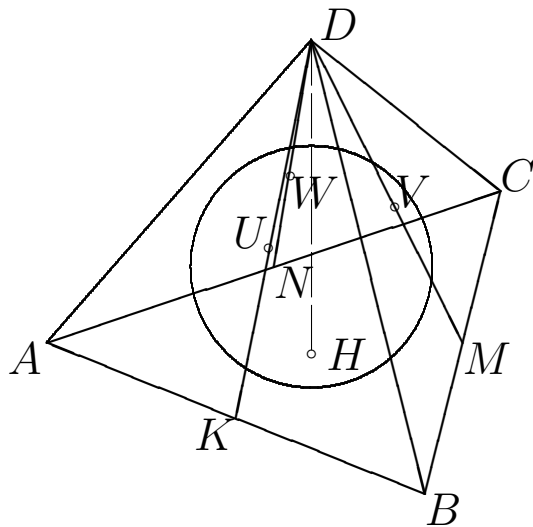
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Теперь изобразим боковые рёбра.



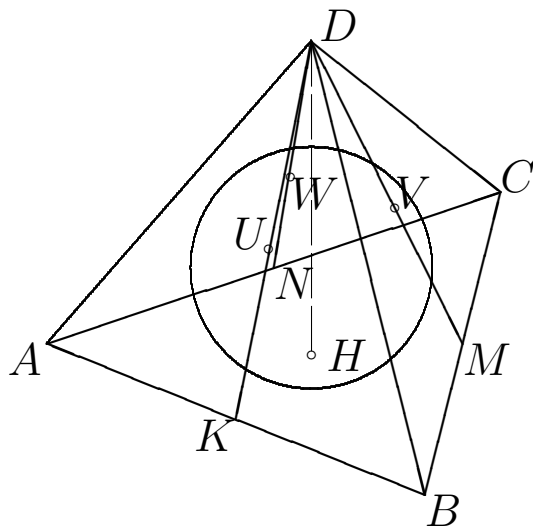
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Теперь изобразим боковые рёбра.



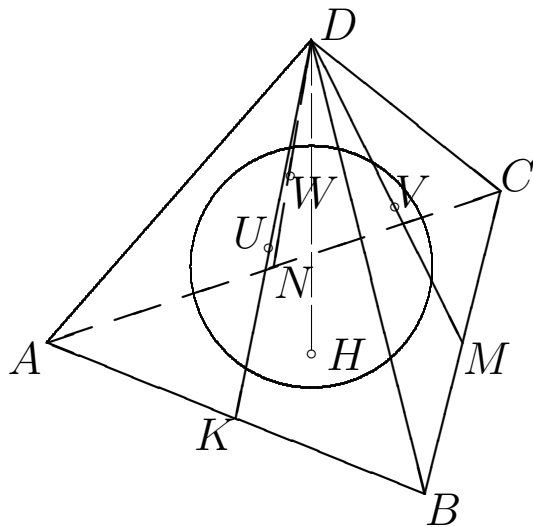
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Осталось с помощью ластика сделать пунктирными «невидимые линии».



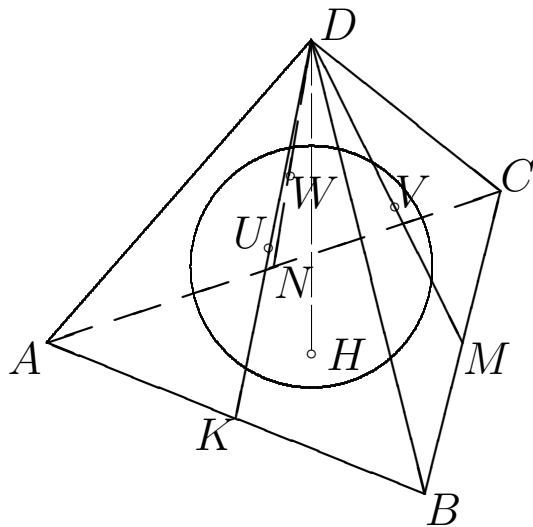
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Осталось с помощью ластика сделать пунктирными «невидимые линии».



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

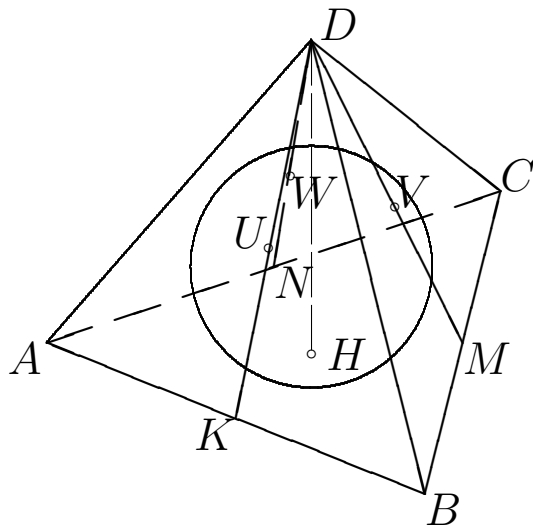
Решение. Для того, чтобы изобразить угол между боковой гранью и основанием, проведём сечение через центр шара перпендикулярно ребру AB .



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Для того, чтобы изобразить угол между боковой гранью и основанием, проведём сечение через центр шара перпендикулярно ребру AB .

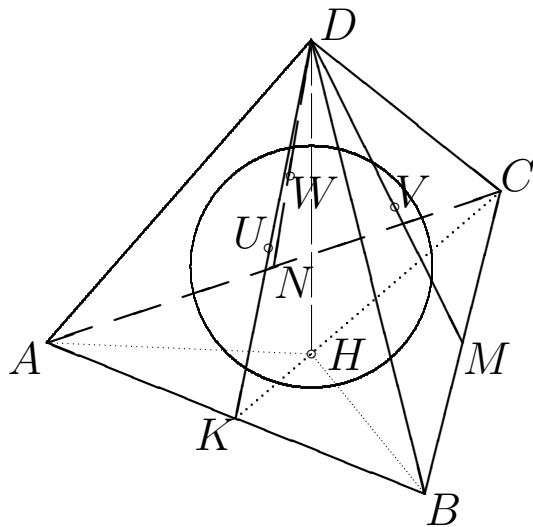
В силу симметричности фигуры сечение пройдёт через D и C .



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение. Для того, чтобы изобразить угол между боковой гранью и основанием, проведём сечение через центр шара перпендикулярно ребру AB .

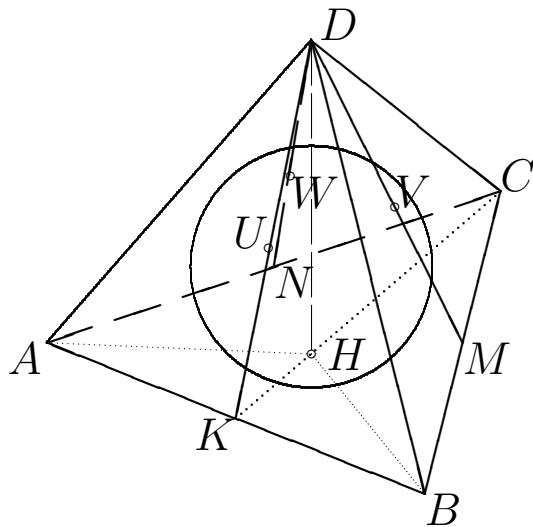
В силу симметричности фигуры сечение пройдёт через D и C .



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

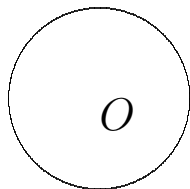
Решение.

Изобразим сечение KCD «анфас».

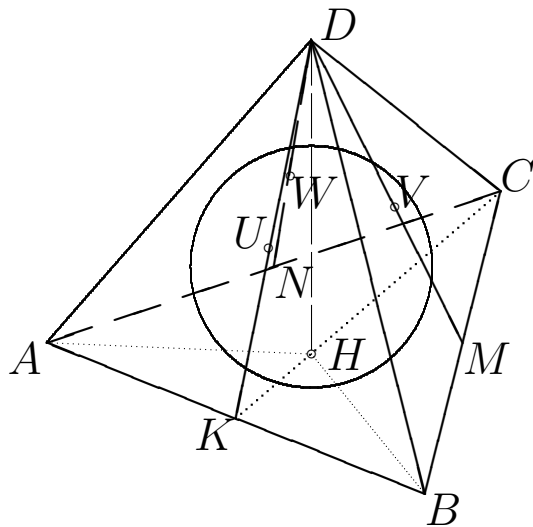


Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.

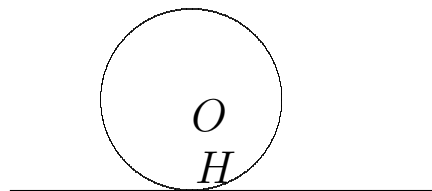


Изобразим сечение KCD «анфас».

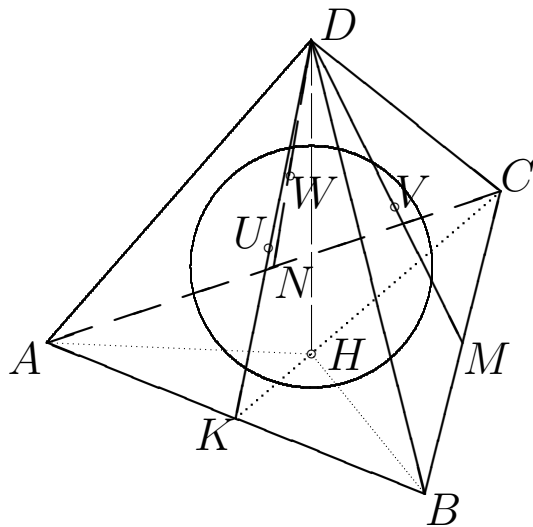


Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.

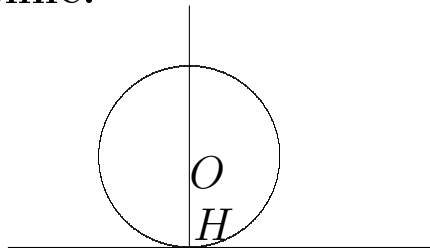


Изобразим сечение KCD «анфас».

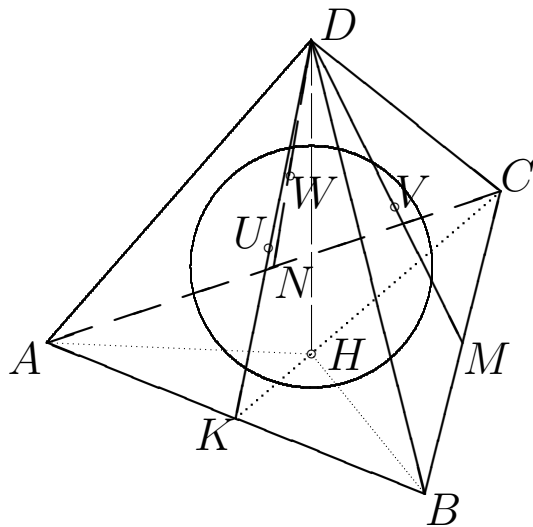


Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\Delta ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.

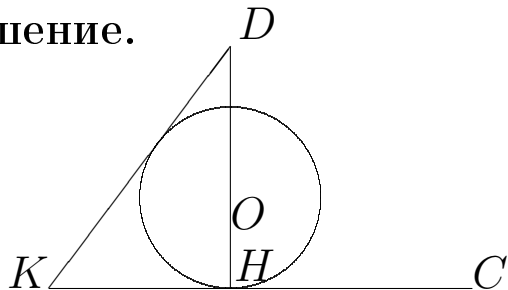


Изобразим сечение KCD «анфас».

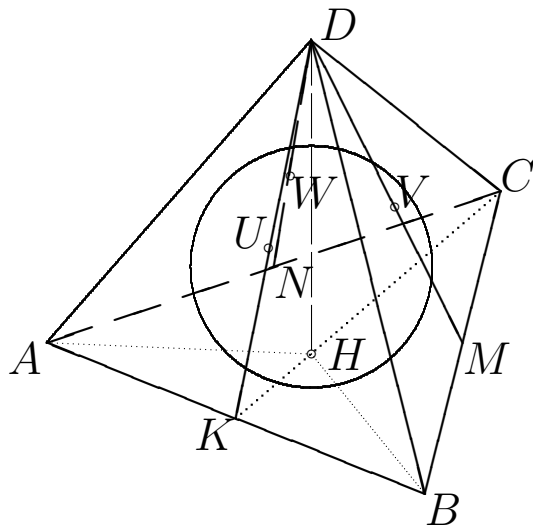


Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.

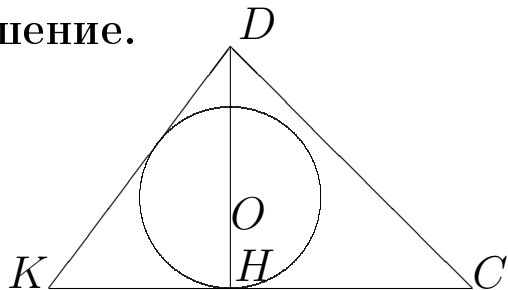


Изобразим сечение KCD «анфас».

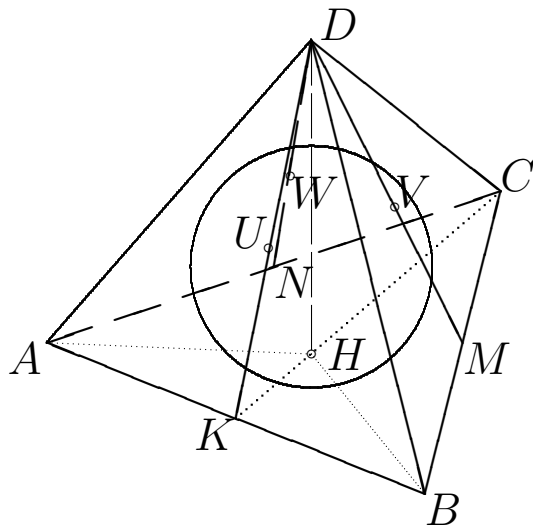


Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.

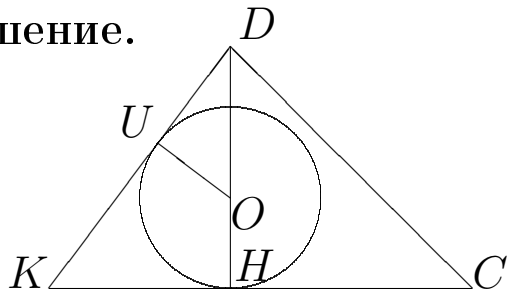


Изобразим сечение KCD «анфас».

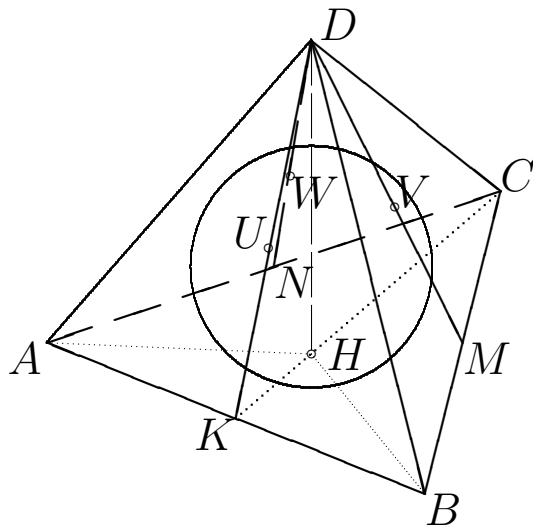


Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.

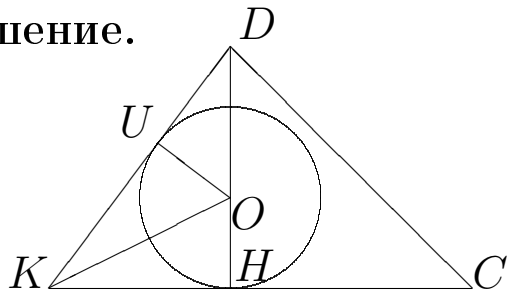


Изобразим сечение KCD «анфас».

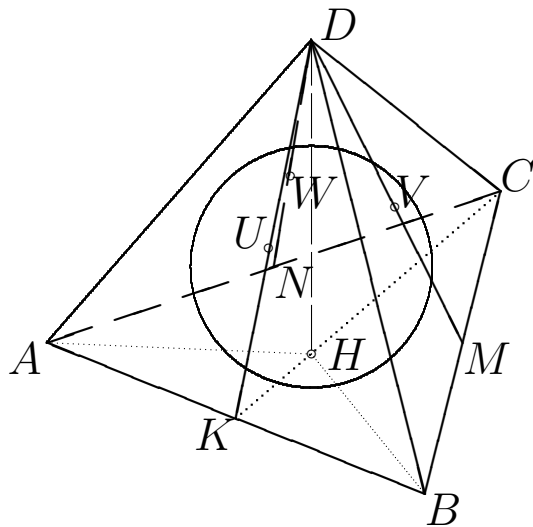


Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\Delta ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.

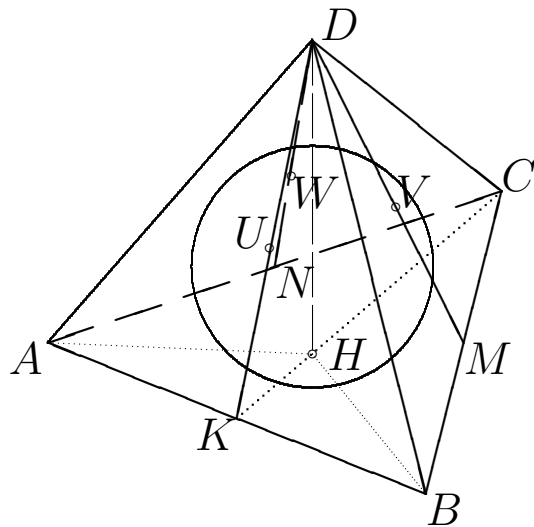
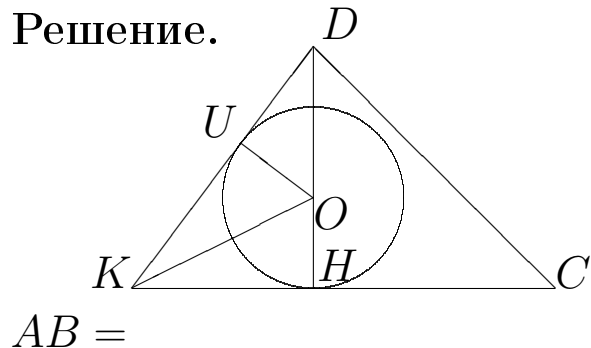


Изобразим сечение KCD «анфас».



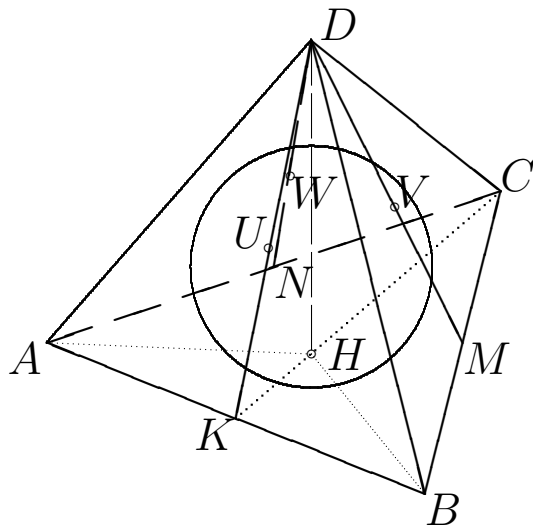
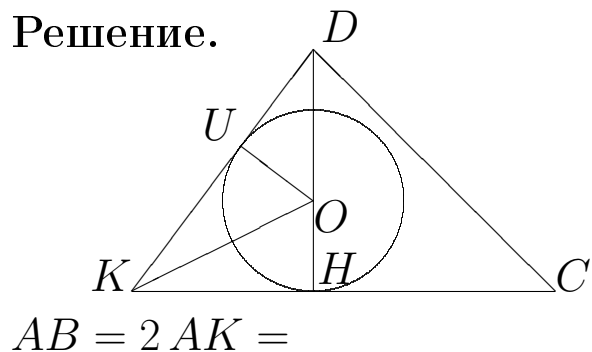
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.



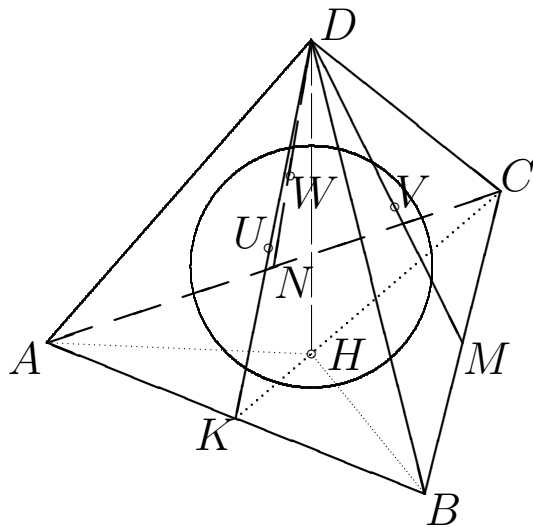
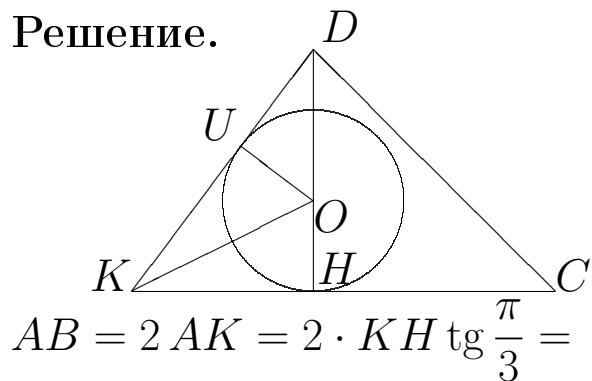
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.



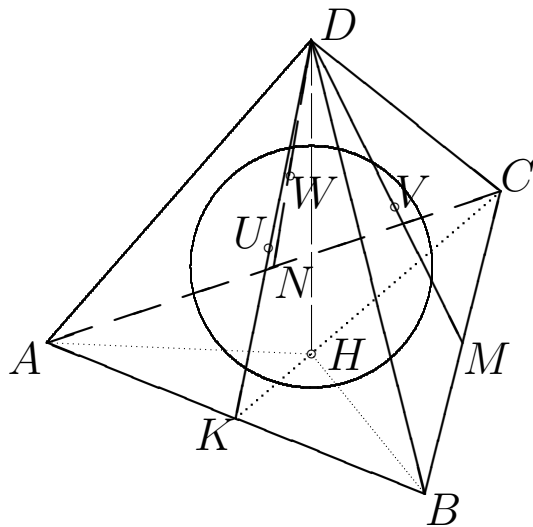
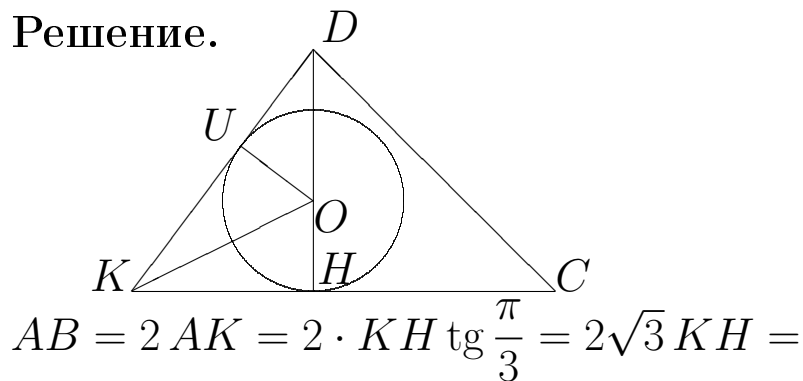
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.



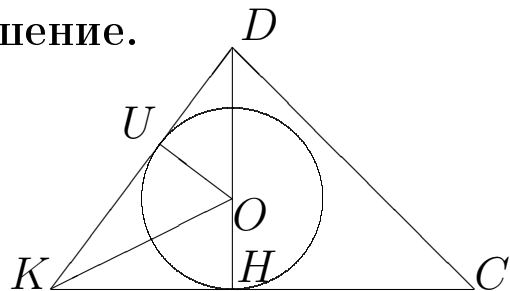
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.



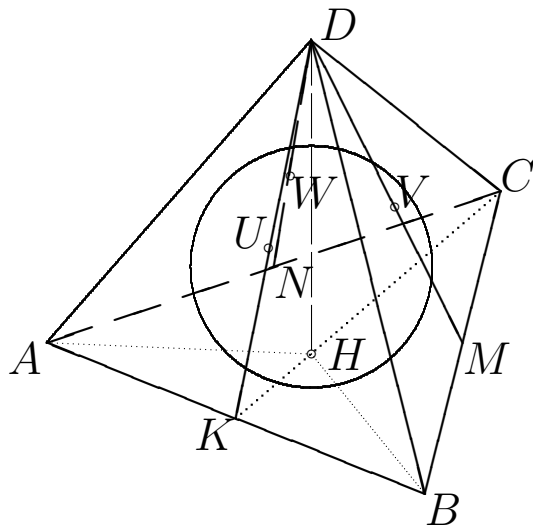
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.



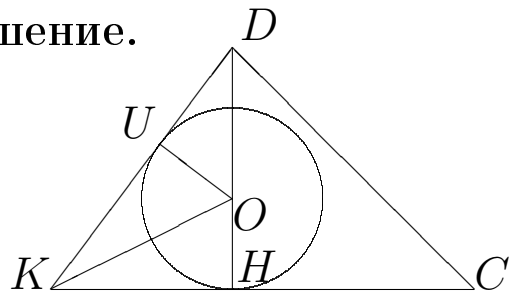
$$AB = 2AK = 2 \cdot KH \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3}KH =$$

$$= 2\sqrt{3} \cdot OH \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} =$$

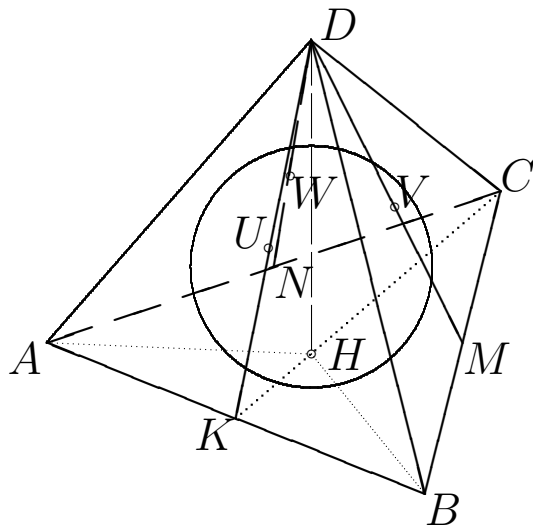


Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.

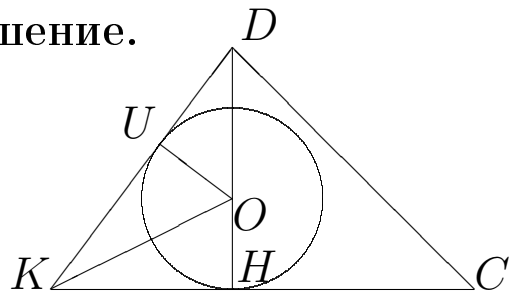


$$\begin{aligned}
 AB &= 2AK = 2 \cdot KH \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3}KH = \\
 &= 2\sqrt{3} \cdot OH \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = 2\sqrt{3}r \cdot \sqrt{3} =
 \end{aligned}$$

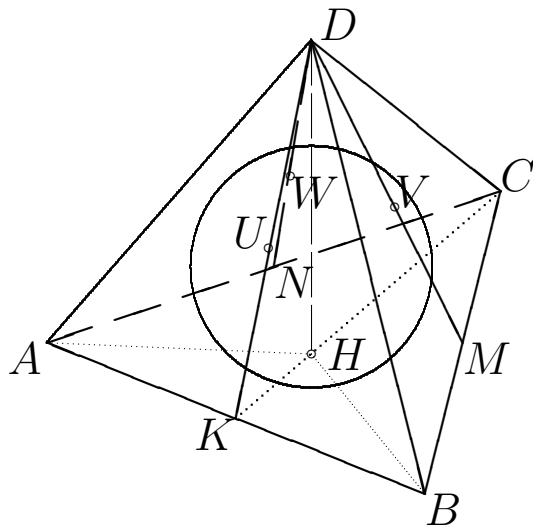


Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.

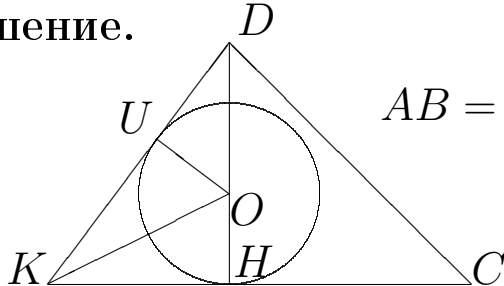


$$\begin{aligned}
 AB &= 2AK = 2 \cdot KH \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3}KH = \\
 &= 2\sqrt{3} \cdot OH \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = 2\sqrt{3}r \cdot \sqrt{3} = 6r.
 \end{aligned}$$



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

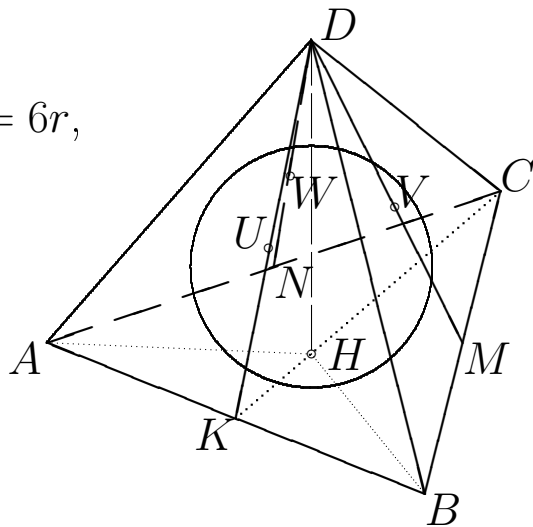
Решение.



$$AB = BC = AC = 6r,$$

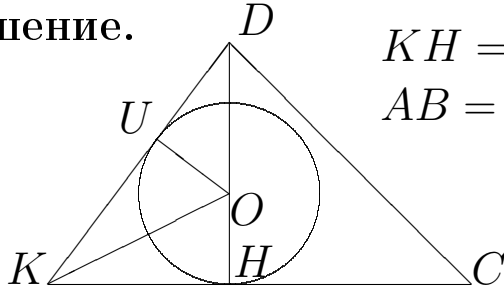
$$AB = 2AK = 2 \cdot KH \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3}KH =$$

$$= 2\sqrt{3} \cdot OH \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = 2\sqrt{3}r \cdot \sqrt{3} = 6r.$$



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.

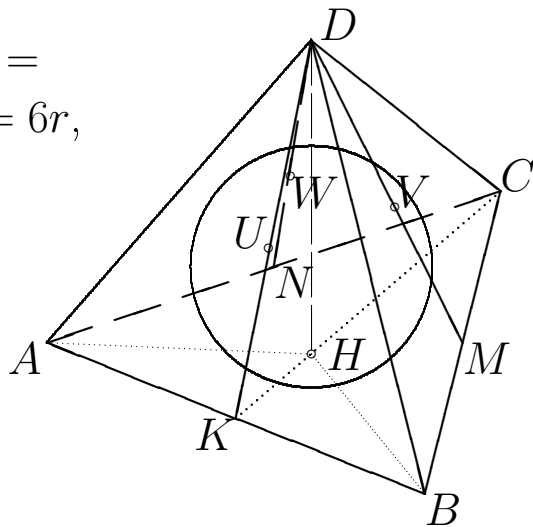


$$KH = \quad AK =$$

$$AB = BC = AC = 6r,$$

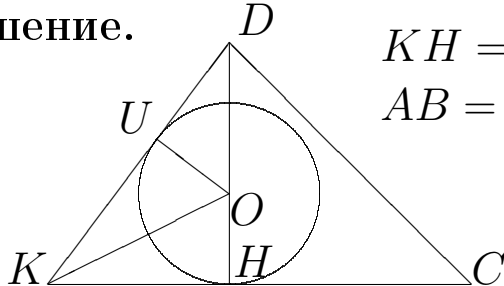
$$AB = 2AK = 2 \cdot KH \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3} KH =$$

$$= 2\sqrt{3} \cdot OH \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = 2\sqrt{3}r \cdot \sqrt{3} = 6r.$$



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.

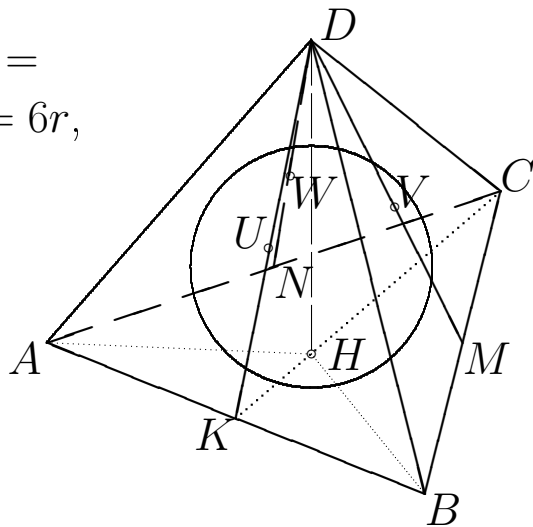


$$KH = r\sqrt{3}, \quad AK =$$

$$AB = BC = AC = 6r,$$

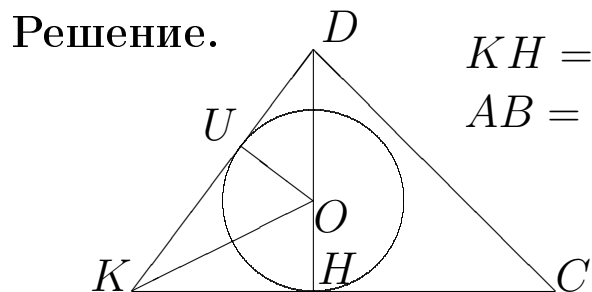
$$AB = 2AK = 2 \cdot KH \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3}KH =$$

$$= 2\sqrt{3} \cdot OH \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = 2\sqrt{3}r \cdot \sqrt{3} = 6r.$$



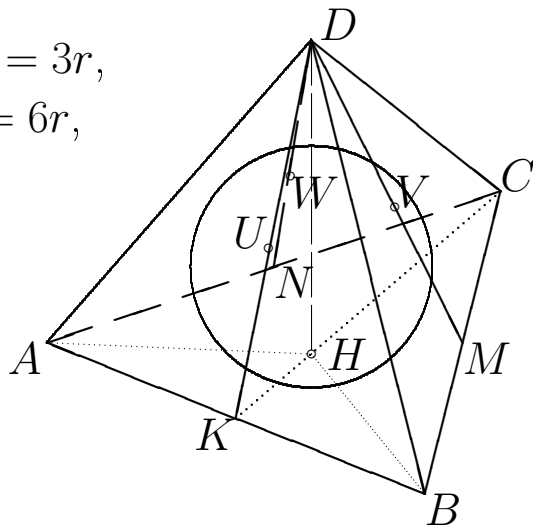
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.



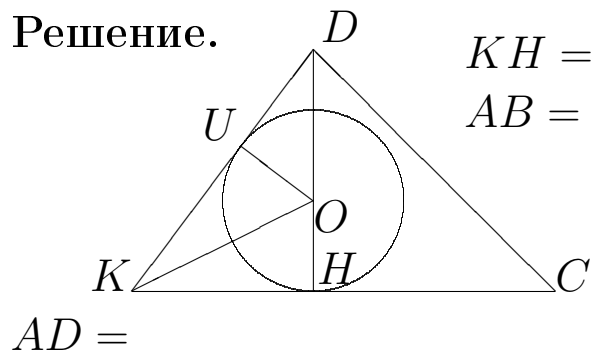
$$\begin{aligned} AB &= 2AK = 2 \cdot KH \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3}KH = \\ &= 2\sqrt{3} \cdot OH \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = 2\sqrt{3}r \cdot \sqrt{3} = 6r. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KH &= r\sqrt{3}, \quad AK = 3r, \\ AB &= BC = AC = 6r, \end{aligned}$$



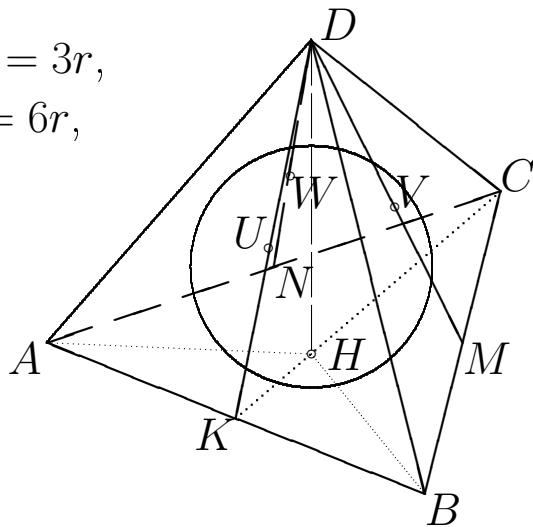
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.



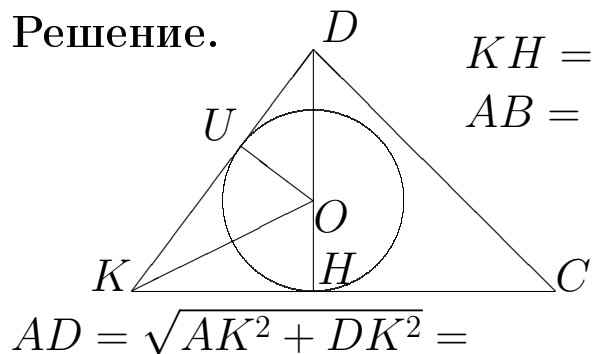
$$KH = r\sqrt{3}, \quad AK = 3r,$$

$$AB = BC = AC = 6r,$$



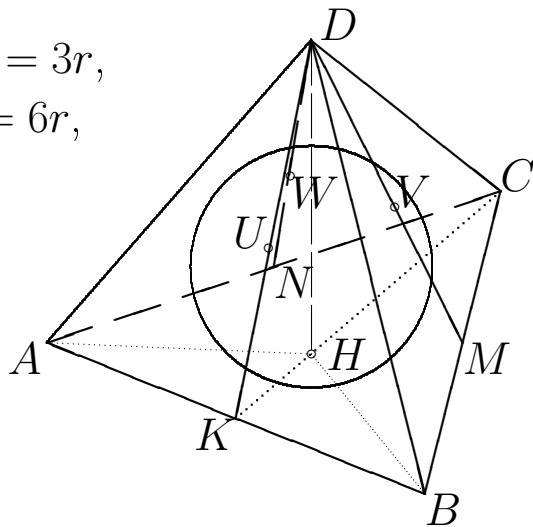
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.



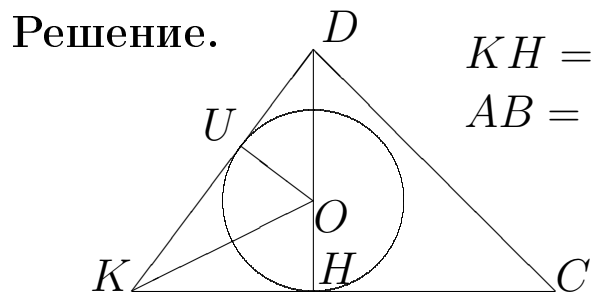
$$KH = r\sqrt{3}, \quad AK = 3r,$$

$$AB = BC = AC = 6r,$$



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.



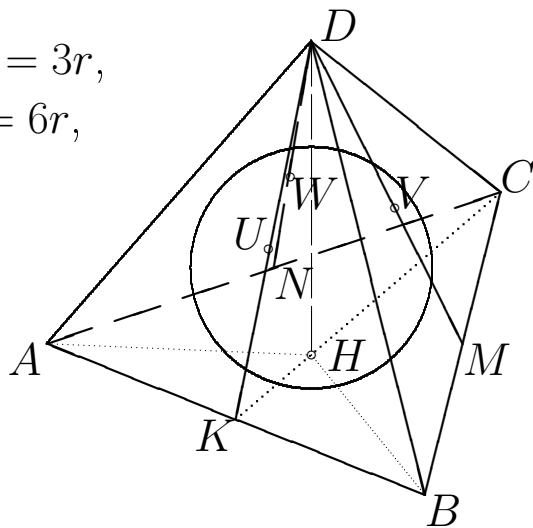
$$KH = r\sqrt{3}, \quad AK = 3r,$$

$$AB = BC = AC = 6r,$$

$$AD = \sqrt{AK^2 + DK^2} =$$

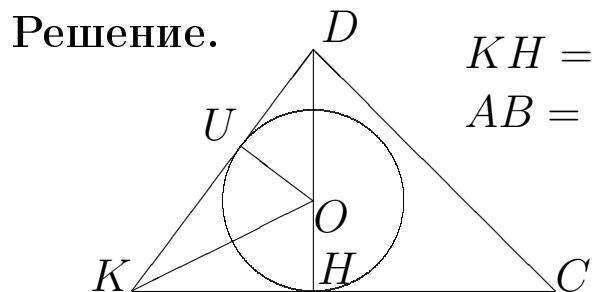
$$= \sqrt{9r^2 + \left(\frac{KH}{\cos(\pi/3)} \right)^2} =$$

$$= \sqrt{9r^2 + (2r\sqrt{3})^2} =$$



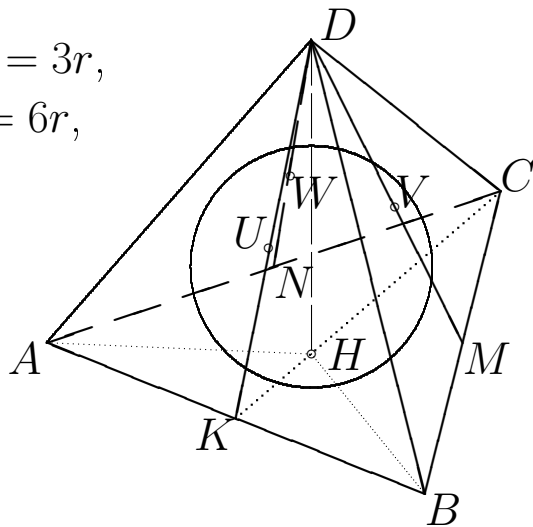
Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.



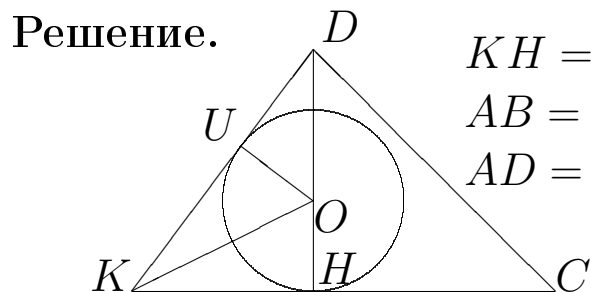
$$KH = r\sqrt{3}, \quad AK = 3r, \\ AB = BC = AC = 6r,$$

$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{AK^2 + DK^2} = \\ &= \sqrt{9r^2 + \left(\frac{KH}{\cos(\pi/3)} \right)^2} = \\ &= \sqrt{9r^2 + (2r\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{21}. \end{aligned}$$



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

Решение.

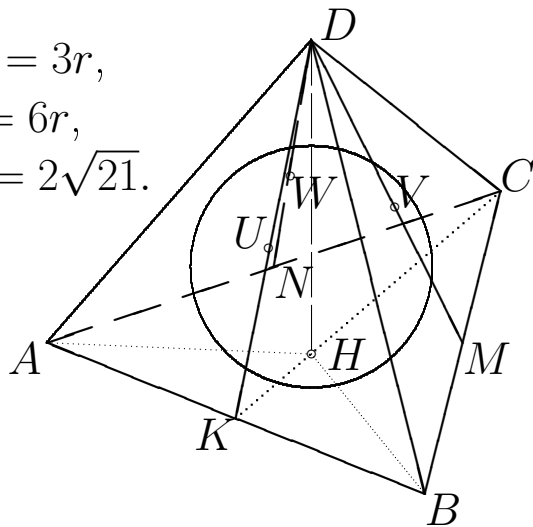


$$KH = r\sqrt{3}, \quad AK = 3r,$$

$$AB = BC = AC = 6r,$$

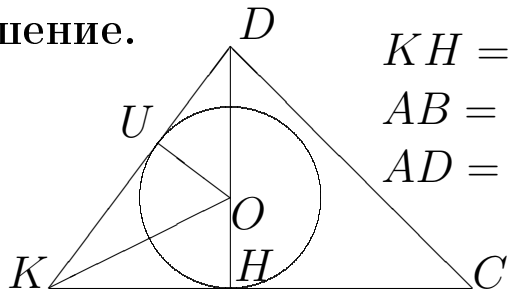
$$AD = BD = CD = 2\sqrt{21}.$$

$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{AK^2 + DK^2} = \\ &= \sqrt{9r^2 + \left(\frac{KH}{\cos(\pi/3)} \right)^2} = \\ &= \sqrt{9r^2 + (2r\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{21}. \end{aligned}$$



Пример 20. Найдите длины рёбер правильной треугольной пирамиды $\triangle ABCD$, если радиус шара, вписанного в пирамиду равен r , и боковые грани образуют с основанием угол $\frac{\pi}{3}$.

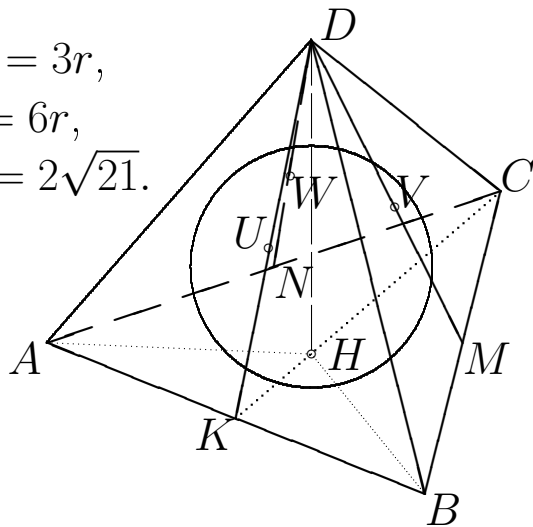
Решение.



$$KH = r\sqrt{3}, \quad AK = 3r,$$

$$AB = BC = AC = 6r,$$

$$AD = BD = CD = 2\sqrt{21}r.$$



[Вернёмся к лекции?](#)

III. Примеры решения геометрических задач на доказательство

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. *Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.*

Роберт Симсон (Robert Simson) — шотландский математик.

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. *Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.*

Доказательство. Построим чертёж.

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. *Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.*

Доказательство. Построим чертёж.

Построение **начнём**...

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. *Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.*

Доказательство. Построим чертёж.

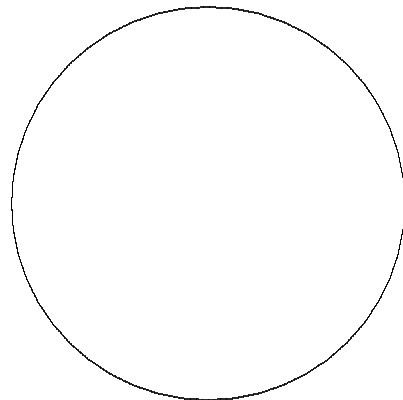
Построение **начнём** с окружности.

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. *Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.*

Доказательство. Построим чертёж.

Построение **начнём** с окружности.

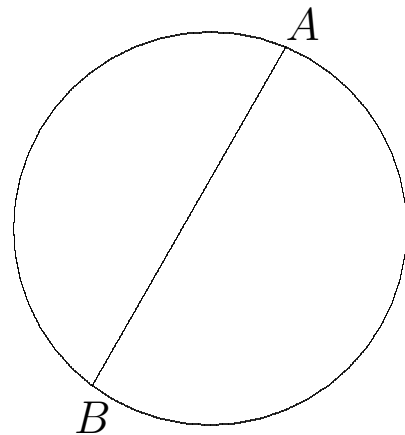


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Построим чертёж.

Построение **начнём** с окружности.

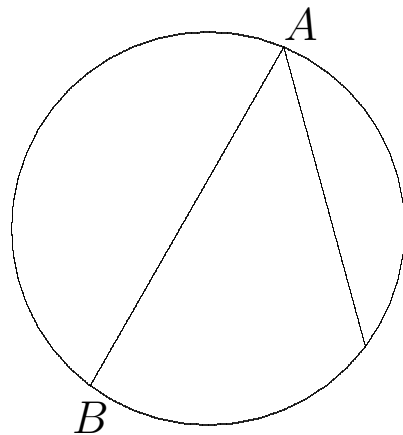


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Построим чертёж.

Построение **начнём** с окружности.

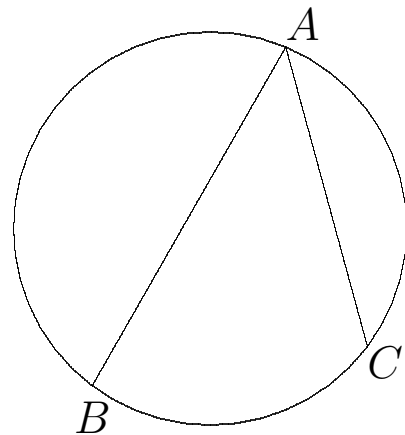


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Построим чертёж.

Построение **начнём** с окружности.

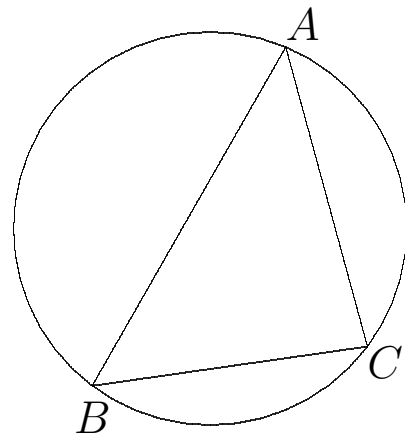


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Построим чертёж.

Построение **начнём** с окружности.

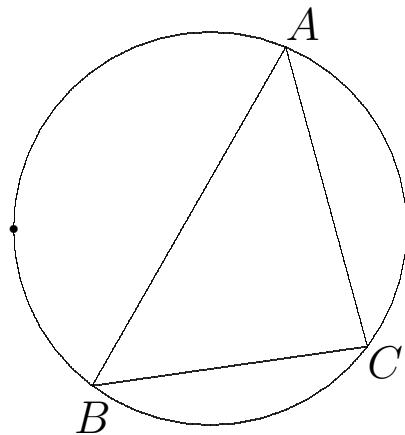


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Построим чертёж.

Построение **начнём** с окружности.

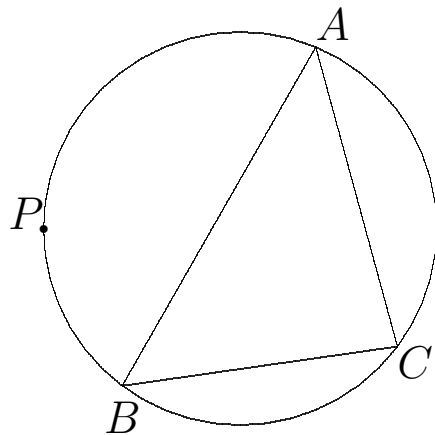


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Построим чертёж.

Построение **начнём** с окружности.

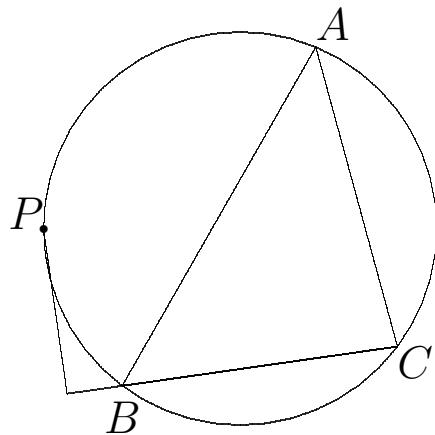


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Построим чертёж.

Построение **начнём** с окружности.

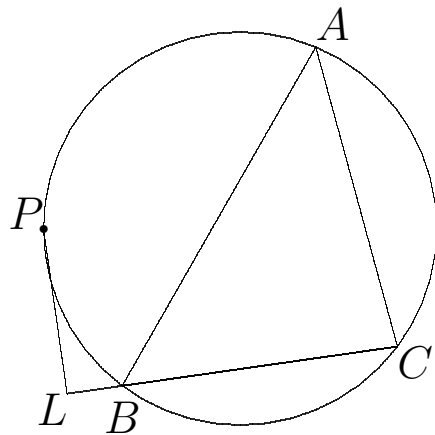


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Построим чертёж.

Построение **начнём** с окружности.

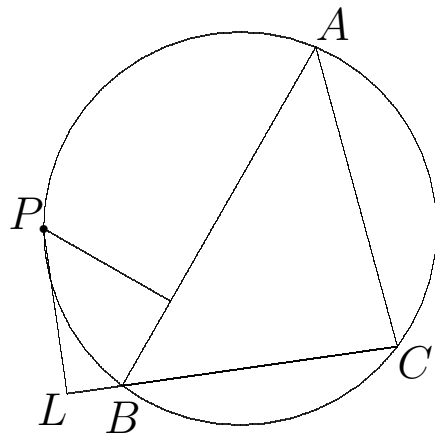


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Построим чертёж.

Построение **начнём** с окружности.

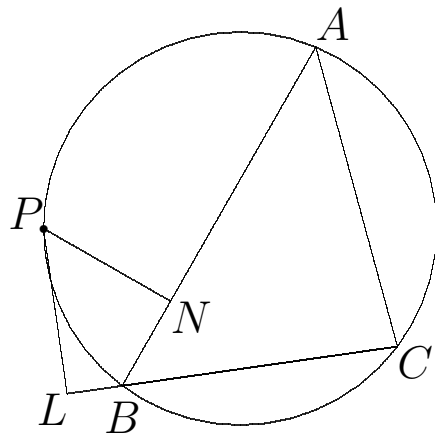


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Построим чертёж.

Построение **начнём** с окружности.

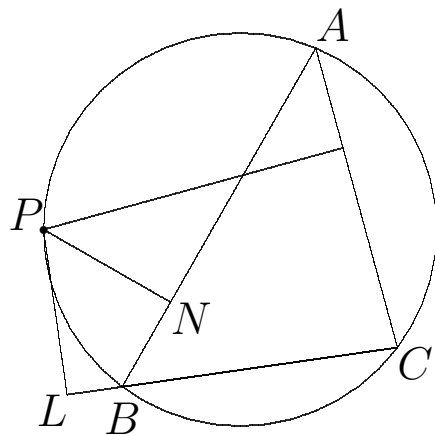


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Построим чертёж.

Построение **начнём** с окружности.

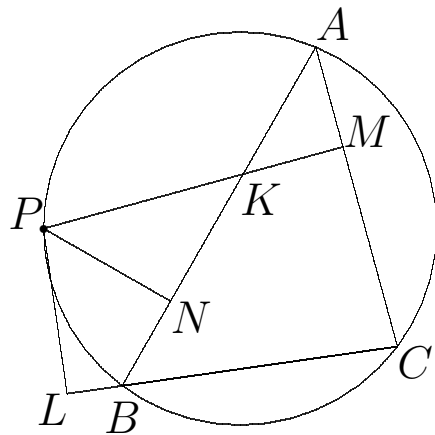


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Построим чертёж.

Построение **начнём** с окружности.

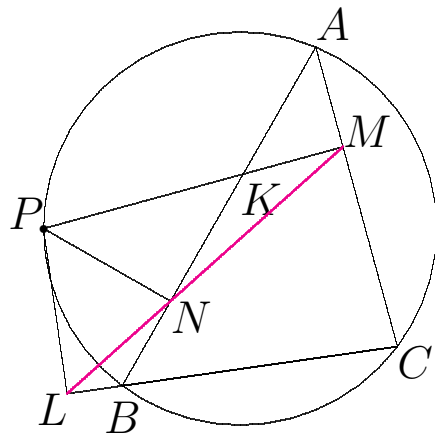


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Построим чертёж.

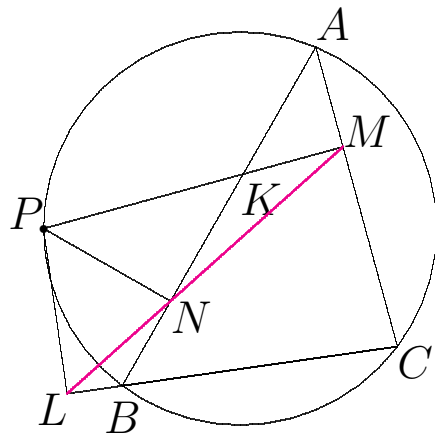
Построение **начнём** с окружности.



III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Как доказать, что три точки лежат на одной прямой?

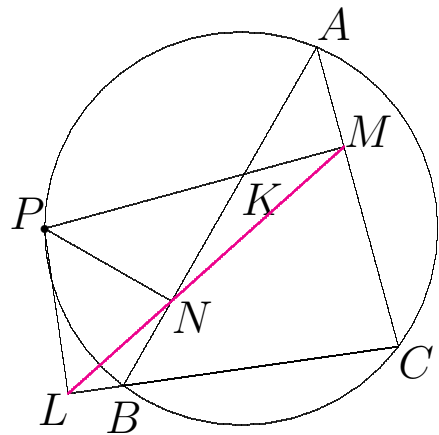


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Как доказать, что три точки лежат на одной прямой?

Во-первых, можно показать, что любая из этих точек лежит на прямой, причём эта прямая обладает уникальным свойством, характерным только для неё.

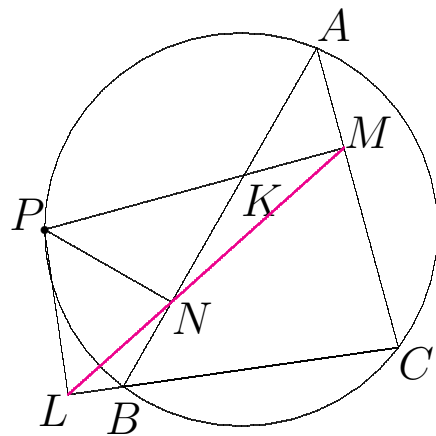


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Как доказать, что три точки лежат на одной прямой?

Во-вторых, можно провести прямую через две из этих точек, и показать, что третья точка принадлежит этой прямой.

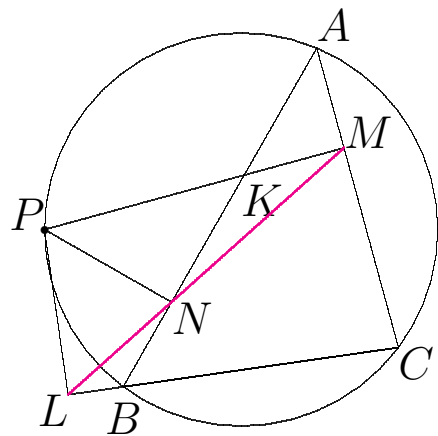


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Как доказать, что три точки лежат на одной прямой?

В-третьих, можно провести прямую через две из этих точек, и воспользоваться происхождением третьей точки.



А именно, третья точка обычно получается как точка пересечения линий, например, U и V .

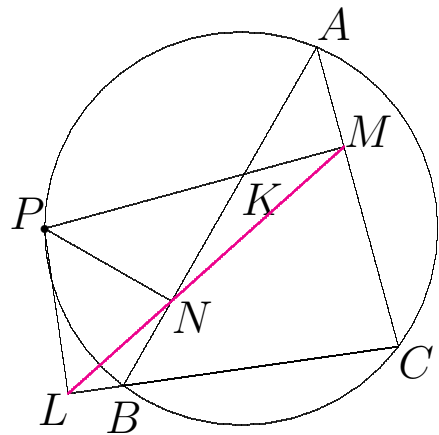
III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Как доказать, что три точки лежат на одной прямой?

В-третьих, можно провести прямую через две из этих точек, и воспользоваться происхождением третьей точки.

Можно показать, что точка пересечения прямой с линией U принадлежит линии V .



А именно, третья точка обычно получается как точка пересечения линий, например, U и V .

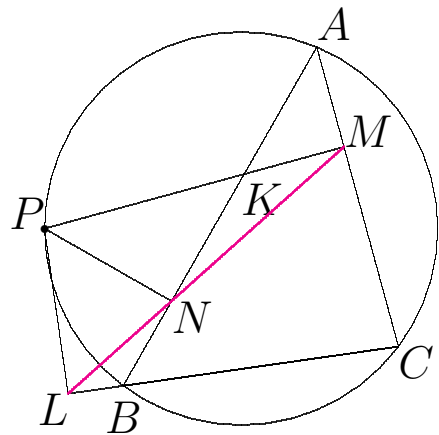
III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Как доказать, что три точки лежат на одной прямой?

В-третьих, можно провести прямую через две из этих точек, и воспользоваться происхождением третьей точки.

Можно показать, что точка пересечения прямой с линией U принадлежит линии V .

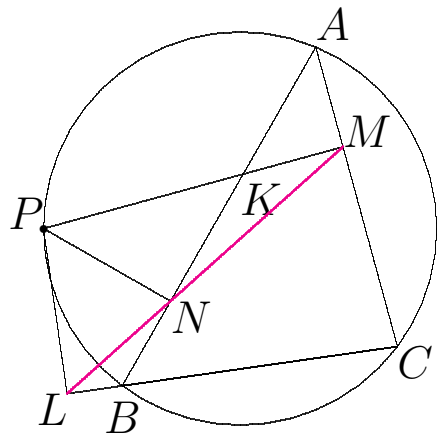


В данном случае покажем, что точка пересечения линий AB и ML принадлежит перпендикуляру к AB .

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Переведём последнее утверждение на язык равенств:

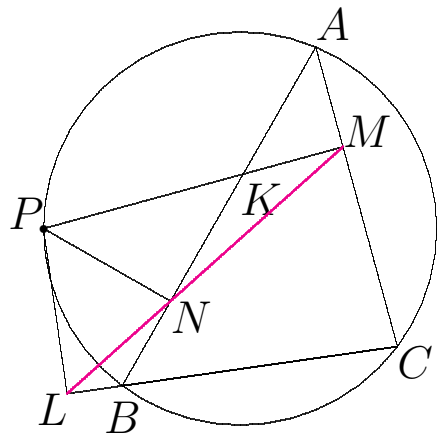


В данном случае покажем, что точка пересечения линий AB и ML принадлежит перпендикуляру к AB .

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. Переведём последнее утверждение на язык равенств: надо доказать, что $\angle PNA = \pi/2 = 90^\circ$.

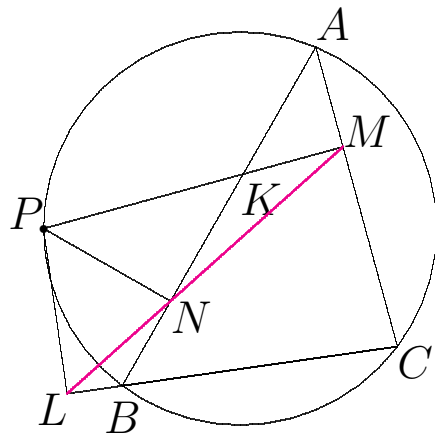


В данном случае покажем, что точка пересечения линий AB и ML принадлежит перпендикуляру к AB .

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

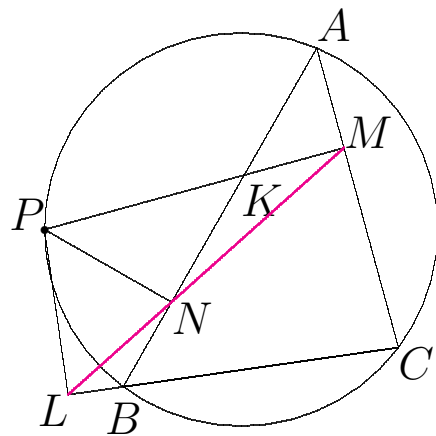
Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.



III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

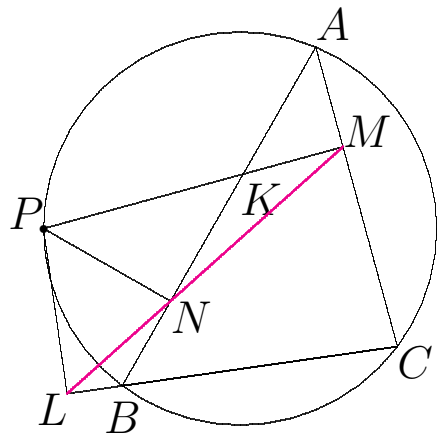


$$\angle PNA =$$

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

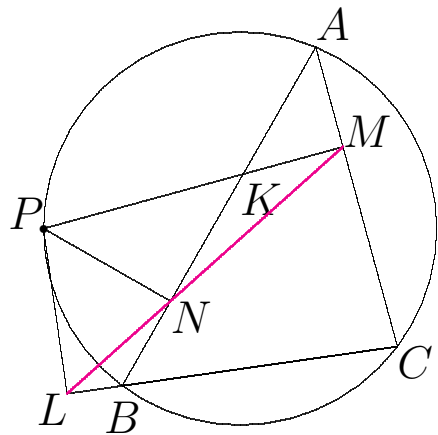


$$\angle PNA = 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP =$$

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

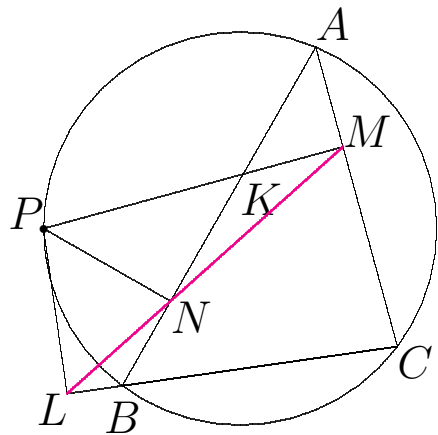


$$\angle PNA = 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA =$$

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

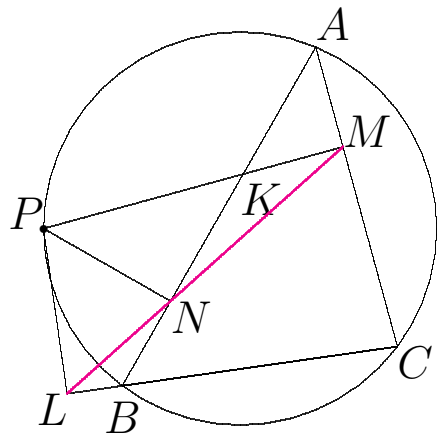


$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) =\end{aligned}$$

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

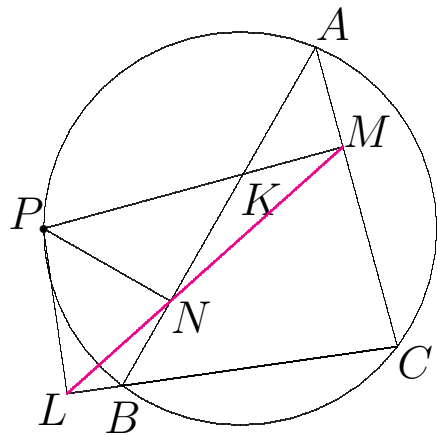


$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =\end{aligned}$$

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. *Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.*

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$$\angle NPK =$$


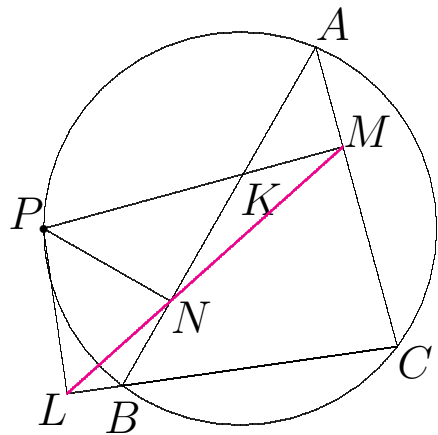
$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =\end{aligned}$$

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$\angle NPK = \angle NPM =$



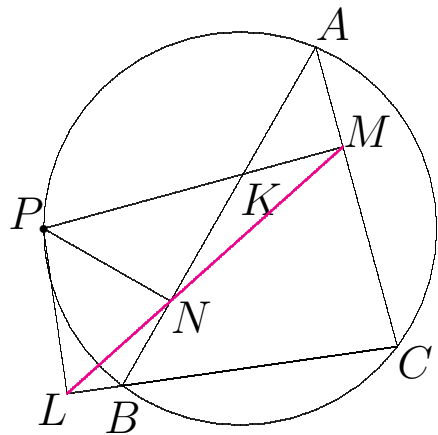
$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =\end{aligned}$$

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$$\angle NPK = \angle NPM = \angle LPM - \angle LPN =$$



$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =\end{aligned}$$

III.1. Теорема Симсона

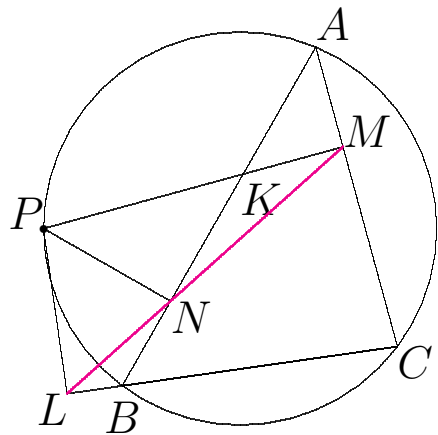
Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$$\angle NPK = \angle NPM = \angle LPM - \angle LPN =$$

=

$$\angle LPM =$$



$$\begin{aligned} \angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC = \end{aligned}$$

III.1. Теорема Симсона

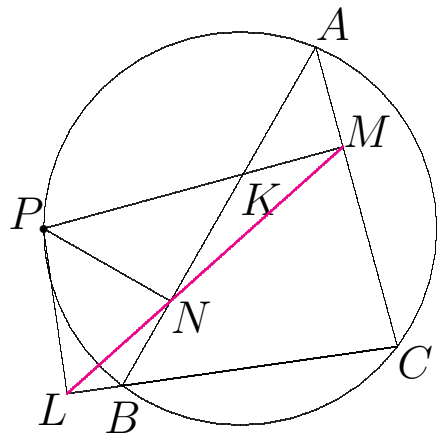
Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$$\angle NPK = \angle NPM = \angle LPM - \angle LPN =$$
$$=$$

$$\angle LPM =$$
$$= 360^\circ - \angle PMC - \angle PLC - \angle MCL =$$

$$\angle PNA = 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA =$$
$$= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =$$



III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

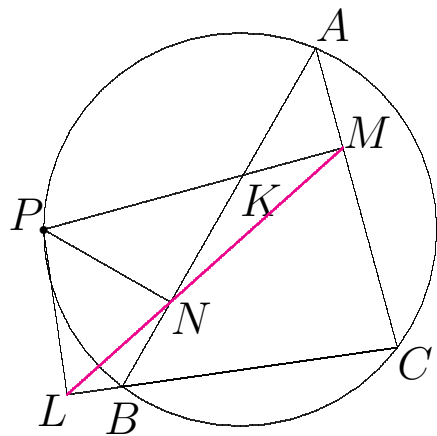
$$\angle NPK = \angle NPM = \angle LPM - \angle LPN =$$

$$\angle LPM =$$

$$= 360^\circ - \angle PMC - \angle PLC - \angle MCL =$$

$$= 180^\circ - \angle ACB.$$

$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =\end{aligned}$$



III.1. Теорема Симсона

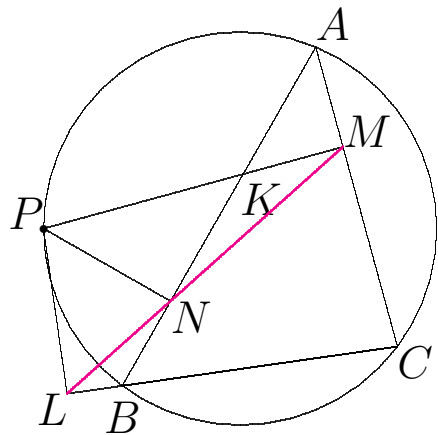
Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$$\begin{aligned}\angle NPK &= \angle NPM = \angle LPM - \angle LPN = \\ &= 180^\circ - \angle ACB - \quad \quad \quad =\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle LPM &= \\ &= 360^\circ - \angle PMC - \angle PLC - \angle MCL = \\ &= 180^\circ - \angle ACB.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =\end{aligned}$$

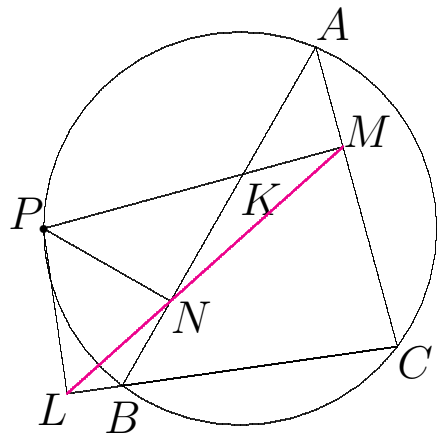


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$$\begin{aligned}\angle NPK &= \angle NPM = \angle LPM - \angle LPN = \\ &= 180^\circ - \angle ACB - \quad =\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =\end{aligned}$$

III.1. Теорема Симсона

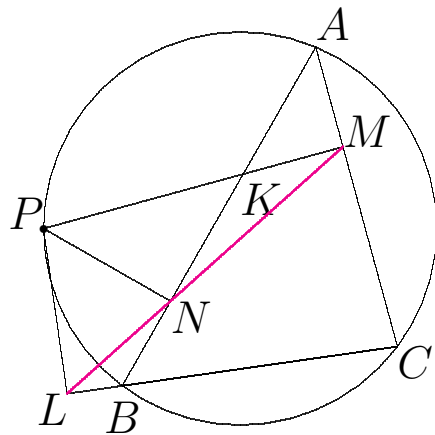
Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$$\begin{aligned}\angle NPK &= \angle NPM = \angle LPM - \angle LPN = \\ &= 180^\circ - \angle ACB - \quad \quad \quad =\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle LPN &= \\ &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =\end{aligned}$$



III.1. Теорема Симсона

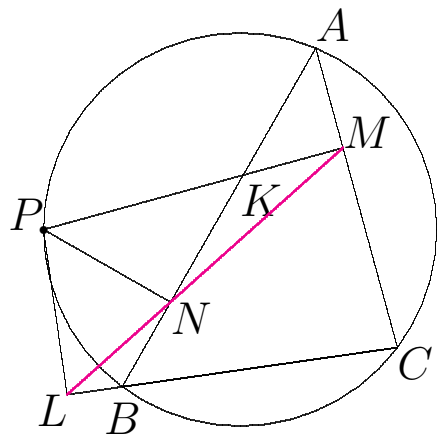
Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$$\begin{aligned}\angle NPK &= \angle NPM = \angle LPM - \angle LPN = \\ &= 180^\circ - \angle ACB - \quad \quad \quad =\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle LPN &= \\ &= 360^\circ - \angle PLB - \angle PNB - \angle LBN = \\ &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =\end{aligned}$$



III.1. Теорема Симсона

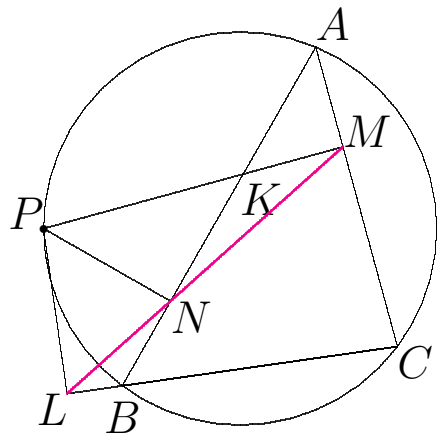
Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$$\begin{aligned}\angle NPK &= \angle NPM = \angle LPM - \angle LPN = \\ &= 180^\circ - \angle ACB - \quad \quad \quad =\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle LPN &= \\ &= 360^\circ - \angle PLB - \angle PNB - \angle LBN = \\ &= 180^\circ - \angle LBA =\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =\end{aligned}$$



III.1. Теорема Симсона

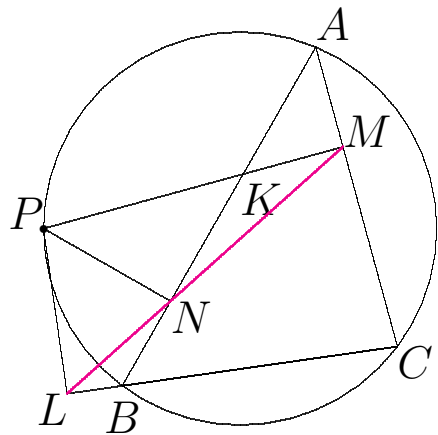
Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$$\begin{aligned}\angle NPK &= \angle NPM = \angle LPM - \angle LPN = \\ &= 180^\circ - \angle ACB - \quad \quad \quad =\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle LPN &= \\ &= 360^\circ - \angle PLB - \angle PNB - \angle LBN = \\ &= 180^\circ - \angle LBA = \angle ABC.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =\end{aligned}$$



III.1. Теорема Симсона

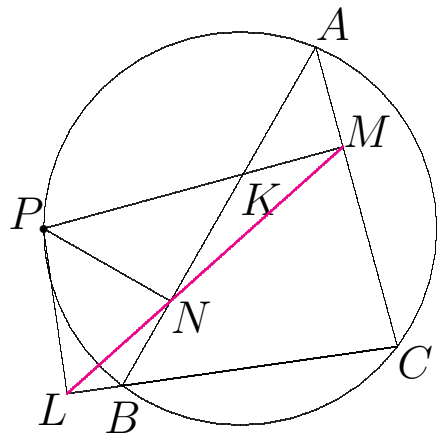
Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$$\begin{aligned}\angle NPK &= \angle NPM = \angle LPM - \angle LPN = \\ &= 180^\circ - \angle ACB - \angle ABC =\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle LPN &= \\ &= 360^\circ - \angle PLB - \angle PNB - \angle LBN = \\ &= 180^\circ - \angle LBA = \angle ABC.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =\end{aligned}$$

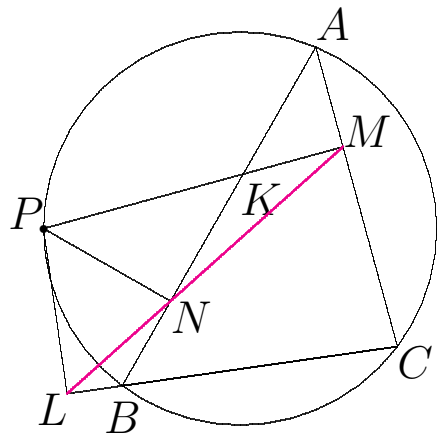


III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$$\begin{aligned}\angle NPK &= \angle NPM = \angle LPM - \angle LPN = \\ &= 180^\circ - \angle ACB - \angle ABC =\end{aligned}$$



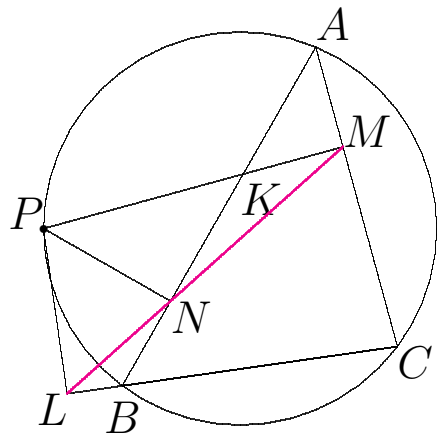
$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =\end{aligned}$$

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$$\begin{aligned}\angle NPK &= \angle NPM = \angle LPM - \angle LPN = \\ &= 180^\circ - \angle ACB - \angle ABC = \angle BAC.\end{aligned}$$



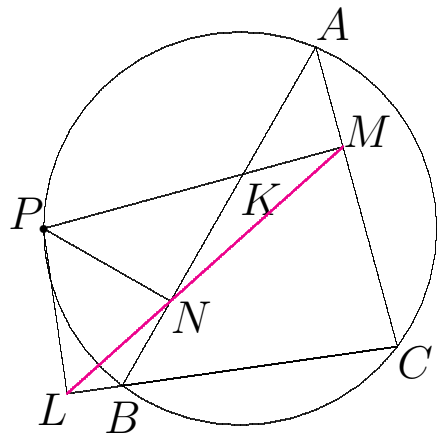
$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC =\end{aligned}$$

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

$$\begin{aligned}\angle NPK &= \angle NPM = \angle LPM - \angle LPN = \\ &= 180^\circ - \angle ACB - \angle ABC = \angle BAC.\end{aligned}$$



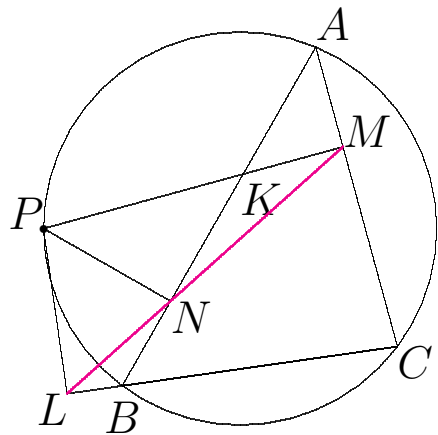
$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC = 90^\circ.\end{aligned}$$

III.1. Теорема Симсона

Теорема 1. Возьмём произвольную точку на окружности, описанной около треугольника. Тогда основания перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны треугольника (или их продолжении), лежат на одной прямой.

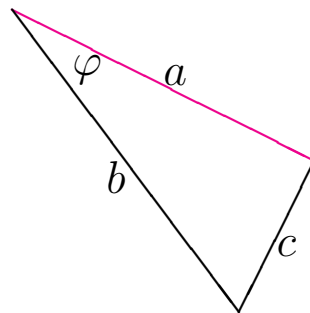
Доказательство. «Мечта»: $\angle PNA = 90^\circ$.

Теорема доказана!

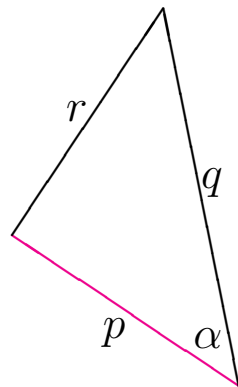


$$\begin{aligned}\angle PNA &= 180^\circ - \angle NPK - \angle NKP = 180^\circ - \angle NPK - \angle MKA = \\ &= 180^\circ - \angle NPK - (90^\circ - \angle KAM) = 90^\circ - \angle NPK + \angle BAC = 90^\circ.\end{aligned}$$

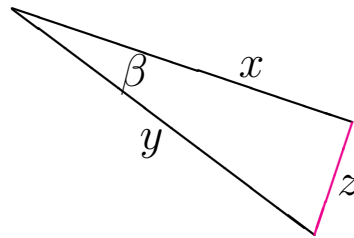
Задача V.3. (Ответ приведен на стр.867.)
Выразите a через а) φ и b ; б) φ и c .



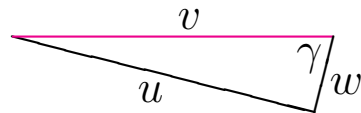
Задача V.4. (Ответ приведен на стр.873.)
Выразите p через а) α и q ; б) α и r .



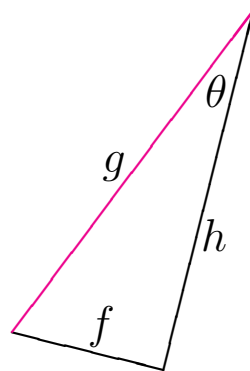
Задача V.5. (Ответ приведен на стр.879.)
Выразите z через а) β и x ; б) β и y .



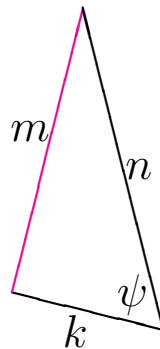
Задача V.6. (Ответ приведен на стр.885.)
Выразите v через а) γ и u ; б) γ и w .



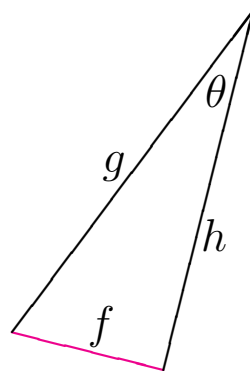
Задача V.7. (Ответ приведен на стр.891.)
Выразите g через а) θ и f ; б) θ и h .



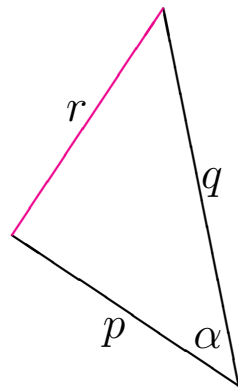
Задача V.8. (Ответ приведен на стр.897.)
Выразите m через а) ψ и k ; б) ψ и n .



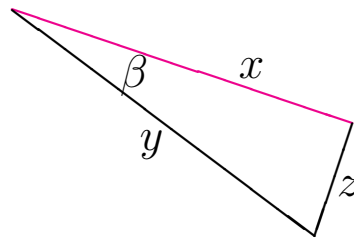
Задача V.9. (Ответ приведен на стр.903.)
Выразите f через а) θ и g ; б) θ и h .



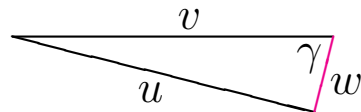
Задача V.10. (Ответ приведен на стр.909.)
Выразите r через а) α и p ; б) α и q .



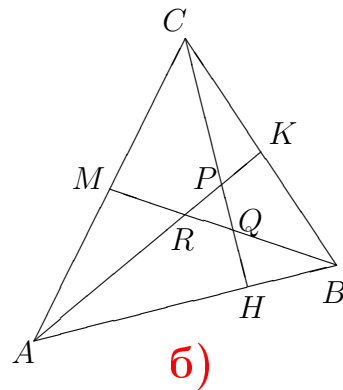
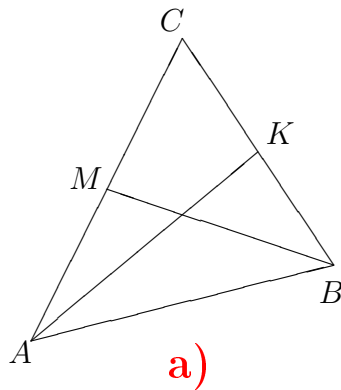
Задача V.11. (Ответ приведен на стр.915.)
Выразите x через а) β и y ; б) β и z .



Задача V.12. (Ответ приведен на стр.921.)
Выразите w через а) γ и u ; б) γ и v .



Задача VI.13. (Ответ приведен на стр.927.) На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

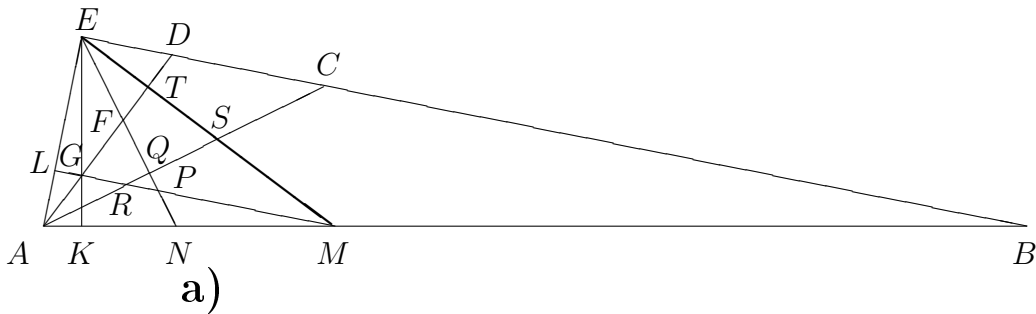


Задача VI.14.

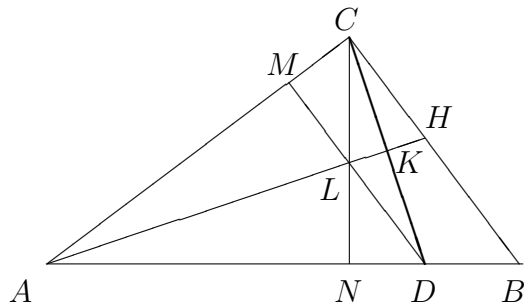
(Ответ приведен на стр.957.)

Имеем, что

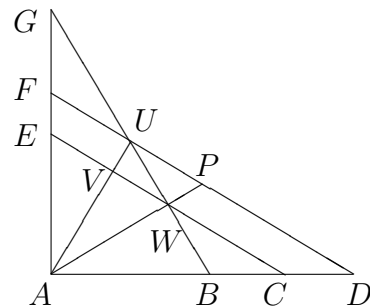
$\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является **а)** отрезок EM ; **б)** отрезок AG .



Задача VI.15. (Ответ приведен на стр.977.) На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .



Задача VI.16. (Ответ приведен на стр.995.) Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.



Задача VII.17. (Ответ приведен на стр.1012.) Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Задача VII.18. (Ответ приведен на стр.1041.) Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Задача VII.19. (Ответ приведен на стр.1082.) Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Задача VII.20. (Ответ приведен на стр.1099.) Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Задача VII.21. (Ответ приведен на стр.1124.) В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM по середине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Задача VII.22. (Ответ приведен на стр.1149.) Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Задача VII.23. (Ответ приведен на стр.1210.) Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Задача VII.24. (Ответ приведен на стр.1239.) Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Задача VII.25. (Ответ приведен на стр.1273.) Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Задача VII.26. (Ответ приведен на стр.1305.) На окружности выбраны последовательно расположенные точки A , B , C , D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

Задача VIII.27. (Ответ приведен на стр.1345.) Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Задача VIII.28. (Ответ приведен на стр.1363.) В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Задача VIII.29. (Ответ приведен на стр.1389.) В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Задача VIII.30. (Ответ приведен на стр.1428.) Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Задача VIII.31. (Ответ приведен на стр.1444.) Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Задача VIII.32. (Ответ приведен на стр.1487.) В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Задача VIII.33. (Ответ приведен на стр.1574.) В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\operatorname{arctg} \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Задача VIII.34. (Ответ приведен на стр.1644.) Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Если не получается решить задачу по стереометрии, надо:

1) не забыть включить «цветное зрение»;

Если не получается решить задачу по стереометрии, надо:

- 1) не забыть включить «цветное зрение»;
- 2) не забыть провести сечения через «цветные» отрезки и углы и «особые точки» (точки пересечения, в частности, касания поверхностей и т.п.);

Если не получается решить задачу по стереометрии, надо:

- 1) не забыть включить «цветное зрение»;
- 2) не забыть провести сечения через «цветные» отрезки и углы и «особые точки»;
- 3) искать треугольники, в которые входят «красные» отрезки и углы;

Если не получается решить задачу по стереометрии, надо:

- 1) не забыть включить «цветное зрение»;
- 2) не забыть провести сечения через «цветные» отрезки и углы и «особые точки»;
- 3) искать треугольники, в которые входят «красные» отрезки и углы;
- 4) обратить особое внимание на цветные *отрезки, раскладывающиеся* в сумму (разность) и «цветные» *углы*;

Если не получается решить задачу по стереометрии, надо:

- 1) не забыть включить «цветное зрение»;
- 2) не забыть провести сечения через «цветные» отрезки и углы и «особые точки»;
- 3) искать треугольники, в которые входят «красные» отрезки и углы;
- 4) обратить особое внимание на цветные *отрезки, раскладывающиеся* в сумму (разность) и «цветные» *углы*;
- 5) не забыть ввести переменные
(первые переменные обозначают искомые величины!!!);

Если не получается решить задачу по стереометрии, надо:

- 1) не забыть включить «цветное зрение»;
- 2) не забыть провести сечения через «цветные» отрезки и углы и «особые точки»;
- 3) искать треугольники, в которые входят «красные» отрезки и углы;
- 4) обратить особое внимание на цветные *отрезки, раскладывающиеся* в сумму (разность) и «цветные» *углы*;
- 5) не забыть ввести переменные;
- 6) учесть, что после введения переменных целью *теперь* является отыскание величины, вычисляемой двумя способами;

Если не получается решить задачу по стереометрии, надо:

- 1) не забыть включить «цветное зрение»;
- 2) не забыть провести сечения через «цветные» отрезки и углы и «особые точки»;
- 3) искать треугольники, в которые входят «красные» отрезки и углы;
- 4) обратить особое внимание на цветные *отрезки, раскладывающиеся* в сумму (разность) и «цветные» *углы*;
- 5) не забыть ввести переменные;
- 6) учесть, что после введения переменных целью *теперь* является отыскание величины, вычисляемой двумя способами;
- 7) учесть, что один и тот же отрезок может входить в треугольники, лежащие в разных плоскостях! Поэтому в процессе поиска решения в первую очередь рассматриваем *исходный чертеж*, и только при отыскании конкретных значений и отбора необходимых формул рассматриваем рисунок, на котором изображено сечение «анфас».

Задача IX.35. (Ответ приведен на стр.1724.) Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Не получается? Воспользуйся рекомендациями!

Задача IX.36. (Ответ приведен на стр.1765.) В четырехугольную пирамиду, все ребра которой равны друг другу, вписан цилиндр, высота которого равна радиусу основания, причем одно из оснований цилиндра лежит на основании пирамиды, а граница второго основания касается остальных граней пирамиды. Найдите отношение объема пирамиды к объему цилиндра.

Не получается? Воспользуйся рекомендациями!

Задача IX.37. (Ответ приведен на стр.1767.) В кубе проведено сечение, пересекающее нижнее основание по диагонали, а верхнее — по серединам смежных ребер. Найдите угол между секущей плоскостью и основанием куба.

Не получается? Воспользуйся рекомендациями!

Задача IX.38. (Ответ приведен на стр.1777.) У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Не получается? Воспользуйся рекомендациями!

Решение задачи 1.

Задача 1. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сегмент круга.

Задача 1. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сегмент круга.

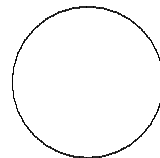
Ответ.

Чтобы уменьшить погрешность построения, целесообразно начать чертёж со вписанной окружности.

Задача 1. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сегмент круга.

Ответ.

Чтобы уменьшить погрешность построения, целесообразно начать чертёж со вписанной окружности.

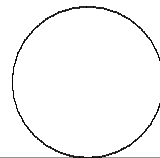


Задача 1. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сегмент круга.

Ответ.

Чтобы уменьшить погрешность построения, целесообразно начать чертёж со вписанной окружности.

Теперь строим сегмент вокруг этой окружности.

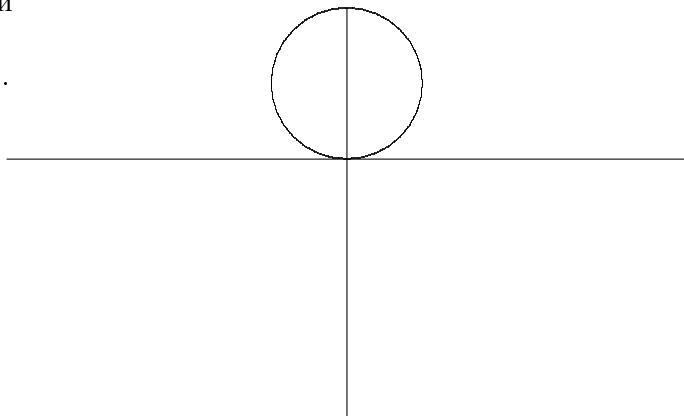


Задача 1. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сегмент круга.

Ответ.

Чтобы уменьшить погрешность построения, целесообразно начать чертёж со вписанной окружности.

Теперь строим сегмент вокруг этой окружности.

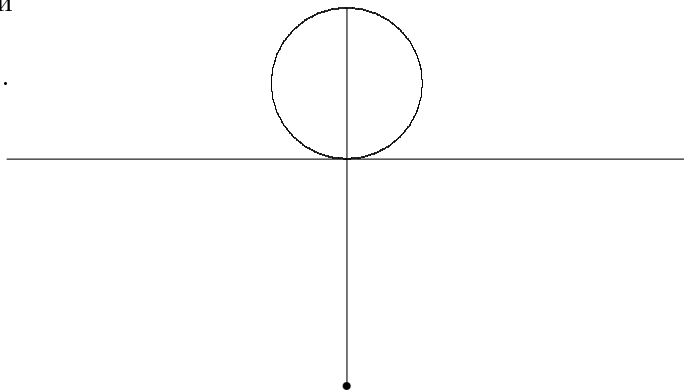


Задача 1. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сегмент круга.

Ответ.

Чтобы уменьшить погрешность построения, целесообразно начать чертёж со вписанной окружности.

Теперь строим сегмент вокруг этой окружности.

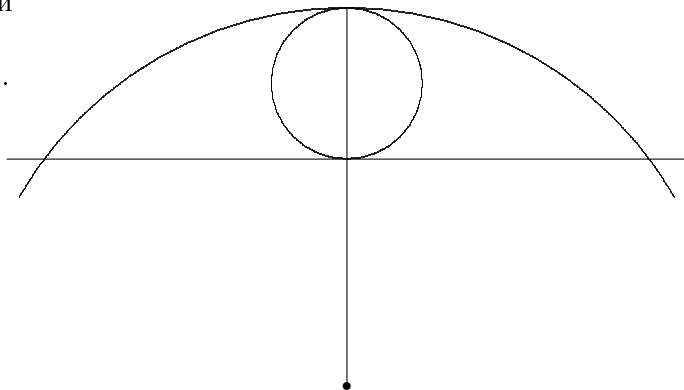


Задача 1. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сегмент круга.

Ответ.

Чтобы уменьшить погрешность построения, целесообразно начать чертёж со вписанной окружности.

Теперь строим сегмент вокруг этой окружности.

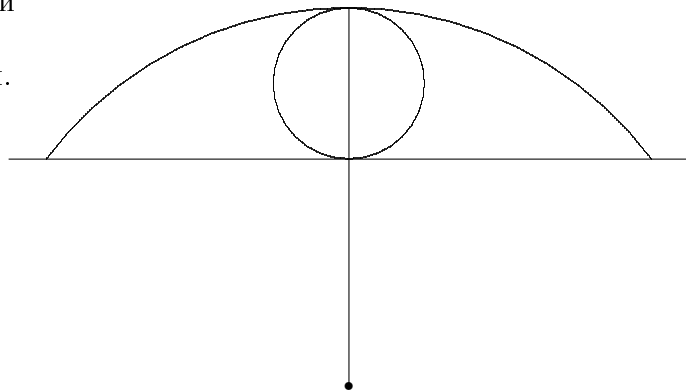


Задача 1. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сегмент круга.

Ответ.

Чтобы уменьшить погрешность построения, целесообразно начать чертёж со вписанной окружности.

Теперь строим сегмент вокруг этой окружности.
Остаётся убрать всё лишнее.

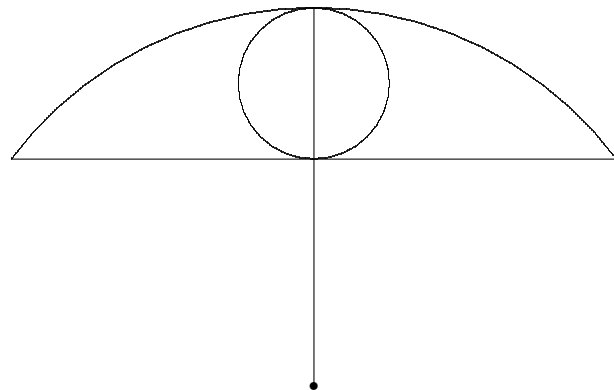


Задача 1. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сегмент круга.

Ответ.

Чтобы уменьшить погрешность построения, целесообразно начать чертёж со вписанной окружности.

Теперь строим сегмент вокруг этой окружности. Остаётся убрать всё лишнее.

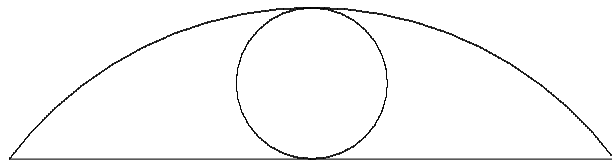


Задача 1. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сегмент круга.

Ответ.

Чтобы уменьшить погрешность построения, целесообразно начать чертёж со вписанной окружности.

Теперь строим сегмент вокруг этой окружности.
Остаётся убрать всё лишнее.



Задача 1. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сегмент круга.

Ответ. [Вернёмся к лекции](#) или решим следующую задачу?

Решение задачи 2.

Задача 2. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сектор круга.

Задача 2. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сектор круга.

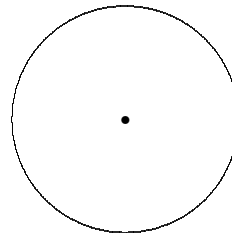
Ответ.

Для уменьшения погрешностей при выполнении чертежа начнём с изображения вписанной окружности.

Задача 2. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сектор круга.

Ответ.

Для уменьшения погрешностей при выполнении чертежа начнём с изображения вписанной окружности.

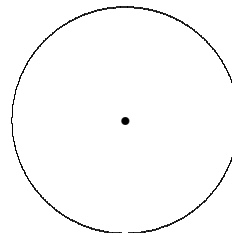


Задача 2. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сектор круга.

Ответ.

Для уменьшения погрешностей при выполнении чертежа начнём с изображения вписанной окружности.

Теперь можно выбрать точку в качестве центра сектора,

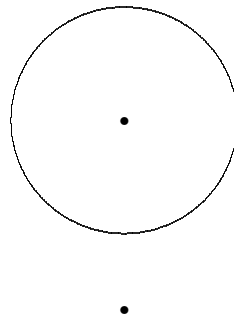


Задача 2. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сектор круга.

Ответ.

Для уменьшения погрешностей при выполнении чертежа начнём с изображения вписанной окружности.

Теперь можно выбрать точку в качестве центра сектора,

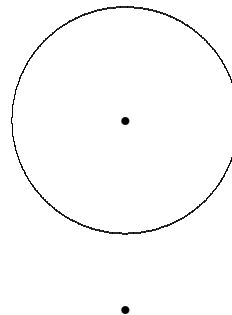


Задача 2. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сектор круга.

Ответ.

Для уменьшения погрешностей при выполнении чертежа начнём с изображения вписанной окружности.

Теперь можно выбрать точку в качестве центра сектора, провести окружность соответствующего радиуса,

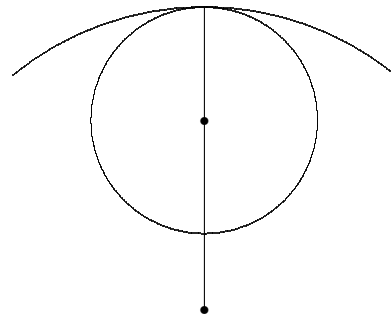


Задача 2. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сектор круга.

Ответ.

Для уменьшения погрешностей при выполнении чертежа начнём с изображения вписанной окружности.

Теперь можно выбрать точку в качестве центра сектора, провести окружность соответствующего радиуса,

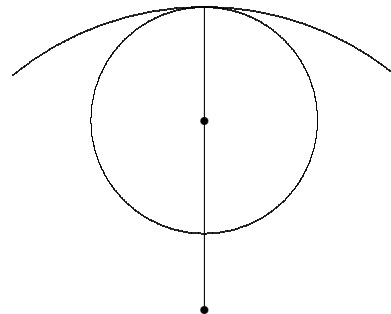


Задача 2. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сектор круга.

Ответ.

Для уменьшения погрешностей при выполнении чертежа начнём с изображения вписанной окружности.

Теперь можно выбрать точку в качестве центра сектора, провести окружность соответствующего радиуса, и радиусы, ограничивающие сектор.

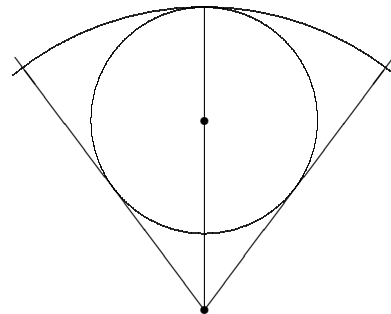


Задача 2. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сектор круга.

Ответ.

Для уменьшения погрешностей при выполнении чертежа начнём с изображения вписанной окружности.

Теперь можно выбрать точку в качестве центра сектора, провести окружность соответствующего радиуса, и радиусы, ограничивающие сектор.

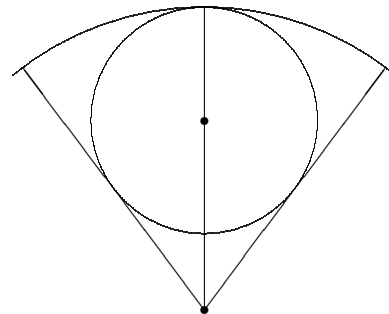


Задача 2. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сектор круга.

Ответ.

Для уменьшения погрешностей при выполнении чертежа начнём с изображения вписанной окружности.

Теперь можно выбрать точку в качестве центра сектора, провести окружность соответствующего радиуса, и радиусы, ограничивающие сектор. Осталось «стереть всё лишнее».

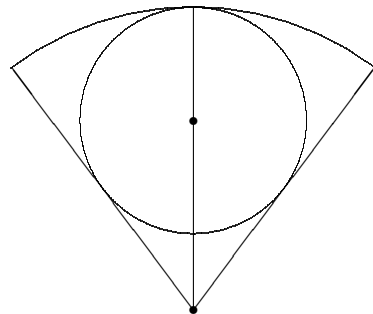


Задача 2. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сектор круга.

Ответ.

Для уменьшения погрешностей при выполнении чертежа начнём с изображения вписанной окружности.

Теперь можно выбрать точку в качестве центра сектора, провести окружность соответствующего радиуса, и радиусы, ограничивающие сектор. Осталось «стереть всё лишнее».



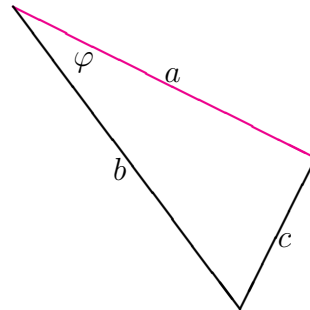
Задача 2. Построить чертёж, в котором окружность вписана в сектор круга.

Ответ. [Вернёмся к лекции?](#)

Решение задачи 3.

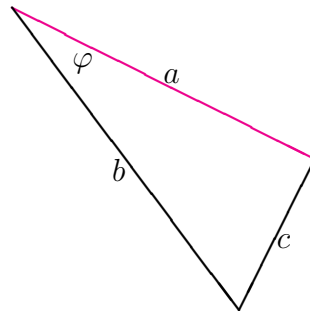
Задача 3.

Выразите a через а) φ и b ; б) φ и c .



Задача 3.

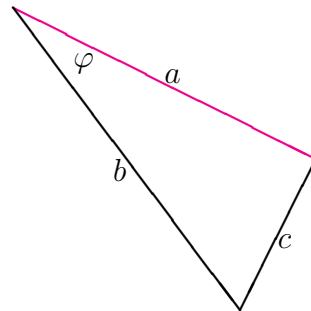
Выразите a через а) φ и b ; б) φ и c .



Ответ.

Задача 3.

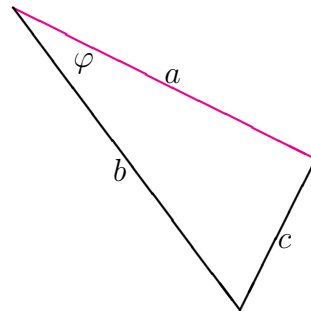
Выразите a через а) φ и b ; б) φ и c .



Ответ. а) $a =$

Задача 3.

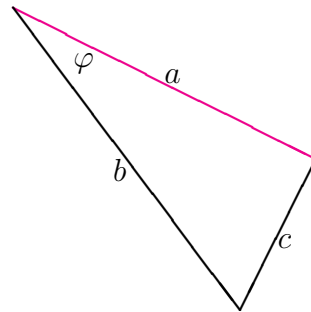
Выразите a через а) φ и b ; б) φ и c .



Ответ. а) $a = b \cos \varphi$;

Задача 3.

Выразите a через а) φ и b ; б) φ и c .

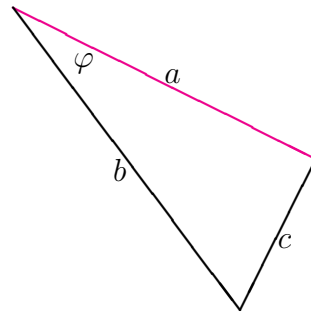


Ответ. а) $a = b \cos \varphi$;

б) $a =$

Задача 3.

Выразите a через а) φ и b ; б) φ и c .



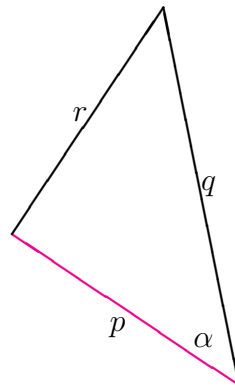
Ответ. а) $a = b \cos \varphi$;

б) $a = \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi}$.

Решение задачи 4.

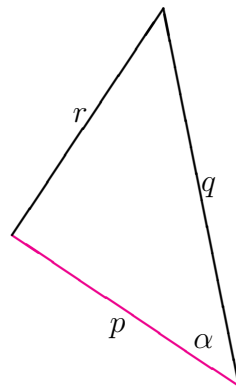
Задача 4.

Выразите p через а) α и q ; б) α и r .



Задача 4.

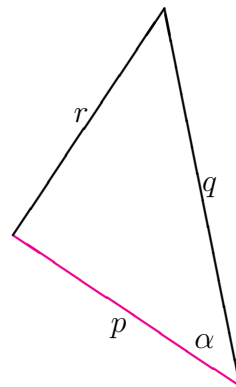
Выразите p через а) α и q ; б) α и r .



Ответ.

Задача 4.

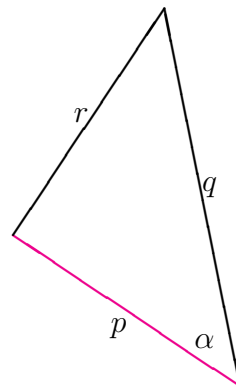
Выразите p через а) α и q ; б) α и r .



Ответ. а) $p =$

Задача 4.

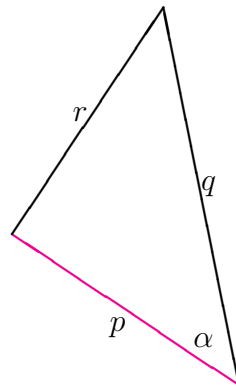
Выразите p через а) α и q ; б) α и r .



Ответ. а) $p = q \cos \alpha$;

Задача 4.

Выразите p через а) α и q ; б) α и r .

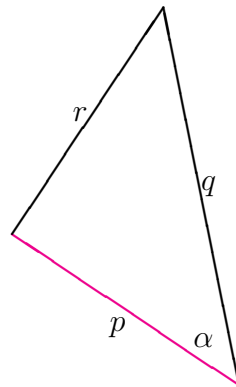


Ответ. а) $p = q \cos \alpha$;

б) $p =$

Задача 4.

Выразите p через а) α и q ; б) α и r .



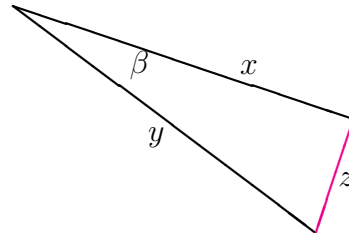
Ответ. а) $p = q \cos \alpha$;

б) $p = \frac{r}{\operatorname{tg} \alpha}$.

Решение задачи 5.

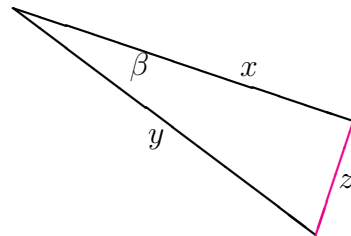
Задача 5.

Выразите z через а) β и x ; б) β и y .



Задача 5.

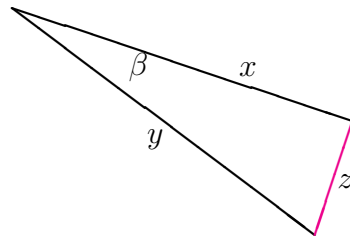
Выразите z через а) β и x ; б) β и y .



Ответ.

Задача 5.

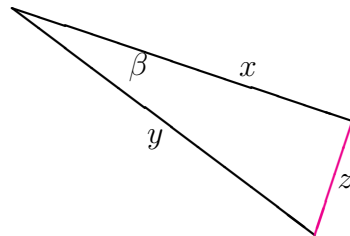
Выразите z через а) β и x ; б) β и y .



Ответ. а) $z =$

Задача 5.

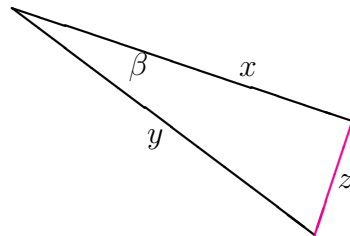
Выразите z через а) β и x ; б) β и y .



Ответ. а) $z = x \operatorname{tg} \beta$;

Задача 5.

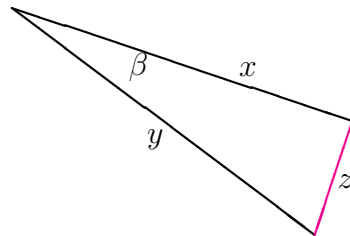
Выразите z через а) β и x ; б) β и y .



Ответ. а) $z = x \operatorname{tg} \beta$;
б) $z =$

Задача 5.

Выразите z через а) β и x ; б) β и y .

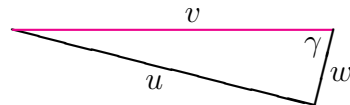


Ответ. а) $z = x \operatorname{tg} \beta$;
б) $z = y \sin \beta$.

Решение задачи 6.

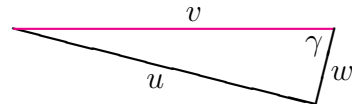
Задача 6.

Выразите v через а) γ и u ; б) γ и w .



Задача 6.

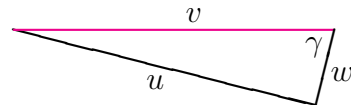
Выразите v через а) γ и u ; б) γ и w .



Ответ.

Задача 6.

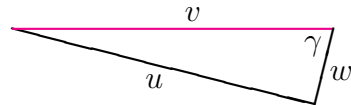
Выразите v через а) γ и u ; б) γ и w .



Ответ. а) $v =$

Задача 6.

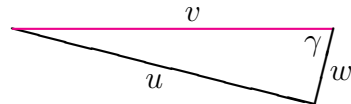
Выразите v через а) γ и u ; б) γ и w .



Ответ. а) $v = \frac{u}{\sin \gamma}$;

Задача 6.

Выразите v через а) γ и u ; б) γ и w .

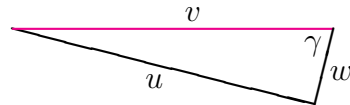


Ответ. а) $v = \frac{u}{\sin \gamma};$

б) $v =$

Задача 6.

Выразите v через а) γ и u ; б) γ и w .



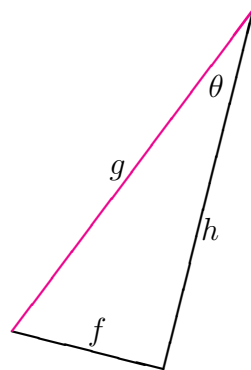
Ответ. а) $v = \frac{u}{\sin \gamma}$;

б) $v = \frac{u}{\cos \gamma}$.

Решение задачи 7.

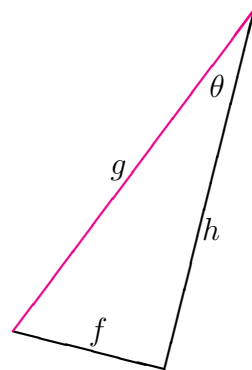
Задача 7.

Выразите g через а) θ и f ; б) θ и h .



Задача 7.

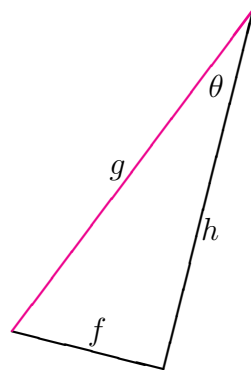
Выразите g через а) θ и f ; б) θ и h .



Ответ.

Задача 7.

Выразите g через а) θ и f ; б) θ и h .

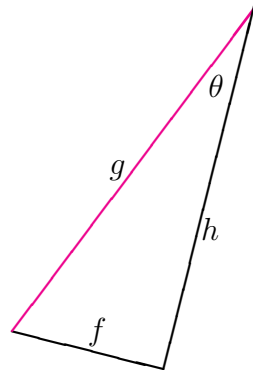


Ответ. а) $g =$

Задача 7.

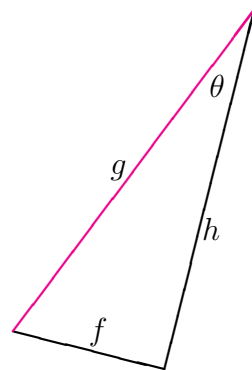
Выразите g через а) θ и f ; б) θ и h .

Ответ. а) $g = \frac{f}{\sin \theta}$;



Задача 7.

Выразите g через а) θ и f ; б) θ и h .

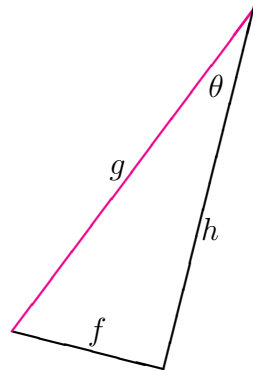


Ответ. а) $g = \frac{f}{\sin \theta}$;

б) $g =$

Задача 7.

Выразите g через а) θ и f ; б) θ и h .



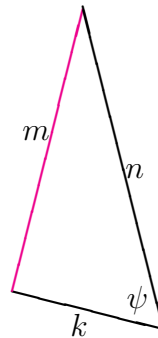
Ответ. а) $g = \frac{f}{\sin \theta}$;

б) $g = \frac{h}{\cos \theta}$.

Решение задачи 8.

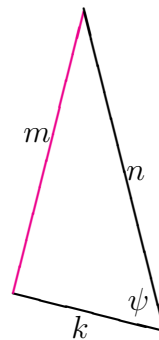
Задача 8.

Выразите m через а) ψ и k ; б) ψ и n .



Задача 8.

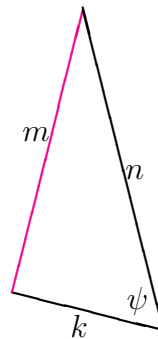
Выразите m через а) ψ и k ; б) ψ и n .



Ответ.

Задача 8.

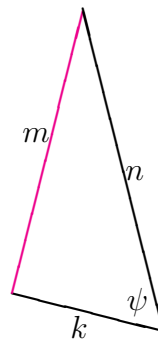
Выразите m через а) ψ и k ; б) ψ и n .



Ответ. а) $m =$

Задача 8.

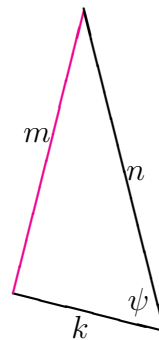
Выразите m через а) ψ и k ; б) ψ и n .



Ответ. а) $m = k \operatorname{tg} \psi$;

Задача 8.

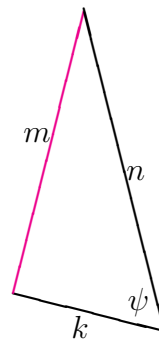
Выразите m через а) ψ и k ; б) ψ и n .



Ответ. а) $m = k \operatorname{tg} \psi$;
б) $m =$

Задача 8.

Выразите m через а) ψ и k ; б) ψ и n .

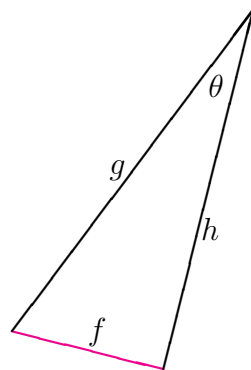


Ответ. а) $m = k \operatorname{tg} \psi$;
б) $m = n \sin \psi$.

Решение задачи 9.

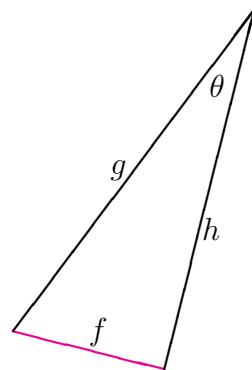
Задача 9.

Выразите f через а) θ и g ; б) θ и h .



Задача 9.

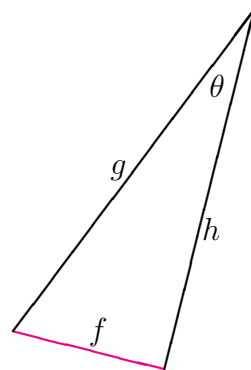
Выразите f через а) θ и g ; б) θ и h .



Ответ.

Задача 9.

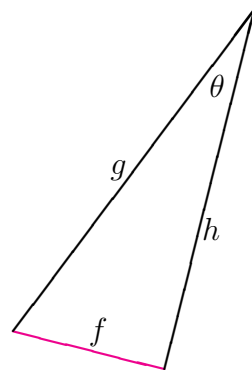
Выразите f через а) θ и g ; б) θ и h .



Ответ. а) $f =$

Задача 9.

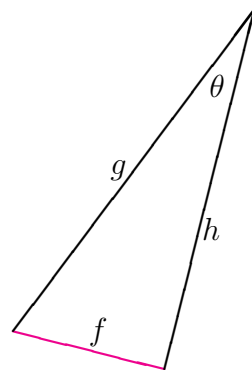
Выразите f через а) θ и g ; б) θ и h .



Ответ. а) $f = g \sin \theta$;

Задача 9.

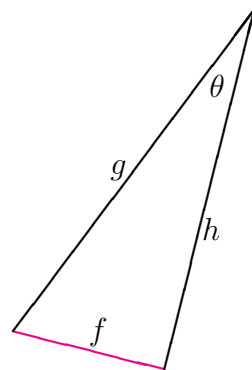
Выразите f через а) θ и g ; б) θ и h .



Ответ. а) $f = g \sin \theta$;
б) $f =$

Задача 9.

Выразите f через а) θ и g ; б) θ и h .

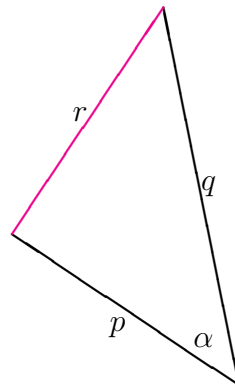


Ответ. а) $f = g \sin \theta$;
б) $f = h \operatorname{tg} \theta$.

Решение задачи 10.

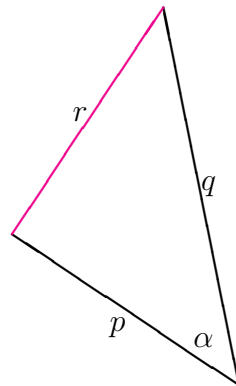
Задача 10.

Выразите r через а) α и p ; б) α и q .



Задача 10.

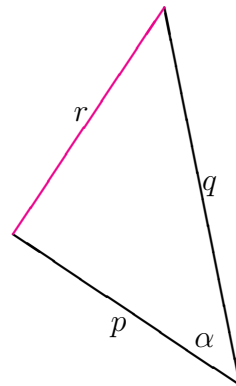
Выразите r через а) α и p ; б) α и q .



Ответ.

Задача 10.

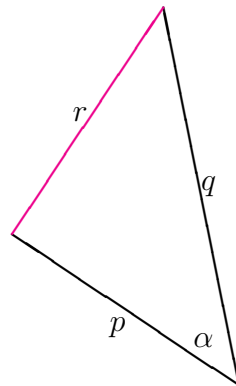
Выразите r через а) α и p ; б) α и q .



Ответ. а) $r =$

Задача 10.

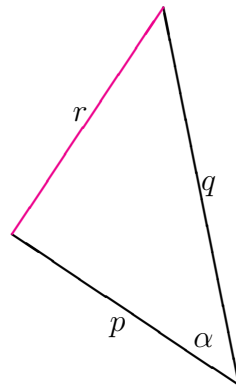
Выразите r через а) α и p ; б) α и q .



Ответ. а) $r = p \operatorname{tg} \alpha$;

Задача 10.

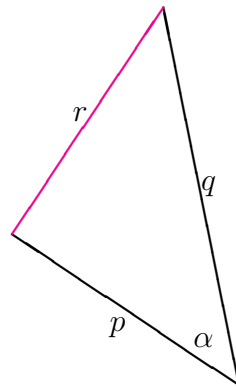
Выразите r через а) α и p ; б) α и q .



Ответ. а) $r = p \operatorname{tg} \alpha$;
б) $r =$

Задача 10.

Выразите r через а) α и p ; б) α и q .

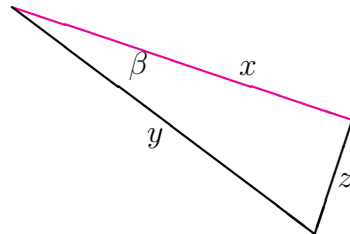


Ответ. а) $r = p \operatorname{tg} \alpha$;
б) $r = q \sin \alpha$.

Решение задачи 11.

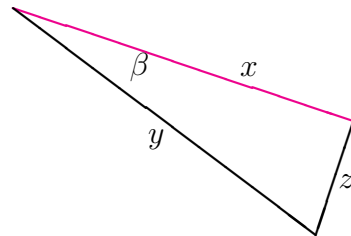
Задача 11.

Выразите x через а) β и y ; б) β и z .



Задача 11.

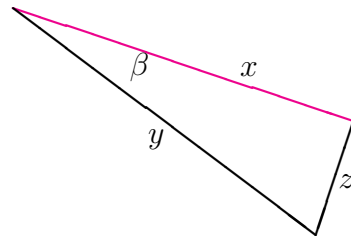
Выразите x через а) β и y ; б) β и z .



Ответ.

Задача 11.

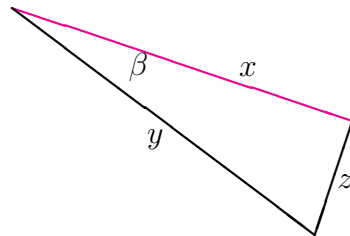
Выразите x через а) β и y ; б) β и z .



Ответ. а) $x =$

Задача 11.

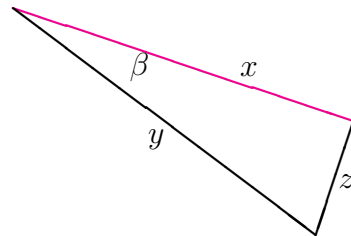
Выразите x через а) β и y ; б) β и z .



Ответ. а) $x = y \cos \beta$;

Задача 11.

Выразите x через а) β и y ; б) β и z .

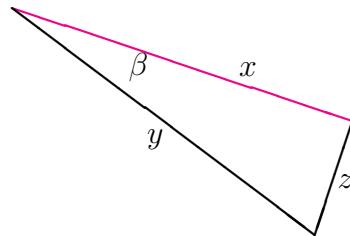


Ответ. а) $x = y \cos \beta$;

б) $x =$

Задача 11.

Выразите x через а) β и y ; б) β и z .



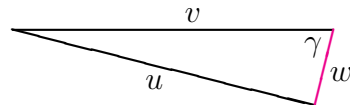
Ответ. а) $x = y \cos \beta$;

б) $x = \frac{z}{\operatorname{tg} \beta}$.

Решение задачи 12.

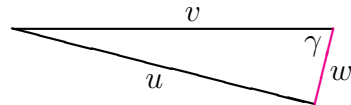
Задача 12.

Выразите w через а) γ и u ; б) γ и v .



Задача 12.

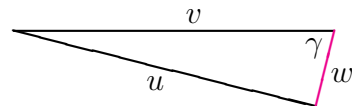
Выразите w через а) γ и u ; б) γ и v .



Ответ.

Задача 12.

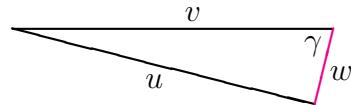
Выразите w через а) γ и u ; б) γ и v .



Ответ. а) $w =$

Задача 12.

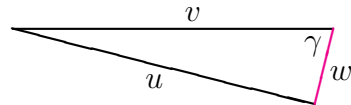
Выразите w через а) γ и u ; б) γ и v .



Ответ. а) $w = \frac{u}{\operatorname{tg} \gamma}$;

Задача 12.

Выразите w через а) γ и u ; б) γ и v .

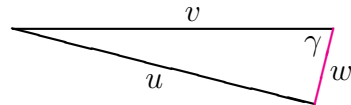


Ответ. а) $w = \frac{u}{\operatorname{tg} \gamma}$;

б) $w =$

Задача 12.

Выразите w через а) γ и u ; б) γ и v .



Ответ. а) $w = \frac{u}{\operatorname{tg} \gamma};$

б) $w = v \cos \gamma.$

Решение задачи 13.

Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

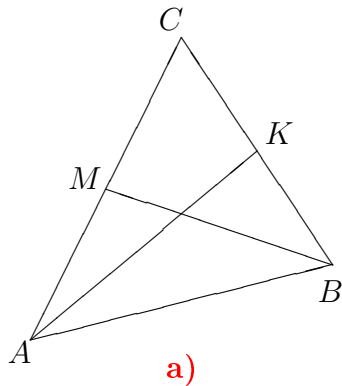
Ответ.

Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

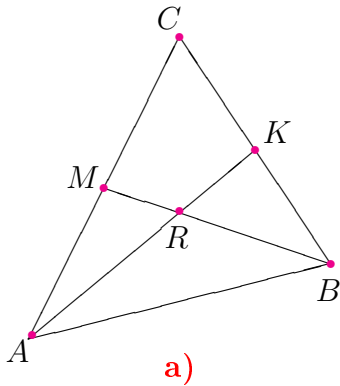
Ответ. На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .



Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

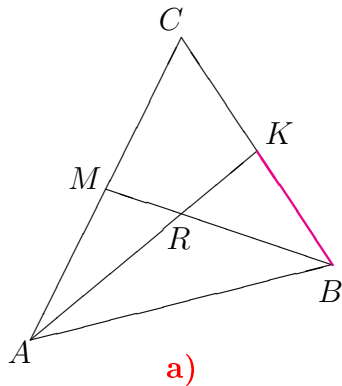


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

Имелись также отрезки BK ,

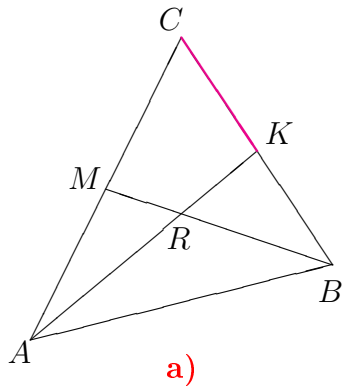


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

Имелись также отрезки BK , KC ,

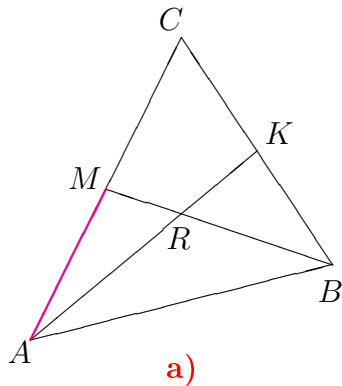


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

Имелись также отрезки $BK, KC, AM,$

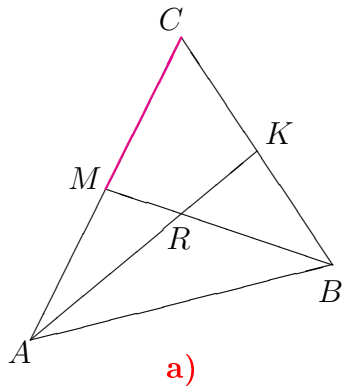


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

Имелись также отрезки BK, KC, AM, MC ,

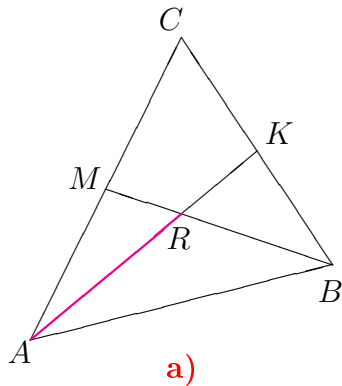


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

Имелись также отрезки $BK, KC, AM, MC, AR,$

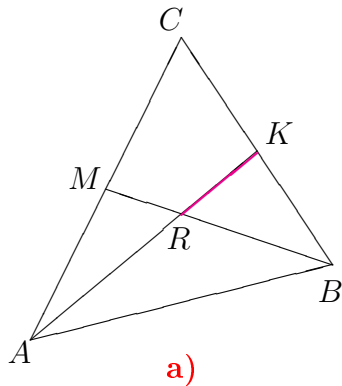


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

Имелись также отрезки $BK, KC, AM, MC, AR, RK,$

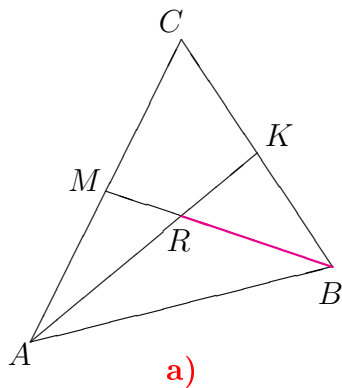


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

Имелись также отрезки $BK, KC, AM, MC, AR, RK, BR,$

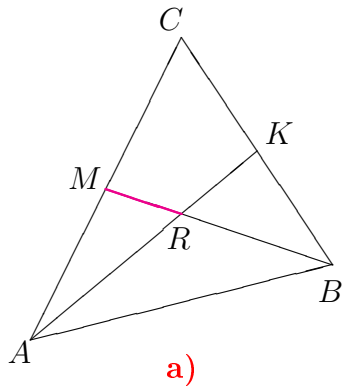


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

Имелись также отрезки $BK, KC, AM, MC, AR, RK, BR, RM$,

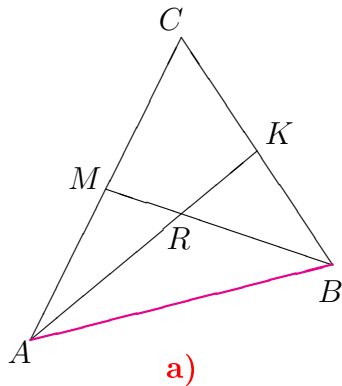


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

Имелись также отрезки $BK, KC, AM, MC, AR, RK, BR, RM, AB,$

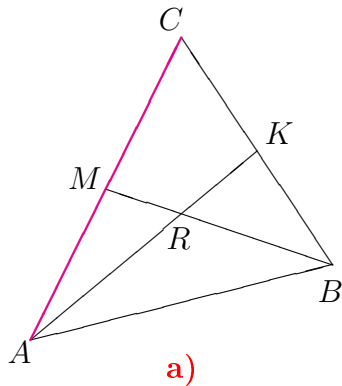


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

Имелись также отрезки $BK, KC, AM, MC, AR, RK, BR, RM, AB, AC$,

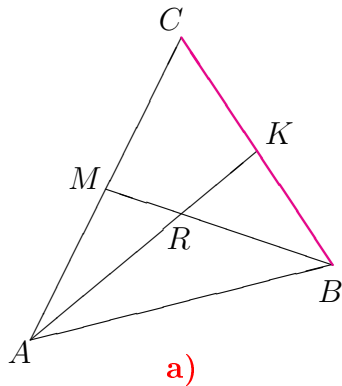


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

Имелись также отрезки $BK, KC, AM, MC, AR, RK, BR, RM, AB, AC, BC$,

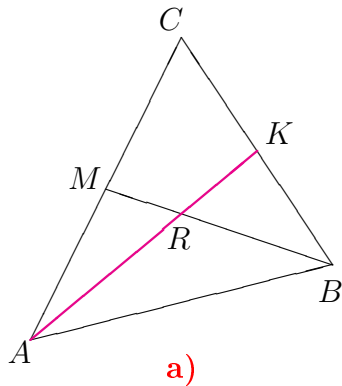


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

Имелись также отрезки $BK, KC, AM, MC, AR, RK, BR, RM, AB, AC, BC, AK,$

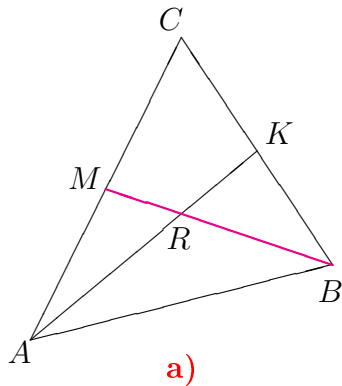


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

Имелись также отрезки $BK, KC, AM, MC, AR, RK, BR, RM, AB, AC, BC, AK, BM,$

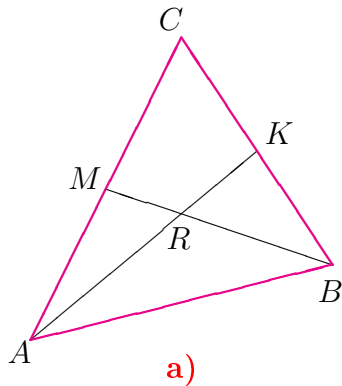


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

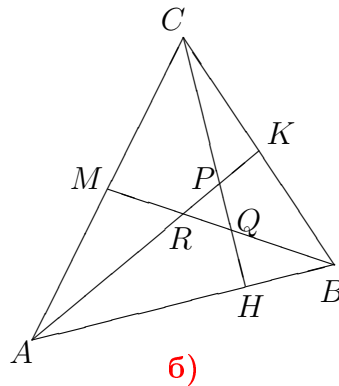
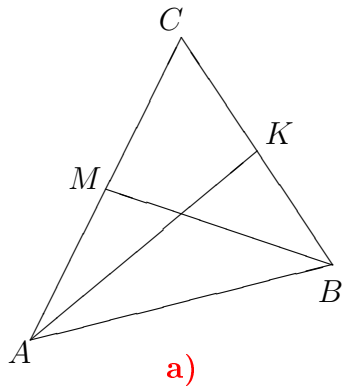
На исходном рис. **а)** можно было выделить точки A, B, C, M, K и точку пересечения медиан BM и AK , которую мы обозначили через R .

Имелись также отрезки $BK, KC, AM, MC, AR, RK, BR, RM, AB, AC, BC, AK, BM$, треугольник ABC .



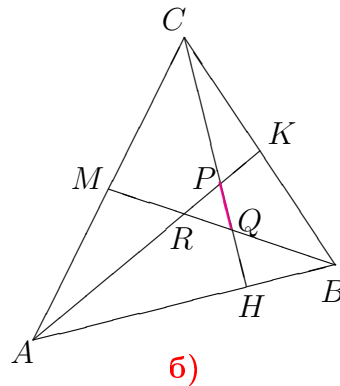
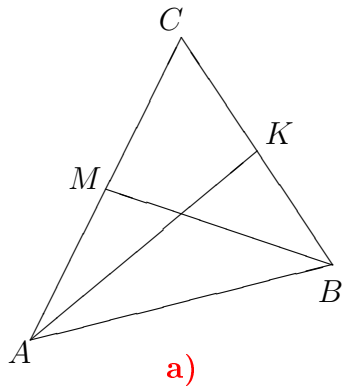
Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.
На рис. **б)** дополнительно появились точки пересечения отрезков AK , BM с высотой CH , обозначенные нами через P и Q .



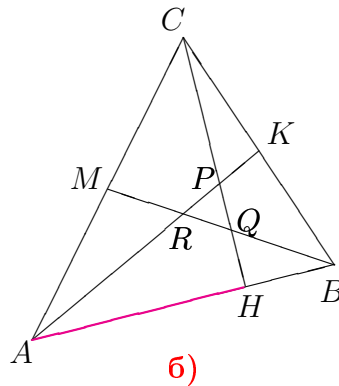
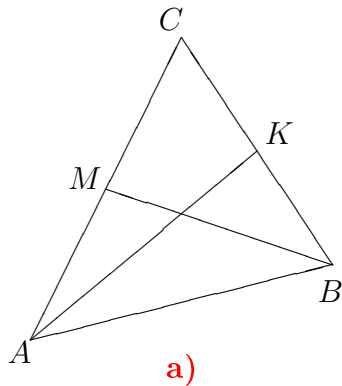
Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.
 На рис. **б)** дополнительно появились точки пересечения отрезков AK , BM с высотой CH , обозначенные нами через P и Q .
 Появились отрезки PQ ,



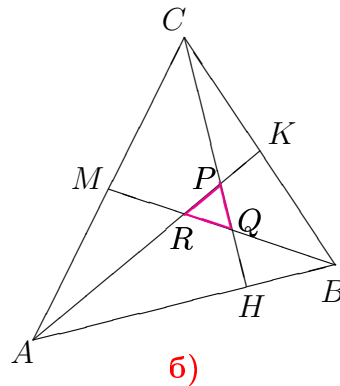
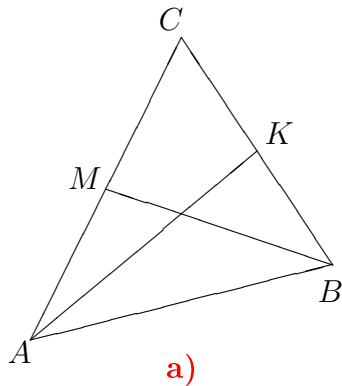
Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.
 На рис. **б)** дополнительно появились точки пересечения отрезков AK , BM с высотой CH , обозначенные нами через P и Q .
 Появились отрезки PQ , AH



Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.
 На рис. **б)** дополнительно появились точки пересечения отрезков AK , BM с высотой CH , обозначенные нами через P и Q .
 Появились отрезки PQ , AH и др., а также треугольники PQR ,

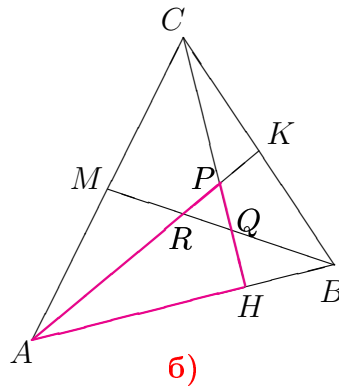
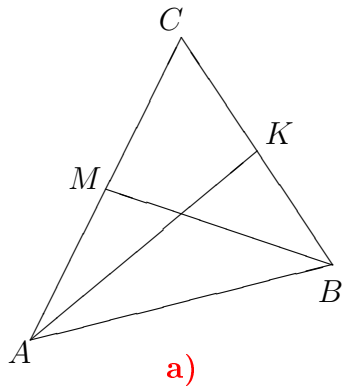


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На рис. **б)** дополнительно появились точки пересечения отрезков AK , MB с высотой CH , обозначенные нами через P и Q .

Появились отрезки PQ , AH и др., а также треугольники PQR , APH ,

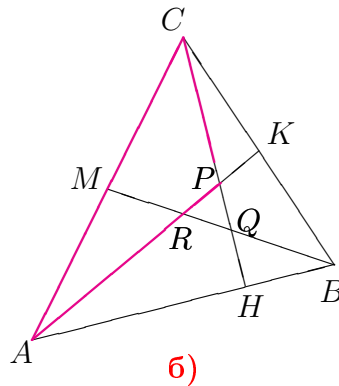
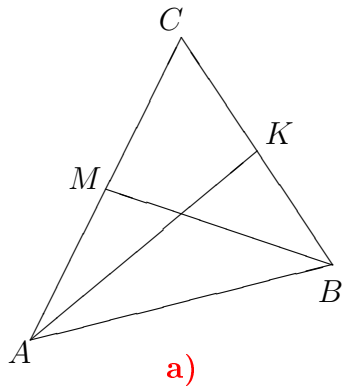


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На рис. **б)** дополнительно появились точки пересечения отрезков AK , MB с высотой CH , обозначенные нами через P и Q .

Появились отрезки PQ , AH и др., а также треугольники PQR , APH , APC ,

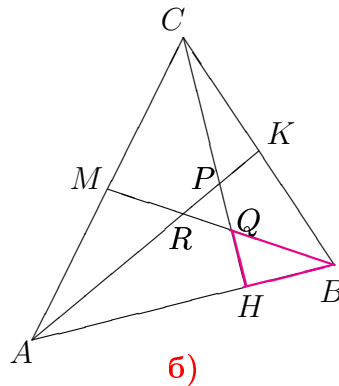
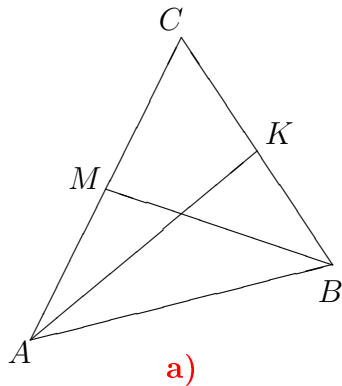


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На рис. **б)** дополнительно появились точки пересечения отрезков AK , MB с высотой CH , обозначенные нами через P и Q .

Появились отрезки PQ , AH и др., а также треугольники PQR , APH , APC , BQH ,

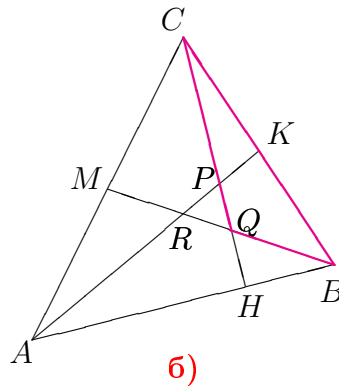
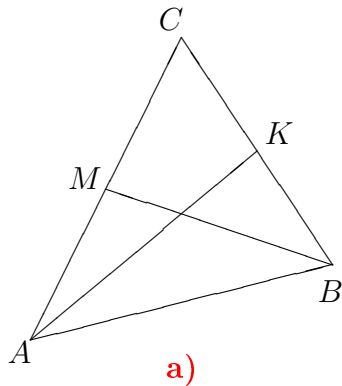


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На рис. **б)** дополнительно появились точки пересечения отрезков AK , MB с высотой CH , обозначенные нами через P и Q .

Появились отрезки PQ , AN и др., а также треугольники PQR , APH , APC , BQH , BQC ,

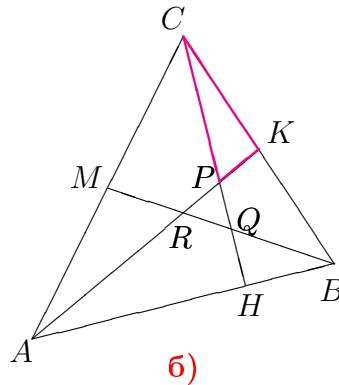
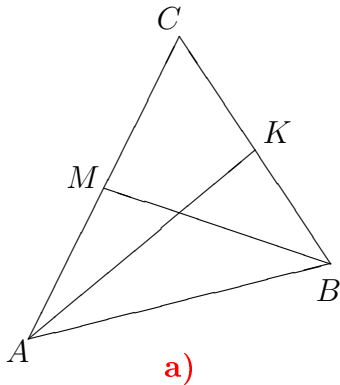


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На рис. **б)** дополнительно появились точки пересечения отрезков AK , MB с высотой CH , обозначенные нами через P и Q .

Появились отрезки PQ , AN и др., а также треугольники PQR , APH , APC , BQH , BQS , CPK ,

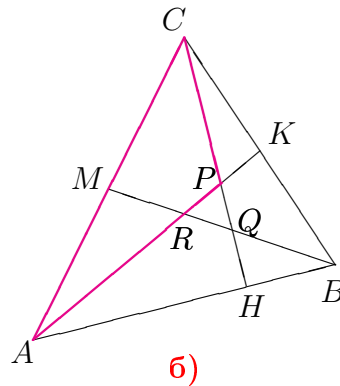
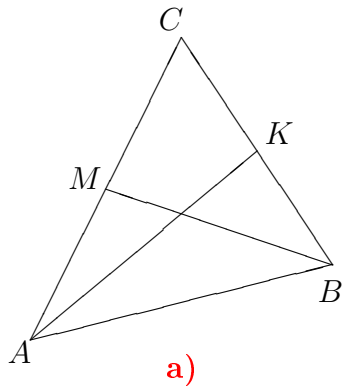


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На рис. **б)** дополнительно появились точки пересечения отрезков AK , MB с высотой CH , обозначенные нами через P и Q .

Появились отрезки PQ , AH и др., а также треугольники PQR , APH , APC , BQH , BQS , CPK , CPA ,

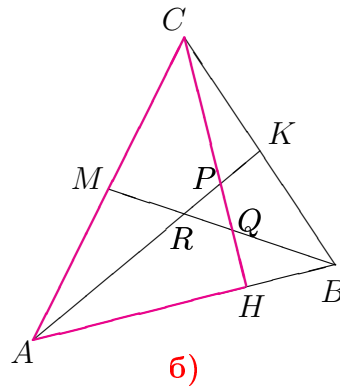
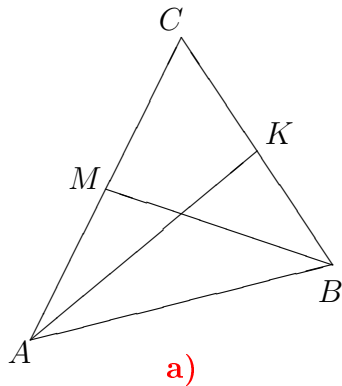


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На рис. **б)** дополнительно появились точки пересечения отрезков AK , BM с высотой CH , обозначенные нами через P и Q .

Появились отрезки PQ , AH и др., а также треугольники PQR , APH , APC , BQH , BQS , CPK , CRA , ACH ,

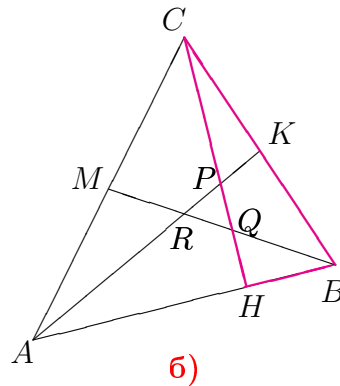
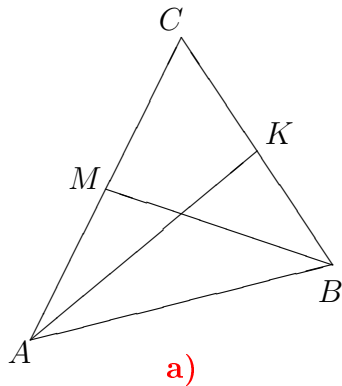


Задача 13. На чертеже **а)** изображен треугольник ABC , в котором проведены медианы AK и BM . Рис. **б)** получен из **а)** проведением высоты CH . Какие элементы (точки, отрезки, углы, треугольники) можно выделить на исходном рис. **а)**, и какие новые элементы появились на чертеже **б)**?

Ответ.

На рис. **б)** дополнительно появились точки пересечения отрезков AK , MB с высотой CH , обозначенные нами через P и Q .

Появились отрезки PQ , AH и др., а также треугольники PQR , APH , APC , BQH , BQS , CPK , CRA , ACH , BCH .



Решение задачи 14.

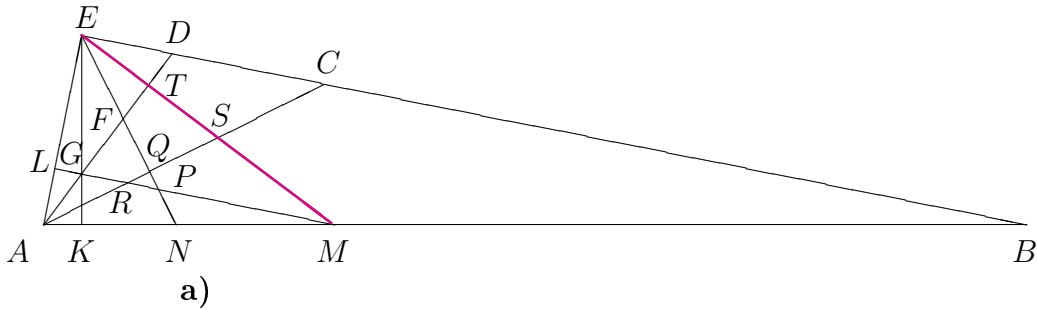
Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является **а)** отрезок EM ; **б)** отрезок AG .

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является **а)** отрезок EM ; **б)** отрезок AG .

Ответ.

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является а) отрезок EM ; б) отрезок AG .

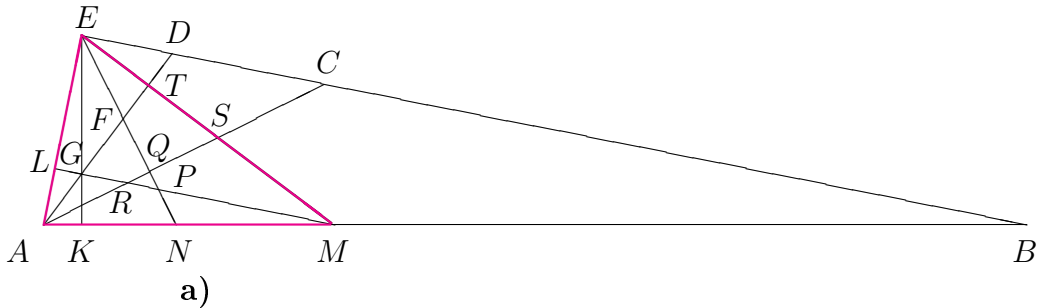
Ответ.



EM является стороной треугольников

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является а) отрезок EM ; б) отрезок AG .

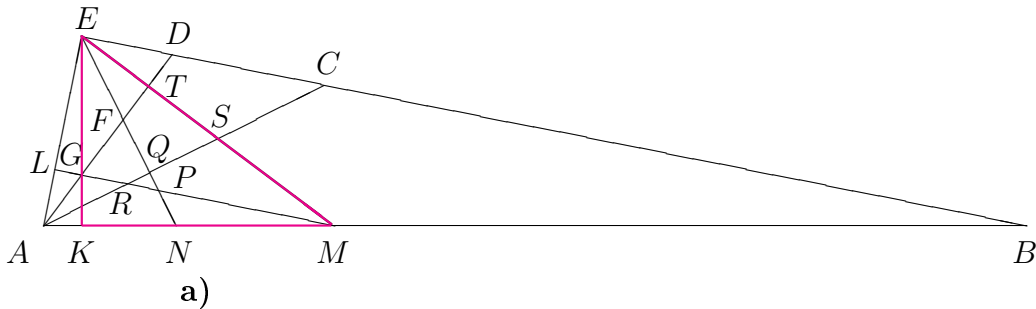
Ответ.



EM является стороной треугольников AEM ,

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является **а)** отрезок EM ; **б)** отрезок AG .

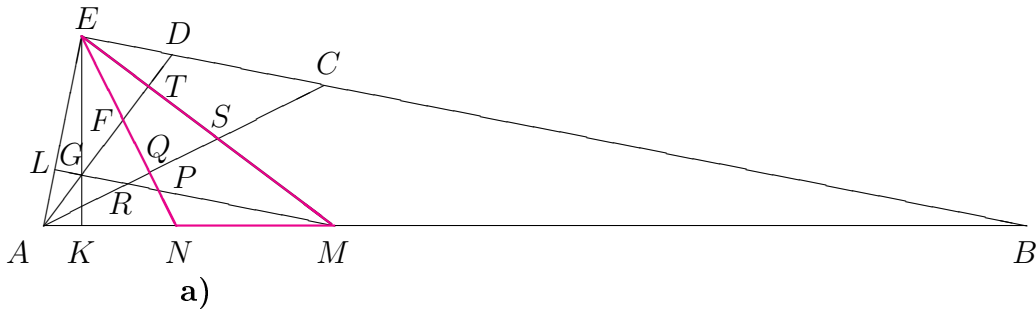
Ответ.



EM является стороной треугольников AEM , KEM ,

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороны, высотой или биссектрисой является **а)** отрезок EM ; **б)** отрезок AG .

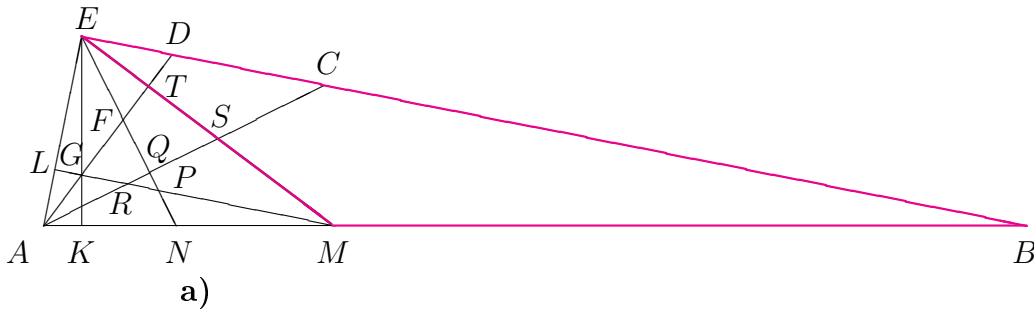
Ответ.



EM является стороной треугольников AEM , KEM , NEM ,

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является **а)** отрезок EM ; **б)** отрезок AG .

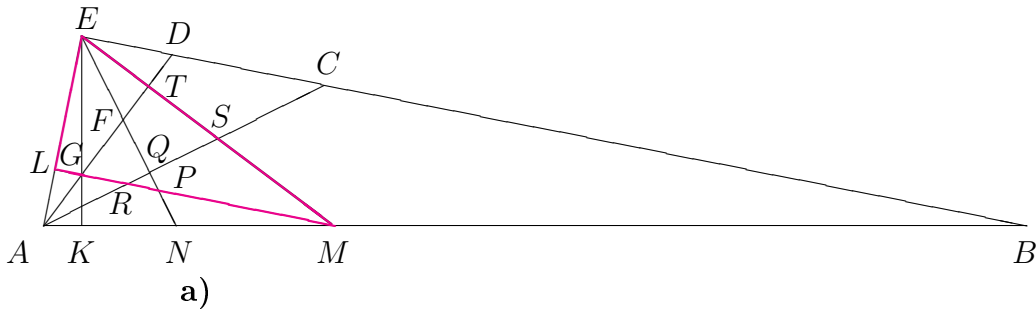
Ответ.



EM является стороной треугольников AEM , KEM , NEM , BEM ,

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является **а)** отрезок EM ; **б)** отрезок AG .

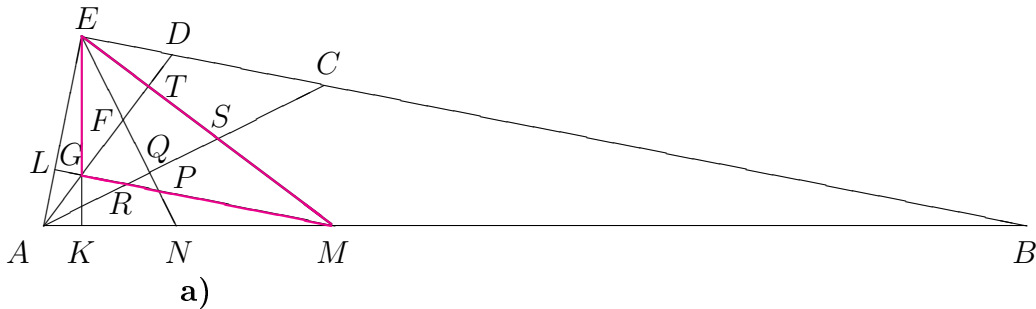
Ответ.



EM является стороной треугольников AEM , KEM , NEM , BEM , LEM ,

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является **а)** отрезок EM ; **б)** отрезок AG .

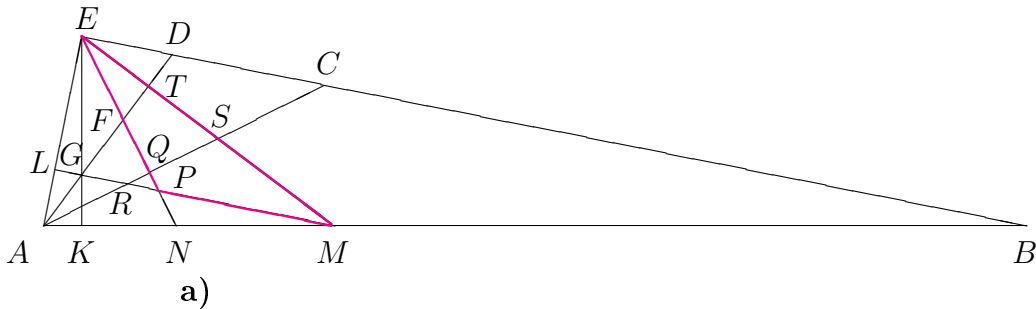
Ответ.



EM является стороной треугольников AEM , KEM , NEM , BEM , LEM , GEM ,

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является **а)** отрезок EM ; **б)** отрезок AG .

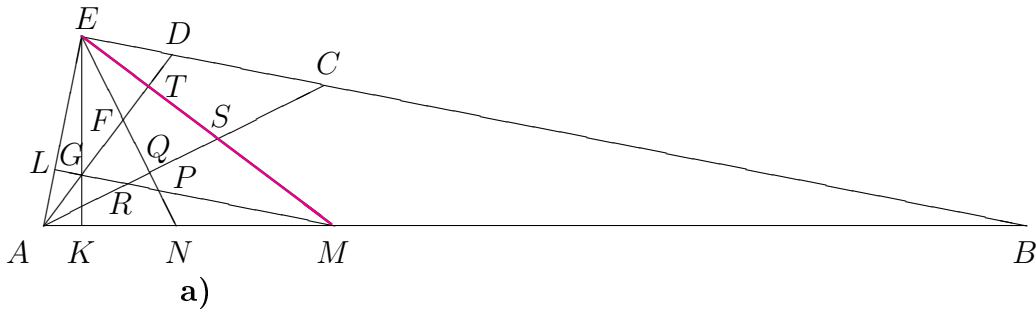
Ответ.



EM является стороной треугольников AEM , KEM , NEM , BEM , LEM , GEM , PEM .

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является **а)** отрезок EM ; **б)** отрезок AG .

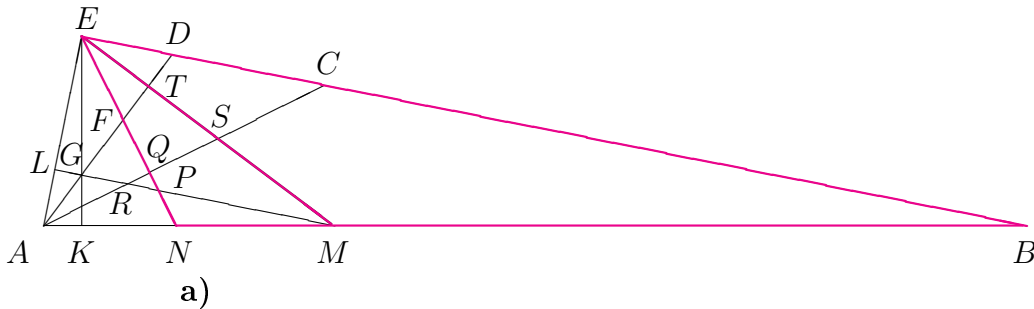
Ответ.



EM является стороной треугольников $AEM, KEM, NEM, BEM, LEM, GEM, PEM$.
 Отрезок EM не является высотой ни одного из треугольников на рис. **а)**.

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является а) отрезок EM ; б) отрезок AG .

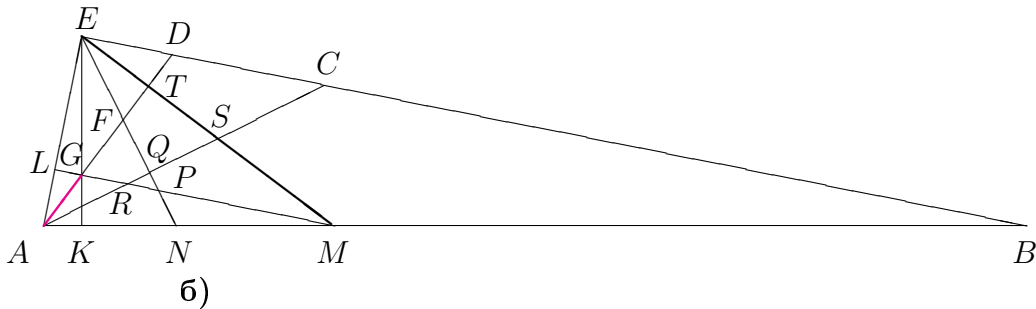
Ответ.



EM является стороной треугольников $AEM, KEM, NEM, BEM, LEM, GEM, PEM$.
 Отрезок EM не является высотой ни одного из треугольников на рис. а).
 Отрезок EM является биссектрисой треугольника NEB .

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороны, высотой или биссектрисой является **а)** отрезок EM ; **б)** отрезок AG .

Ответ.



AG является биссектрисой треугольников

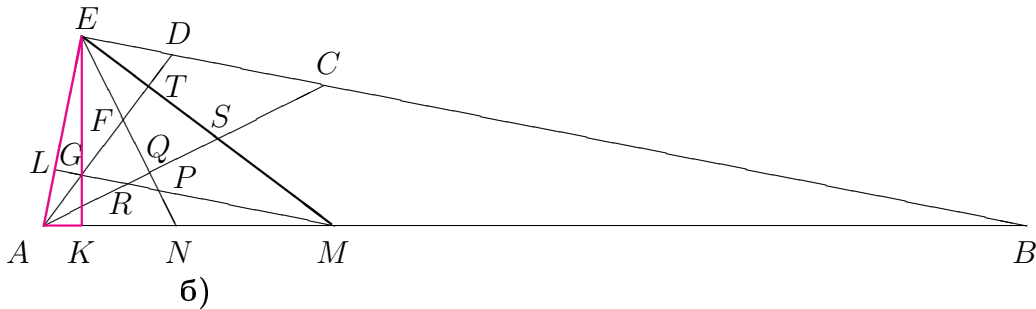
Ответ.

 E 

AG является биссектрисой треугольников LAR

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является **а)** отрезок EM ; **б)** отрезок AG .

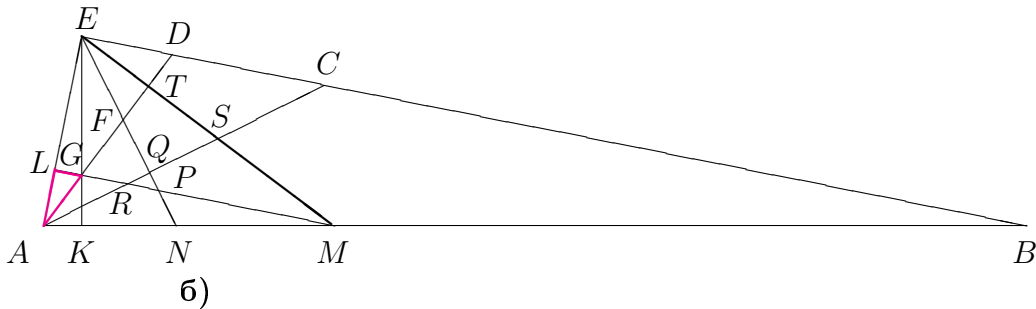
Ответ.



AG является биссектрисой треугольников LAR и EAK

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является **а)** отрезок EM ; **б)** отрезок AG .

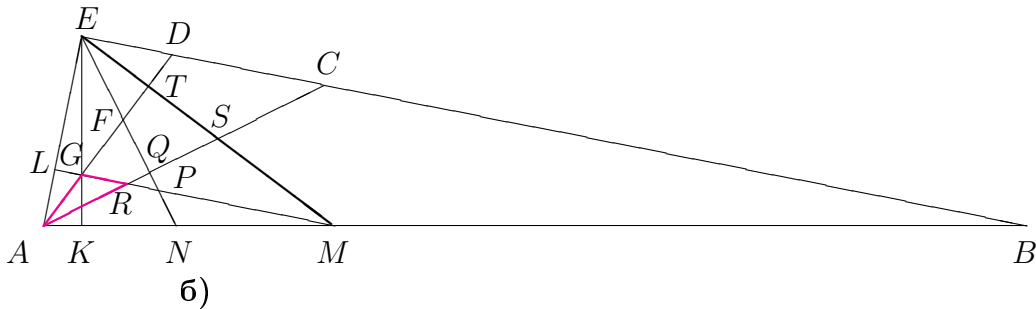
Ответ.



AG является биссектрисой треугольников LAR и EAK , и стороной треугольников AGL

Задача 14. Имеем, что $\angle AEN = \angle MEN = \angle MEB$, $\angle EAD = \angle DAC = \angle CAB$, ML перпендикулярна AE , EK перпендикулярна AB . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является **а)** отрезок EM ; **б)** отрезок AG .

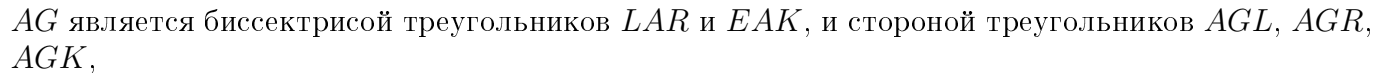
Ответ.



AG является биссектрисой треугольников LAR и EAK , и стороной треугольников AGL , AGR

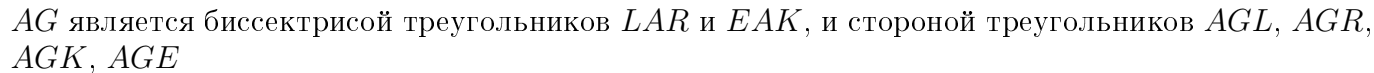
ОТВЕТ.

ОТВЕТ.



ОТВЕТ.

Ответ.



Ответ.

б)

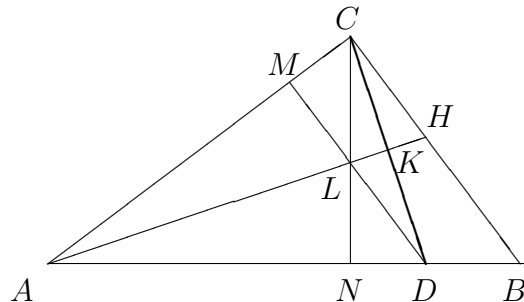
AG является биссектрисой треугольников LAR и EAK , и стороной треугольников AGL , AGR , AGK , AGE , AGM .

Решение задачи 15.

Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AN является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

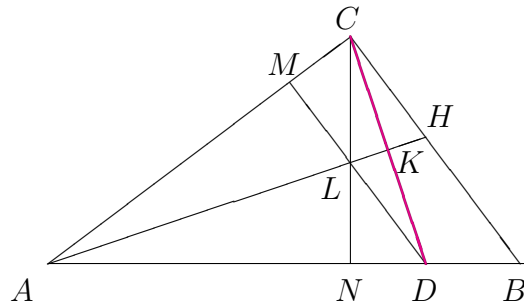
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.



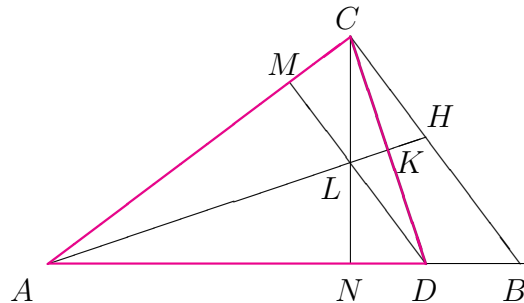
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников



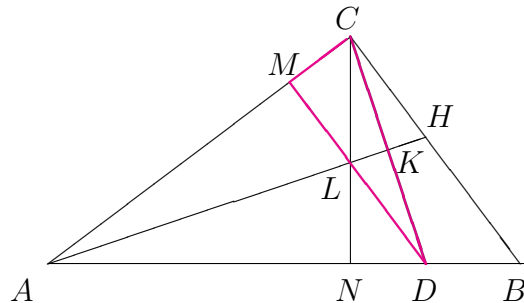
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD ,



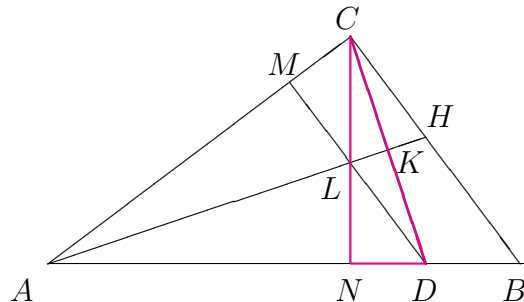
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD , MCD ,



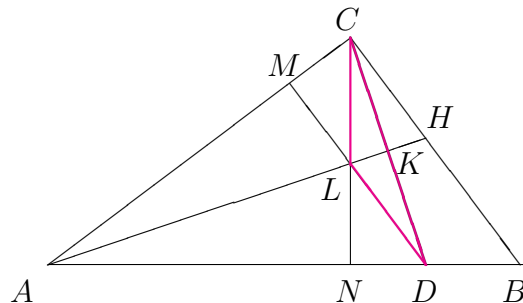
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD , MCD , NCD ,



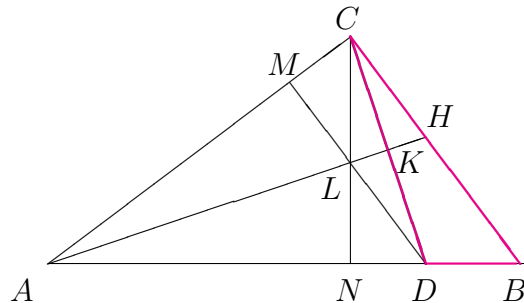
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD , MCD ,
 NCD , LCD ,



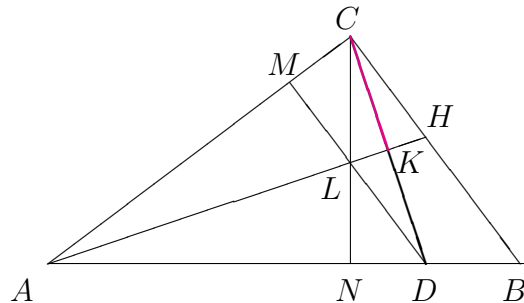
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD , MCD ,
 NCD , LCD , BCD .



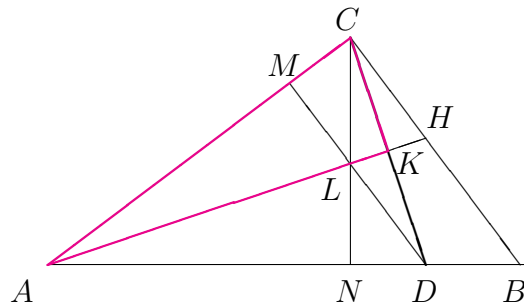
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD , MCD , NCD , LCD , BCD . Отрезок CK в 2 раза короче отрезка CD ,



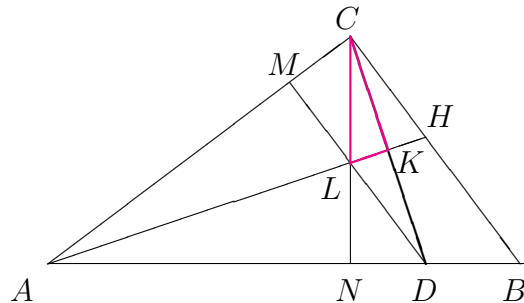
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD , MCD , NCD , LCD , BCD . Отрезок CK в 2 раза короче отрезка CD , причем он является стороной треугольников ACK ,



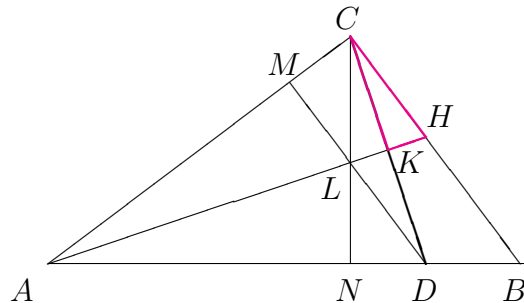
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD , MCD , NCD , LCD , BCD . Отрезок CK в 2 раза короче отрезка CD , причем он является стороной треугольников ACK , LCK ,



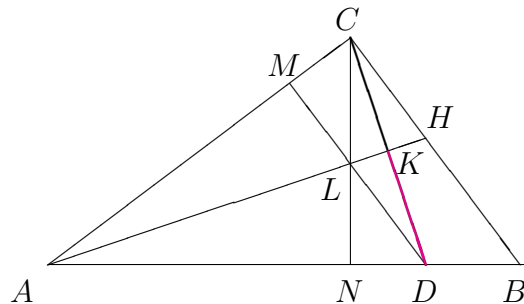
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD , MCD , NCD , LCD , BCD . Отрезок CK в 2 раза короче отрезка CD , причем он является стороной треугольников ACK , LCK , и HCK .



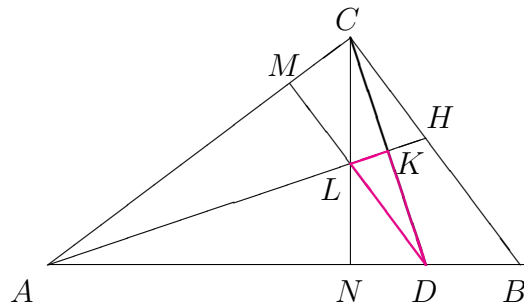
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD , MCD , NCD , LCD , BCD . Отрезок CK в 2 раза короче отрезка CD , причем он является стороной треугольников ACK , LCK , и HCK . Отрезок DK в 2 раза короче отрезка CD ,



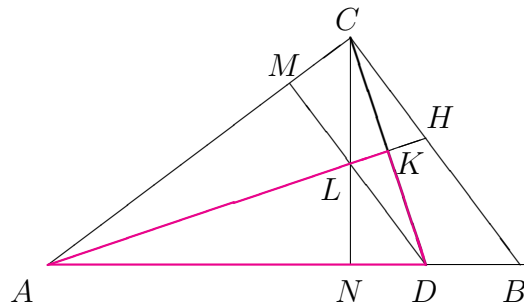
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD , MCD , NCD , LCD , BCD . Отрезок CK в 2 раза короче отрезка CD , причем он является стороной треугольников ACK , LCK , и HCK . Отрезок DK в 2 раза короче отрезка CD , причем он является стороной треугольников LDK



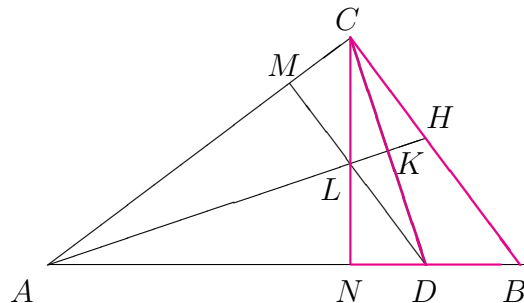
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD , MCD , NCD , LCD , BCD . Отрезок CK в 2 раза короче отрезка CD , причем он является стороной треугольников ACK , LCK , и HCK . Отрезок DK в 2 раза короче отрезка CD , причем он является стороной треугольников LDK и AKD .



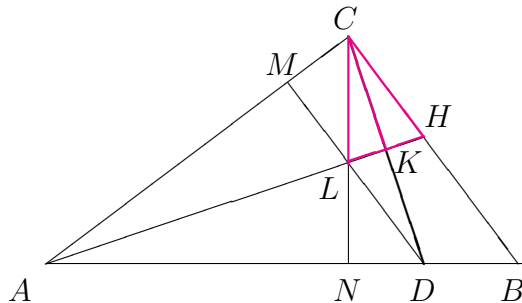
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD , MCD , NCD , LCD , BCD . Отрезок CK в 2 раза короче отрезка CD , причем он является стороной треугольников ACK , LCK , и HCK . Отрезок DK в 2 раза короче отрезка CD , причем он является стороной треугольников LDK и AKD . Отрезок CD является биссектрисой $\triangle NCB$.



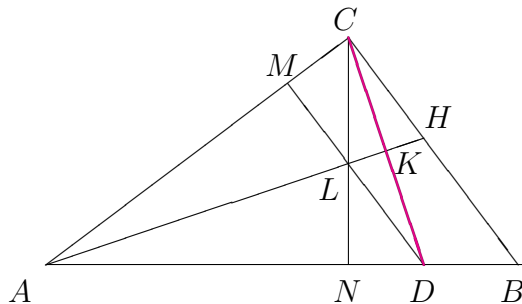
Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD , MCD , NCD , LCD , BCD . Отрезок CK в 2 раза короче отрезка CD , причем он является стороной треугольников ACK , LCK , и HCK . Отрезок DK в 2 раза короче отрезка CD , причем он является стороной треугольников LDK и AKD . Отрезок CD является биссектрисой $\triangle NCB$. Половина отрезка CD — отрезок CK в $\triangle LCH$ является биссектрисой, высотой и медианой.



Задача 15. На чертеже $AD = AC$, CN перпендикулярна AB , а DM перпендикулярна AC , AH является биссектрисой треугольника ABC . Найдите все треугольники, для которых стороной, высотой или биссектрисой является отрезок CD или отрезок, для которого известно отношение его длины к длине отрезка CD .

Ответ.
 CD является стороной треугольников ACD , MCD , NCD , LCD , BCD . Отрезок CK в 2 раза короче отрезка CD , причем он является стороной треугольников ACK , LCK , и HCK . Отрезок DK в 2 раза короче отрезка CD , причем он является стороной треугольников LDK и AKD . Отрезок CD является биссектрисой $\triangle NCB$. Половина отрезка CD — отрезок CK в $\triangle LCH$ является биссектрисой, высотой и медианой. Отрезок CD не является высотой ни одного из треугольников.

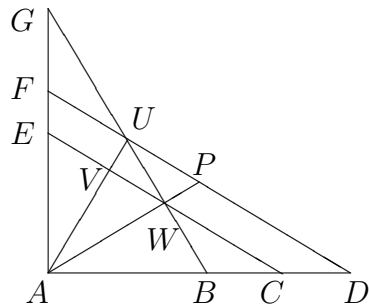


Решение задачи 16.

Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

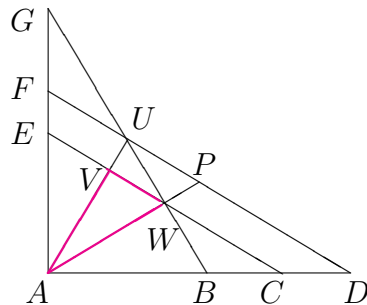
Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

Ответ.



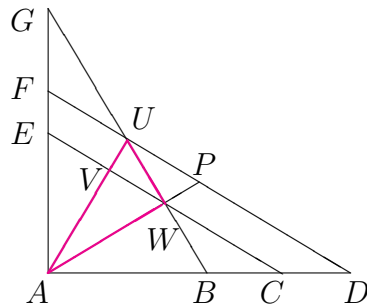
Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

Ответ.
а) $\triangle AVW$,



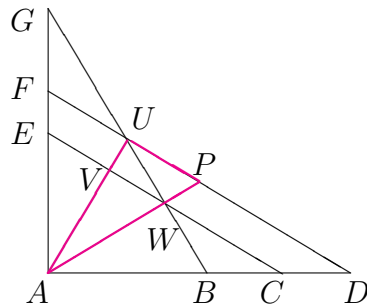
Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

Ответ.
а) $\triangle AVW$, $\triangle AWU$,



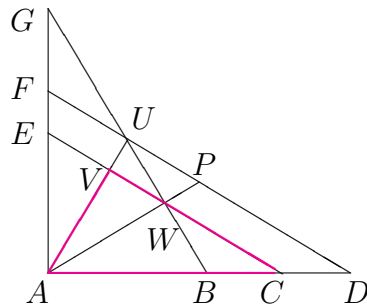
Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

Ответ.
а) $\triangle AVW$, $\triangle AWU$, $\triangle AUP$.



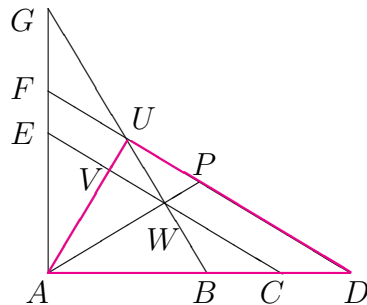
Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

Ответ.
б) $\triangle AVC$,



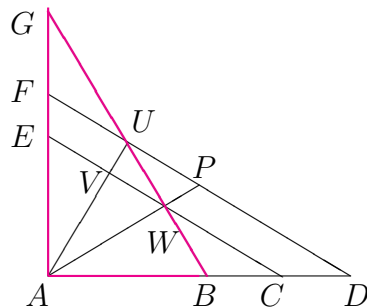
Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

Ответ.
б) $\triangle AVC$, $\triangle AUD$.



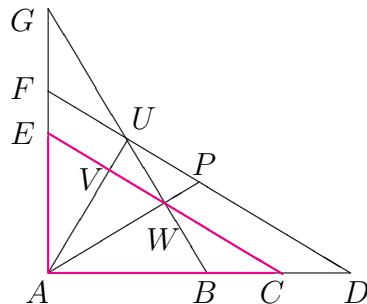
Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

Ответ.
 в) не были перечислены выше треугольники $\triangle BAG$,



Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

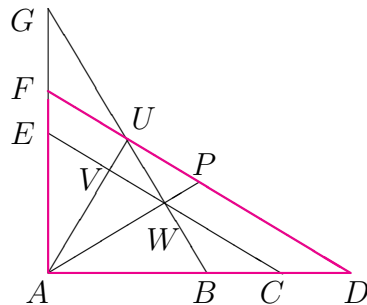
Ответ.
 в) не были перечислены выше треугольники $\triangle BAG$, $\triangle CAE$,



Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

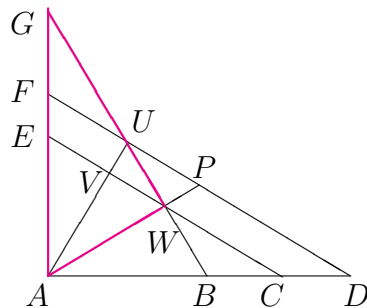
Ответ.

в) не были перечислены выше треугольники $\triangle BAG$, $\triangle CAE$, $\triangle DAF$,



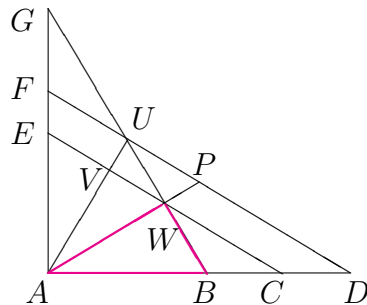
Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

Ответ.
 в) не были перечислены выше треугольники $\triangle BAG$, $\triangle CAE$, $\triangle DAF$, $\triangle AWG$,



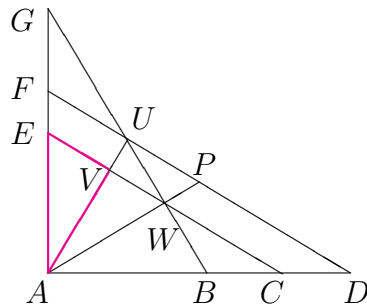
Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

Ответ.
 в) не были перечислены выше треуголь-
 ники $\triangle BAG$, $\triangle CAE$, $\triangle DAF$, $\triangle AWG$,
 $\triangle AWB$,



Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

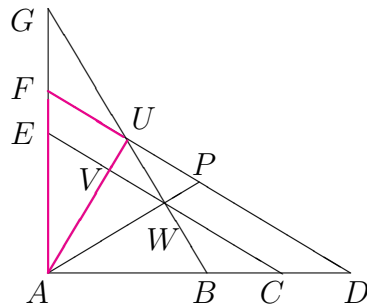
Ответ.
 в) не были перечислены выше треугольники $\triangle BAG$, $\triangle CAE$, $\triangle DAF$, $\triangle AWG$, $\triangle AWB$, $\triangle AVE$,



Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

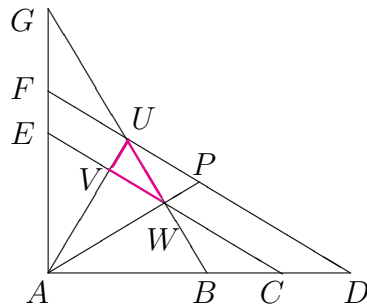
Ответ.

в) не были перечислены выше треугольники $\triangle BAG$, $\triangle CAE$, $\triangle DAF$, $\triangle AWG$, $\triangle AWB$, $\triangle AVE$, $\triangle AUF$,



Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

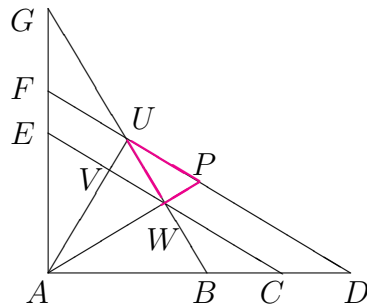
Ответ.
 в) не были перечислены выше треугольники $\triangle BAG$, $\triangle CAE$, $\triangle DAF$, $\triangle AWG$, $\triangle AWB$, $\triangle AVE$, $\triangle AUF$, $\triangle UVW$,



Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

Ответ.

в) не были перечислены выше треугольники $\triangle BAG$, $\triangle CAE$, $\triangle DAF$, $\triangle AWG$, $\triangle AWB$, $\triangle AVE$, $\triangle AUF$, $\triangle UVW$, $\triangle UWP$.



Задача 16. Прямой угол DAG разделен на три равных угла лучами AP и AU . Проведен перпендикуляр GB к отрезку AP , и через точки пересечения отрезка GB с отрезками AU и AP проведены отрезки FD и EC перпендикулярно к отрезку AU . Найдите а) все прямоугольные треугольники, стороны которых включаются в отрезки AP и AU ; б) все прямоугольные треугольники, один из углов которых образован отрезками, включающимися в отрезки AU и AD ; в) все остальные прямоугольные треугольники.

Ответ.

Решение задачи 17.

Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ. Выполнение чертежа к этой задаче иногда вызывает затруднения.

Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

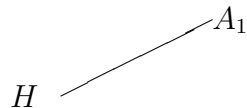
Ответ. Выполнение чертежа к этой задаче иногда вызывает затруднения.

В данном случае удобнее начать построение с медиан, используя свойство точки их пересечения (она делит медиану в отношении $2 : 1$).

Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

Построим участок медианы AA_1 от точки H пересечения медиан до середины стороны BC .

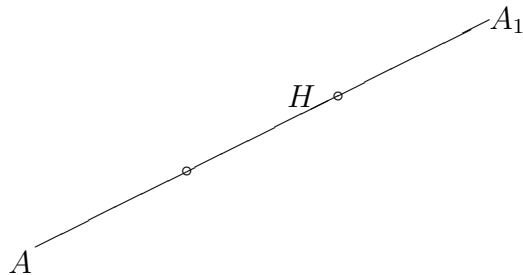


Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

Построим участок медианы AA_1 от точки H пересечения медиан до середины стороны BC .

Достроим оставшийся участок медианы AA_1 .



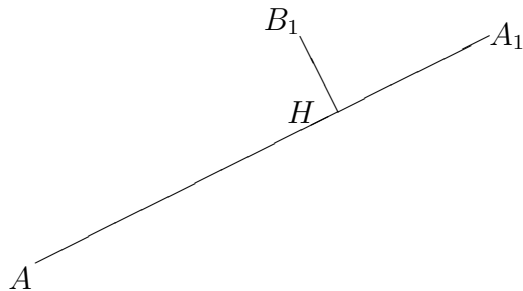
Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

Построим участок медианы AA_1 от точки H пересечения медиан до середины стороны BC .

Достроим оставшийся участок медианы AA_1

Теперь построим участок медианы BB_1 от точки H пересечения медиан до середины стороны AC .



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

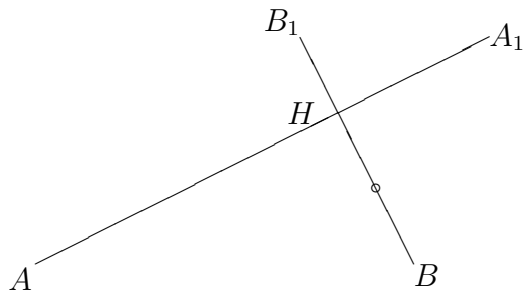
Ответ.

Построим участок медианы AA_1 от точки H пересечения медиан до середины стороны BC .

Достроим оставшийся участок медианы AA_1 .

Теперь построим участок медианы BB_1 от точки H пересечения медиан до середины стороны AC .

Достроим оставшийся участок медианы BB_1 .



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

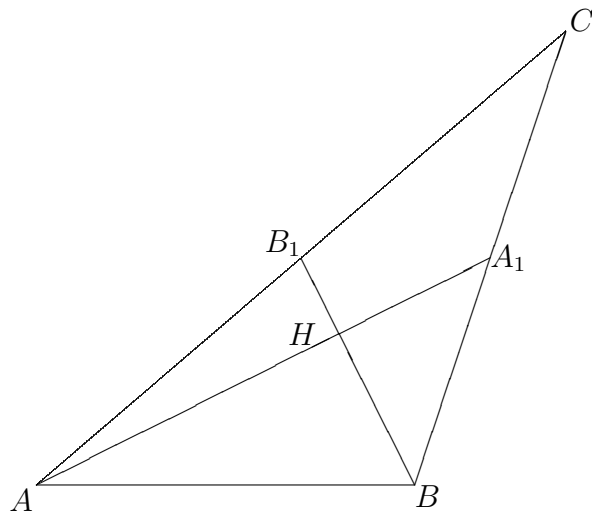
Построим участок медианы AA_1 от точки H пересечения медиан до середины стороны BC .

Достроим оставшийся участок медианы AA_1 .

Теперь построим участок медианы BB_1 от точки H пересечения медиан до середины стороны AC .

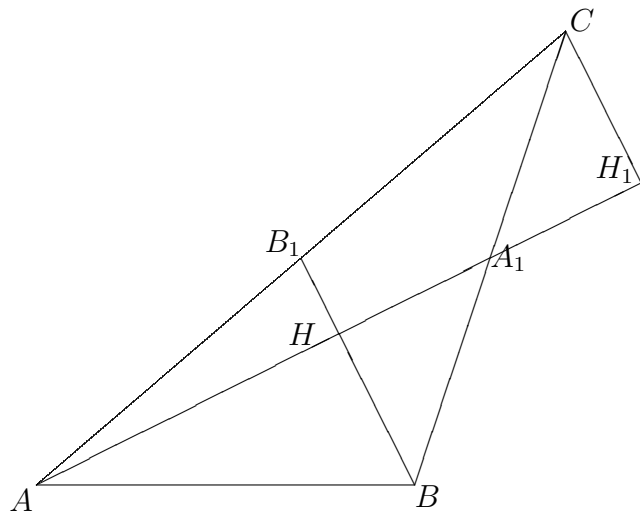
Достроим оставшийся участок медианы BB_1 .

Наконец, построим треугольник.



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.
 $\triangle BHA_1 = \triangle CH_1A_1$, поскольку



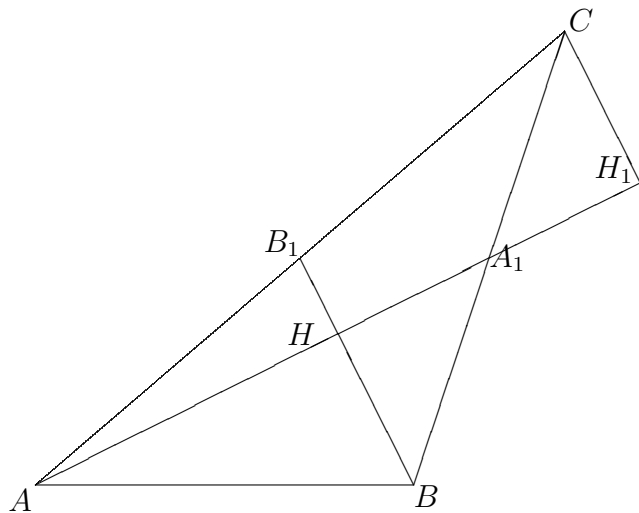
Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

$$\triangle BHA_1 = \triangle CH_1A_1,$$

$$\begin{cases} \angle HA_1B = \angle H_1A_1C, \\ \angle BHA_1 = \angle CH_1A_1, \\ BA_1 = CA_1. \end{cases}$$

поскольку



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

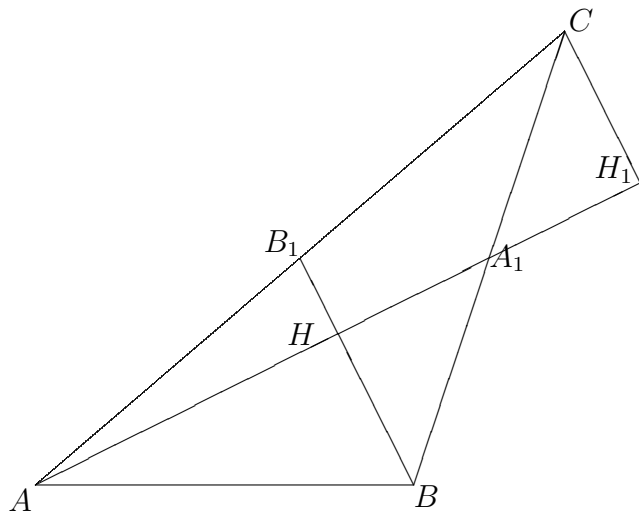
Ответ.

$$\triangle BHA_1 = \triangle CH_1A_1,$$

поскольку

$$\begin{cases} \angle HA_1B = \angle H_1A_1C, \\ \angle BHA_1 = \angle CH_1A_1, \\ BA_1 = CA_1. \end{cases}$$

$$\text{Поэтому } S_{\triangle ABC} = 6S_{\triangle BHA_1}.$$

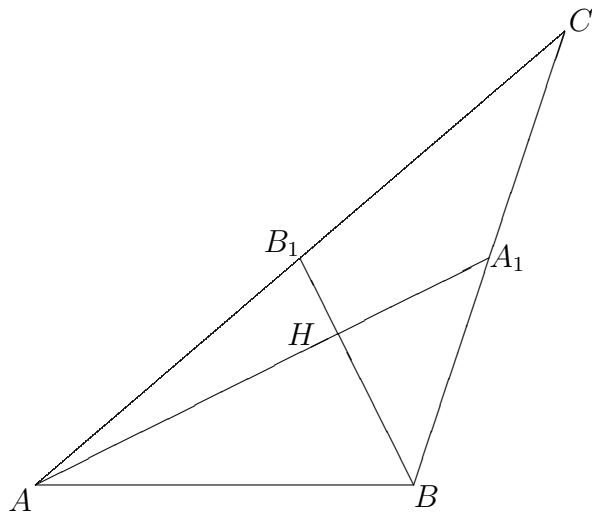


Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

$$S_{\triangle ABC} = 6S_{\triangle BHA_1}.$$

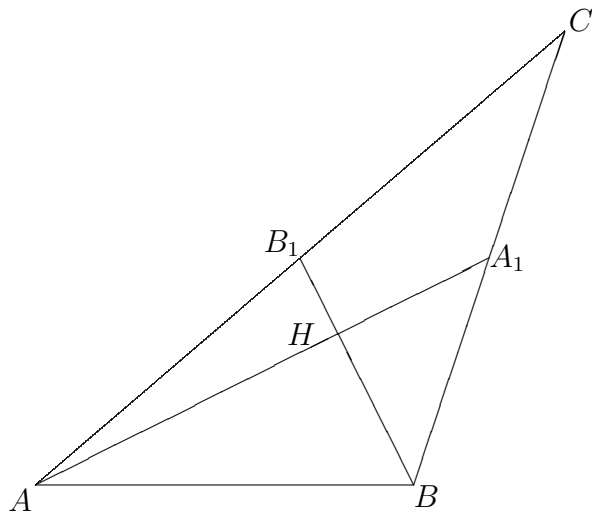
Осталось найти площадь $\triangle BHA_1$.



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

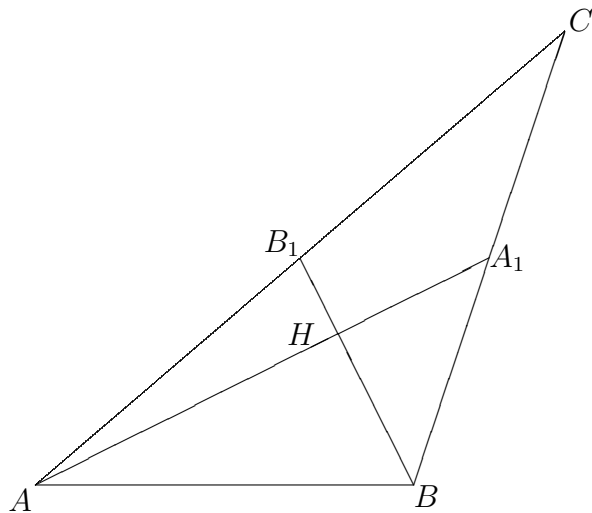


Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16, \\ 4x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

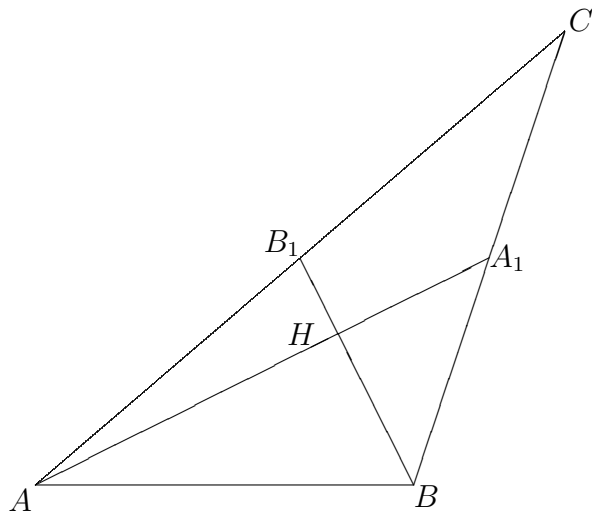


Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16, \\ 4x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 4(16 - 4y^2) + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

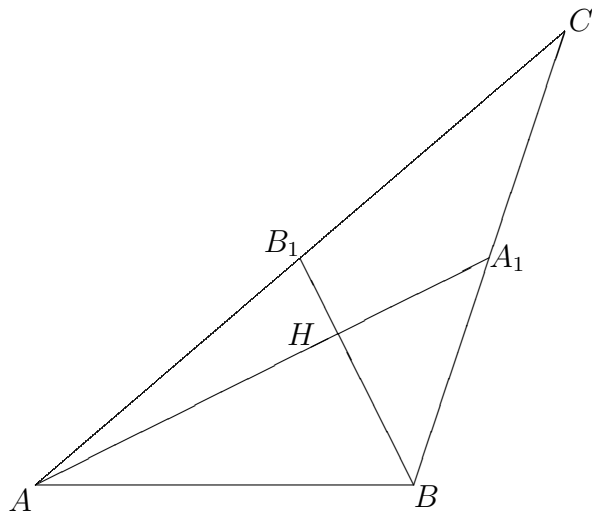


Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16, \\ 4x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 4(16 - 4y^2) + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 64 - 16y^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

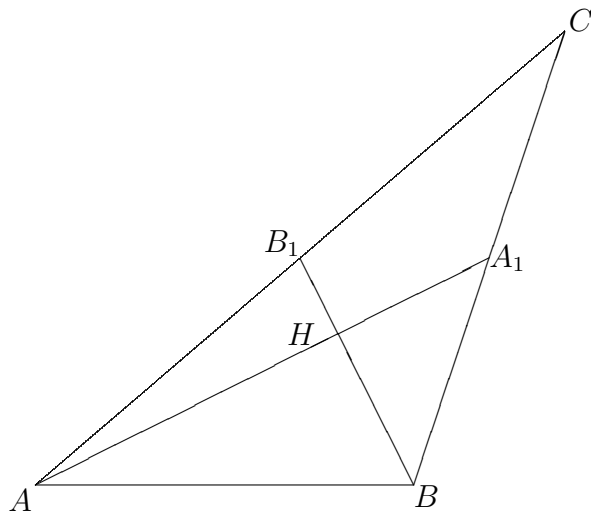


Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16, \\ 4x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 4(16 - 4y^2) + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 64 - 16y^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ -15y^2 = -55 \end{cases} \Leftrightarrow$$



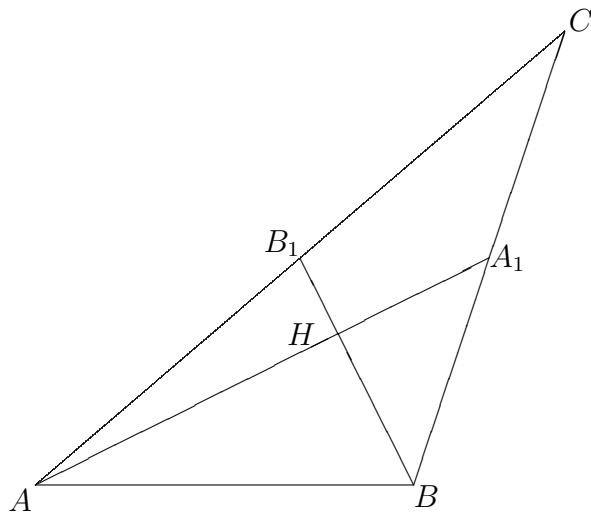
Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16, \\ 4x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 4(16 - 4y^2) + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 64 - 16y^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ -15y^2 = -55 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ y^2 = \frac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

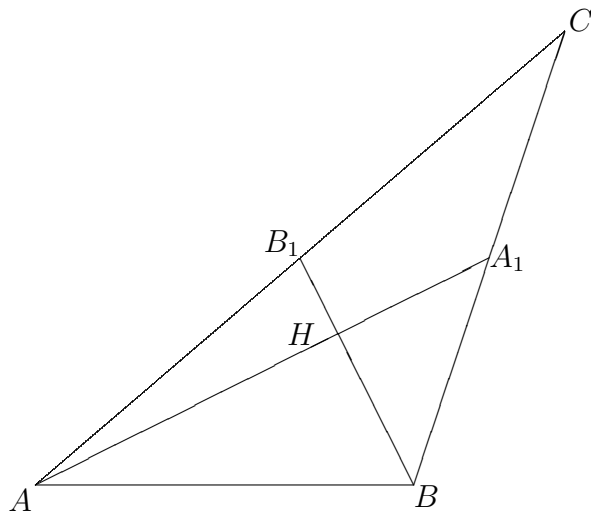
Ответ.

Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16, \\ 4x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 4(16 - 4y^2) + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 64 - 16y^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ -15y^2 = -55 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ y^2 = \frac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4 \cdot \frac{11}{3}, \\ y^2 = \frac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

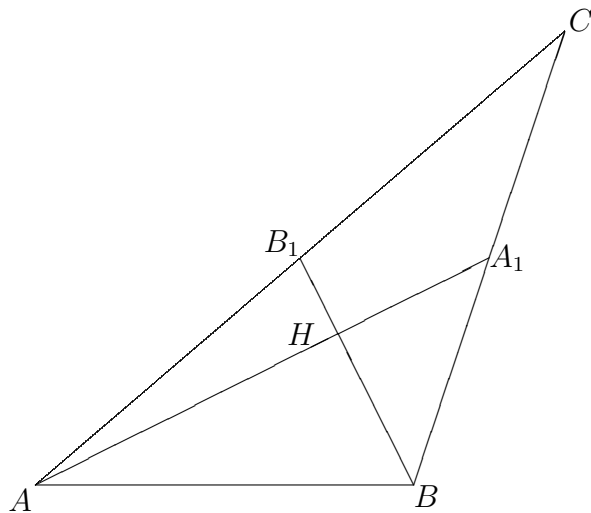
Ответ.

Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16, \\ 4x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 4(16 - 4y^2) + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 64 - 16y^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ -15y^2 = -55 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ y^2 = \frac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4 \cdot \frac{11}{3}, \\ y^2 = \frac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = \frac{4}{3}, \\ y^2 = \frac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

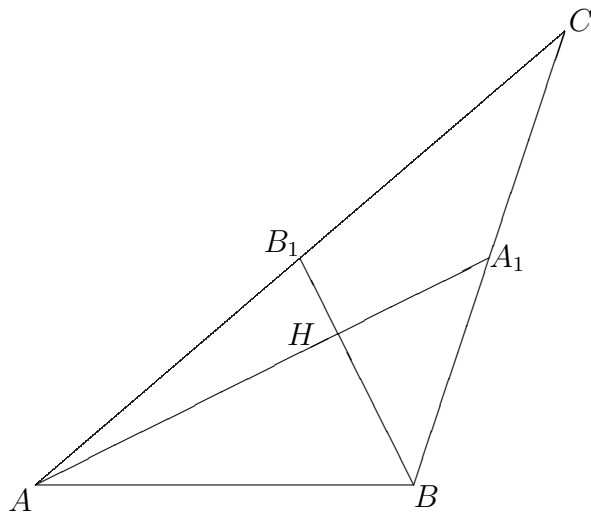
Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16, \\ 4x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 4(16 - 4y^2) + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 64 - 16y^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ -15y^2 = -55 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ y^2 = \frac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4 \cdot \frac{11}{3}, \\ y^2 = \frac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = \frac{4}{3}, \\ y^2 = \frac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{\frac{4}{3}}, \\ y = \sqrt{\frac{11}{3}} \end{cases} \Leftrightarrow$$



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

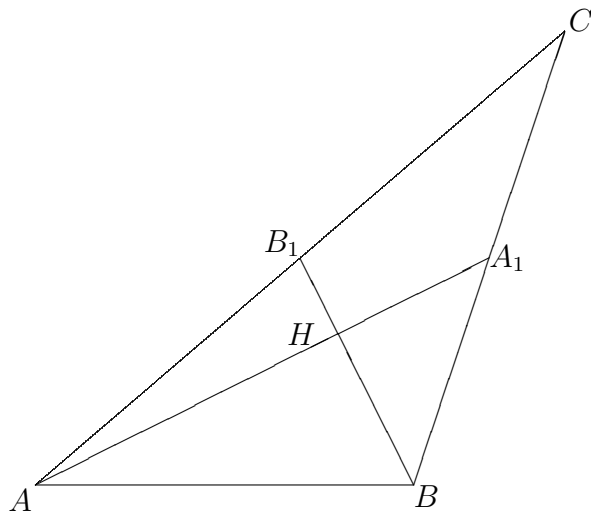
Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16, \\ 4x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 4(16 - 4y^2) + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ 64 - 16y^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ -15y^2 = -55 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = 16 - 4y^2, \\ y^2 = \frac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 16 - 4 \cdot \frac{11}{3}, \\ y^2 = \frac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 = \frac{4}{3}, \\ y^2 = \frac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{\frac{4}{3}}, \\ y = \sqrt{\frac{11}{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \\ y = \frac{\sqrt{33}}{3}. \end{cases}$$



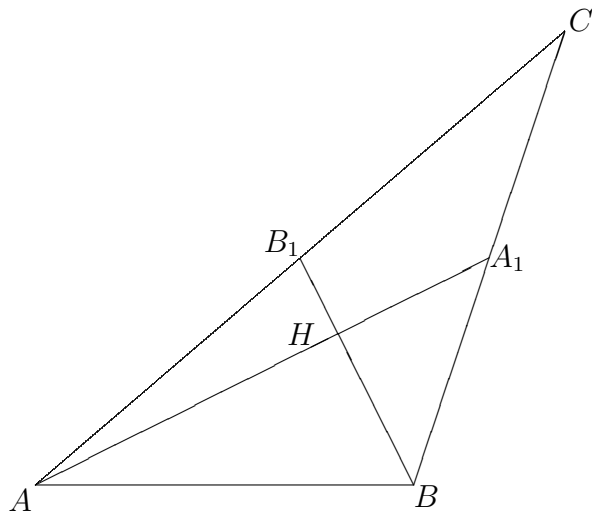
Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

$$\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \\ y = \frac{\sqrt{33}}{3}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC} = 6S_{\triangle BHA_1} =$$



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

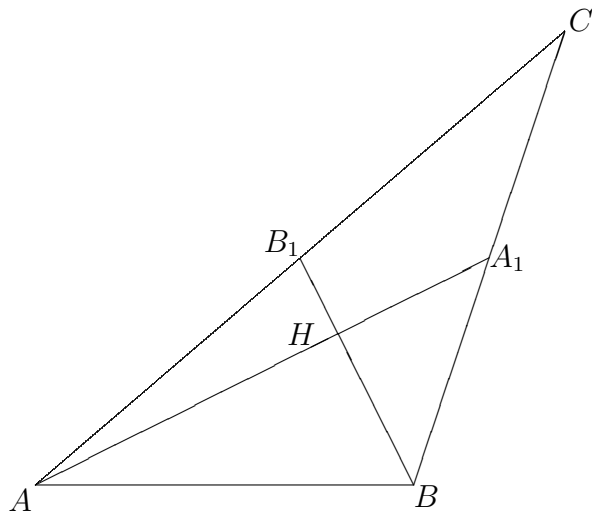
Ответ.

Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

$$\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \\ y = \frac{\sqrt{33}}{3}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC} = 6S_{\triangle BHA_1} =$$

$$S_{\triangle BHA_1} = \frac{1}{2} \cdot A_1H \cdot HB.$$



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

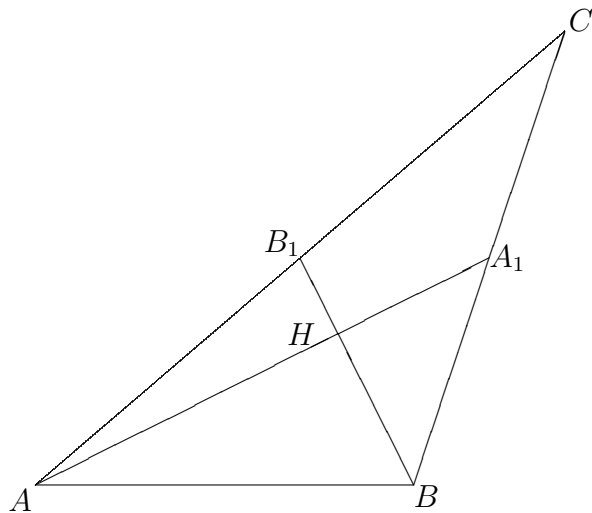
Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

$$\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \\ y = \frac{\sqrt{33}}{3}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC} = 6S_{\triangle BHA_1} =$$

$$S_{\triangle BHA_1} = \frac{1}{2} \cdot A_1H \cdot HB.$$

$$S_{\triangle BHA_1} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{33}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

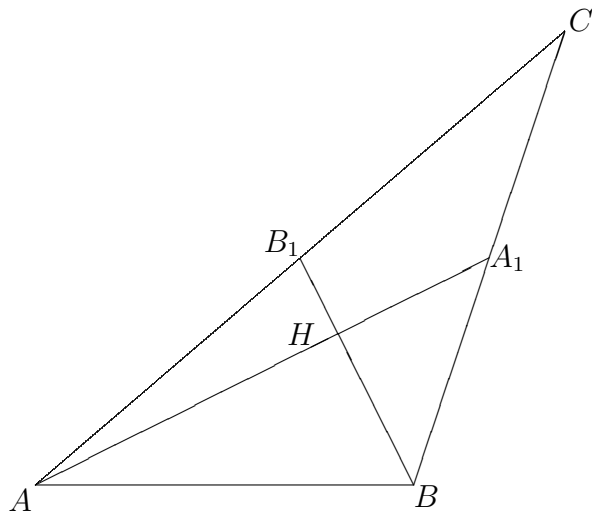
$$\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \\ y = \frac{\sqrt{33}}{3}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC} = 6S_{\triangle BHA_1} =$$

$$S_{\triangle BHA_1} = \frac{1}{2} \cdot A_1H \cdot HB.$$

$$S_{\triangle BHA_1} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{33}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$S_{\triangle BHA_1} = \frac{2}{3}\sqrt{11}.$$



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

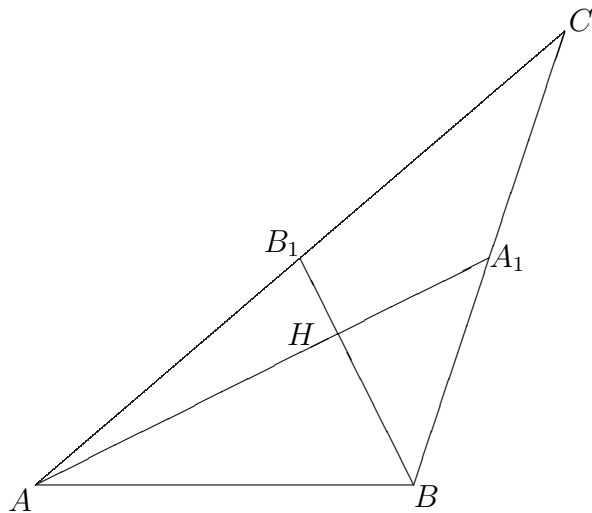
$$\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \\ y = \frac{\sqrt{33}}{3}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC} = 6S_{\triangle BHA_1} = 6 \cdot \frac{2}{3}\sqrt{11} =$$

$$S_{\triangle BHA_1} = \frac{1}{2} \cdot A_1H \cdot HB.$$

$$S_{\triangle BHA_1} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{33}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$S_{\triangle BHA_1} = \frac{2}{3}\sqrt{11}.$$



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

Положим $x = HA_1$, $y = HB_1$, $x > 0$, $y > 0$.

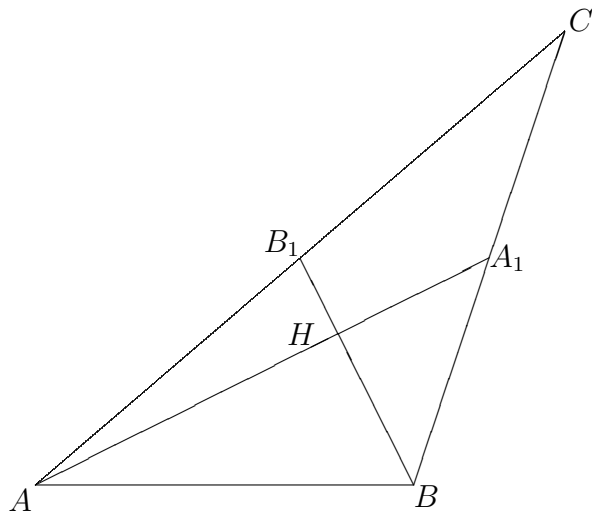
$$\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \\ y = \frac{\sqrt{33}}{3}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC} = 6S_{\triangle BHA_1} = 6 \cdot \frac{2}{3}\sqrt{11} = 4\sqrt{11}.$$

$$S_{\triangle BHA_1} = \frac{1}{2} \cdot A_1H \cdot HB.$$

$$S_{\triangle BHA_1} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{33}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

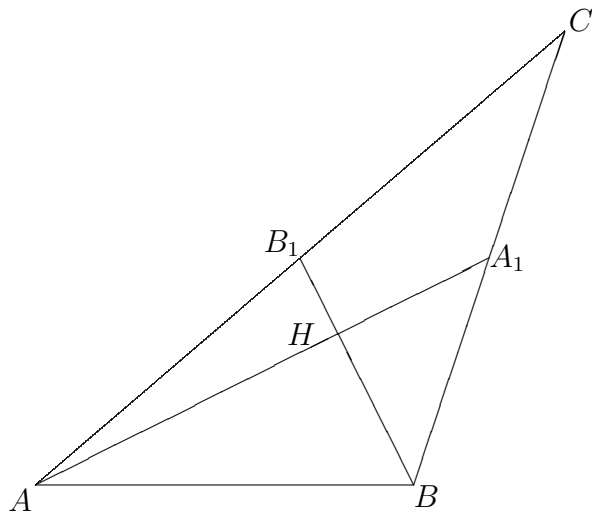
$$S_{\triangle BHA_1} = \frac{2}{3}\sqrt{11}.$$



Задача 17. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника.

Ответ.

$$S_{\triangle ABC} = 4\sqrt{11}.$$



Решение задачи 18.

Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.
Построим чертёж.

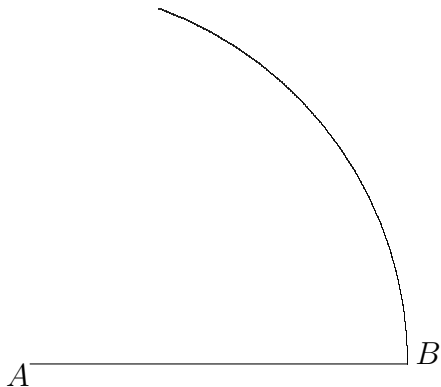
Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.
Построим чертёж.



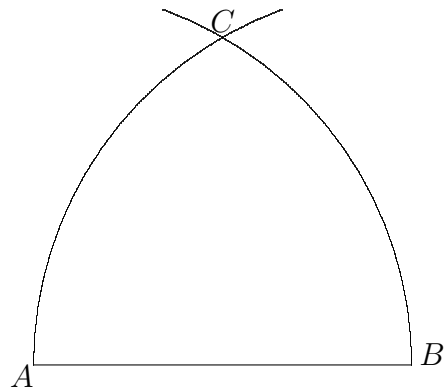
Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.
Построим чертёж.



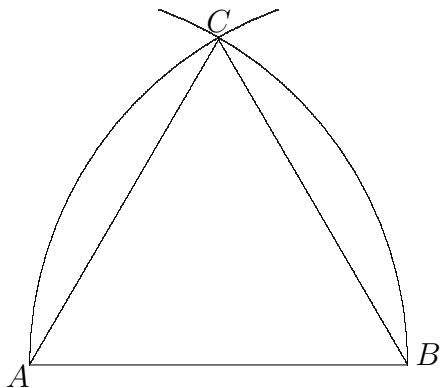
Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.
Построим чертёж.



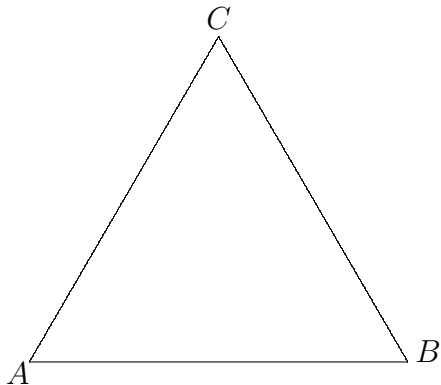
Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.
Построим чертёж.



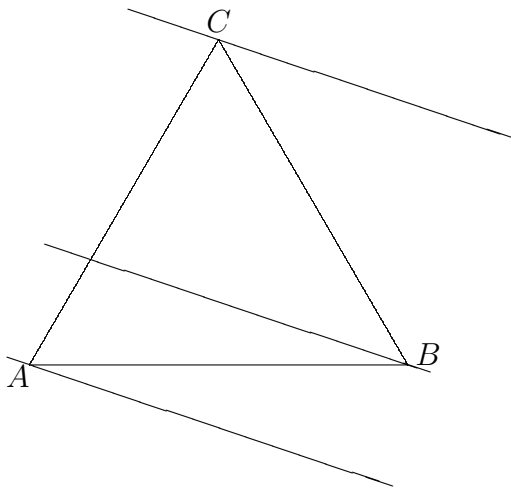
Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.
Построим чертёж.



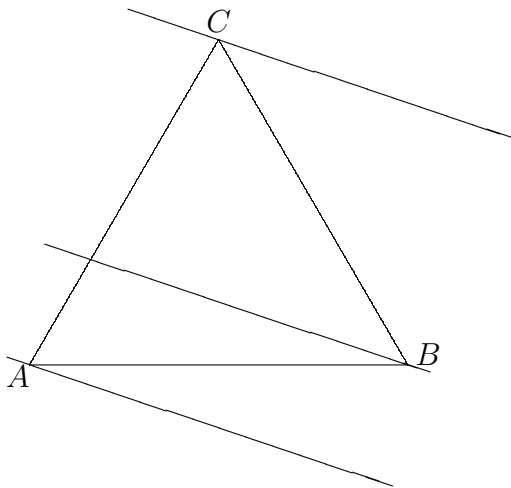
Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.
Построим чертёж.



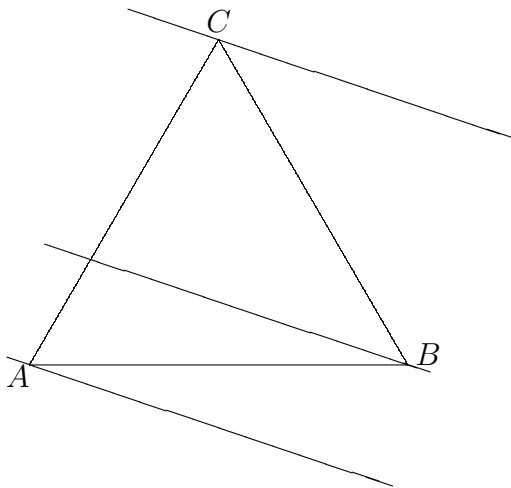
Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.
Отразим в чертеже условия, включим цвет и проведём дополнительные построения...



Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.
Отразим в чертеже условия, включим цвет и проведём дополнительные построения...
«находится на расстоянии...»

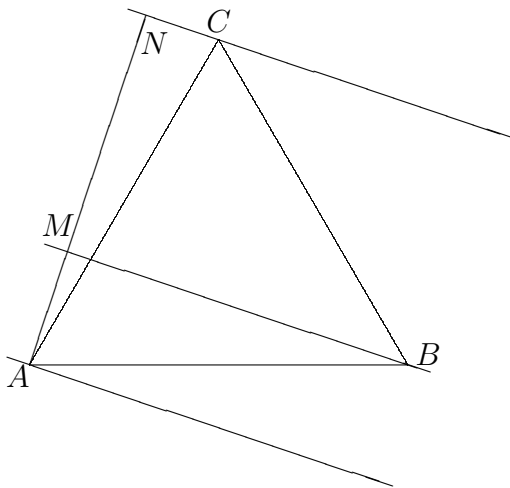


Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

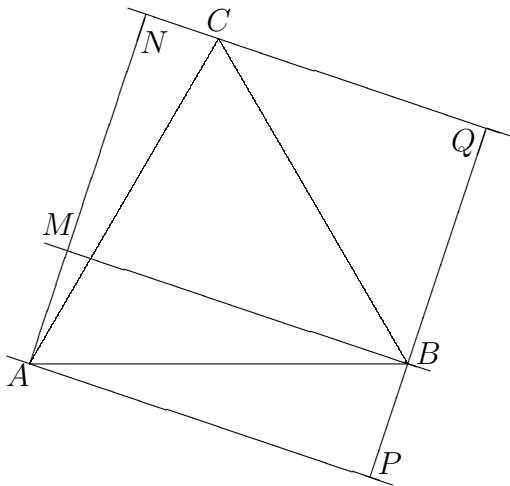
Отразим в чертеже условия, включим цвет и проведём дополнительные построения...

«находится на расстоянии...»



Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.
Отразим в чертеже условия, включим цвет и проведём дополнительные построения...
«находится на расстоянии...»

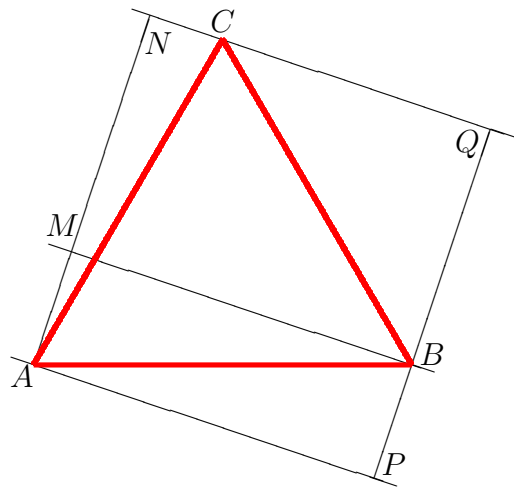


Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

Отразим в чертеже условия, включим цвет и проведём дополнительные построения...

«находится на расстоянии...»

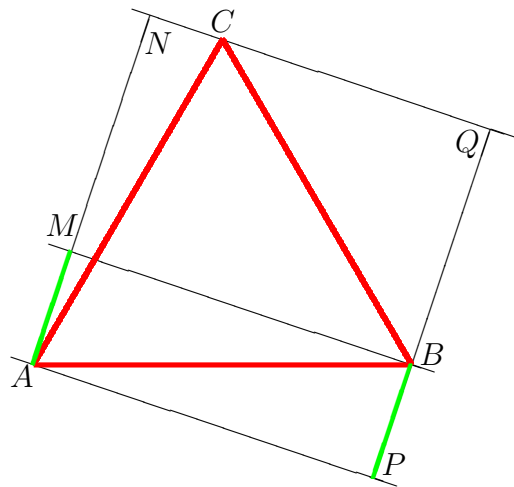


Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

Отразим в чертеже условия, включим цвет и проведём дополнительные построения...

«находится на расстоянии...»

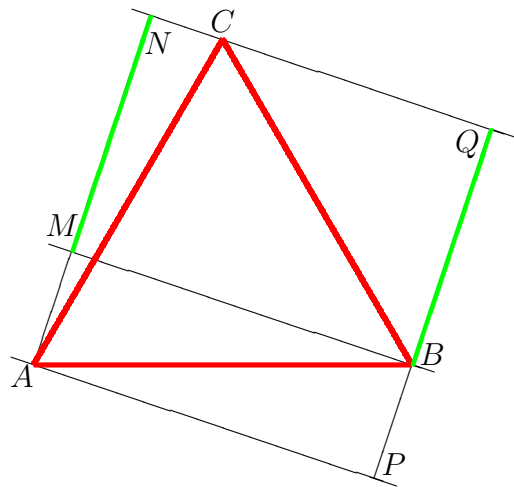


Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

Отразим в чертеже условия, включим цвет и проведём дополнительные построения...

«находится на расстоянии...»

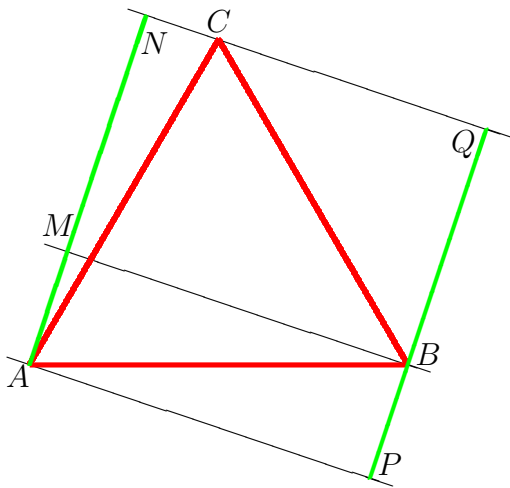


Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

Отразим в чертеже условия, включим цвет и проведём дополнительные построения...

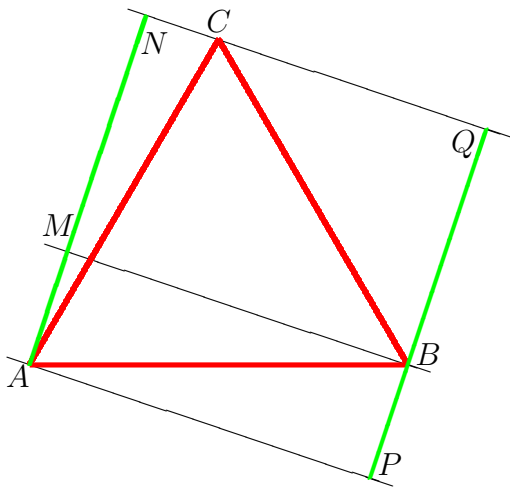
«находится на расстоянии...»



Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

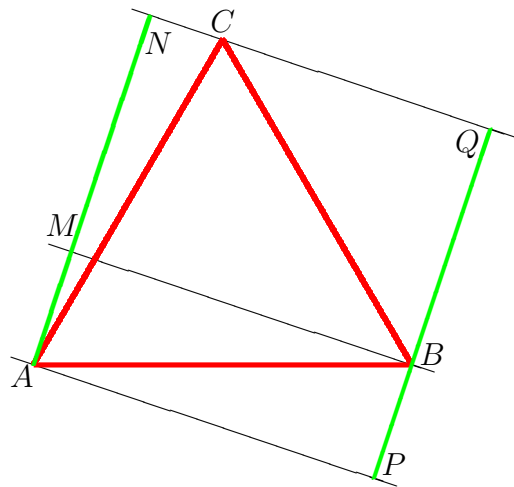


Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

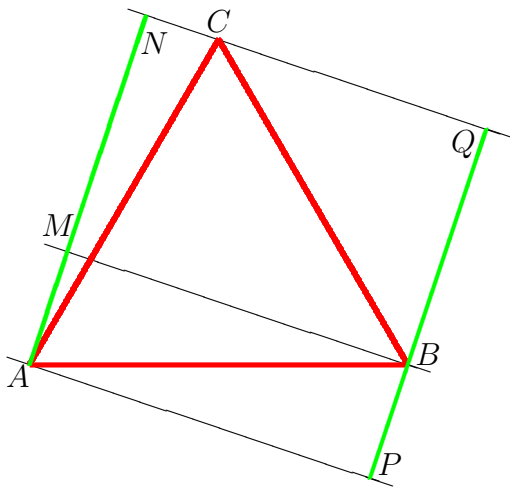


Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Длину отрезка.



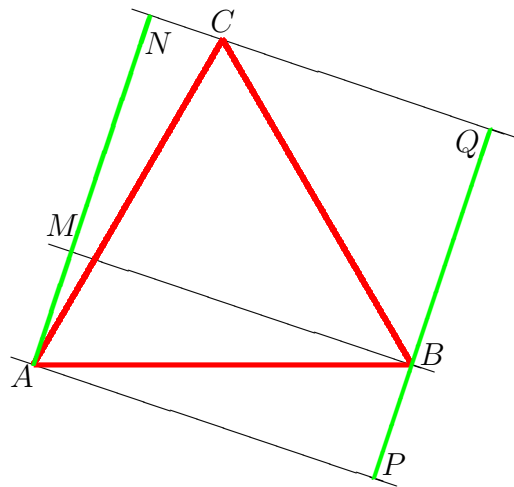
Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Длину отрезка.

В каком виде представим ответ?



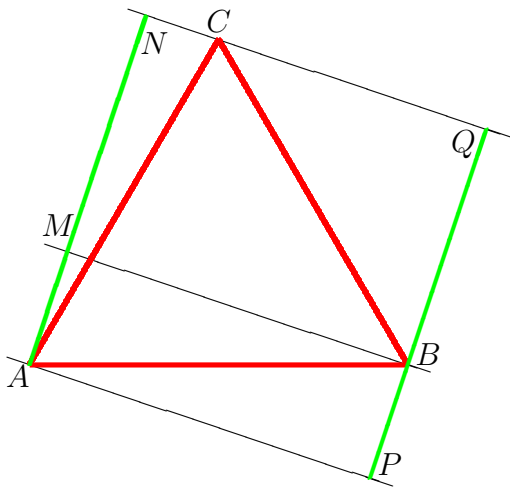
Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Длину отрезка.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.



Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

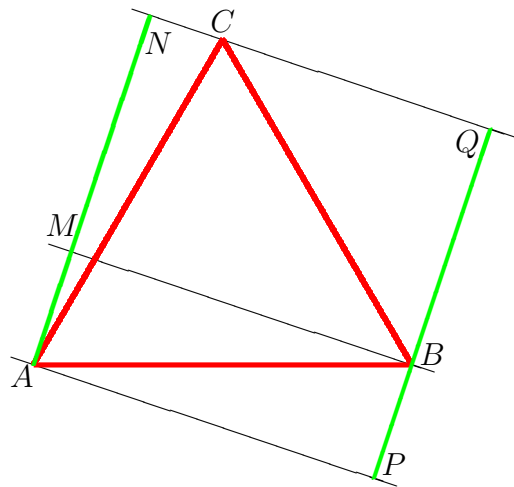
Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Длину отрезка.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Введём переменные.



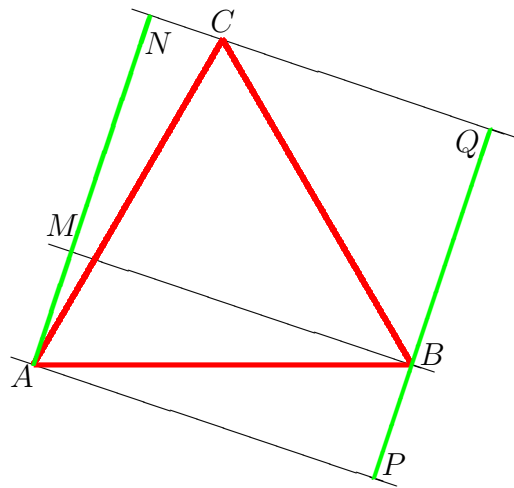
Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Длину отрезка.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.



Введём переменные. Положим $AB = BC = AC = x$.

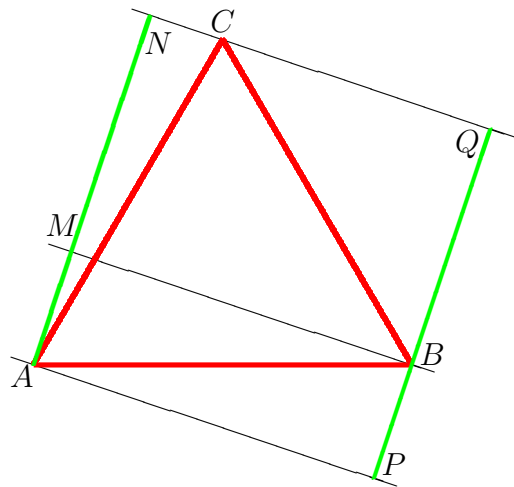
Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Длину отрезка.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.



Введём переменные. Положим $AB = BC = AC = x$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

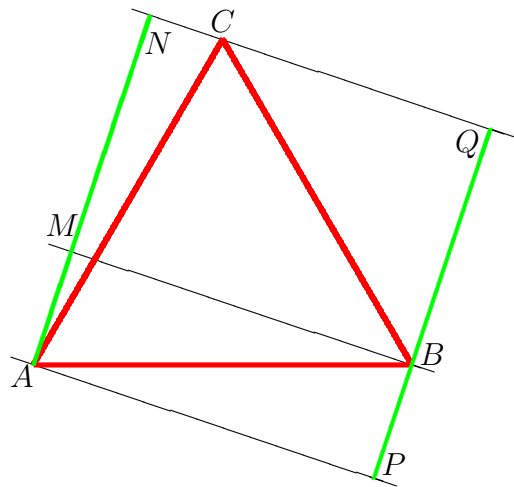
Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Длину отрезка.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

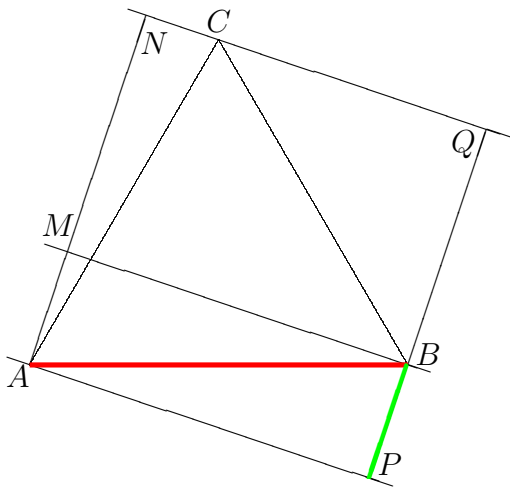


Введём переменные. Положим $AB = BC = AC = x$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? В сумму чаще всего раскладываются длины отрезков, площади и объёмы, реже — углы.

Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.



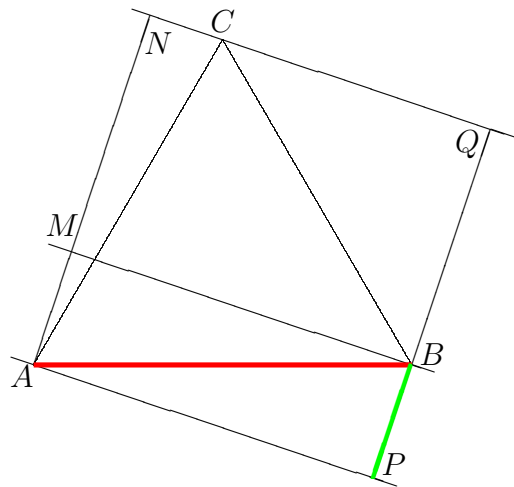
Введём переменные. Положим $AB = BC = AC = x$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? В сумму чаще всего раскладываются длины отрезков, площади и объёмы, реже — углы.

Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

$$AP =$$



Введём переменные. Положим $AB = BC = AC = x$.

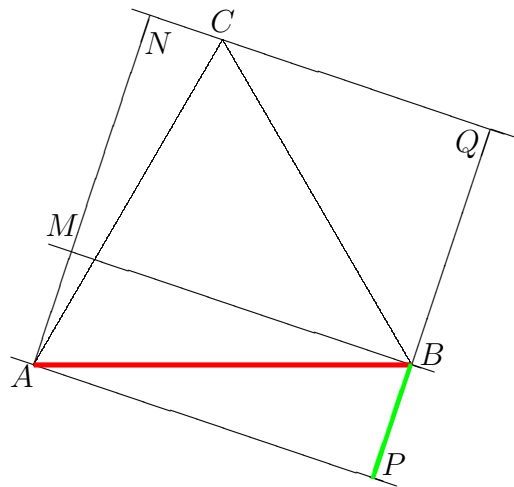
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? В сумму чаще всего раскладываются длины отрезков, площади и объёмы, реже — углы.

Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

$$\sqrt{x^2 - 21} =$$

$$AP =$$



Введём переменные. Положим $AB = BC = AC = x$.

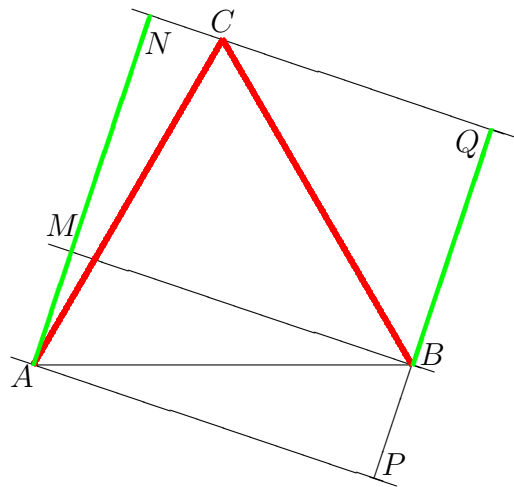
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? В сумму чаще всего раскладываются длины отрезков, площади и объёмы, реже — углы.

Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

$$\sqrt{x^2 - 21} =$$

$$AP =$$



Введём переменные. Положим $AB = BC = AC = x$.

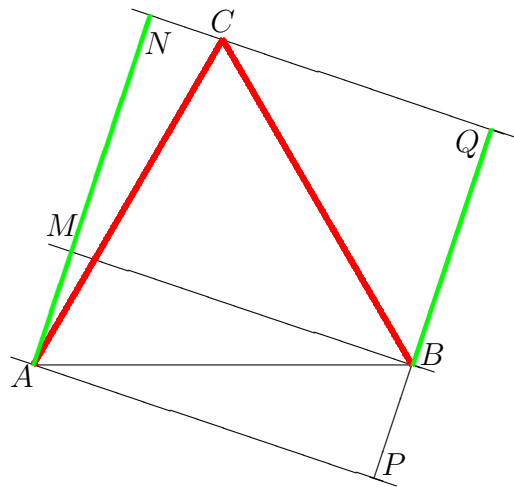
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? В сумму чаще всего раскладываются длины отрезков, площади и объёмы, реже — углы.

Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

$$\sqrt{x^2 - 21} =$$

$$AP = NC + CQ.$$



Введём переменные. Положим $AB = BC = AC = x$.

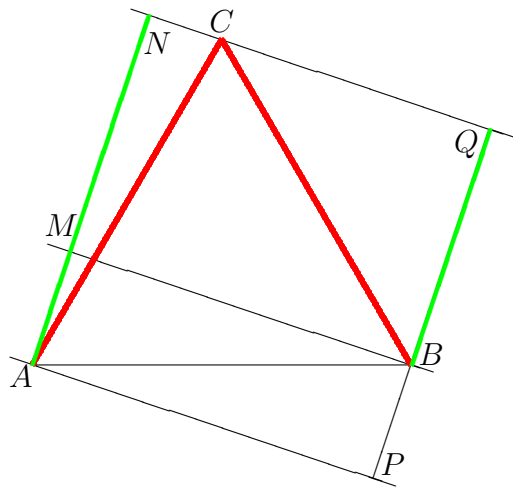
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? В сумму чаще всего раскладываются длины отрезков, площади и объёмы, реже — углы.

Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 84} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

$$AP = NC + CQ.$$



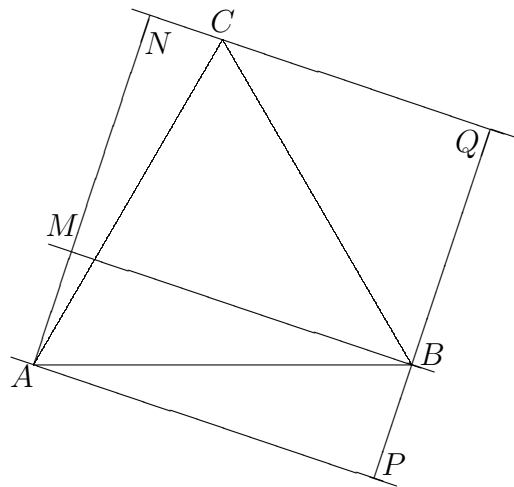
Введём переменные. Положим $AB = BC = AC = x$.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? В сумму чаще всего раскладываются длины отрезков, площади и объёмы, реже — углы.

Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 - 21} &= \sqrt{x^2 - 84} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21} \\ \sqrt{x^2 - 21} &= \sqrt{x^2 - 4 \cdot 21} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}\end{aligned}$$



$$AB = BC = AC = x.$$

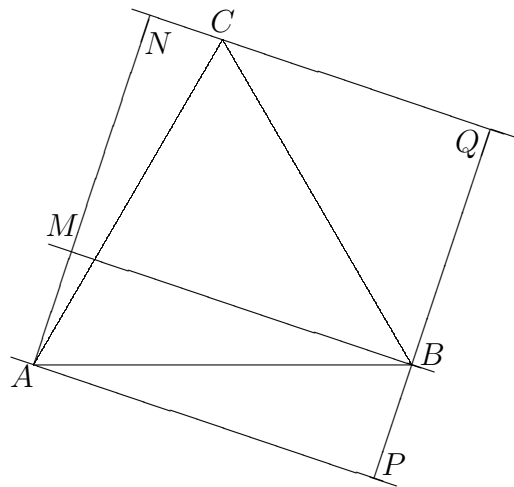
Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 84} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 4 \cdot 21} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

$$x^2 - 21 = x^2 - 4 \cdot 21 + 2\sqrt{x^2 - 4 \cdot 21}\sqrt{x^2 - 9 \cdot 21} + x^2 - 9 \cdot 21$$



$$AB = BC = AC = x.$$

Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

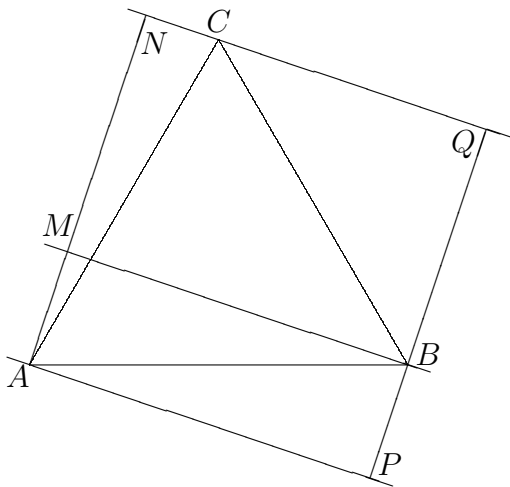
$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 84} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 4 \cdot 21} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

$$x^2 - 21 = x^2 - 4 \cdot 21 + 2\sqrt{x^2 - 4 \cdot 21}\sqrt{x^2 - 9 \cdot 21} + x^2 - 9 \cdot 21$$

$$12 \cdot 21 - x^2 = 2\sqrt{x^4 - 13 \cdot 21x^2 + 36 \cdot 21^2}$$

$$AB = BC = AC = x.$$



Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 84} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

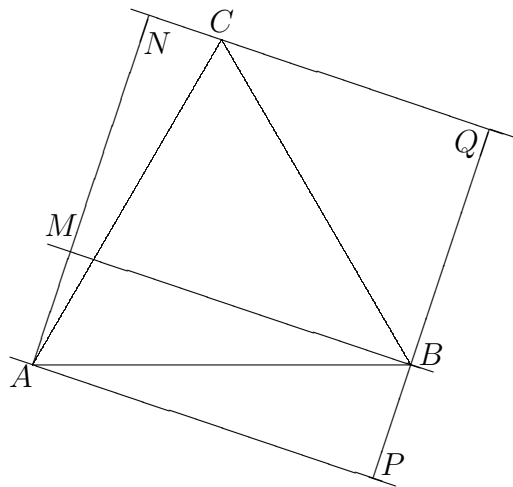
$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 4 \cdot 21} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

$$x^2 - 21 = x^2 - 4 \cdot 21 + 2\sqrt{x^2 - 4 \cdot 21}\sqrt{x^2 - 9 \cdot 21} + x^2 - 9 \cdot 21$$

$$12 \cdot 21 - x^2 = 2\sqrt{x^4 - 13 \cdot 21x^2 + 36 \cdot 21^2}$$

$$144 \cdot 21^2 - 24 \cdot 21x^2 + x^4 = 4(x^4 - 13 \cdot 21x^2 + 36 \cdot 21^2)$$

$$AB = BC = AC = x.$$



Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 84} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 4 \cdot 21} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

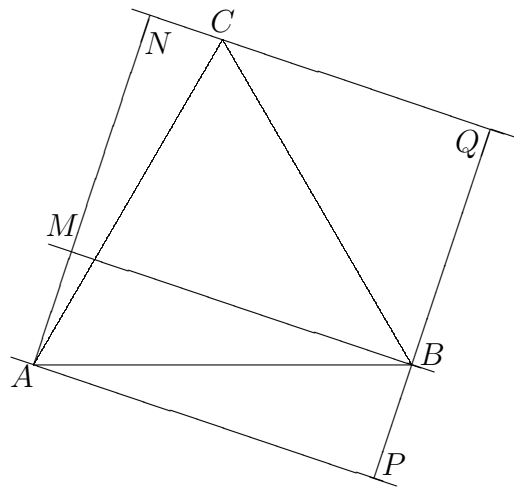
$$x^2 - 21 = x^2 - 4 \cdot 21 + 2\sqrt{x^2 - 4 \cdot 21}\sqrt{x^2 - 9 \cdot 21} + x^2 - 9 \cdot 21$$

$$12 \cdot 21 - x^2 = 2\sqrt{x^4 - 13 \cdot 21x^2 + 36 \cdot 21^2}$$

$$144 \cdot 21^2 - 24 \cdot 21x^2 + x^4 = 4(x^4 - 13 \cdot 21x^2 + 36 \cdot 21^2)$$

$$0 = 3x^4 - 28 \cdot 21x^2 \Rightarrow$$

$$AB = BC = AC = x.$$



Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 84} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 4 \cdot 21} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

$$x^2 - 21 = x^2 - 4 \cdot 21 + 2\sqrt{x^2 - 4 \cdot 21}\sqrt{x^2 - 9 \cdot 21} + x^2 - 9 \cdot 21$$

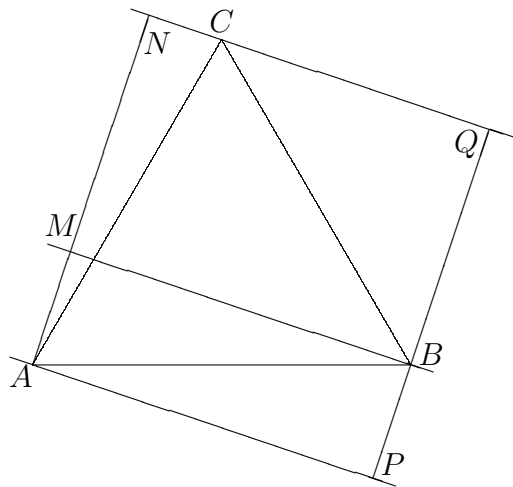
$$12 \cdot 21 - x^2 = 2\sqrt{x^4 - 13 \cdot 21x^2 + 36 \cdot 21^2}$$

$$144 \cdot 21^2 - 24 \cdot 21x^2 + x^4 = 4(x^4 - 13 \cdot 21x^2 + 36 \cdot 21^2)$$

$$0 = 3x^4 - 28 \cdot 21x^2 \Rightarrow$$

Учитывая, что $x > 0$...

$$AB = BC = AC = x.$$



Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 84} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 4 \cdot 21} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

$$x^2 - 21 = x^2 - 4 \cdot 21 + 2\sqrt{x^2 - 4 \cdot 21}\sqrt{x^2 - 9 \cdot 21} + x^2 - 9 \cdot 21$$

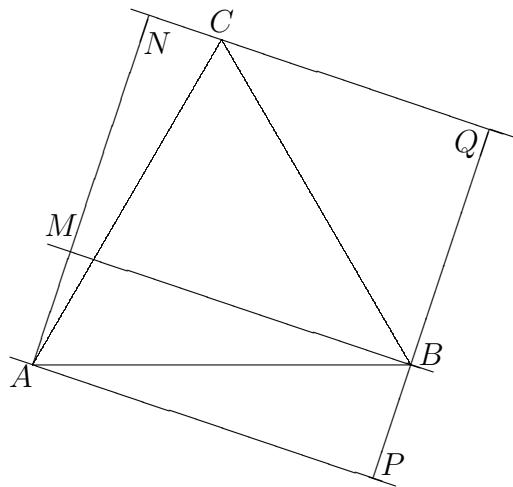
$$12 \cdot 21 - x^2 = 2\sqrt{x^4 - 13 \cdot 21x^2 + 36 \cdot 21^2}$$

$$144 \cdot 21^2 - 24 \cdot 21x^2 + x^4 = 4(x^4 - 13 \cdot 21x^2 + 36 \cdot 21^2)$$

$$0 = 3x^4 - 28 \cdot 21x^2 \Rightarrow x^2 = 7^2 \cdot 4 \Rightarrow$$

Учитывая, что $x > 0$...

$$AB = BC = AC = x.$$



Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 84} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 4 \cdot 21} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

$$x^2 - 21 = x^2 - 4 \cdot 21 + 2\sqrt{x^2 - 4 \cdot 21}\sqrt{x^2 - 9 \cdot 21} + x^2 - 9 \cdot 21$$

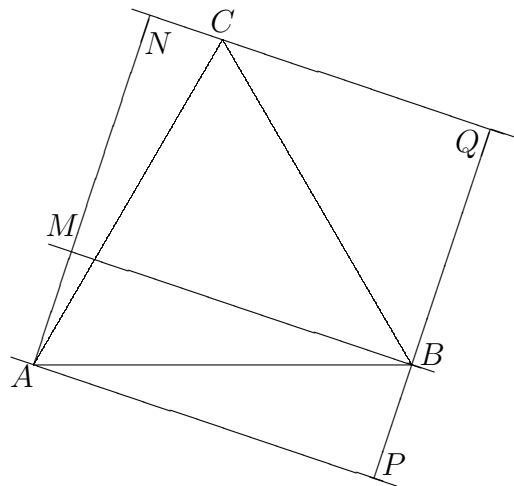
$$12 \cdot 21 - x^2 = 2\sqrt{x^4 - 13 \cdot 21x^2 + 36 \cdot 21^2}$$

$$144 \cdot 21^2 - 24 \cdot 21x^2 + x^4 = 4(x^4 - 13 \cdot 21x^2 + 36 \cdot 21^2)$$

$$0 = 3x^4 - 28 \cdot 21x^2 \Rightarrow x^2 = 7^2 \cdot 4 \Rightarrow x = 7 \cdot 2.$$

Учитывая, что $x > 0$...

$$AB = BC = AC = x.$$



Задача 18. Вершины правильного треугольника лежат на трёх параллельных прямых, причём внутренняя прямая находится на расстояниях $\sqrt{21}$ и $\sqrt{84}$ от крайних прямых. Найти длину стороны треугольника.

Ответ.

$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 84} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

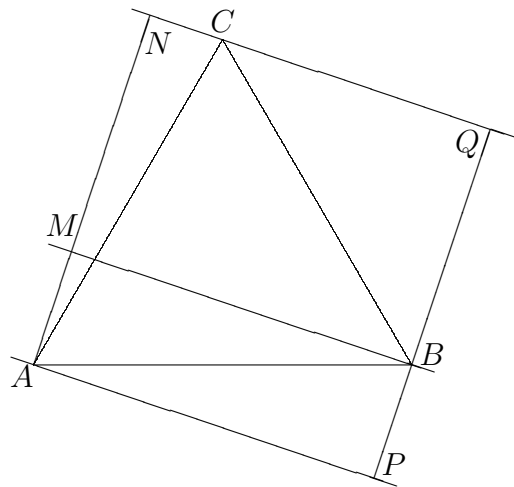
$$\sqrt{x^2 - 21} = \sqrt{x^2 - 4 \cdot 21} + \sqrt{x^2 - 9 \cdot 21}$$

$$x^2 - 21 = x^2 - 4 \cdot 21 + 2\sqrt{x^2 - 4 \cdot 21}\sqrt{x^2 - 9 \cdot 21} + x^2 - 9 \cdot 21$$

$$12 \cdot 21 - x^2 = 2\sqrt{x^4 - 13 \cdot 21x^2 + 36 \cdot 21^2}$$

$$144 \cdot 21^2 - 24 \cdot 21x^2 + x^4 = 4(x^4 - 13 \cdot 21x^2 + 36 \cdot 21^2)$$

$$0 = 3x^4 - 28 \cdot 21x^2 \Rightarrow x^2 = 7^2 \cdot 4 \Rightarrow x = 7 \cdot 2.$$



$$AB = BC = AC = x.$$

Итак, сторона треугольника равна 14.

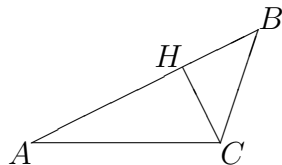
Решение задачи 19.

Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Ответ.

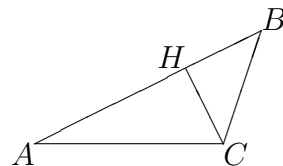
Надо найти AC и BC .



Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Ответ.

{

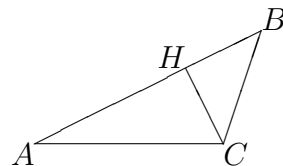


Первое уравнение представляет собой непосредственный перевод одного из условий.

Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Ответ.

$$\left\{ \begin{array}{l} AC + BC = 28, \end{array} \right.$$

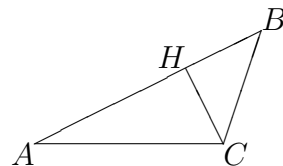


Первое уравнение представляет собой непосредственный перевод одного из условий.

Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Ответ.

$$\left\{ \begin{array}{l} AC + BC = 28, \end{array} \right.$$

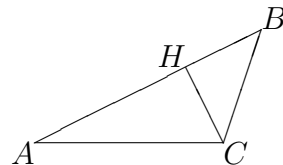


В качестве второго уравнения возьмём двукратное вычисление площади $\triangle ABC$.

Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Ответ.

$$\begin{cases} AC + BC = 28, \\ \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)}, \\ p = \frac{14 + 28}{2} = \end{cases}$$

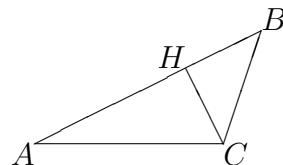


В качестве второго уравнения возьмём двукратное вычисление площади $\triangle ABC$.

Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Ответ.

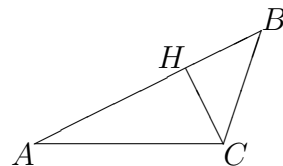
$$\begin{cases} AC + BC = 28, \\ \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)}, \Leftrightarrow \\ p = \frac{14 + 28}{2} = 21 \end{cases}$$



Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Ответ.

$$\begin{cases} AC + BC = 28, \\ \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)}, \Leftrightarrow \\ p = \frac{14 + 28}{2} = 21 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \end{cases} \Leftrightarrow$$

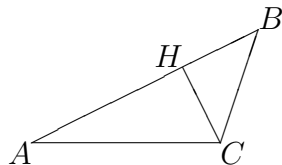


Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Ответ.

$$\begin{cases} AC + BC = 28, \\ \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)}, \Leftrightarrow \\ p = \frac{14 + 28}{2} = 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 14 = \sqrt{21(21 - 14)(21 - BC)(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$



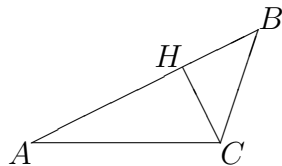
Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Ответ.

$$\begin{cases} AC + BC = 28, \\ \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)}, \Leftrightarrow \\ p = \frac{14 + 28}{2} = 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 14 = \sqrt{21(21 - 14)(21 - BC)(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 6 \cdot 14 = 7\sqrt{3(21 - (28 - AC))(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$



Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

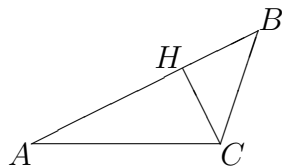
Ответ.

$$\begin{cases} AC + BC = 28, \\ \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)}, \Leftrightarrow \\ p = \frac{14 + 28}{2} = 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 14 = \sqrt{21(21 - 14)(21 - BC)(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 6 \cdot 14 = 7\sqrt{3(21 - (28 - AC))(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 12^2 = 3(AC - 7)(21 - AC) \Leftrightarrow \end{cases}$$



Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

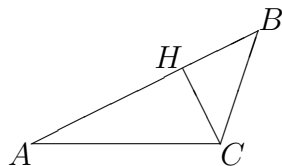
Ответ.

$$\begin{cases} AC + BC = 28, \\ \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)}, \Leftrightarrow \\ p = \frac{14 + 28}{2} = 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 14 = \sqrt{21(21 - 14)(21 - BC)(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 6 \cdot 14 = 7\sqrt{3(21 - (28 - AC))(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 12^2 = 3(AC - 7)(21 - AC) \Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 48 = (AC - 7)(21 - AC) \Leftrightarrow \end{cases} \end{cases}$$



Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

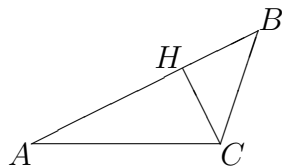
Ответ.

$$\begin{cases} AC + BC = 28, \\ \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)}, \Leftrightarrow \\ p = \frac{14 + 28}{2} = 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 14 = \sqrt{21(21 - 14)(21 - BC)(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 6 \cdot 14 = 7\sqrt{3(21 - (28 - AC))(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 12^2 = 3(AC - 7)(21 - AC) \Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 48 = (AC - 7)(21 - AC) \Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ AC^2 - 28AC + 195 = 0 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$



Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Ответ.

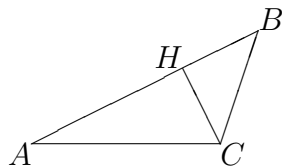
$$\begin{cases} AC + BC = 28, \\ \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)}, \Leftrightarrow \\ p = \frac{14 + 28}{2} = 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 14 = \sqrt{21(21 - 14)(21 - BC)(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 6 \cdot 14 = 7\sqrt{3(21 - (28 - AC))(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 12^2 = 3(AC - 7)(21 - AC) \Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 48 = (AC - 7)(21 - AC) \Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ AC^2 - 28AC + 195 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$AC = 14 \pm \sqrt{14^2 - 195}$. Поэтому



Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Ответ.

$$\begin{cases} AC + BC = 28, \\ \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)}, \Leftrightarrow \\ p = \frac{14 + 28}{2} = 21 \end{cases}$$

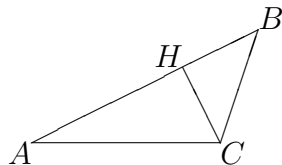
$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 14 = \sqrt{21(21 - 14)(21 - BC)(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 6 \cdot 14 = 7\sqrt{3(21 - (28 - AC))(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 12^2 = 3(AC - 7)(21 - AC) \Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 48 = (AC - 7)(21 - AC) \Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ AC^2 - 28AC + 195 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$AC = 14 \pm \sqrt{14^2 - 195}$. Поэтому

либо $\begin{cases} AC = 13, \\ BC = 15, \end{cases}$ либо



Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Ответ.

$$\begin{cases} AC + BC = 28, \\ \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - AC)}, \Leftrightarrow \\ p = \frac{14 + 28}{2} = 21 \end{cases}$$

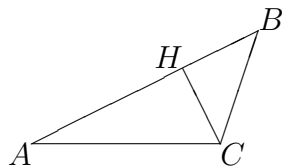
$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 14 = \sqrt{21(21 - 14)(21 - BC)(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 6 \cdot 14 = 7\sqrt{3(21 - (28 - AC))(21 - AC)} \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 12^2 = 3(AC - 7)(21 - AC) \Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ 48 = (AC - 7)(21 - AC) \Leftrightarrow \begin{cases} BC = 28 - AC, \\ AC^2 - 28AC + 195 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$AC = 14 \pm \sqrt{14^2 - 195}$. Поэтому

либо $\begin{bmatrix} AC = 13, \\ BC = 15, \end{bmatrix}$ либо $\begin{bmatrix} AC = 15, \\ BC = 13. \end{bmatrix}$



Задача 19. Высота, основание и сумма боковых сторон треугольника равны соответственно 12 см, 14 см, и 28 см. Найти боковые стороны.

Ответ. Стороны треугольника равны 13 и 15.

Решение задачи 20.

Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

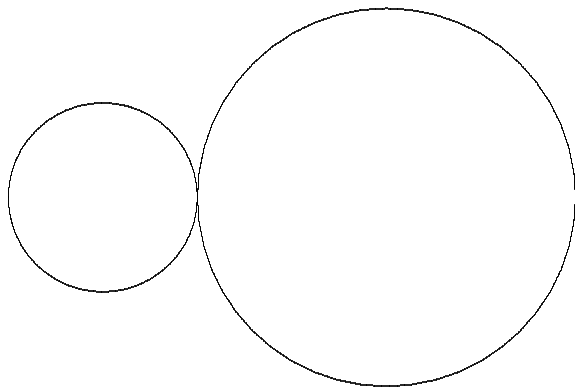
Ответ.

Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.
Сначала построим чертёж.

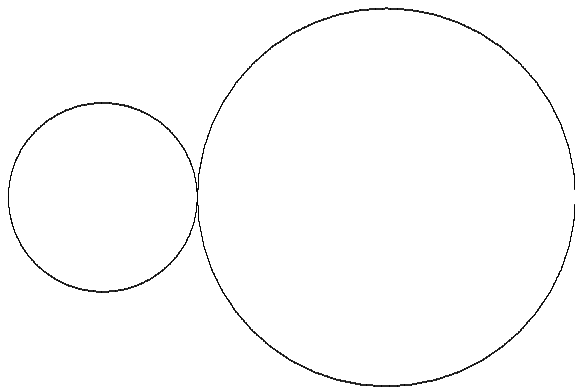
Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.
Сначала построим чертёж.



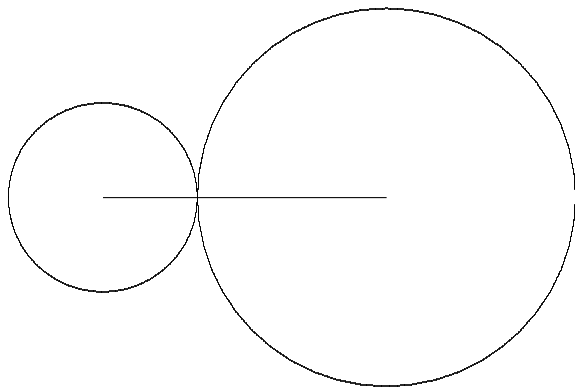
Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.
Сначала построим чертёж.
Изобразим линию центров.



Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.
Сначала построим чертёж.
Изобразим линию центров.



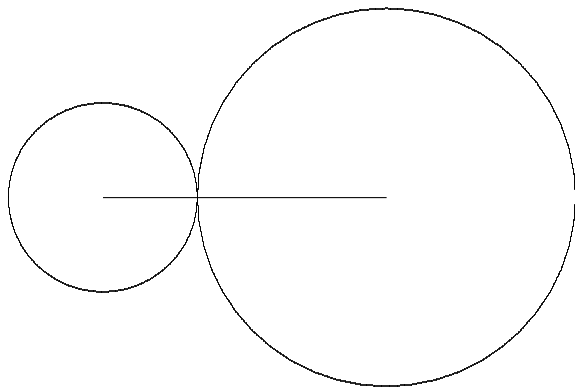
Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Изобразим линию центров.

Наконец, проведём отрезок длины $2R$.



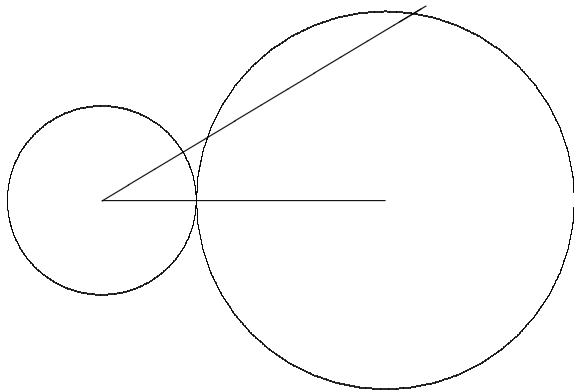
Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.

Сначала построим чертёж.

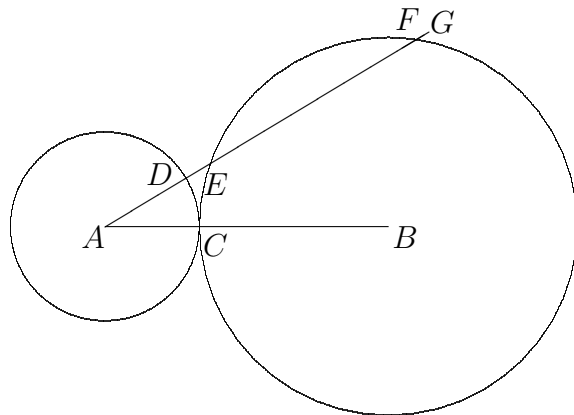
Изобразим линию центров.

Наконец, проведём отрезок длины $2R$.



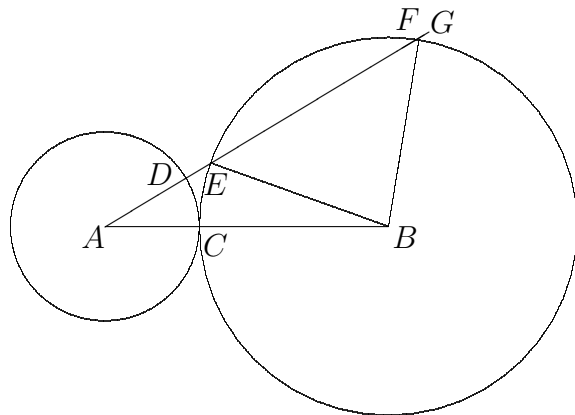
Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.
Теперь выполним естественные **дополнительные построения**.



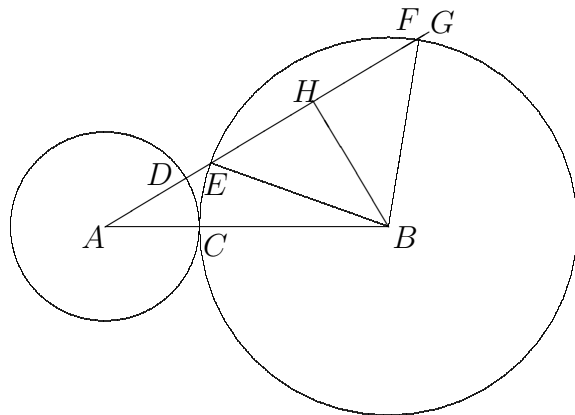
Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.
Теперь выполним естественные **дополнительные построения**.



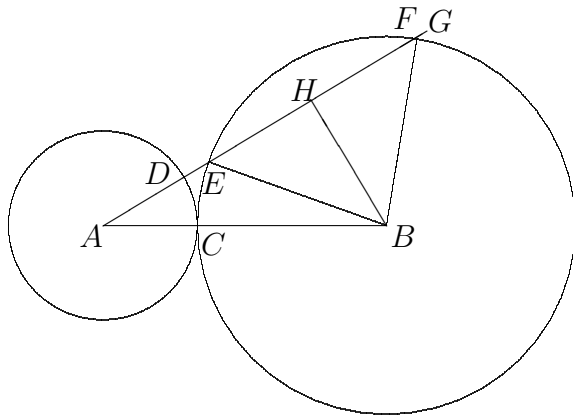
Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.
Теперь выполним естественные **дополнительные построения**.



Ответ.
Требуется найти $\frac{DE + FG}{AC + BC} =$

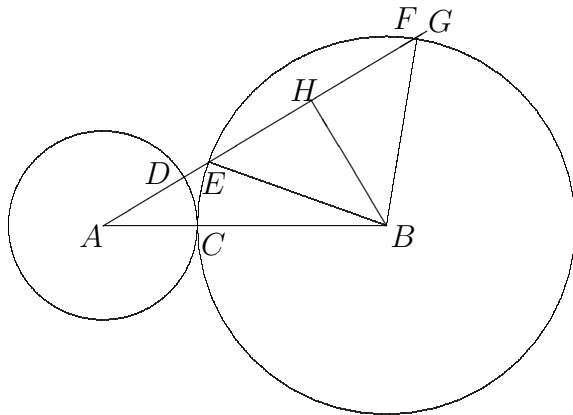
Требуется найти $\frac{DE + FG}{AC + BC} =$



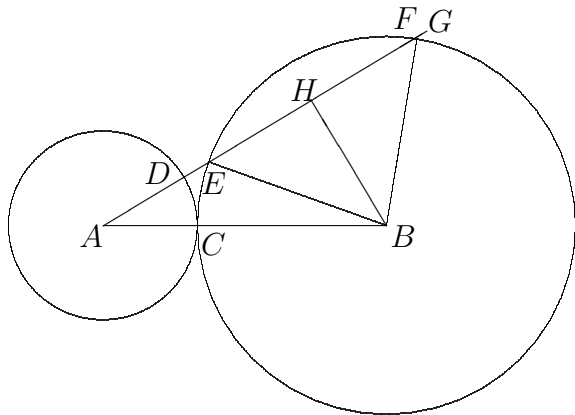
Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.

Ответ.
Требуется найти $\frac{DE + FG}{AC + BC} = \frac{2R - AD - EG}{2R} =$



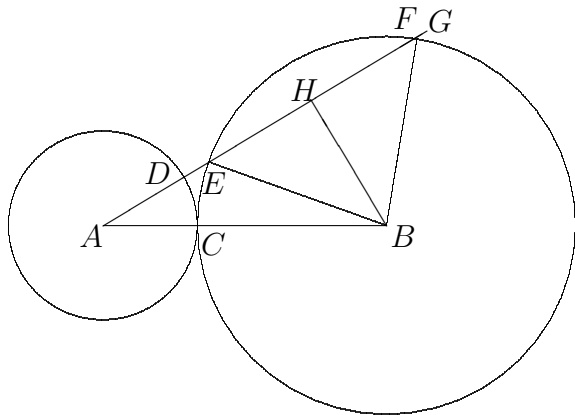
Ответ.
Требуется найти $\frac{DE + FG}{AC + BC} = \frac{2R - AD - EG}{2R} =$
 $= \frac{\frac{3}{2}R - EG}{2R} =$



Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.

Требуется найти $\frac{DE + FG}{AC + BC} = \frac{2R - AD - EG}{2R} =$
 $= \frac{\frac{3}{2}R - EG}{2R} = \frac{\frac{3}{2}R - 2EH}{2R} =$

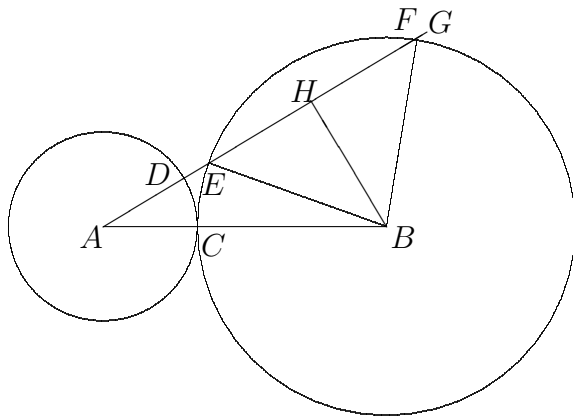


$EH =$

Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.

Требуется найти $\frac{DE + FG}{AC + BC} = \frac{2R - AD - EG}{2R} =$
 $= \frac{\frac{3}{2}R - EG}{2R} = \frac{\frac{3}{2}R - 2EH}{2R} =$

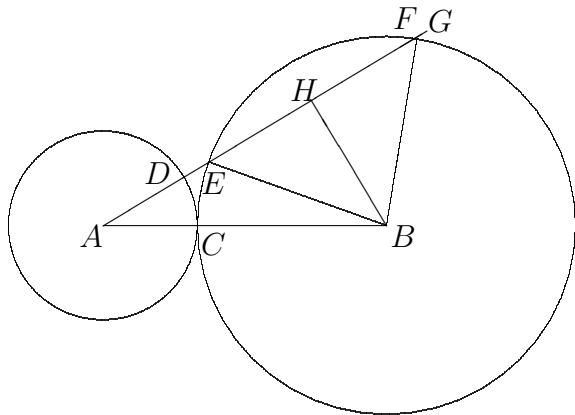


$$EH = \sqrt{EB^2 - BH^2} =$$

Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.

Требуется найти $\frac{DE + FG}{AC + BC} = \frac{2R - AD - EG}{2R} =$
 $= \frac{\frac{3}{2}R - EG}{2R} = \frac{\frac{3}{2}R - 2EH}{2R} =$



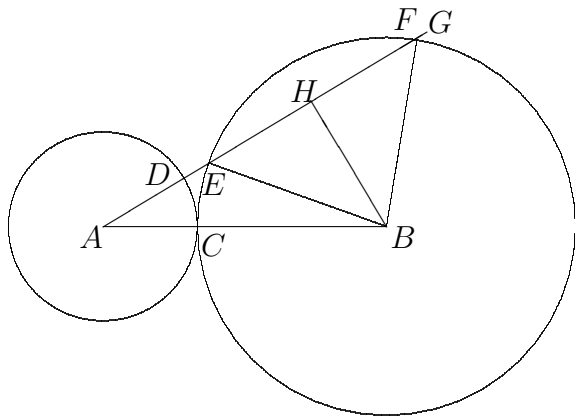
$$EH = \sqrt{EB^2 - BH^2} =$$

$$BH =$$

Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.

$$\begin{aligned} \text{Требуется найти } \frac{DE + FG}{AC + BC} &= \frac{2R - AD - EG}{2R} = \\ &= \frac{\frac{3}{2}R - EG}{2R} = \frac{\frac{3}{2}R - 2EH}{2R} = \end{aligned}$$



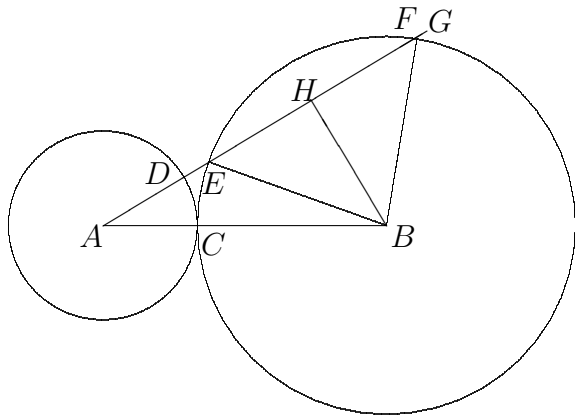
$$EH = \sqrt{EB^2 - BH^2} =$$

$$BH = AB \cdot \sin 30^\circ =$$

Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.

Требуется найти $\frac{DE + FG}{AC + BC} = \frac{2R - AD - EG}{2R} =$
 $= \frac{\frac{3}{2}R - EG}{2R} = \frac{\frac{3}{2}R - 2EH}{2R} =$



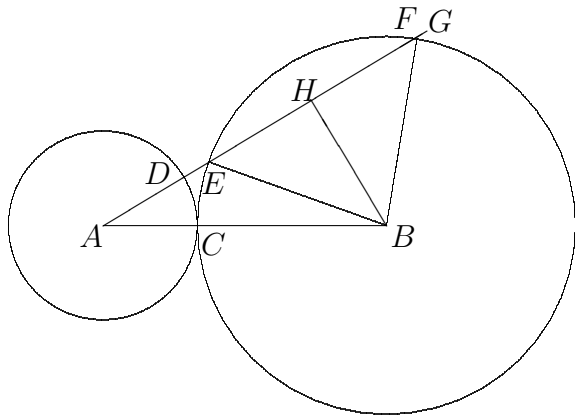
$$EH = \sqrt{EB^2 - BH^2} =$$

$$BH = AB \cdot \sin 30^\circ = \frac{3}{2}R \cdot \frac{1}{2} =$$

Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.

Требуется найти $\frac{DE + FG}{AC + BC} = \frac{2R - AD - EG}{2R} =$
 $= \frac{\frac{3}{2}R - EG}{2R} = \frac{\frac{3}{2}R - 2EH}{2R} =$



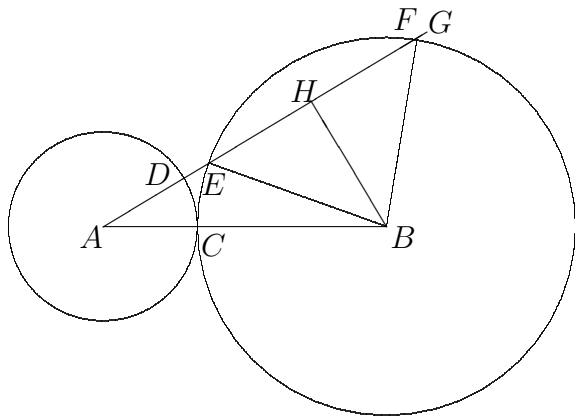
$$EH = \sqrt{EB^2 - BH^2} =$$

$$BH = AB \cdot \sin 30^\circ = \frac{3}{2}R \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}R.$$

Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.

$$\begin{aligned} \text{Требуется найти } \frac{DE + FG}{AC + BC} &= \frac{2R - AD - EG}{2R} = \\ &= \frac{\frac{3}{2}R - EG}{2R} = \frac{\frac{3}{2}R - 2EH}{2R} = \end{aligned}$$



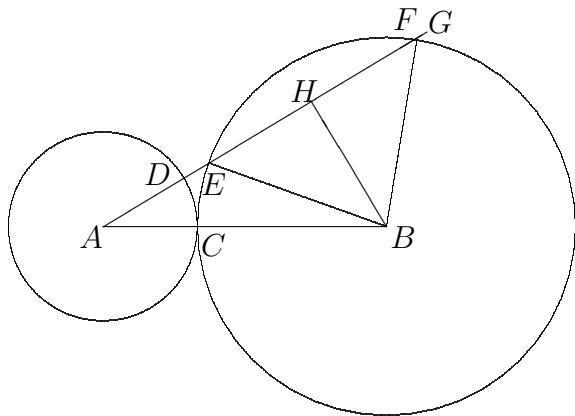
$$EH = \sqrt{EB^2 - BH^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{3}{4}R\right)^2} =$$

$$BH = AB \cdot \sin 30^\circ = \frac{3}{2}R \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}R.$$

Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.

$$\begin{aligned} \text{Требуется найти } \frac{DE + FG}{AC + BC} &= \frac{2R - AD - EG}{2R} = \\ &= \frac{\frac{3}{2}R - EG}{2R} = \frac{\frac{3}{2}R - 2EH}{2R} = \end{aligned}$$



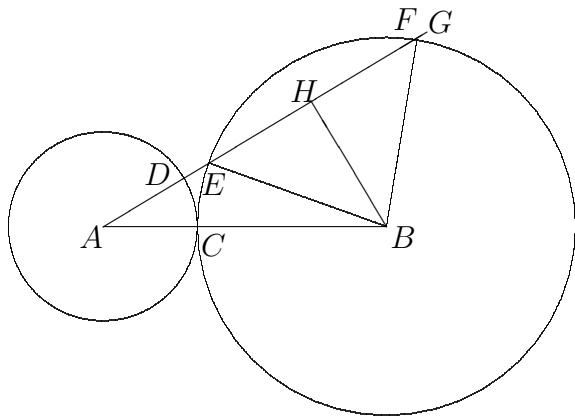
$$EH = \sqrt{EB^2 - BH^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{3}{4}R\right)^2} = R\frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$BH = AB \cdot \sin 30^\circ = \frac{3}{2}R \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}R.$$

Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.

$$\begin{aligned} \text{Требуется найти } & \frac{DE + FG}{AC + BC} = \frac{2R - AD - EG}{2R} = \\ & = \frac{\frac{3}{2}R - EG}{2R} = \frac{\frac{3}{2}R - 2EH}{2R} = \\ & = \frac{\frac{3}{2}R - 2EH}{2R} = \end{aligned}$$



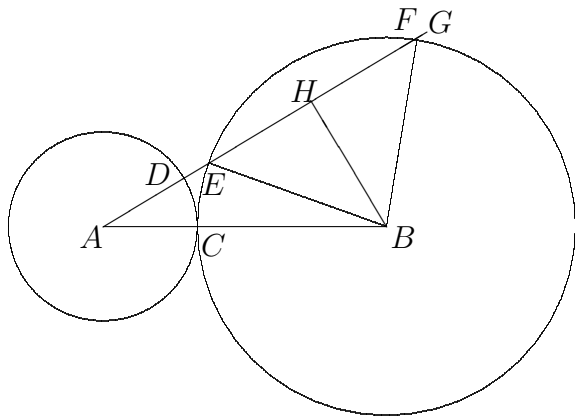
$$EH = \sqrt{EB^2 - BH^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{3}{4}R\right)^2} = R\frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$BH = AB \cdot \sin 30^\circ = \frac{3}{2}R \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}R.$$

Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.

$$\begin{aligned} \text{Требуется найти } \frac{DE + FG}{AC + BC} &= \frac{2R - AD - EG}{2R} = \\ &= \frac{\frac{3}{2}R - EG}{2R} = \frac{\frac{3}{2}R - 2EH}{2R} = \\ &= \frac{\frac{3}{2}R - 2EH}{2R} = \frac{\frac{3}{2}R - \frac{\sqrt{7}}{2}R}{2R} = \end{aligned}$$



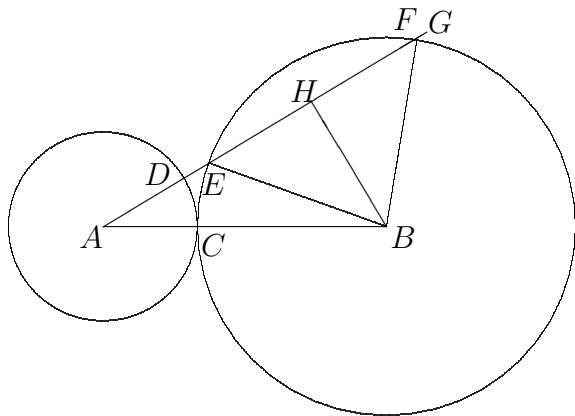
$$EH = \sqrt{EB^2 - BH^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{3}{4}R\right)^2} = R\frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$BH = AB \cdot \sin 30^\circ = \frac{3}{2}R \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}R.$$

Задача 20. Две окружности радиусов R и $\frac{R}{2}$ касаются друг друга внешним образом. Один из концов отрезка длины $2R$, образующего угол 30° с линией центров, совпадает с центром окружности меньшего радиуса. Какая часть отрезка лежит вне окружностей?

Ответ.

$$\begin{aligned} \text{Требуется найти } \frac{DE + FG}{AC + BC} &= \frac{2R - AD - EG}{2R} = \\ &= \frac{\frac{3}{2}R - EG}{2R} = \frac{\frac{3}{2}R - 2EH}{2R} = \\ &= \frac{\frac{3}{2}R - 2EH}{2R} = \frac{\frac{3}{2}R - \frac{\sqrt{7}}{2}R}{2R} = \frac{3 - \sqrt{7}}{4}. \end{aligned}$$



$$EH = \sqrt{EB^2 - BH^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{3}{4}R\right)^2} = R\frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$BH = AB \cdot \sin 30^\circ = \frac{3}{2}R \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}R.$$

Решение задачи 21.

Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

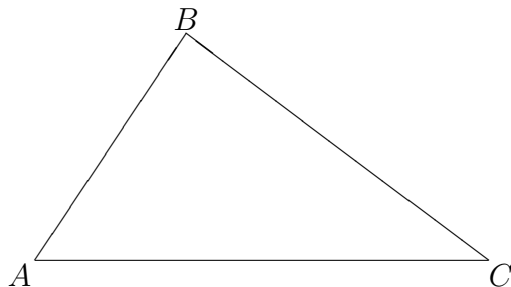
Ответ.

Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.
Сначала построим чертёж.

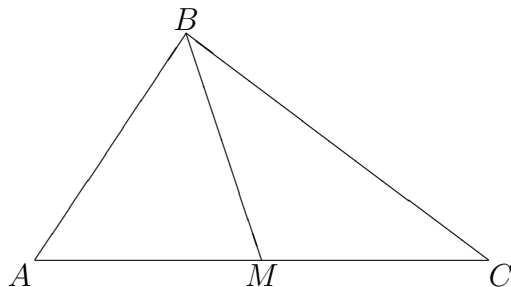
Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.
Сначала построим чертёж.



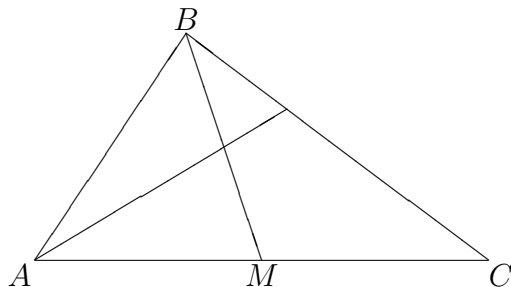
Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.
Сначала построим чертёж.



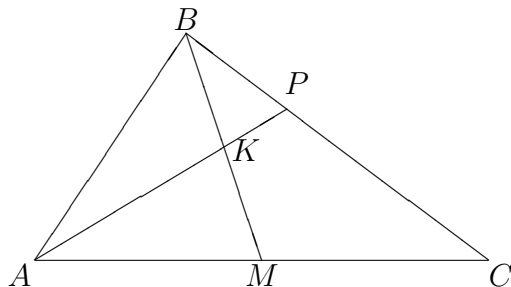
Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.
Сначала построим чертёж.



Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

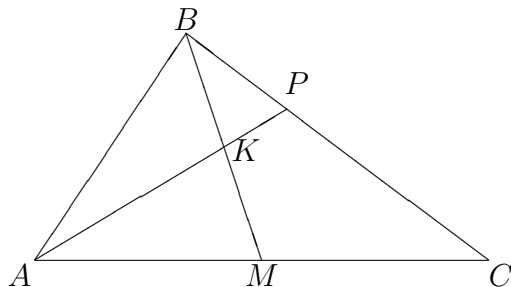
Ответ.
Сначала построим чертёж.



Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}}$.

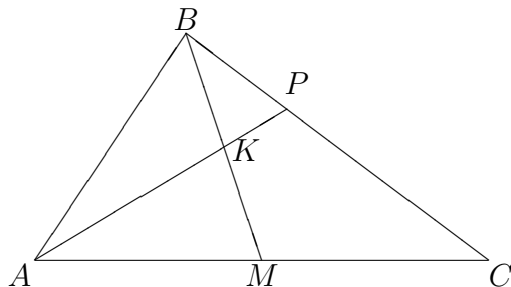


Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}}$.

Первое решение. M — это середина стороны AC , поэтому напрашивается провести

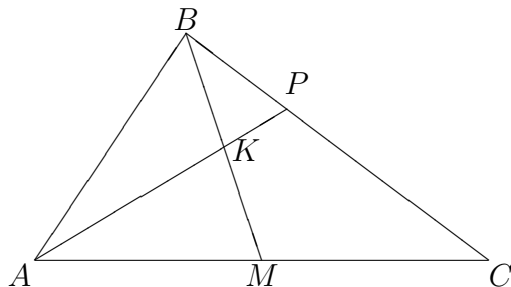


Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}}$.

Первое решение. M — это середина стороны AC , поэтому напрашивается провести среднюю линию $\triangle ABC$.

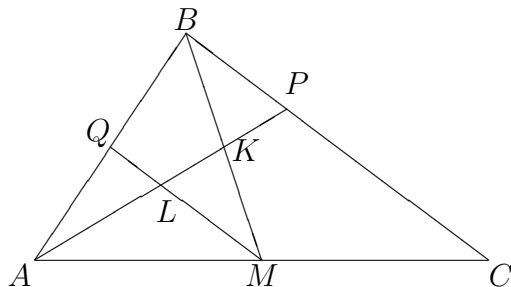


Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}}$.

Первое решение. M — это середина стороны AC , поэтому напрашивается провести среднюю линию $\triangle ABC$.

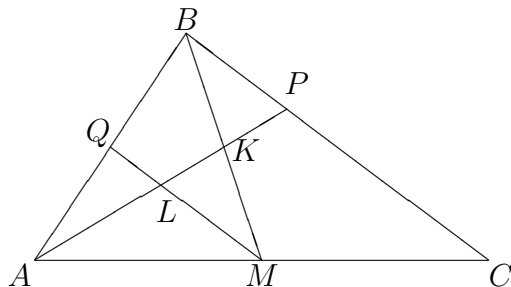


Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}}$.

Первое решение. $S_{\triangle BPK} = S_{\triangle MLK}$ так как $BK = KM$, $\angle LKM = \angle PKB$ как вертикальные, $\angle LMK = \angle PVB$ как накрест лежащие (поскольку средняя линия QM параллельна BC).



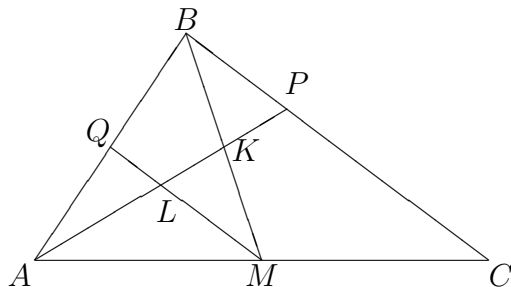
Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}}$.

Первое решение. $S_{\triangle BPK} = S_{\triangle MLK}$ так как $BK = KM$, $\angle LKM = \angle PKB$ как вертикальные, $\angle LMK = \angle PVB$ как накрест лежащие (поскольку средняя линия QM параллельна BC).

QM и AK — это медианы треугольника $\triangle ABM$ значит,



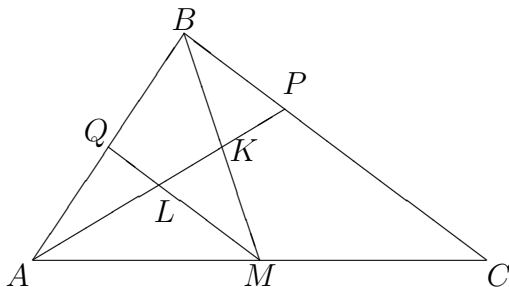
Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}}$.

Первое решение. $S_{\triangle BPK} = S_{\triangle MLK}$ так как $BK = KM$, $\angle LKM = \angle PKB$ как вертикальные, $\angle LMK = \angle PBK$ как накрест лежащие (поскольку средняя линия QM параллельна BC).

QM и AK — это медианы треугольника $\triangle ABM$, значит, $AK = 3LK$.



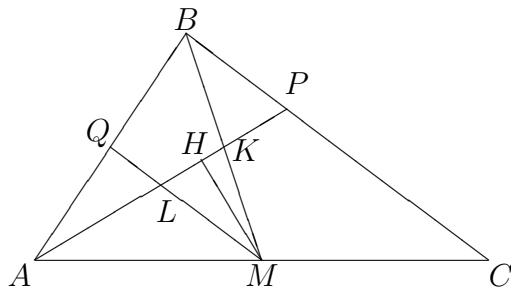
Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}}$.

Первое решение. $S_{\triangle BPK} = S_{\triangle MLK}$ так как $BK = KM$, $\angle LKM = \angle PKB$ как вертикальные, $\angle LMK = \angle PBK$ как накрест лежащие (поскольку средняя линия QM параллельна BC).

QM и AK — это медианы треугольника $\triangle ABM$, значит, $AK = 3LK$.



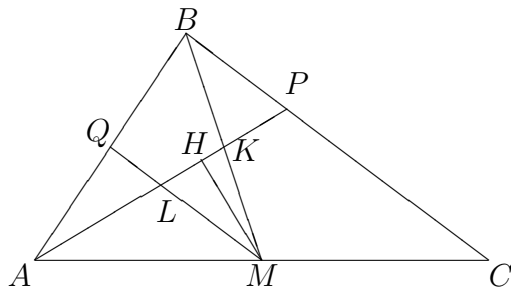
треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\Delta AMK}}{S_{\Delta BPK}} = \frac{HM \cdot AK/2}{HM \cdot LK/2} =$

Первое решение. $S_{\triangle BPK} = S_{\triangle MLK}$ так как $BK = KM$, $\angle LKM = \angle PKB$ как вертикальные, $\angle LMK = \angle PVB$ как накрест лежащие (поскольку средняя линия QM параллельна BC).

QM и AK — это медианы треугольника $\triangle ABM$, значит, $AK = 3LK$.



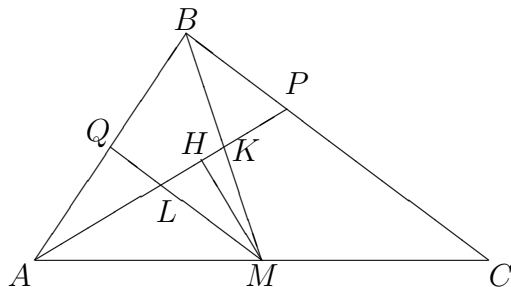
Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}} = \frac{HM \cdot AK/2}{HM \cdot LK/2} = \frac{AK}{LK} =$

Первое решение. $S_{\triangle BPK} = S_{\triangle MLK}$ так как $BK = KM$, $\angle LKM = \angle PKB$ как вертикальные, $\angle LMK = \angle PBK$ как накрест лежащие (поскольку средняя линия QM параллельна BC).

QM и AK — это медианы треугольника $\triangle ABM$, значит, $AK = 3LK$.



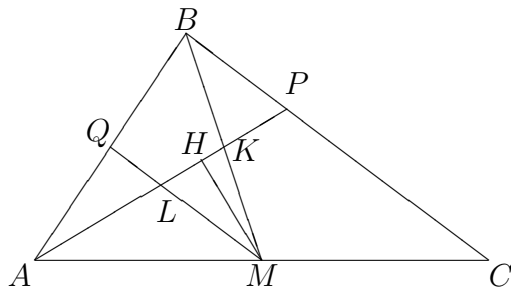
Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}} = \frac{HM \cdot AK/2}{HM \cdot LK/2} = \frac{AK}{LK} = 3$.

Первое решение. $S_{\triangle BPK} = S_{\triangle MLK}$ так как $BK = KM$, $\angle LKM = \angle PKB$ как вертикальные, $\angle LMK = \angle PBK$ как накрест лежащие (поскольку средняя линия QM параллельна BC).

QM и AK — это медианы треугольника $\triangle ABM$, значит, $AK = 3LK$.



Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

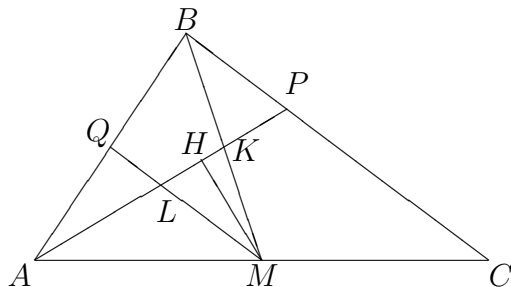
Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}} = \frac{HM \cdot AK/2}{HM \cdot LK/2} = \frac{AK}{LK} = 3$.

Первое решение. $S_{\triangle BPK} = S_{\triangle MLK}$ так как $BK = KM$, $\angle LKM = \angle PKB$ как вертикальные, $\angle LMK = \angle PBK$ как накрест лежащие (поскольку средняя линия QM параллельна BC).

QM и AK — это медианы треугольника $\triangle ABM$, значит, $AK = 3LK$.

Итак, искомое отношение равно 3.

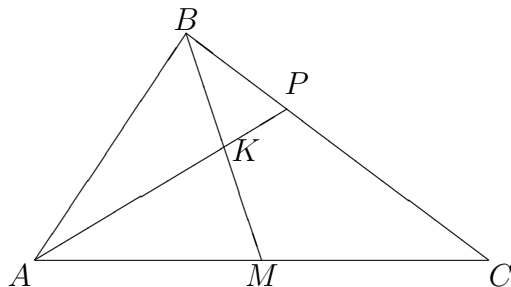


Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}}$.

Второе решение. Проведём прямые, параллельно AM и AB .

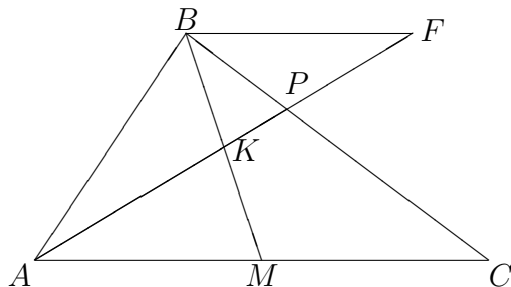


Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

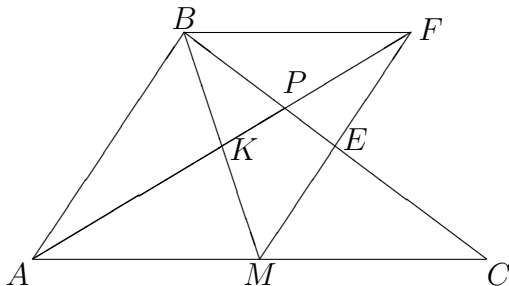
Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}}$.

Второе решение. Проведём прямые, параллельно AM и AB .



Ответ. Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}}$.

Второе решение. Проведём прямые, параллельно AM и AB .

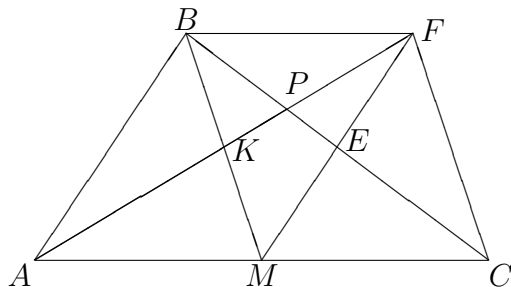


Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}}$.

Второе решение. Проведём прямые, параллельно AM и AB .



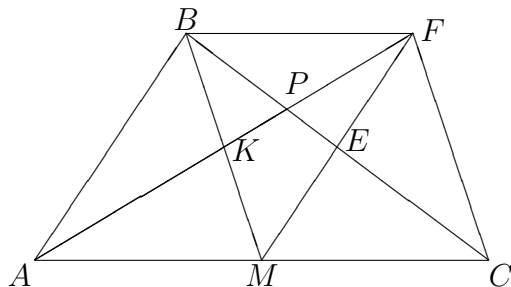
Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}}$.

Второе решение. P — точка пересечения медиан BE и FK ,

поэтому $3PK = FK = AK$,
поскольку $\triangle ABM = \triangle FMB$.



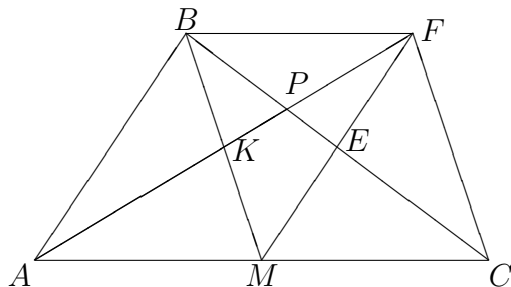
Задача 21. В треугольнике ABC проведена медиана BM и отрезок AP , пересекающий медиану BM посередине, P — точка пересечения AP и BC . Найдите отношение площадей треугольников AKM и BKP .

Ответ.

Надо найти $\frac{S_{\triangle AMK}}{S_{\triangle BPK}}$.

Второе решение. P — точка пересечения медиан BE и FK ,

поэтому $3PK = FK = AK$,
поскольку $\triangle ABM = \triangle FMB$.



Аналогично первому решению получаем, что искомое отношение равно 3.

Решение задачи 22.

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ. Сначала попытаемся решить задачу, используя только исходный чертеж.

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

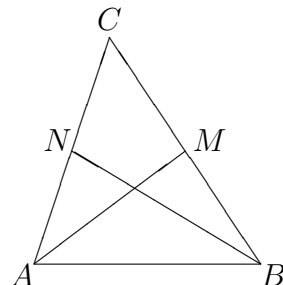
Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:

$$4\sqrt{\left(\frac{14}{2} + \frac{3\sqrt{7}}{2} + \frac{a/2}{2}\right)(\dots)(\dots)(\dots)} = \dots$$



Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

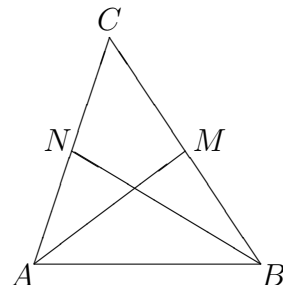
Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:

$$\sqrt{16 \left(\frac{14}{2} + \frac{3\sqrt{7}}{2} + \frac{a/2}{2} \right) (\dots) (\dots) (\dots)} = \dots$$



Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

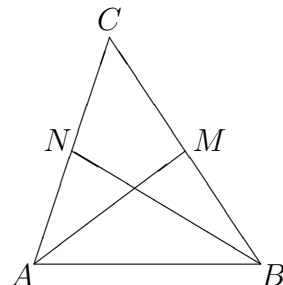
Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:

$$\sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right)(2 \cdot \dots)(2 \cdot \dots)(2 \cdot \dots)} = \dots$$



Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

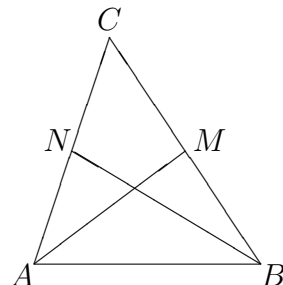
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2} - 28\right) (2 \cdot \dots) (2 \cdot \dots)} = \dots$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

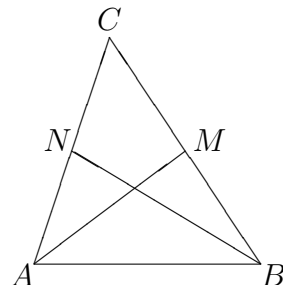
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) (2 \cdot \dots) (2 \cdot \dots)} = \dots$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

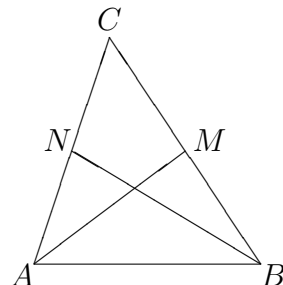
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2} - 2 \cdot 3\sqrt{7}\right) (2 \cdot \dots)} = \dots$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

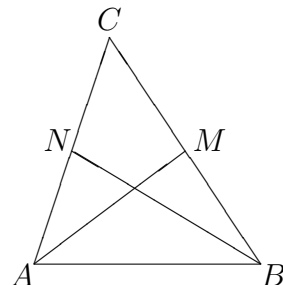
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) (2 \cdot \dots)} = \dots$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

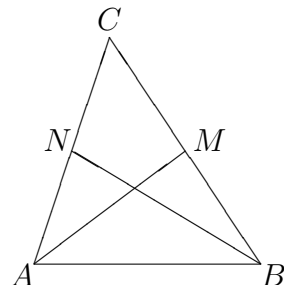
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2} - 2 \cdot \frac{a}{2}\right)} = \dots$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

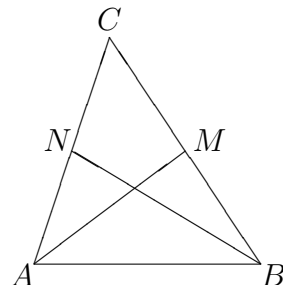
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} = \dots$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

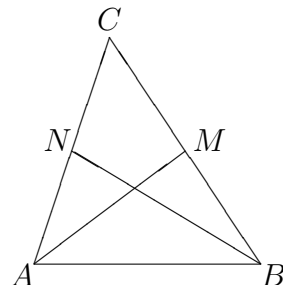
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} =$$

$$= 2\sqrt{\frac{1}{24}(14 + a + b)(\quad)(\quad)(\quad)} = \dots$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

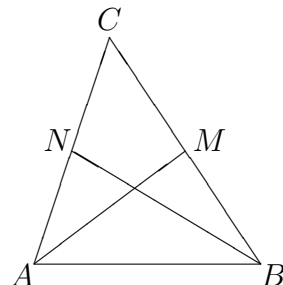
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} =$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{4} \sqrt{(14 + a + b)(\quad)(\quad)(\quad)} = \dots$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

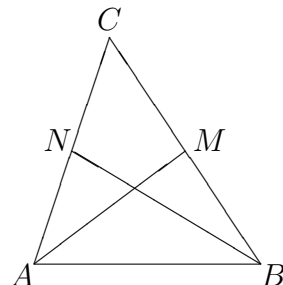
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} =$$
$$= \frac{1}{2} \sqrt{(14 + a + b)(\quad)(\quad)(\quad)} = \dots$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

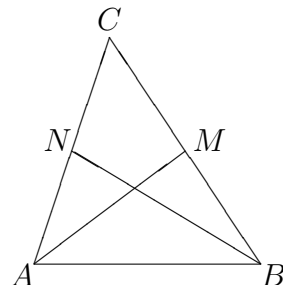
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{(14 + a + b)(-14 + a + b)(\quad)(\quad)} = \dots$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

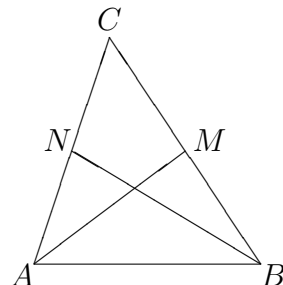
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} = \\ & = \frac{1}{2} \sqrt{(14 + a + b)(-14 + a + b)(14 - a + b)(\quad)} = \dots \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

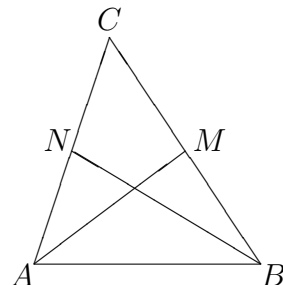
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} = \\ & = \frac{1}{2} \sqrt{(14 + a + b)(-14 + a + b)(14 - a + b)(14 + a - b)} = \dots \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

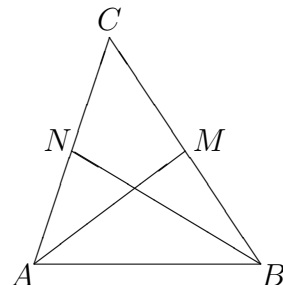
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} = \\ & = \frac{1}{2} \sqrt{(14 + a + b)(-14 + a + b)(14 - a + b)(14 + a - b)} = \\ & = \sqrt{\left(\right) \left(\right) \left(\right) \left(\right)} \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

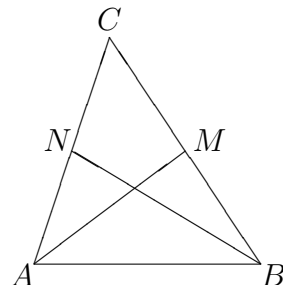
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(14 + a + b)(-14 + a + b)(14 - a + b)(14 + a - b)} = \\ &= \sqrt{\left(14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(\quad \right) \left(\quad \right) \left(\quad \right)} \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

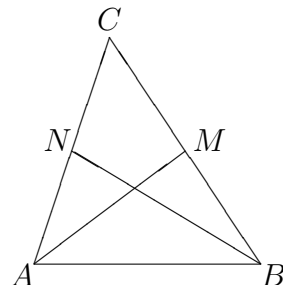
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} = \\ & = \frac{1}{2} \sqrt{(14 + a + b)(-14 + a + b)(14 - a + b)(14 + a - b)} = \\ & = \sqrt{\left(14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(-14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(\quad\quad\quad\right) \left(\quad\quad\quad\right)} \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

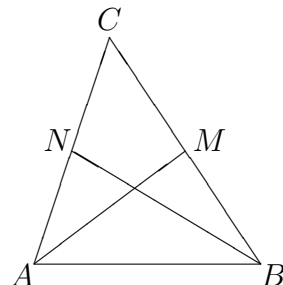
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(14 + a + b)(-14 + a + b)(14 - a + b)(14 + a - b)} = \\ &= \sqrt{\left(14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(-14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(14 - 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(14 + 6\sqrt{7} - \frac{b}{2}\right)} \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

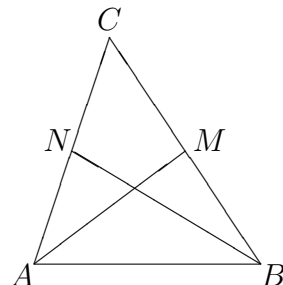
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(14 + a + b)(-14 + a + b)(14 - a + b)(14 + a - b)} = \\ &= \sqrt{\left(14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(-14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(14 - 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(14 + 6\sqrt{7} - \frac{b}{2}\right)}. \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

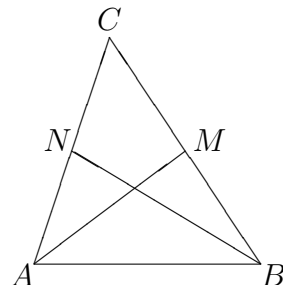
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(14 + a + b)(-14 + a + b)(14 - a + b)(14 + a - b)} = \\ &= \sqrt{\left(14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(-14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(14 - 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(14 + 6\sqrt{7} - \frac{b}{2}\right)}. \\ & \sqrt{\left(\left(14 + \frac{a}{2}\right)^2 - 63\right) \left(\left(14 + \frac{b}{2}\right)^2 - 63\right)} = \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

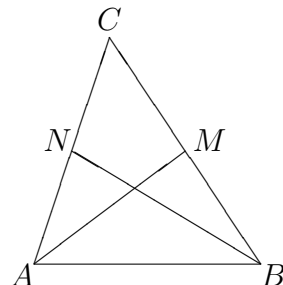
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} = \\ & = \frac{1}{2} \sqrt{(14 + a + b)(-14 + a + b)(14 - a + b)(14 + a - b)} = \\ & = \sqrt{\left(14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(-14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(14 - 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(14 + 6\sqrt{7} - \frac{b}{2}\right)}. \\ & \sqrt{\left(\left(14 + \frac{a}{2}\right)^2 - 63\right) \left(\right)} = \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

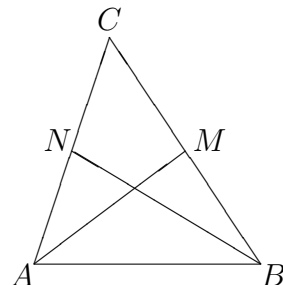
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(14 + a + b)(-14 + a + b)(14 - a + b)(14 + a - b)} = \\ &= \sqrt{\left(14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(-14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(14 - 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(14 + 6\sqrt{7} - \frac{b}{2}\right)}. \\ & \sqrt{\left(\left(14 + \frac{a}{2}\right)^2 - 63\right) \left(63 - \left(14 - \frac{a}{2}\right)^2\right)} = \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

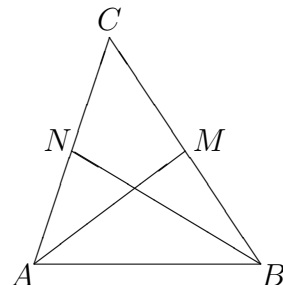
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:



$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(14 + a + b)(-14 + a + b)(14 - a + b)(14 + a - b)} = \\ &= \sqrt{\left(14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(-14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(14 - 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(14 + 6\sqrt{7} - \frac{b}{2}\right)}. \\ & \sqrt{\left(\left(14 + \frac{a}{2}\right)^2 - 63\right) \left(63 - \left(14 - \frac{a}{2}\right)^2\right)} = \frac{1}{2} \sqrt{((a + b)^2 - 196)(196 - (a - b)^2)} = \dots \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

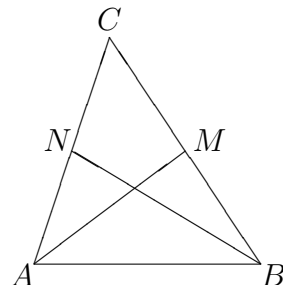
Ответ.

Положим $AC = b$, $BC = a$.

Вычислим тремя способами удвоенную площадь $\triangle ABC$:

$$4S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ABM}.$$

Естественно воспользоваться формулой Герона:

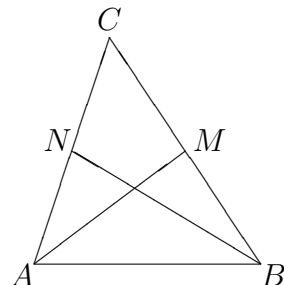


$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(-14 + 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 - 3\sqrt{7} + \frac{a}{2}\right) \left(14 + 3\sqrt{7} - \frac{a}{2}\right)} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(14 + a + b)(-14 + a + b)(14 - a + b)(14 + a - b)} = \\ &= \sqrt{\left(14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(-14 + 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(14 - 6\sqrt{7} + \frac{b}{2}\right) \left(14 + 6\sqrt{7} - \frac{b}{2}\right)}. \\ & \sqrt{\left(\left(14 + \frac{a}{2}\right)^2 - 63\right) \left(63 - \left(14 - \frac{a}{2}\right)^2\right)} = \frac{1}{2} \sqrt{((a + b)^2 - 196)(196 - (a - b)^2)} = \\ &= \sqrt{\left(\left(14 + \frac{b}{2}\right)^2 - 252\right) \left(252 - \left(14 - \frac{a}{2}\right)^2\right)} \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

Получили вдохновляющую систему уравнений.

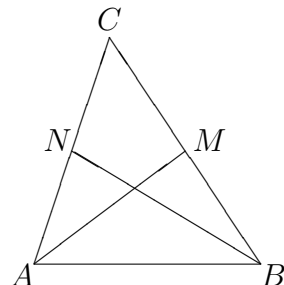


$$\sqrt{\left(\left(14 + \frac{a}{2}\right)^2 - 63\right)\left(63 - \left(14 - \frac{a}{2}\right)^2\right)} = \frac{1}{2}\sqrt{((a+b)^2 - 196)(196 - (a-b)^2)} =$$
$$= \sqrt{\left(\left(14 + \frac{b}{2}\right)^2 - 252\right)\left(252 - \left(14 - \frac{a}{2}\right)^2\right)}.$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

Получили вдохновляющую систему уравнений.



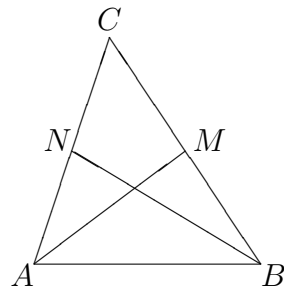
$$\sqrt{\left(\left(14 + \frac{a}{2}\right)^2 - 63\right)\left(63 - \left(14 - \frac{a}{2}\right)^2\right)} = \frac{1}{2}\sqrt{((a+b)^2 - 196)(196 - (a-b)^2)} =$$
$$= \sqrt{\left(\left(14 + \frac{b}{2}\right)^2 - 252\right)\left(252 - \left(14 - \frac{a}{2}\right)^2\right)}.$$

Её, в принципе можно решить: умножим все части, потом возведём в квадрат, раскроем скобки и т.д., и т.п.

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

Получили вдохновляющую систему уравнений.



$$\sqrt{\left(\left(14 + \frac{a}{2}\right)^2 - 63\right)\left(63 - \left(14 - \frac{a}{2}\right)^2\right)} = \frac{1}{2}\sqrt{((a+b)^2 - 196)(196 - (a-b)^2)} =$$
$$= \sqrt{\left(\left(14 + \frac{b}{2}\right)^2 - 252\right)\left(252 - \left(14 - \frac{a}{2}\right)^2\right)}.$$

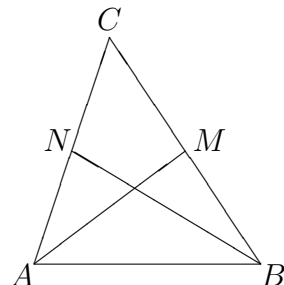
Её, в принципе можно решить: умножим все части, потом возведём в квадрат, раскроем скобки и т.д., и т.п.

Вы тоже почувствовали прилив энтузиазма?

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

Попробуем иначе.

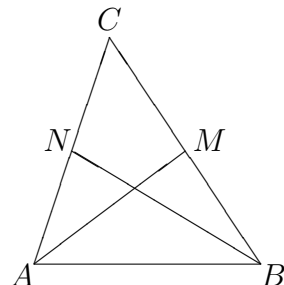


Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

Попробуем иначе.

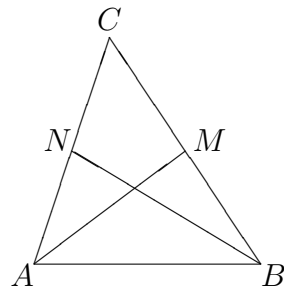
Видимо, надо провести дополнительные построения.



Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

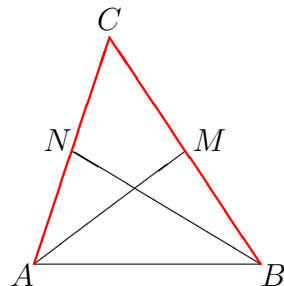
«Включим цвет».



Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

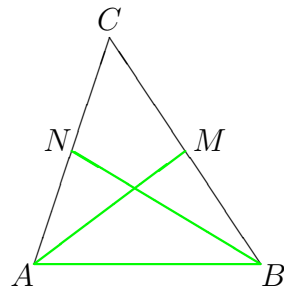
«Включим цвет».



Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

«Включим цвет».

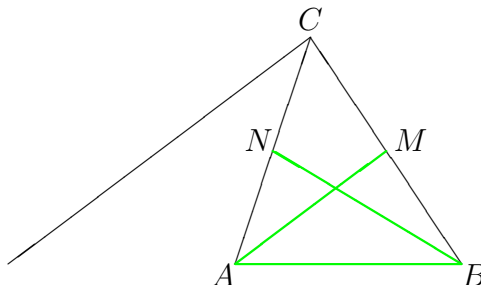


Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

«Включим цвет».

Применим «параллельно-перпендикулярный взгляд».

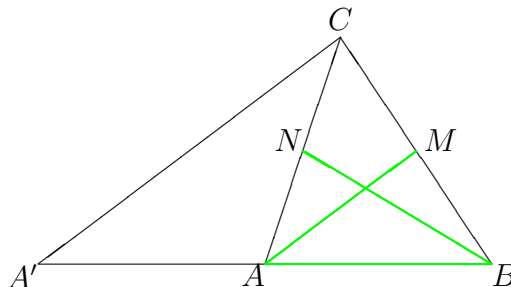


Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

«Включим цвет».

Применим «параллельно-перпендикулярный взгляд».

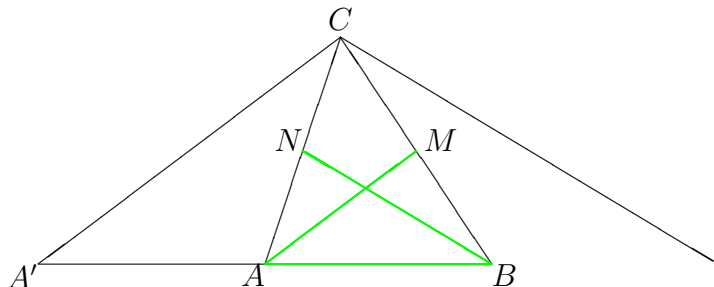


Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

«Включим цвет».

Применим «параллельно-перпендикулярный взгляд».

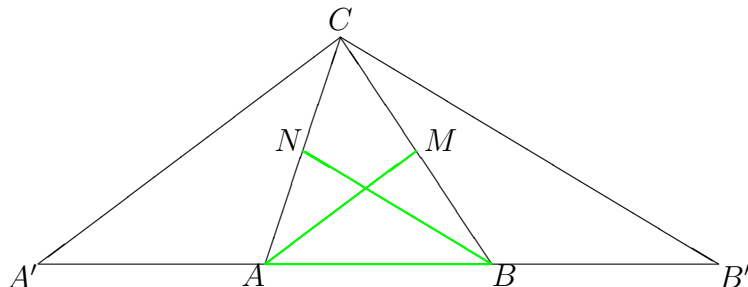


Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

«Включим цвет».

Применим «параллельно-перпендикулярный взгляд».

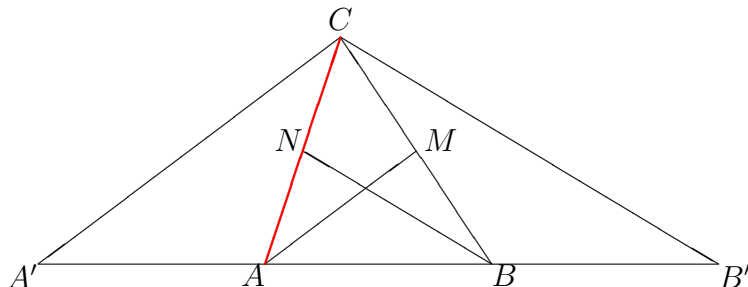


Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

«Включим цвет».

Применим «параллельно-перпендикулярный взгляд».

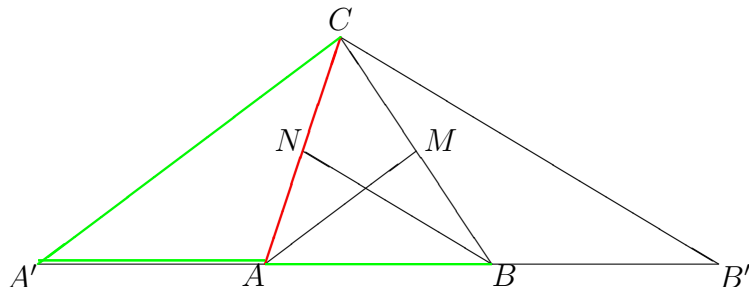


Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

«Включим цвет».

Применим «параллельно-перпендикулярный взгляд».

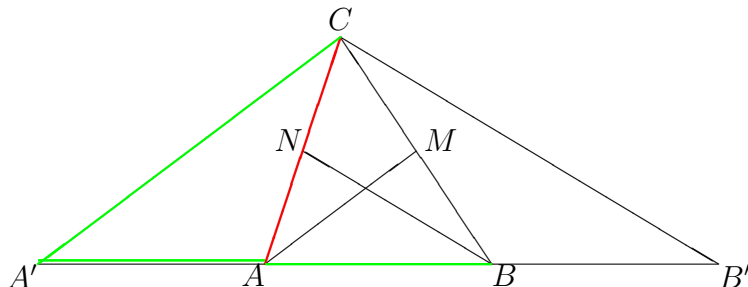


Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

«Включим цвет».

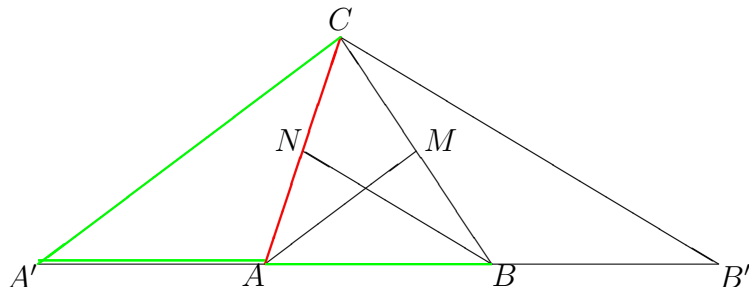
Применим «параллельно-перпендикулярный взгляд».



Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

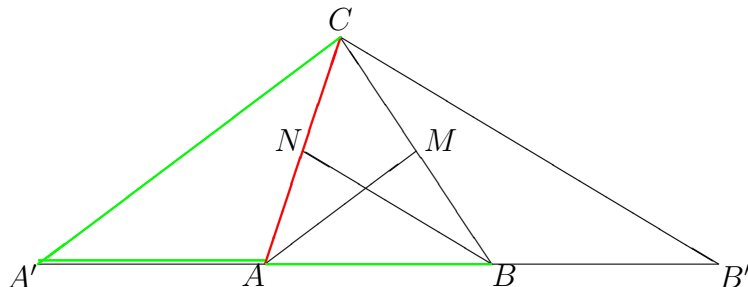


Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



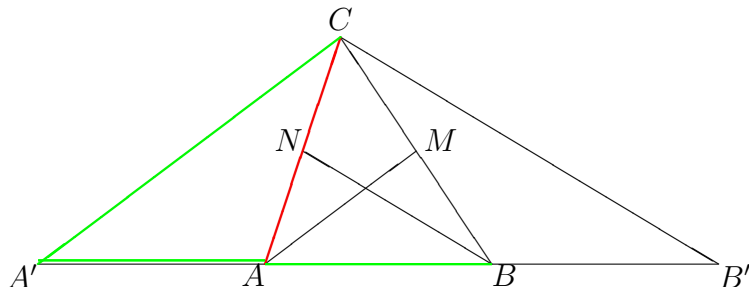
Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'SB'$, например, по теореме косинусов.

$$B'C^2 =$$

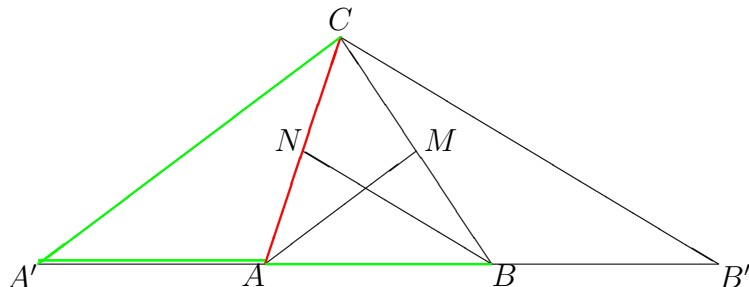


Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



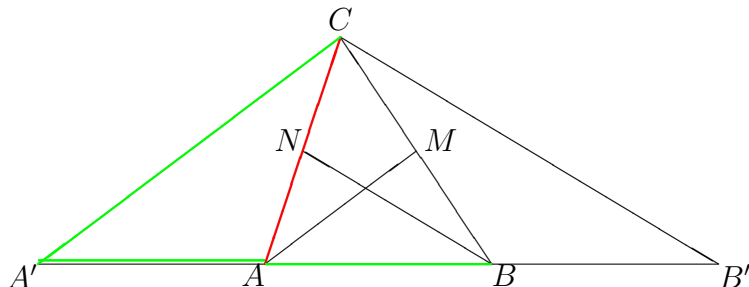
$$B'C^2 = A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



$$B'C^2 = A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow$$

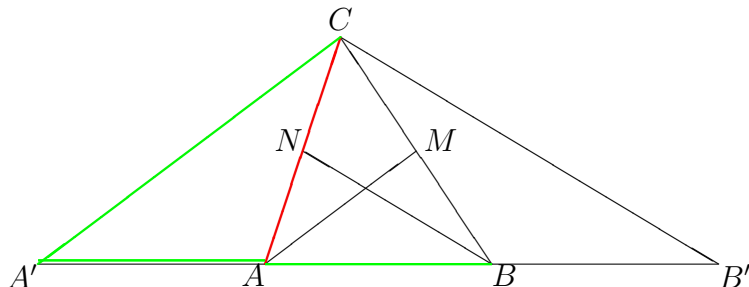
$$\Rightarrow \cos \angle AA'C = \cos \angle BA'C =$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



$$B'C^2 = A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow$$

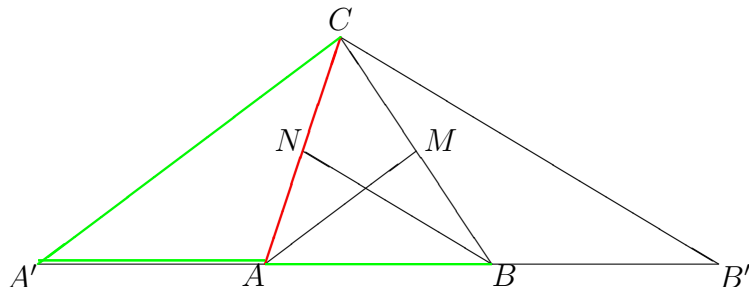
$$\Rightarrow \cos \angle AA'C = \cos \angle BA'C = \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} \Rightarrow \dots$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



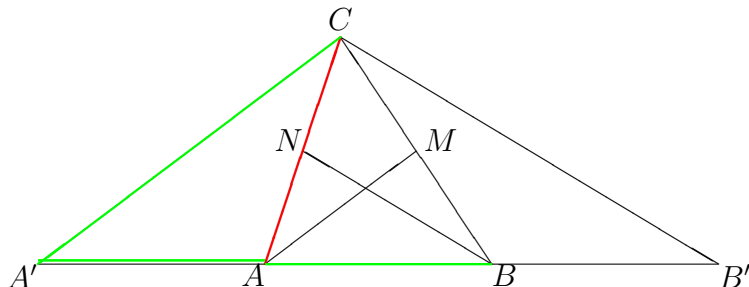
$$\begin{aligned}
 B'C^2 &= A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow \\
 \Rightarrow \cos \angle AA'C &= \cos \angle BA'C = \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} \Rightarrow \dots \\
 \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} &=
 \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



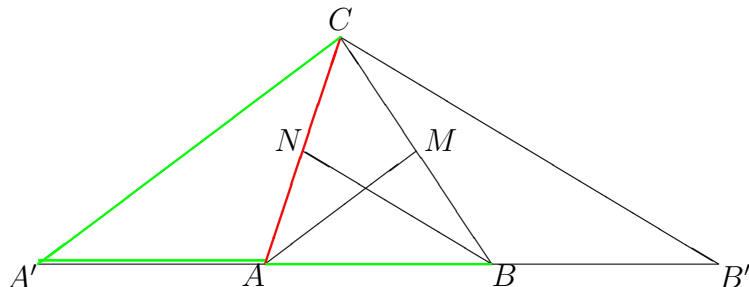
$$\begin{aligned}
 B'C^2 &= A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow \\
 \Rightarrow \cos \angle AA'C &= \cos \angle BA'C = \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} \Rightarrow \dots \\
 \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} &= \frac{4 \cdot 9 \cdot 7(7 + 4 - 1)}{4^2 \cdot 9 \cdot 7\sqrt{7}} =
 \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



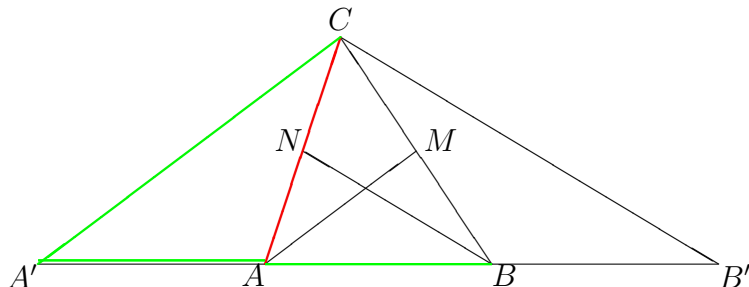
$$\begin{aligned}
 B'C^2 &= A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow \\
 \Rightarrow \cos \angle AA'C &= \cos \angle BA'C = \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} \Rightarrow \dots \\
 \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} &= \frac{4 \cdot 9 \cdot 7(7 + 4 - 1)}{4^2 \cdot 9 \cdot 7\sqrt{7}} = \frac{5}{2\sqrt{7}}.
 \end{aligned}$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



$$B'C^2 = A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \angle AA'C = \cos \angle BA'C = \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} \Rightarrow \cos \angle BA'C = \frac{5}{2\sqrt{7}}.$$

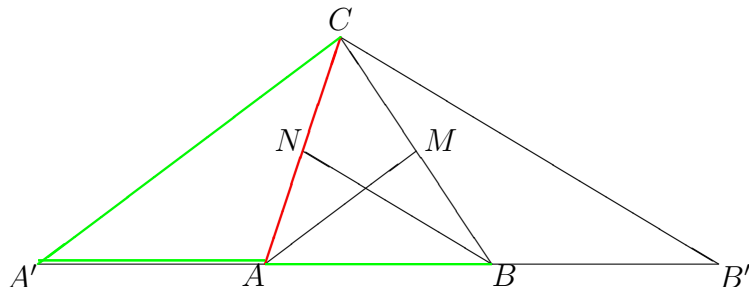
$$AC =$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



$$B'C^2 = A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \angle AA'C = \cos \angle BA'C = \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} \Rightarrow \cos \angle BA'C = \frac{5}{2\sqrt{7}}.$$

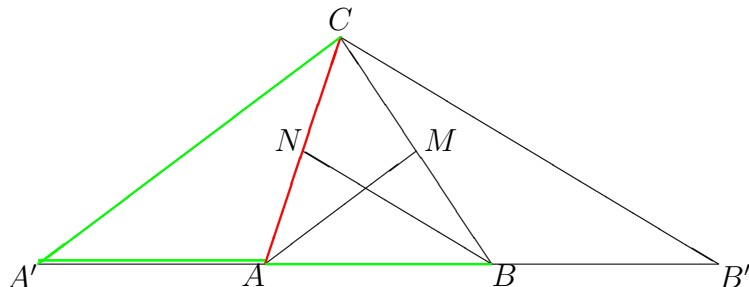
$$AC = \sqrt{A'A^2 + A'C^2 - 2A'A \cdot A'C \cos \angle AA'C} =$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



$$B'C^2 = A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \angle AA'C = \cos \angle BA'C = \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} \Rightarrow \cos \angle BA'C = \frac{5}{2\sqrt{7}}.$$

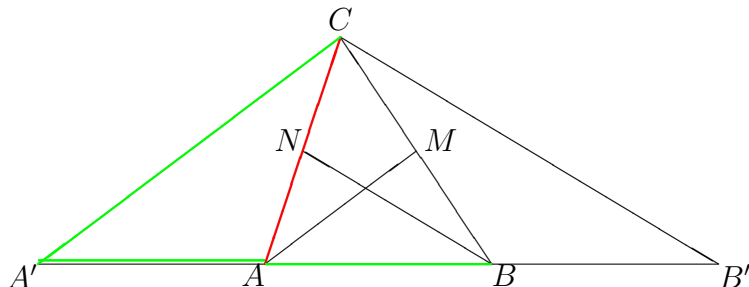
$$AC = \sqrt{A'A^2 + A'C^2 - 2A'A \cdot A'C \cos \angle AA'C} = \sqrt{14^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - 2 \cdot 14 \cdot (2 \cdot 6\sqrt{7}) \frac{5}{2\sqrt{7}}} =$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



$$B'C^2 = A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \angle AA'C = \cos \angle BA'C = \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} \Rightarrow \cos \angle BA'C = \frac{5}{2\sqrt{7}}.$$

$$AC = \sqrt{A'A^2 + A'C^2 - 2A'A \cdot A'C \cos \angle AA'C} = \sqrt{14^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - 2 \cdot 14 \cdot (2 \cdot 6\sqrt{7}) \frac{5}{2\sqrt{7}}} =$$

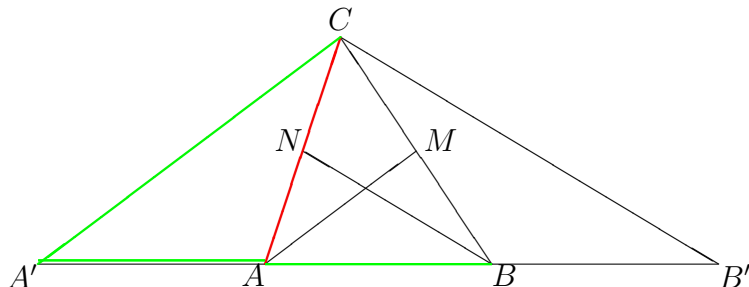
$$= \sqrt{14^2 + 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7 - 2^3 \cdot 7 \cdot 3} =$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



$$B'C^2 = A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \angle AA'C = \cos \angle BA'C = \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} \Rightarrow \cos \angle BA'C = \frac{5}{2\sqrt{7}}.$$

$$AC = \sqrt{A'A^2 + A'C^2 - 2A'A \cdot A'C \cos \angle AA'C} = \sqrt{14^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - 2 \cdot 14 \cdot (2 \cdot 6\sqrt{7}) \frac{5}{2\sqrt{7}}} =$$

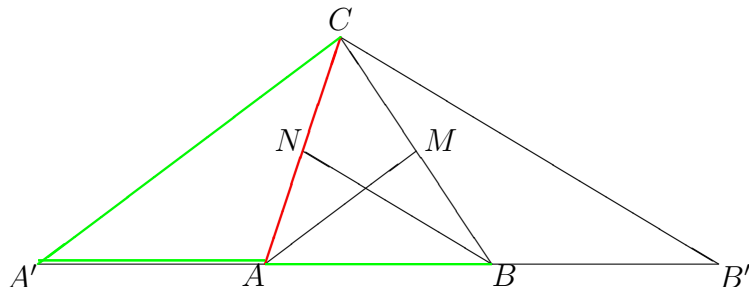
$$= \sqrt{14^2 + 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7 - 2^3 \cdot 7 \cdot 3} = 2\sqrt{91}.$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



$$B'C^2 = A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \angle AA'C = \cos \angle BA'C = \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} \Rightarrow \cos \angle BA'C = \frac{5}{2\sqrt{7}}.$$

$$AC = \sqrt{A'A^2 + A'C^2 - 2A'A \cdot A'C \cos \angle AA'C} = \sqrt{14^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - 2 \cdot 14 \cdot (2 \cdot 6\sqrt{7}) \frac{5}{2\sqrt{7}}} =$$

$$= \sqrt{14^2 + 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7 - 2^3 \cdot 7 \cdot 3} = 2\sqrt{91}.$$

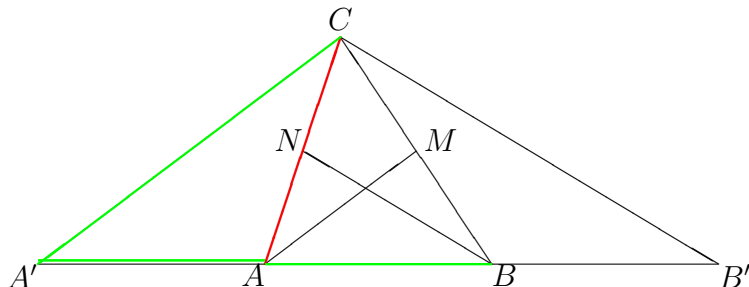
$$BC =$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



$$B'C^2 = A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \angle AA'C = \cos \angle BA'C = \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} \Rightarrow \cos \angle BA'C = \frac{5}{2\sqrt{7}}.$$

$$AC = \sqrt{A'A^2 + A'C^2 - 2A'A \cdot A'C \cos \angle AA'C} = \sqrt{14^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - 2 \cdot 14 \cdot (2 \cdot 6\sqrt{7}) \frac{5}{2\sqrt{7}}} =$$

$$= \sqrt{14^2 + 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7 - 2^3 \cdot 7 \cdot 3} = 2\sqrt{91}.$$

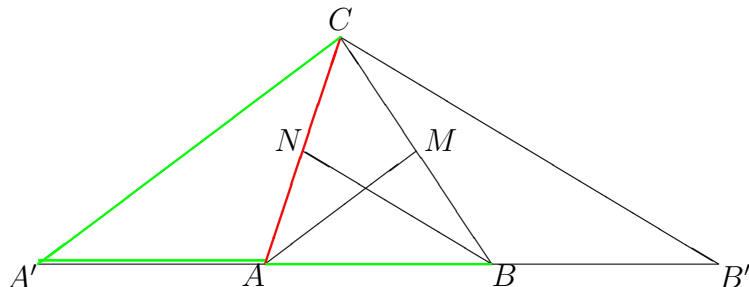
$$BC = \sqrt{A'B^2 + A'C^2 - 2A'B \cdot A'C \cos \angle BA'C} =$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



$$B'C^2 = A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \angle AA'C = \cos \angle BA'C = \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} \Rightarrow \cos \angle BA'C = \frac{5}{2\sqrt{7}}.$$

$$AC = \sqrt{A'A^2 + A'C^2 - 2A'A \cdot A'C \cos \angle AA'C} = \sqrt{14^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - 2 \cdot 14 \cdot (2 \cdot 6\sqrt{7}) \frac{5}{2\sqrt{7}}} =$$

$$= \sqrt{14^2 + 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7 - 2^3 \cdot 7 \cdot 3} = 2\sqrt{91}.$$

$$BC = \sqrt{A'B^2 + A'C^2 - 2A'B \cdot A'C \cos \angle BA'C} =$$

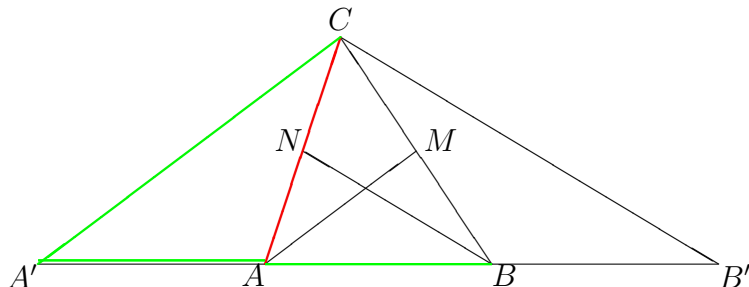
$$= \sqrt{(2 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - 2 \cdot (2 \cdot 14) \cdot (2 \cdot 6\sqrt{7}) \frac{5}{2\sqrt{7}}} =$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



$$B'C^2 = A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \angle AA'C = \cos \angle BA'C = \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} \Rightarrow \cos \angle BA'C = \frac{5}{2\sqrt{7}}.$$

$$AC = \sqrt{A'A^2 + A'C^2 - 2A'A \cdot A'C \cos \angle AA'C} = \sqrt{14^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - 2 \cdot 14 \cdot (2 \cdot 6\sqrt{7}) \frac{5}{2\sqrt{7}}} =$$

$$= \sqrt{14^2 + 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7 - 2^3 \cdot 7 \cdot 3} = 2\sqrt{91}.$$

$$BC = \sqrt{A'B^2 + A'C^2 - 2A'B \cdot A'C \cos \angle BA'C} =$$

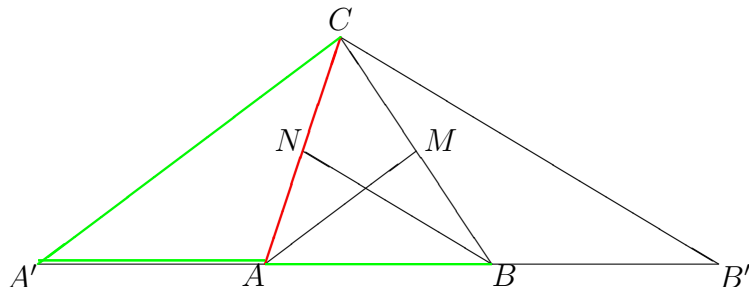
$$= \sqrt{(2 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - 2 \cdot (2 \cdot 14) \cdot (2 \cdot 6\sqrt{7}) \frac{5}{2\sqrt{7}}} = 4\sqrt{7^2 + 9 \cdot 7 - 7 \cdot 3 \cdot 5} =$$

Задача 22. Основание треугольника равно 14 см, а медианы, проведенные к боковым сторонам — $3\sqrt{7}$ см и $6\sqrt{7}$ см. Найти боковые стороны треугольника.

Ответ.

AC можно было бы найти из $\triangle ACA'$ с помощью теоремы косинусов.

$\cos \angle AA'C$ можно найти из «зеленого» $\triangle A'CB'$, например, по теореме косинусов.



$$B'C^2 = A'B'^2 + A'C^2 - 2A'B' \cdot A'C \cos \angle BA'C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \angle AA'C = \cos \angle BA'C = \frac{(3 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - (2 \cdot 3\sqrt{7})^2}{2(3 \cdot 14)(2 \cdot 6\sqrt{7})} \Rightarrow \cos \angle BA'C = \frac{5}{2\sqrt{7}}.$$

$$AC = \sqrt{A'A^2 + A'C^2 - 2A'A \cdot A'C \cos \angle AA'C} = \sqrt{14^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - 2 \cdot 14 \cdot (2 \cdot 6\sqrt{7}) \frac{5}{2\sqrt{7}}} =$$

$$= \sqrt{14^2 + 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7 - 2^3 \cdot 7 \cdot 3} = 2\sqrt{91}.$$

$$BC = \sqrt{A'B^2 + A'C^2 - 2A'B \cdot A'C \cos \angle BA'C} =$$

$$= \sqrt{(2 \cdot 14)^2 + (2 \cdot 6\sqrt{7})^2 - 2 \cdot (2 \cdot 14) \cdot (2 \cdot 6\sqrt{7}) \frac{5}{2\sqrt{7}}} = 4\sqrt{7^2 + 9 \cdot 7 - 7 \cdot 3 \cdot 5} = 4\sqrt{7}.$$

Решение задачи 23.

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.
Построим чертёж.

K ————— N

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

Построим чертёж.

Главное свойство трапеции — параллельные основания.

K ————— N

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

Построим чертёж.

Главное свойство трапеции — параллельные основания.

K  N

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.
Построим чертёж.

В условии описана типовая ситуация — три отрезка равной _____
длины с общим концом.

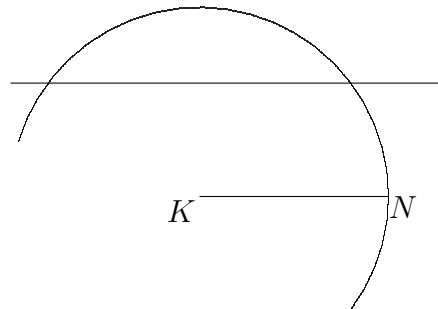
K _____ N

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

Построим чертёж.

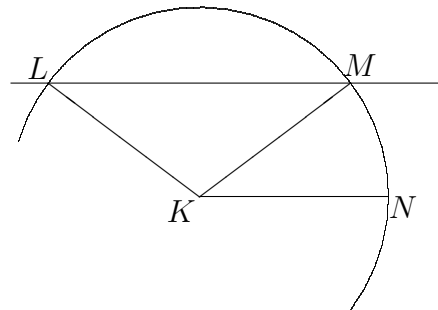
В условии описана типовая ситуация — три отрезка равной длины с общим концом.



Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.
Построим чертёж.

В условии описана типовая ситуация — три отрезка равной длины с общим концом.

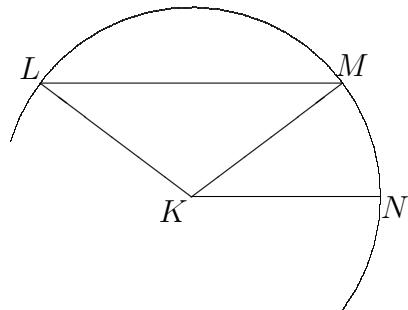


Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

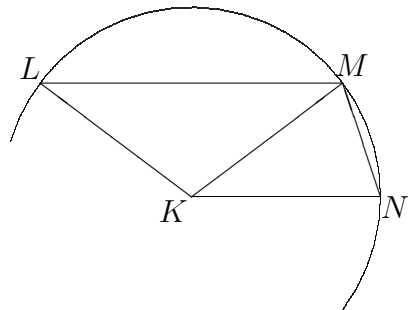
Построим чертёж.

В условии описана типовая ситуация — три отрезка равной длины с общим концом.



Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

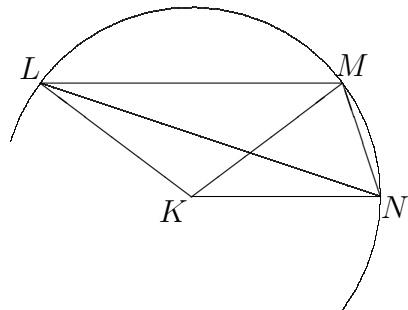
Ответ.
Построим чертёж.
Остаётся достроить трапецию.



Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.
Построим чертёж.

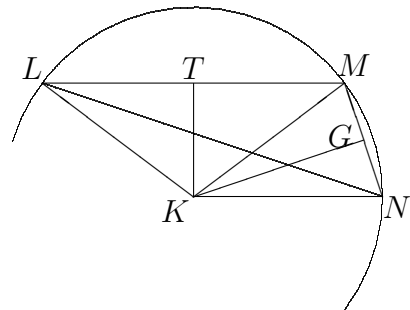
Остаётся достроить боковую сторону.



Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.
Построим чертёж.

Выполним естественные **дополнительные построения**.



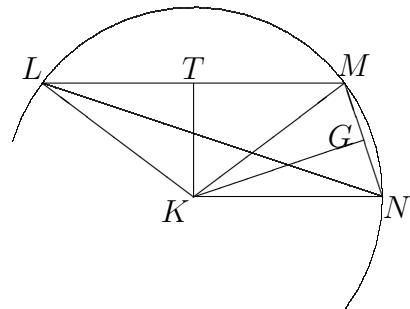
Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

Построим чертёж.

Выполним естественные **дополнительные построения**.

Надо включить «красный» и «зеленый» отрезки в **хороший треугольник**.



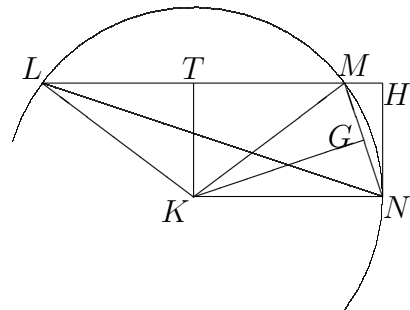
Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

Построим чертёж.

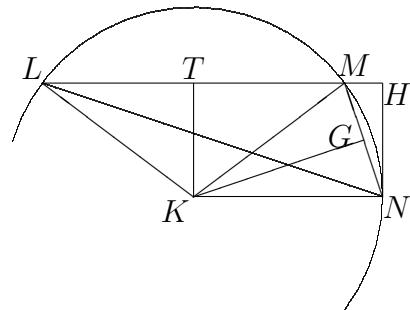
Выполним естественные **дополнительные построения**.

Надо включить «красный» и «зеленый» отрезки в **хороший** треугольник.



Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

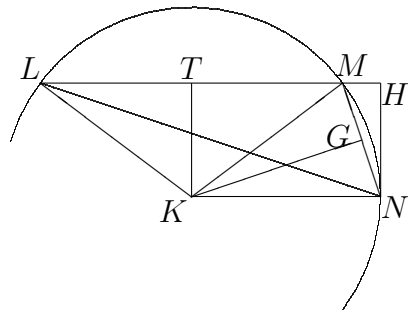
Ответ.
Треугольники NHM и KGN подобны «по двум углам».



Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

$$\frac{MN}{KN} = \frac{MH}{NG} = \frac{HN}{KG} \Rightarrow$$

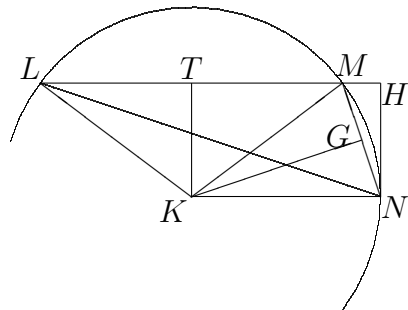


Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

$$\frac{MN}{KN} = \frac{MH}{NG} = \frac{HN}{KG} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{LH - LM}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$

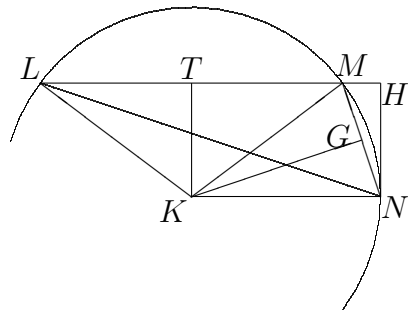


Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

$$\frac{MN}{KN} = \frac{MH}{NG} = \frac{HN}{KG} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{LH - LM}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - KT^2}}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}},$$



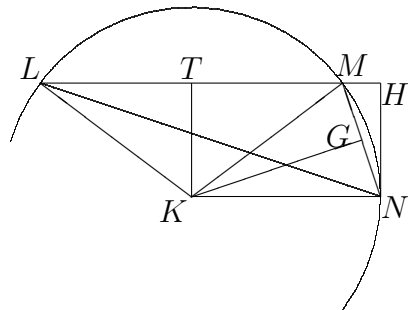
Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

$$\frac{MN}{KN} = \frac{MH}{NG} = \frac{HN}{KG} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{LH - LM}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - KT^2}}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}},$$

$$\frac{x}{a} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow$$



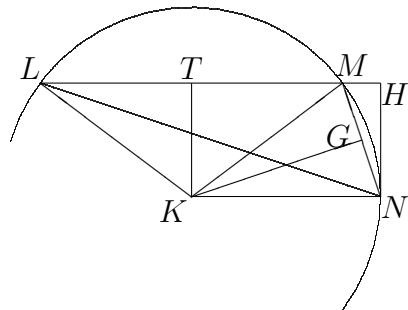
Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

$$\frac{MN}{KN} = \frac{MH}{NG} = \frac{HN}{KG} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{LH - LM}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}},$$

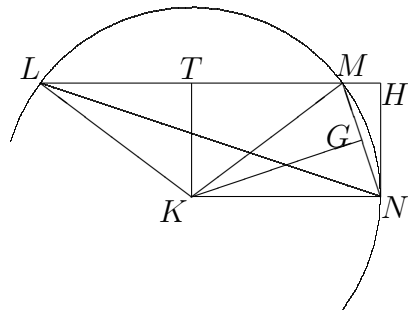
$$\frac{x}{a} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow HN = \frac{x}{2a} \sqrt{4a^2 - x^2} \Rightarrow$$



Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

ОТВЕТ.

$$\begin{aligned} \frac{MN}{KN} &= \frac{MH}{NG} = \frac{HN}{KG} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{LH - LM}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{x}{a} &= \frac{\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - KT^2}}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}}, \end{aligned}$$



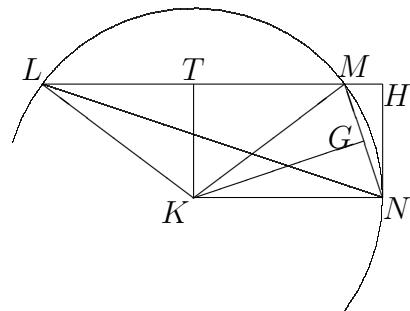
$$\frac{x}{a} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow HN = \frac{x}{2a} \sqrt{4a^2 - x^2} \Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - HN^2} \right) \Rightarrow$$

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

$$\frac{MN}{KN} = \frac{MH}{NG} = \frac{HN}{KG} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{LH - LM}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - KT^2}}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}},$$



$$\frac{x}{a} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow HN = \frac{x}{2a} \sqrt{4a^2 - x^2} \Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - HN^2} \right) \Rightarrow$$

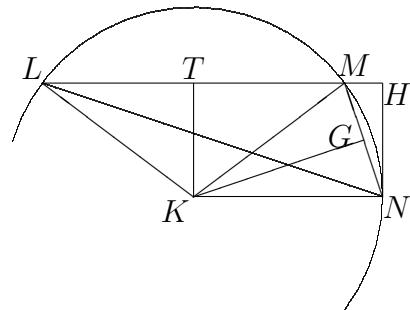
$$\Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} \right) \Rightarrow$$

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

$$\frac{MN}{KN} = \frac{MH}{NG} = \frac{HN}{KG} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{LH - LM}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - KT^2}}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}},$$



$$\frac{x}{a} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow HN = \frac{x}{2a} \sqrt{4a^2 - x^2} \Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - HN^2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} \right) \Rightarrow$$

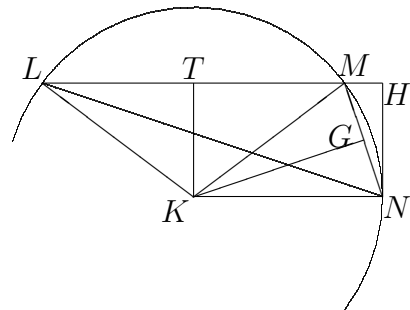
$$\Rightarrow x^2 = \sqrt{4a^2 b^2 - x^2 (4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{4a^4 - x^2 (4a^2 - x^2)} \Rightarrow$$

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

$$\frac{MN}{KN} = \frac{MH}{NG} = \frac{HN}{KG} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{LH - LM}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - KT^2}}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}},$$



$$\frac{x}{a} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow HN = \frac{x}{2a} \sqrt{4a^2 - x^2} \Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - HN^2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \sqrt{4a^2b^2 - x^2(4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{4a^4 - x^2(4a^2 - x^2)} \Rightarrow$$

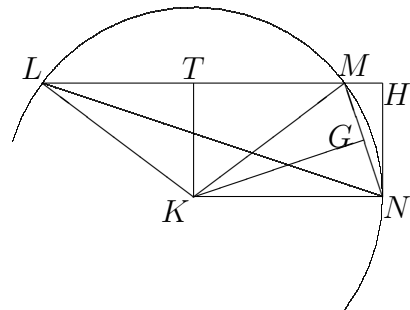
$$\Rightarrow x^2 = \sqrt{x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2} - 2(2a^2 - x^2) \Rightarrow$$

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

$$\frac{MN}{KN} = \frac{MH}{NG} = \frac{HN}{KG} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{LH - LM}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - KT^2}}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}},$$



$$\frac{x}{a} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow HN = \frac{x}{2a} \sqrt{4a^2 - x^2} \Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - HN^2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \sqrt{4a^2b^2 - x^2(4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{4a^4 - x^2(4a^2 - x^2)} \Rightarrow$$

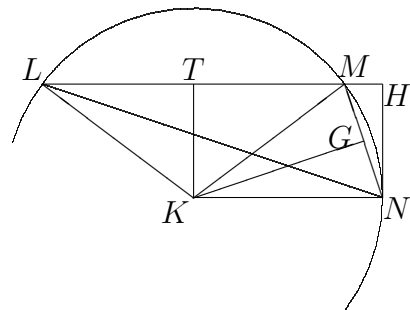
$$\Rightarrow x^2 = \sqrt{x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2} - 2(2a^2 - x^2) \Rightarrow 4a^2 - x^2 = \sqrt{x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2} \Rightarrow$$

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

$$\frac{MN}{KN} = \frac{MH}{NG} = \frac{HN}{KG} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{LH - LM}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - KT^2}}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}},$$



$$\frac{x}{a} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow HN = \frac{x}{2a} \sqrt{4a^2 - x^2} \Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - HN^2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \sqrt{4a^2b^2 - x^2(4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{4a^4 - x^2(4a^2 - x^2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \sqrt{x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2} - 2(2a^2 - x^2) \Rightarrow 4a^2 - x^2 = \sqrt{x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2} \Rightarrow$$

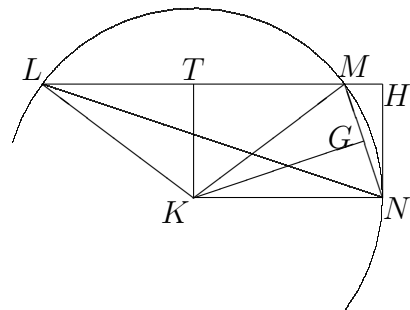
$$\Rightarrow 16a^4 - 8a^2x^2 + x^4 = x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2 \Rightarrow$$

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

$$\frac{MN}{KN} = \frac{MH}{NG} = \frac{HN}{KG} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{LH - LM}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - KT^2}}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}},$$



$$\frac{x}{a} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow HN = \frac{x}{2a} \sqrt{4a^2 - x^2} \Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - HN^2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \sqrt{4a^2b^2 - x^2(4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{4a^4 - x^2(4a^2 - x^2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \sqrt{x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2} - 2(2a^2 - x^2) \Rightarrow 4a^2 - x^2 = \sqrt{x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2} \Rightarrow$$

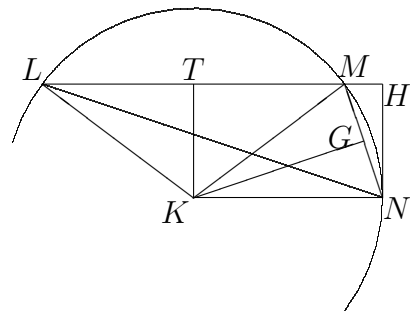
$$\Rightarrow 16a^4 - 8a^2x^2 + x^4 = x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2 \Rightarrow 4a^2 - b^2 = x^2 \Rightarrow$$

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

$$\frac{MN}{KN} = \frac{MH}{NG} = \frac{HN}{KG} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{LH - LM}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - KT^2}}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}},$$



$$\frac{x}{a} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow HN = \frac{x}{2a} \sqrt{4a^2 - x^2} \Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - HN^2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \sqrt{4a^2b^2 - x^2(4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{4a^4 - x^2(4a^2 - x^2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \sqrt{x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2} - 2(2a^2 - x^2) \Rightarrow 4a^2 - x^2 = \sqrt{x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2} \Rightarrow$$

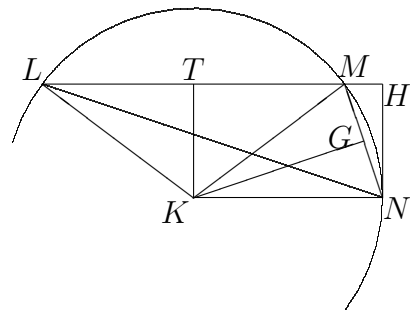
$$\Rightarrow 16a^4 - 8a^2x^2 + x^4 = x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2 \Rightarrow 4a^2 - b^2 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{4a^2 - b^2}.$$

Задача 23. Длины основания KN , диагонали KM и боковой стороны KL трапеции $KLMN$ равны a , и длина диагонали LN равна b . Найдите длину боковой стороны MN .

Ответ.

$$\frac{MN}{KN} = \frac{MH}{NG} = \frac{HN}{KG} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{LH - LM}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - KT^2}}{x/2} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}},$$



$$\frac{x}{a} = \frac{HN}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} \Rightarrow HN = \frac{x}{2a} \sqrt{4a^2 - x^2} \Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - HN^2} - 2\sqrt{a^2 - HN^2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = 2a \left(\sqrt{b^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4a^2} (4a^2 - x^2)} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \sqrt{4a^2b^2 - x^2(4a^2 - x^2)} - 2\sqrt{4a^4 - x^2(4a^2 - x^2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \sqrt{x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2} - 2(2a^2 - x^2) \Rightarrow 4a^2 - x^2 = \sqrt{x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16a^4 - 8a^2x^2 + x^4 = x^4 + 4a^2b^2 - 4a^2x^2 \Rightarrow 4a^2 - b^2 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{4a^2 - b^2}.$$

Итак, $MN = \sqrt{4a^2 - b^2}$.

Решение задачи 24.

Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.
Как обычно, начинаем с окружности.

Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Как обычно, начинаем с окружности.

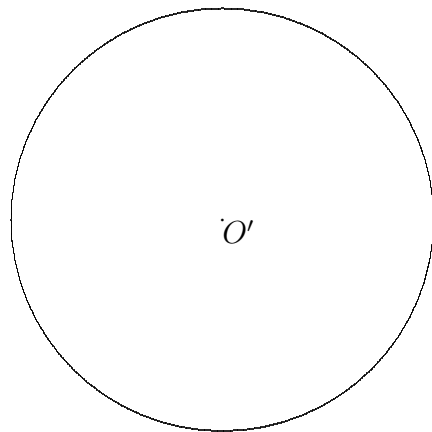
Сначала проведём большую окружность.

Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Как обычно, начинаем с окружности.

Сначала проведём большую окружность.

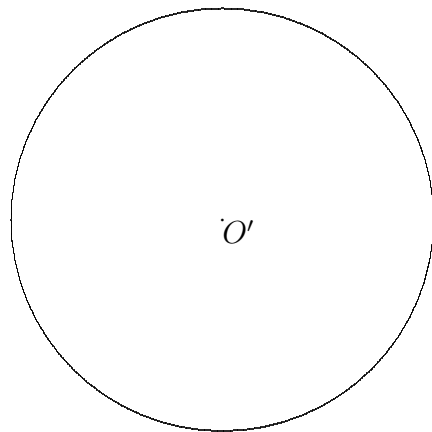


Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Как обычно, начинаем с окружности.

Теперь построим малую окружность.

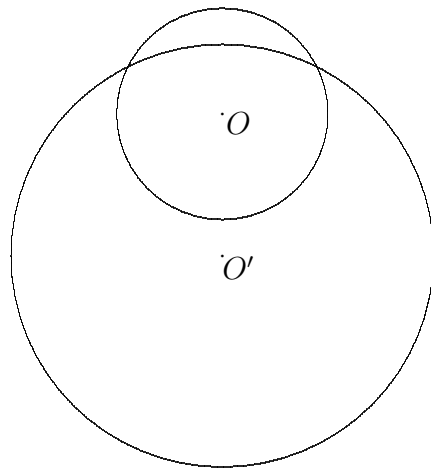


Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

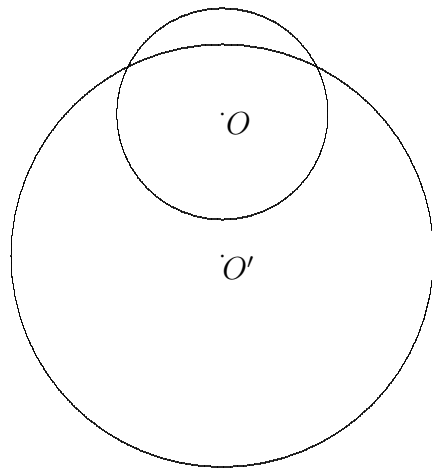
Как обычно, начинаем с окружности.

Теперь построим малую окружность.



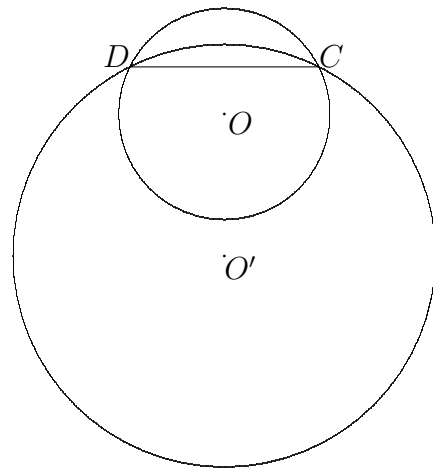
Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.
Теперь нетрудно построить ромб.



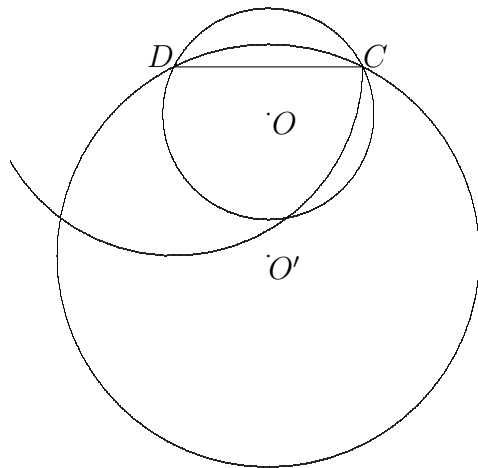
Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.
Теперь нетрудно построить ромб.



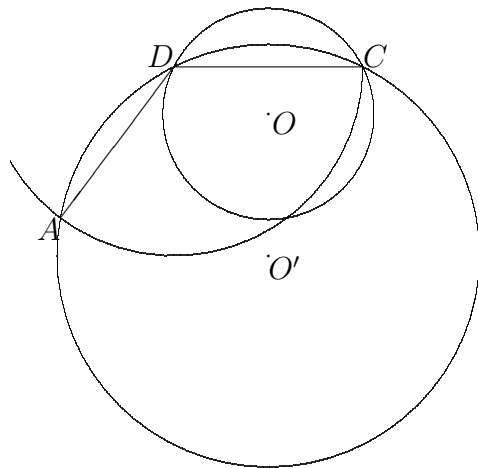
Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.
Теперь нетрудно построить ромб.



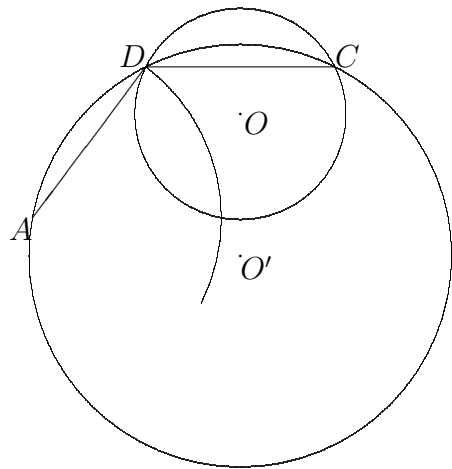
Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.
Теперь нетрудно построить ромб.



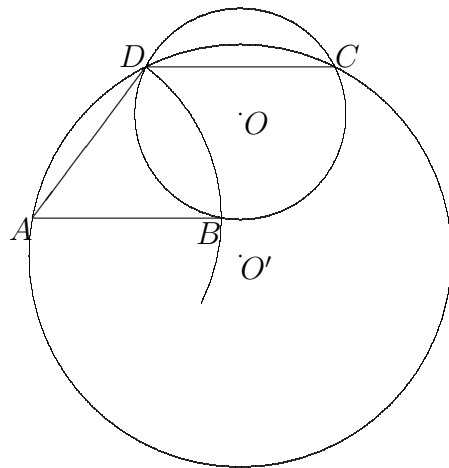
Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.
Теперь нетрудно построить ромб.



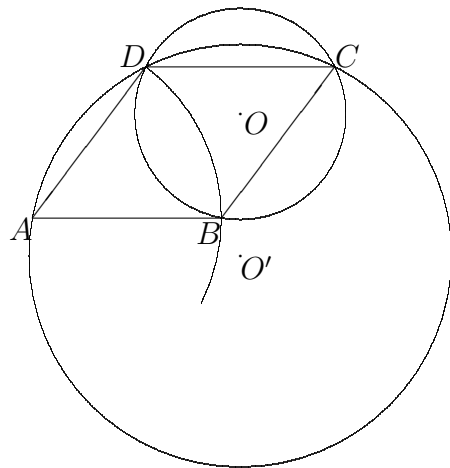
Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.
Теперь нетрудно построить ромб.



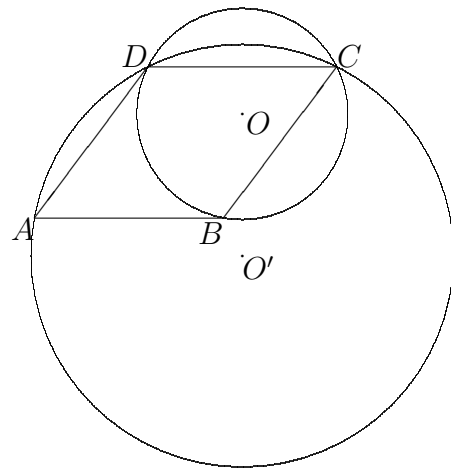
Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.
Теперь нетрудно построить ромб.



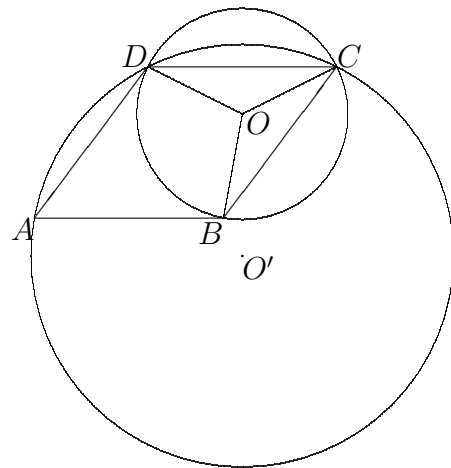
Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.
Теперь выполним естественные **дополнительные построения**.



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

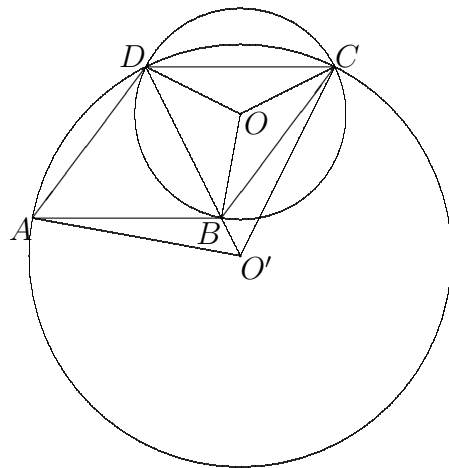
Ответ.
Теперь выполним естественные **дополнительные построения**.



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

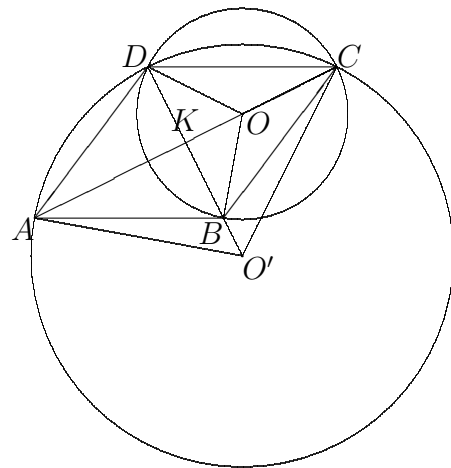
Ответ.

Теперь выполним естественные **дополнительные построения**.



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.
Теперь выполним естественные **дополнительные построения**.

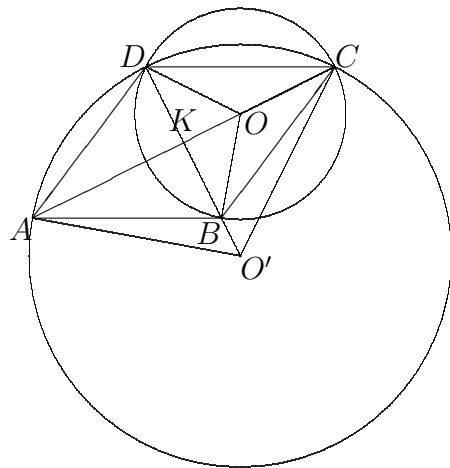


Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.



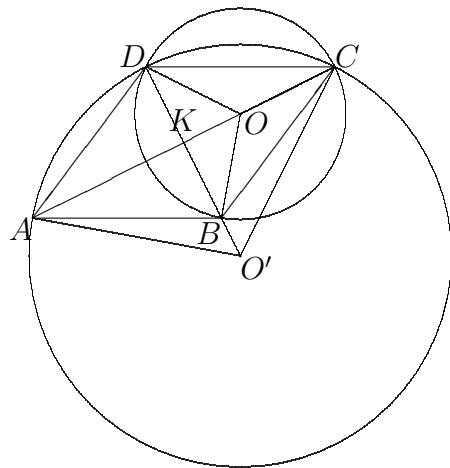
Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.

По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

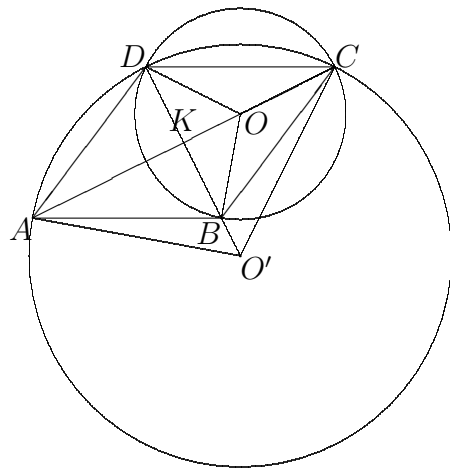
Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.

По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем

$\frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot 4$, откуда



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

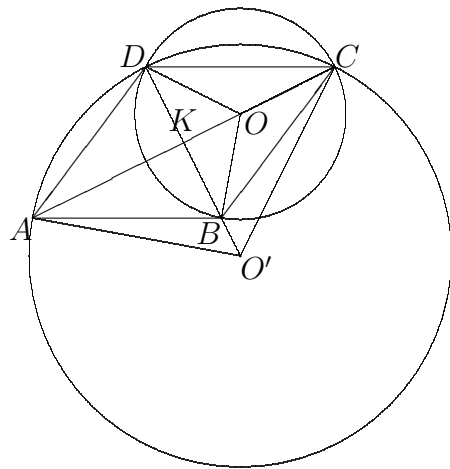
Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.

По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем

$$\frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot 4, \text{ откуда } s =$$



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

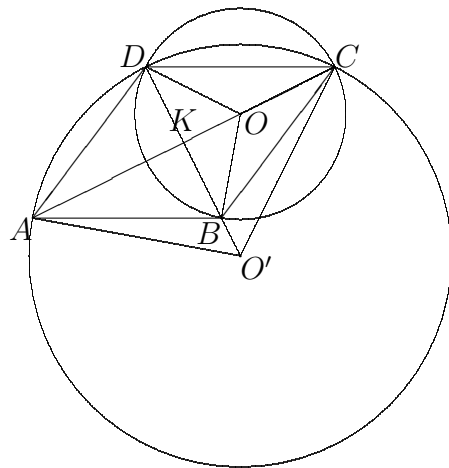
Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.

По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем

$$\frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot 4, \text{ откуда } s = \frac{x}{8}.$$



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

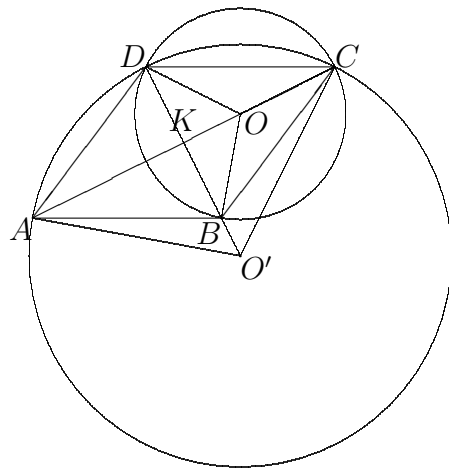
Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.

По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем

$$\frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot 4, \text{ откуда } s = \frac{x}{8}.$$

По теореме синусов, применённой к $\triangle BCD$, имеем



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

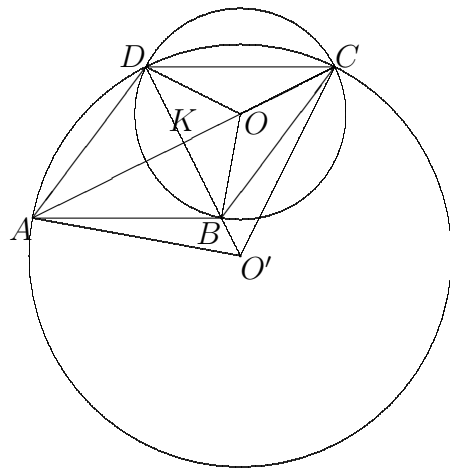
$\sin \angle ACD = s$.

По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем

$$\frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot 4, \text{ откуда } s = \frac{x}{8}.$$

По теореме синусов, применённой к $\triangle BCD$, имеем

$$\frac{BC}{\sin \angle BDC} = 2 \cdot 3, \text{ откуда}$$



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.

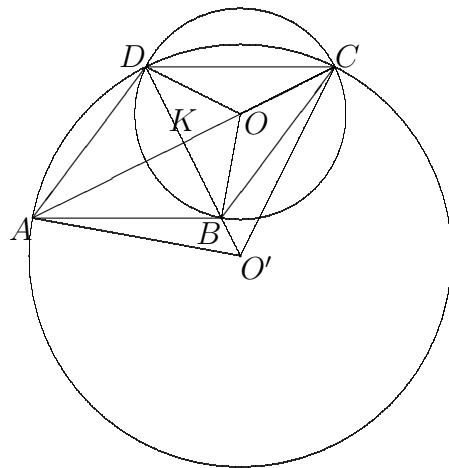
По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем

$$\frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot 4, \text{ откуда } s = \frac{x}{8}.$$

По теореме синусов, применённой к $\triangle BCD$, имеем

$$\frac{BC}{\sin \angle BDC} = 2 \cdot 3, \text{ откуда}$$

$$x =$$



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.

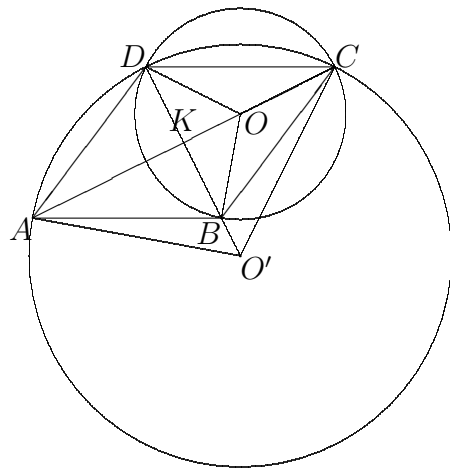
По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем

$$\frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot 4, \text{ откуда } s = \frac{x}{8}.$$

По теореме синусов, применённой к $\triangle BCD$, имеем

$$\frac{BC}{\sin \angle BDC} = 2 \cdot 3, \text{ откуда}$$

$$x = 6 \sin(\angle BDC) =$$



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.

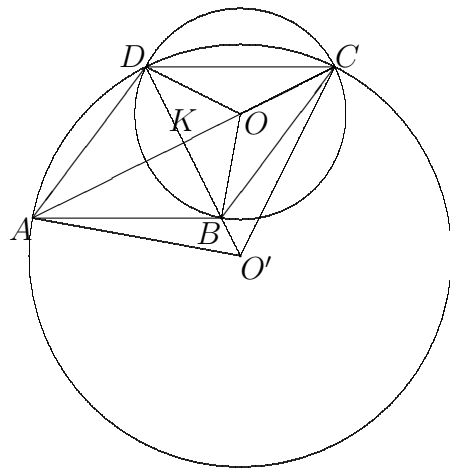
По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем

$$\frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot 4, \text{ откуда } s = \frac{x}{8}.$$

По теореме синусов, применённой к $\triangle BCD$, имеем

$$\frac{BC}{\sin \angle BDC} = 2 \cdot 3, \text{ откуда}$$

$$x = 6 \sin (\angle BDC) = 6 \cos \angle ACD =$$



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.

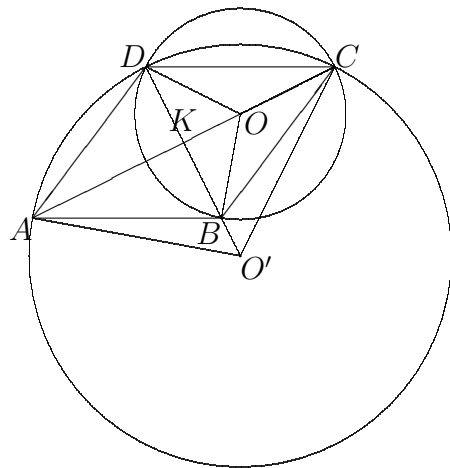
По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем

$$\frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot 4, \text{ откуда } s = \frac{x}{8}.$$

По теореме синусов, применённой к $\triangle BCD$, имеем

$$\frac{BC}{\sin \angle BDC} = 2 \cdot 3, \text{ откуда}$$

$$x = 6 \sin(\angle BDC) = 6 \cos \angle ACD = 6\sqrt{1 - s^2}.$$



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.

По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем

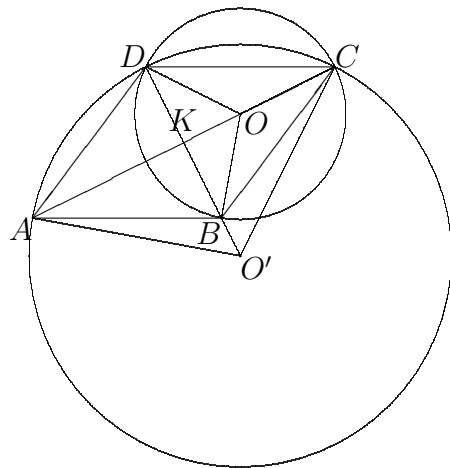
$$\frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot 4, \text{ откуда } s = \frac{x}{8}.$$

По теореме синусов, применённой к $\triangle BCD$, имеем

$$\frac{BC}{\sin \angle BDC} = 2 \cdot 3, \text{ откуда}$$

$$x = 6 \sin (\angle BDC) = 6 \cos \angle ACD = 6\sqrt{1 - s^2}.$$

$$\text{Итак, } x = 6\sqrt{1 - \left(\frac{x}{8}\right)^2} \Rightarrow$$



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.

По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем

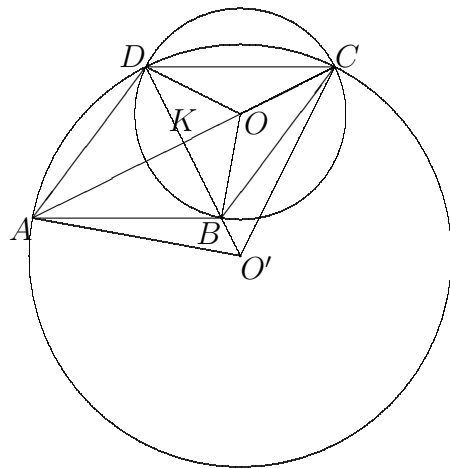
$$\frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot 4, \text{ откуда } s = \frac{x}{8}.$$

По теореме синусов, применённой к $\triangle BCD$, имеем

$$\frac{BC}{\sin \angle BDC} = 2 \cdot 3, \text{ откуда}$$

$$x = 6 \sin (\angle BDC) = 6 \cos \angle ACD = 6 \sqrt{1 - s^2}.$$

$$\text{Итак, } x = 6 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{8}\right)^2} \Rightarrow x^2 = 36 \left(1 - \left(\frac{x}{8}\right)^2\right) \Rightarrow$$



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.

По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем

$$\frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot 4, \text{ откуда } s = \frac{x}{8}.$$

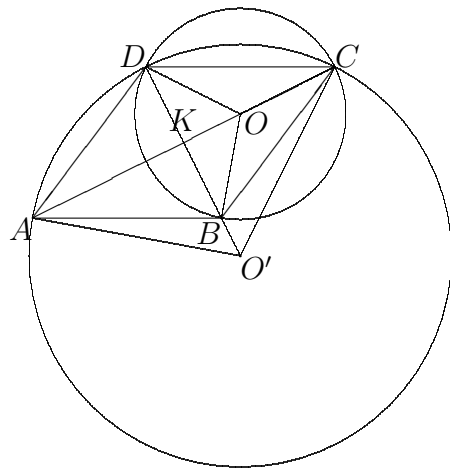
По теореме синусов, применённой к $\triangle BCD$, имеем

$$\frac{BC}{\sin \angle BDC} = 2 \cdot 3, \text{ откуда}$$

$$x = 6 \sin (\angle BDC) = 6 \cos \angle ACD = 6 \sqrt{1 - s^2}.$$

$$\text{Итак, } x = 6 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{8}\right)^2} \Rightarrow x^2 = 36 \left(1 - \left(\frac{x}{8}\right)^2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 64x^2 = 36(64 - x^2) \Rightarrow$$



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.

По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем

$$\frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot 4, \text{ откуда } s = \frac{x}{8}.$$

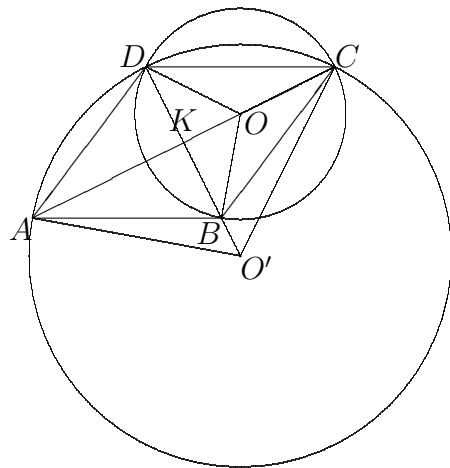
По теореме синусов, применённой к $\triangle BCD$, имеем

$$\frac{BC}{\sin \angle BDC} = 2 \cdot 3, \text{ откуда}$$

$$x = 6 \sin(\angle BDC) = 6 \cos \angle ACD = 6\sqrt{1 - s^2}.$$

$$\text{Итак, } x = 6\sqrt{1 - \left(\frac{x}{8}\right)^2} \Rightarrow x^2 = 36 \left(1 - \left(\frac{x}{8}\right)^2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 64x^2 = 36(64 - x^2) \Rightarrow 100x^2 = 36 \cdot 64 \Rightarrow$$



Задача 24. Найдите длину стороны ромба $ABCD$, если окружность, проходящая через точки A, D, C , имеет радиус 4, а окружность, проходящая через точки B, C, D , имеет радиус 3.

Ответ.

Введём обозначение $AB = BC = CD = AD = x$,

$\sin \angle ACD = s$.

По теореме синусов, применённой к $\triangle ACD$, имеем

$$\frac{AD}{\sin \angle ACD} = 2 \cdot 4, \text{ откуда } s = \frac{x}{8}.$$

По теореме синусов, применённой к $\triangle BCD$, имеем

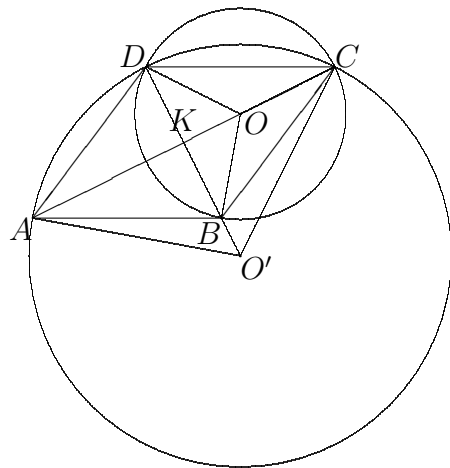
$$\frac{BC}{\sin \angle BDC} = 2 \cdot 3, \text{ откуда}$$

$$x = 6 \sin(\angle BDC) = 6 \cos \angle ACD = 6\sqrt{1 - s^2}.$$

$$\text{Итак, } x = 6\sqrt{1 - \left(\frac{x}{8}\right)^2} \Rightarrow x^2 = 36 \left(1 - \left(\frac{x}{8}\right)^2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 64x^2 = 36(64 - x^2) \Rightarrow 100x^2 = 36 \cdot 64 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{24}{5}.$$



Решение задачи 25.

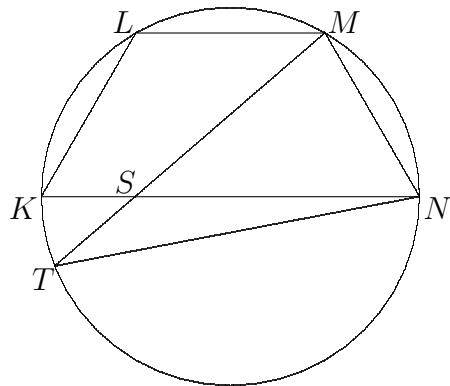
Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

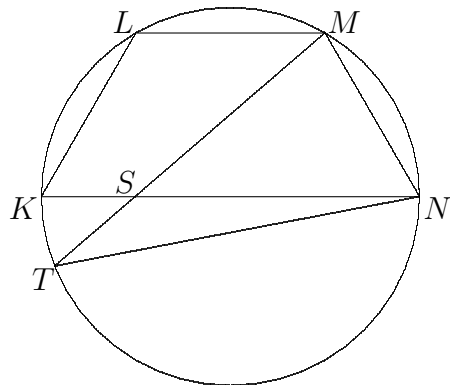
Ответ.



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

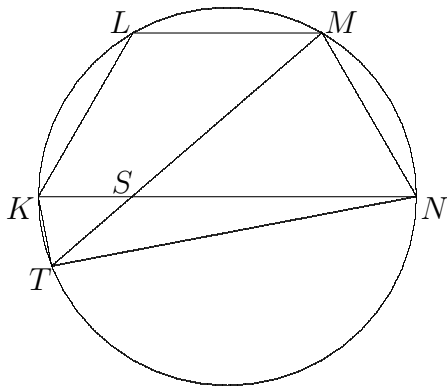
$$S_{\triangle NTS} =$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

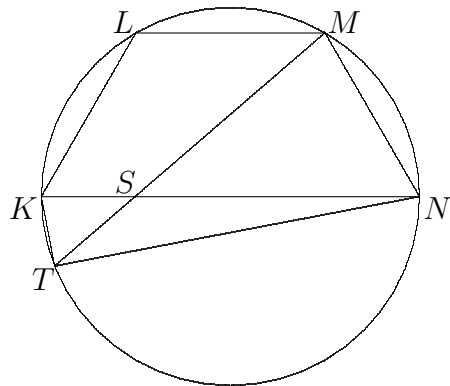
$$S_{\triangle STN} =$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

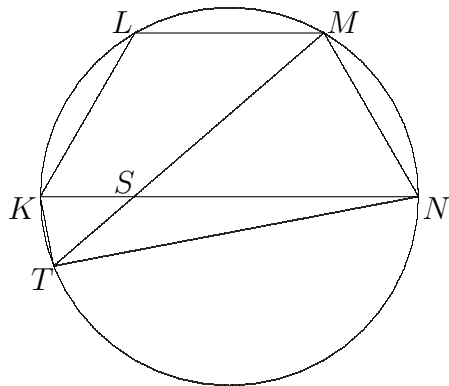
$$S_{\triangle NTS} = \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} =$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

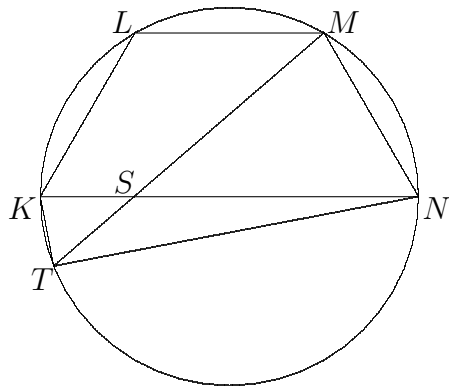
$$S_{\triangle NTS} = \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK =$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

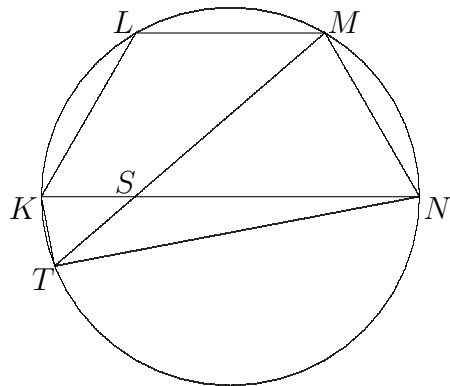
$$S_{\triangle NTS} = \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ = \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) =$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

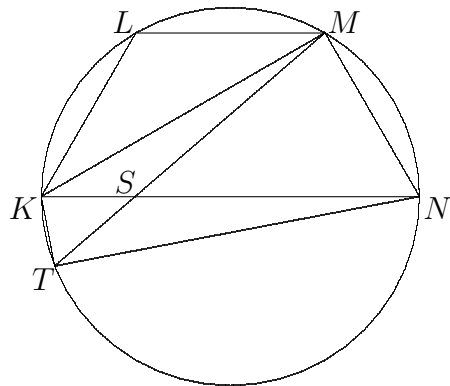
$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \end{aligned}$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

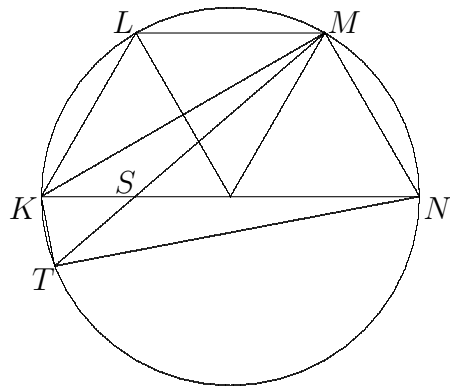
$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \end{aligned}$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

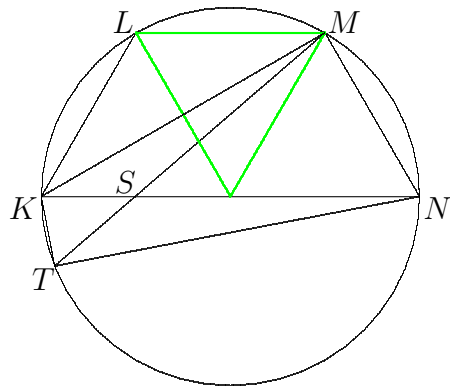
$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \end{aligned}$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

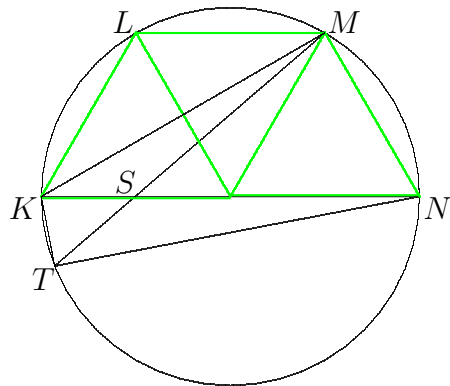
$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \end{aligned}$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

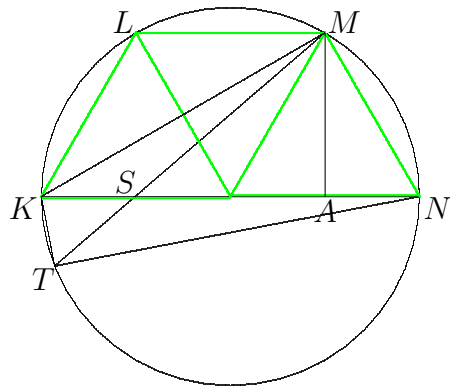
$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \end{aligned}$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

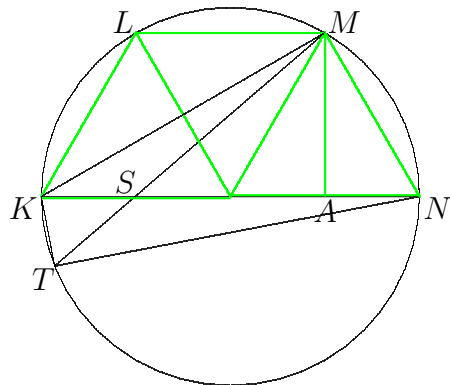
$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \end{aligned}$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

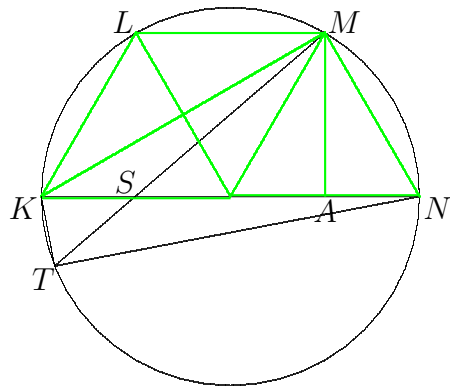
$$\begin{aligned}
 S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\
 &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) =
 \end{aligned}$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

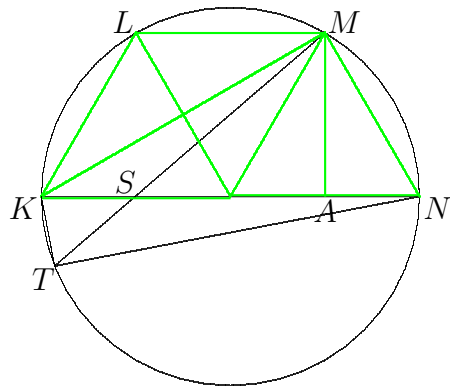
$$\begin{aligned}
 S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\
 &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) =
 \end{aligned}$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

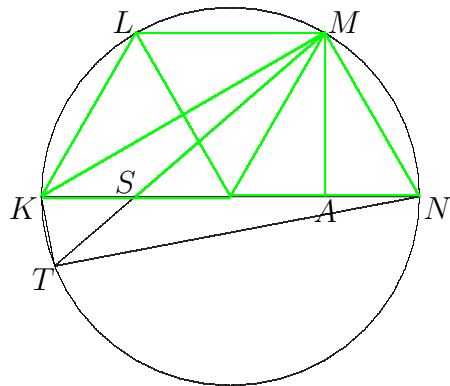
$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \end{aligned}$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

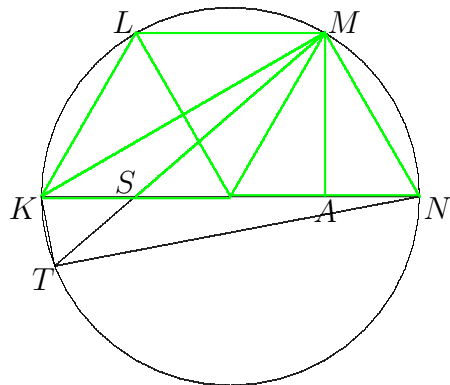
$$\begin{aligned}
 S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\
 &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) =
 \end{aligned}$$



Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \dots \end{aligned}$$

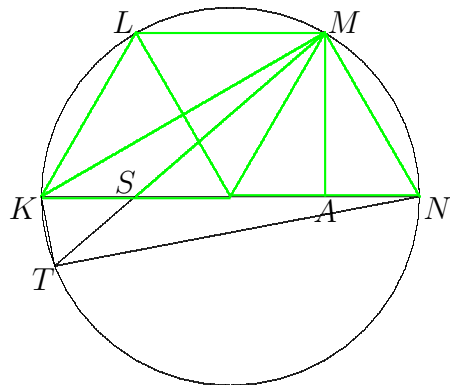


$$\cos(\angle TNK) =$$

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \dots \end{aligned}$$

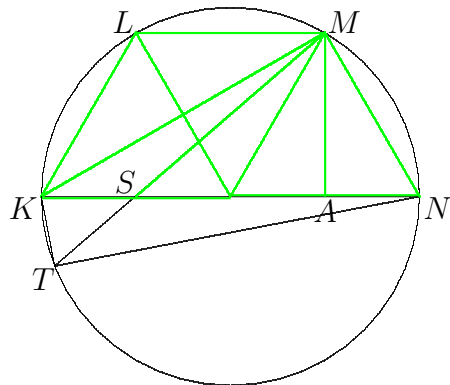


$$\cos(\angle TNK) = \cos(\angle TMK) =$$

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \dots \end{aligned}$$

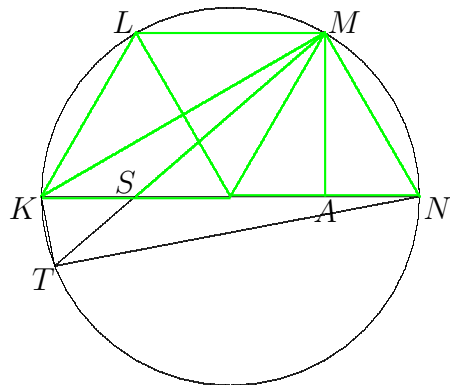


$$\cos(\angle TNK) = \cos(\angle TMK) = \cos(\angle SNK) =$$

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \dots \end{aligned}$$

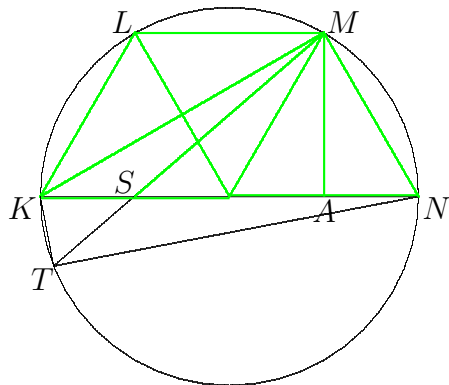


$$\cos(\angle TNK) = \cos(\angle TMK) = \cos(\angle SNK) = \frac{KM^2 + SM^2 - KS^2}{2KM \cdot SM} =$$

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \dots \end{aligned}$$

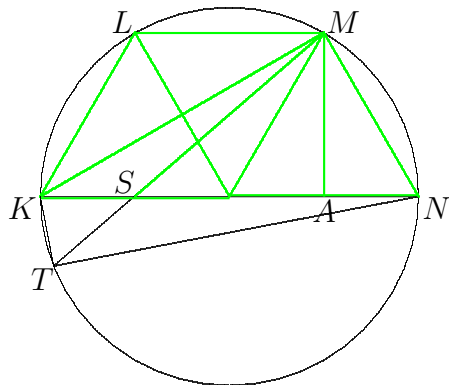


$$\begin{aligned} \cos(\angle TNK) &= \cos(\angle TMK) = \cos(\angle SNK) = \frac{KM^2 + SM^2 - KS^2}{2KM \cdot SM} = \\ &= \frac{(4^2 - 2^2) + (2^2 + (2^2 - 1^2)) - 1^2}{2\sqrt{4^2 - 2^2}\sqrt{2^2 + (2^2 - 1^2)}} = \end{aligned}$$

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \dots \end{aligned}$$

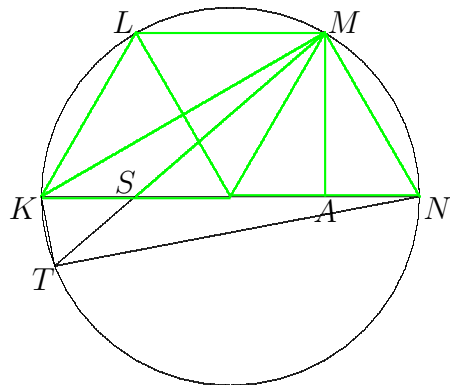


$$\begin{aligned} \cos(\angle TNK) &= \cos(\angle TMK) = \cos(\angle SNK) = \frac{KM^2 + SM^2 - KS^2}{2KM \cdot SM} = \\ &= \frac{(4^2 - 2^2) + (2^2 + (2^2 - 1^2)) - 1^2}{2\sqrt{4^2 - 2^2}\sqrt{2^2 + (2^2 - 1^2)}} = \frac{9}{2\sqrt{21}}. \end{aligned}$$

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cdot \frac{9}{2\sqrt{21}} \cdot \dots \end{aligned}$$

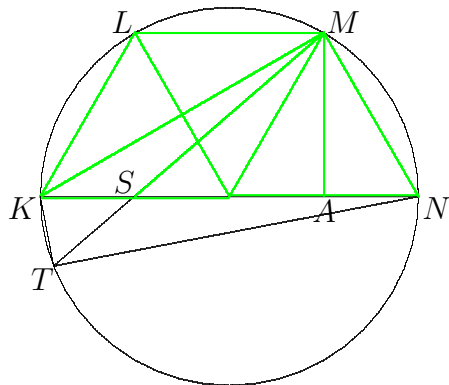


$$\begin{aligned} \cos(\angle TNK) &= \cos(\angle TMK) = \cos(\angle SNK) = \frac{KM^2 + SM^2 - KS^2}{2KM \cdot SM} = \\ &= \frac{(4^2 - 2^2) + (2^2 + (2^2 - 1^2)) - 1^2}{2\sqrt{4^2 - 2^2}\sqrt{2^2 + (2^2 - 1^2)}} = \frac{9}{2\sqrt{21}}. \end{aligned}$$

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\
 &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cdot \frac{9}{2\sqrt{21}} \cdot \dots
 \end{aligned}$$

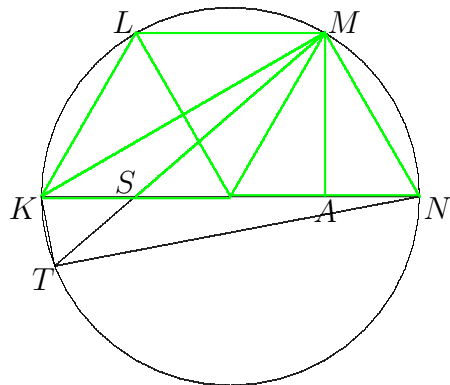


$$\sin(\angle TNK) = \sin(\angle TMK) = \sin(\angle SNK) =$$

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\
 &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cdot \frac{9}{2\sqrt{21}} \cdot \dots
 \end{aligned}$$

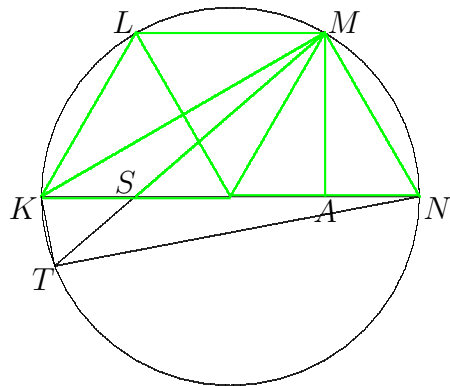


$$\sin(\angle TNK) = \sin(\angle TMK) = \sin(\angle SNK) = \frac{KS}{SM} \cdot \sin(\angle MKS) =$$

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\
 &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cdot \frac{9}{2\sqrt{21}} \cdot \dots
 \end{aligned}$$

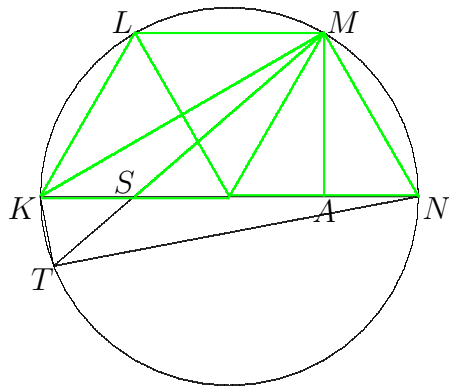


$$\begin{aligned}
 \sin(\angle TNK) &= \sin(\angle TMK) = \sin(\angle SNK) = \frac{KS}{SM} \cdot \sin(\angle MKS) = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{7}} \cdot \frac{1}{2} =
 \end{aligned}$$

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\
 &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cdot \frac{9}{2\sqrt{21}} \cdot \dots
 \end{aligned}$$

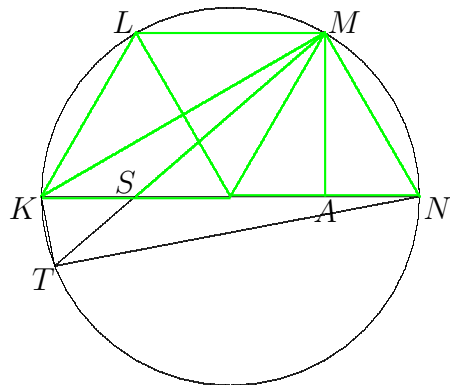


$$\begin{aligned}
 \sin(\angle TNK) &= \sin(\angle TMK) = \sin(\angle SNK) = \frac{KS}{SM} \cdot \sin(\angle MKS) = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{7}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2\sqrt{7}}.
 \end{aligned}$$

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\
 &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cdot \frac{9}{2\sqrt{21}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{7}} =
 \end{aligned}$$

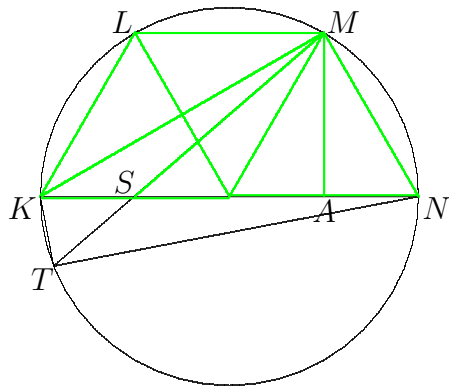


$$\begin{aligned}
 \sin(\angle TNK) &= \sin(\angle TMK) = \sin(\angle SNK) = \frac{KS}{SM} \cdot \sin(\angle MKS) = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{7}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2\sqrt{7}}.
 \end{aligned}$$

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

$$\begin{aligned} S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\ &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \\ &= 6 \cdot \frac{9}{2\sqrt{21}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{7}} = \frac{9\sqrt{3}}{14}. \end{aligned}$$



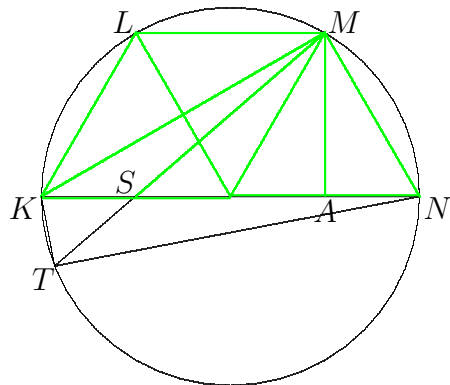
$$\begin{aligned} \sin(\angle TNK) &= \sin(\angle TMK) = \sin(\angle SNK) = \frac{KS}{SM} \cdot \sin(\angle MKS) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{7}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2\sqrt{7}}. \end{aligned}$$

Задача 25. Около трапеции $KLMN$ описана окружность. Основание KN трапеции является её диаметром, причём $KN = 4$, $LM = 2$. Хорда MT пересекает KN в точке S такой, что $KS : SN = 1 : 3$. Найдите площадь треугольника STN .

Ответ.

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle NTS} &= \frac{3}{4} S_{\triangle NTK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} TN \cdot TK = \\
 &= \frac{3}{8} KN \cos(\angle TNK) \cdot KN \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cos(\angle TNK) \sin(\angle TNK) = \\
 &= 6 \cdot \frac{9}{2\sqrt{21}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{7}} = \frac{9\sqrt{3}}{14}.
 \end{aligned}$$

Искомая площадь равна $\frac{9\sqrt{3}}{14}$.



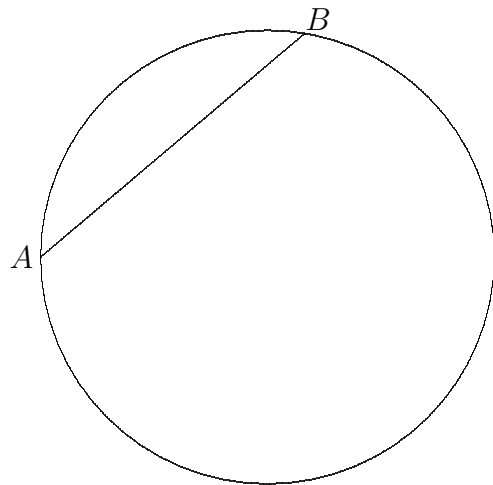
Решение задачи 26.

Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

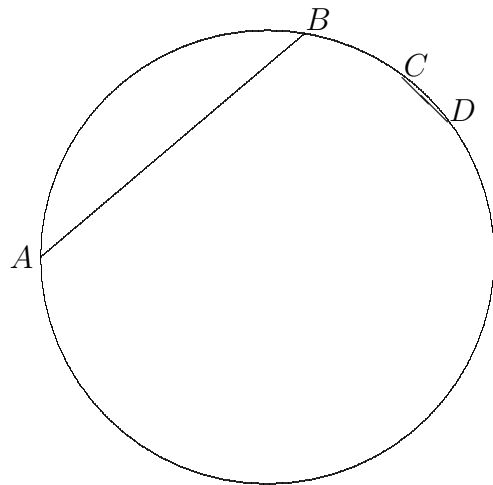
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

Ответ.

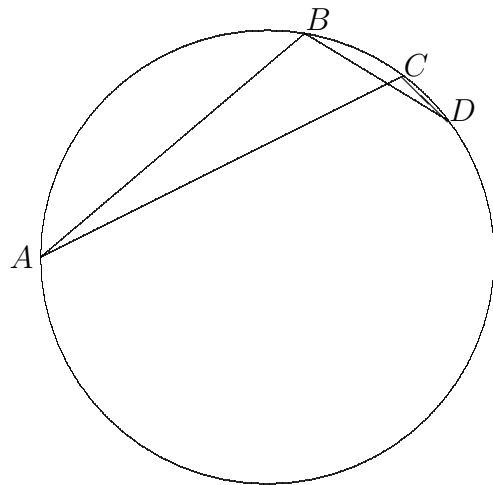
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.



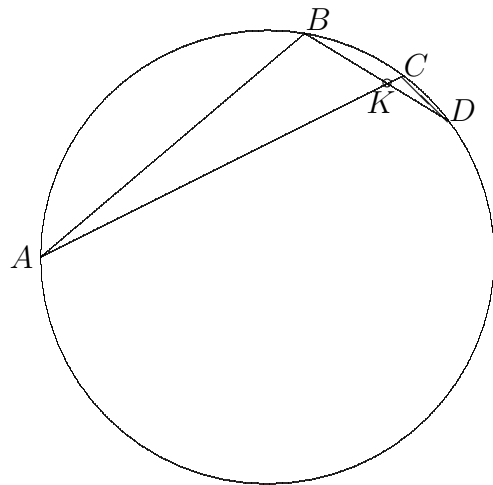
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.



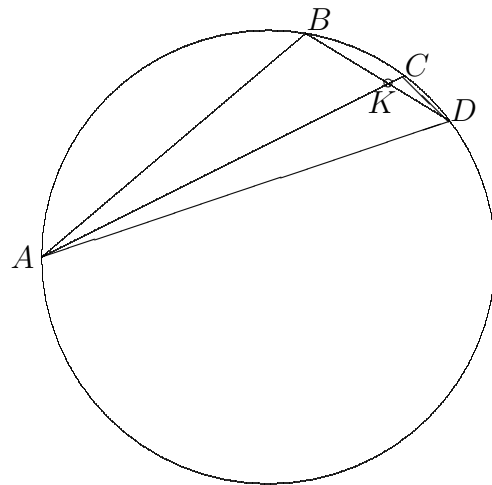
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.



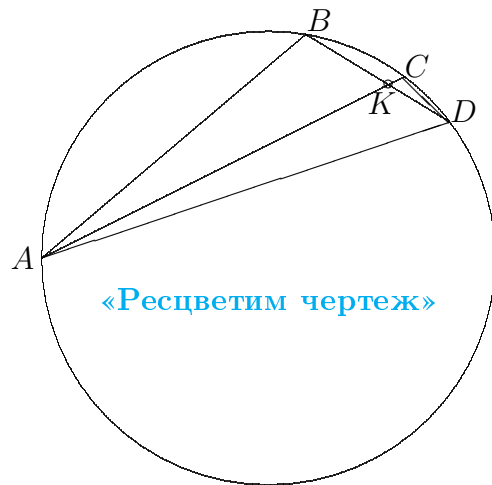
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.



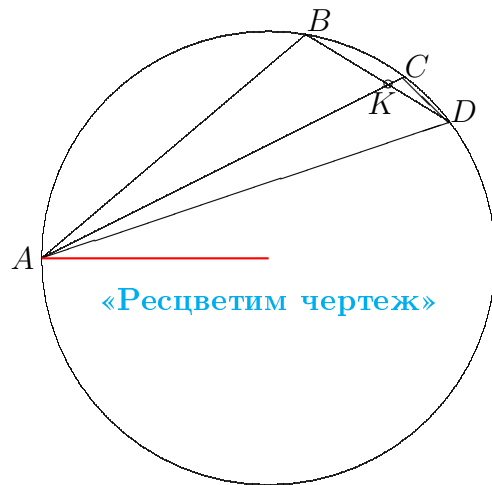
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.



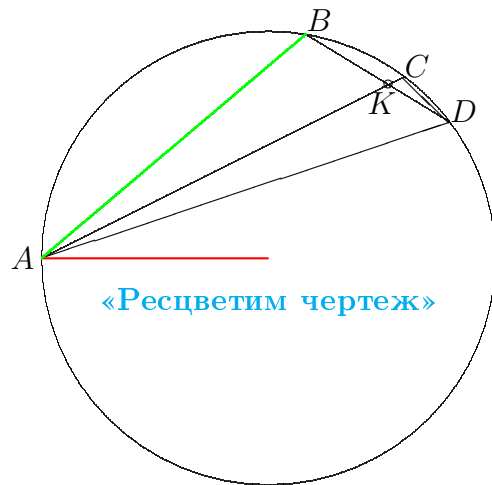
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.



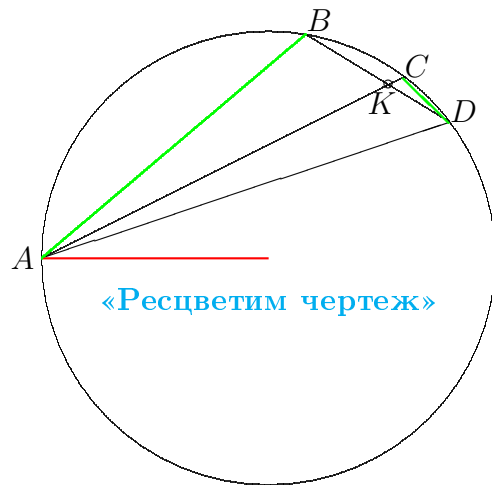
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

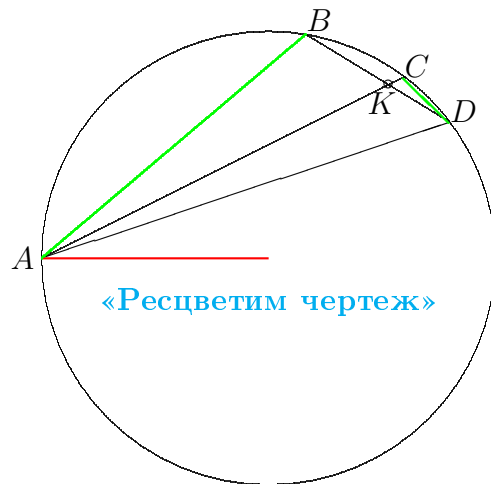


Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.



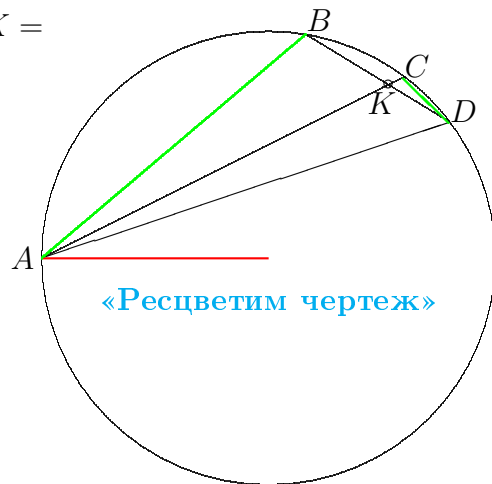
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\angle DKC = 60^\circ =$$



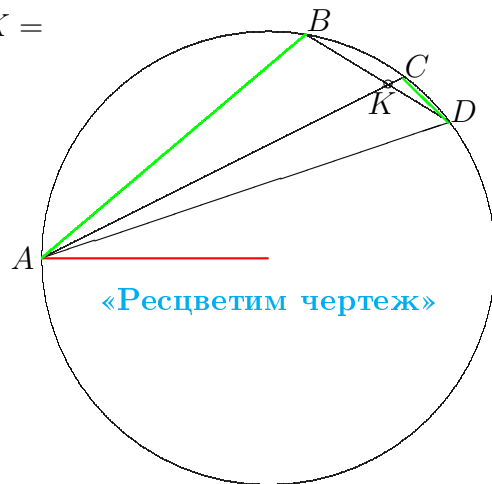
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\angle DKC = 60^\circ = \pi - \angle ACD - \angle CDK =$$



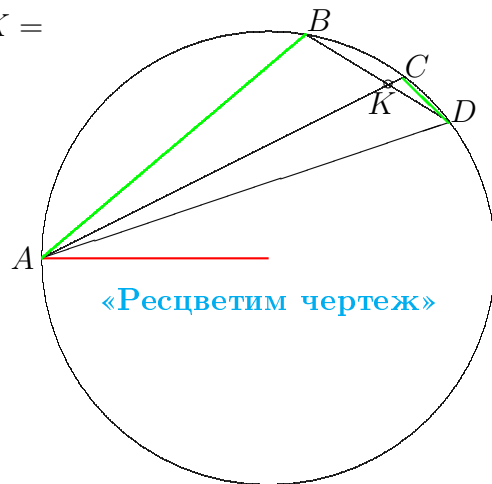
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\begin{aligned}\angle DKC &= 60^\circ = \pi - \angle ACD - \angle CDK = \\ &= \pi - \angle ACD - \angle CDB =\end{aligned}$$



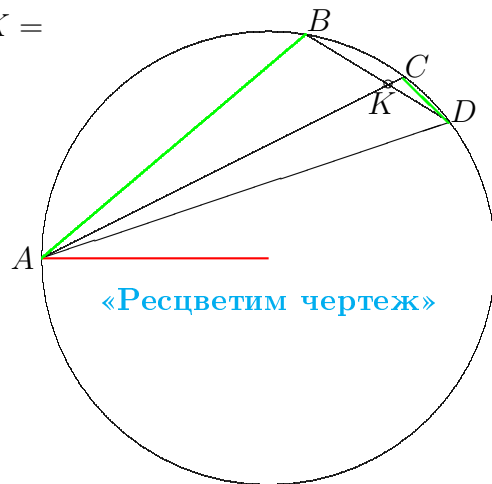
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\begin{aligned}\angle DKC &= 60^\circ = \pi - \angle ACD - \angle CDK = \\ &= \pi - \angle ACD - \angle CDB = \pi - \angle ABD - \angle CAB =\end{aligned}$$



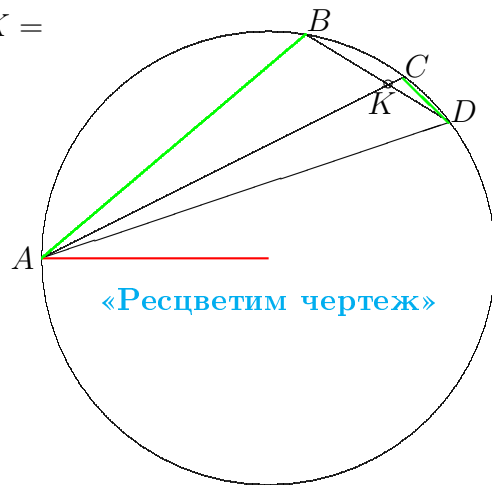
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\begin{aligned}\angle DKC &= 60^\circ = \pi - \angle ACD - \angle CDK = \\ &= \pi - \angle ACD - \angle CDB = \pi - \angle ABD - \angle CAB = \\ &= \angle BAD + \angle BDA - \angle CAB =\end{aligned}$$



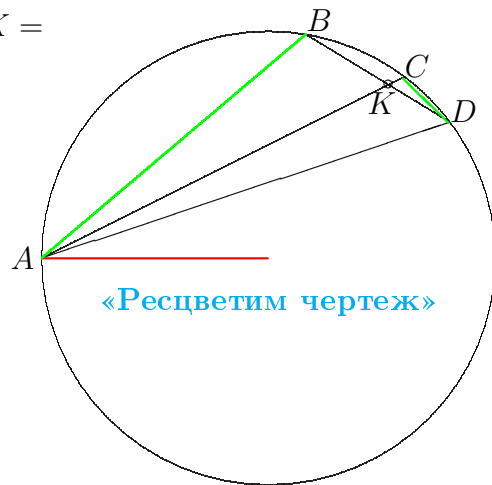
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\begin{aligned}\angle DKC &= 60^\circ = \pi - \angle ACD - \angle CDK = \\ &= \pi - \angle ACD - \angle CDB = \pi - \angle ABD - \angle CAB = \\ &= \angle BAD + \angle BDA - \angle CAB = \angle BDA + \angle CAD.\end{aligned}$$



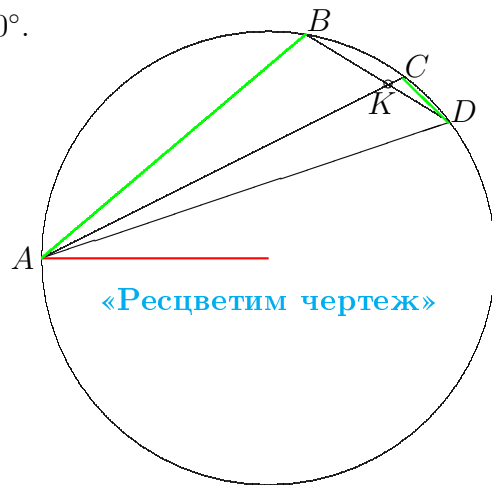
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) &= \angle DKC = 60^\circ = \pi - \angle ACD - \angle CDK = \\ &= \pi - \angle ACD - \angle CDB = \pi - \angle ABD - \angle CAB = \\ &= \angle BAD + \angle BDA - \angle CAB = \angle BDA + \angle CAD. \end{aligned}$$



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

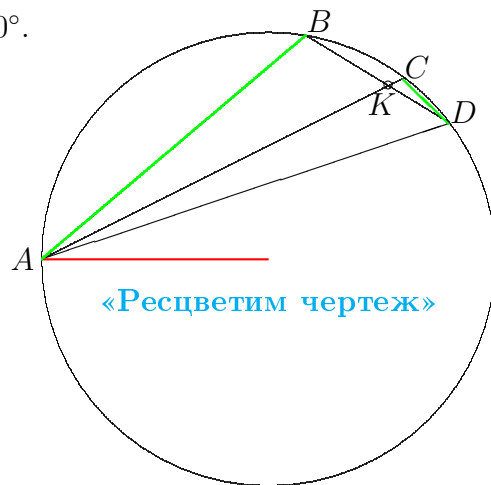
$$\frac{1}{2}(\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

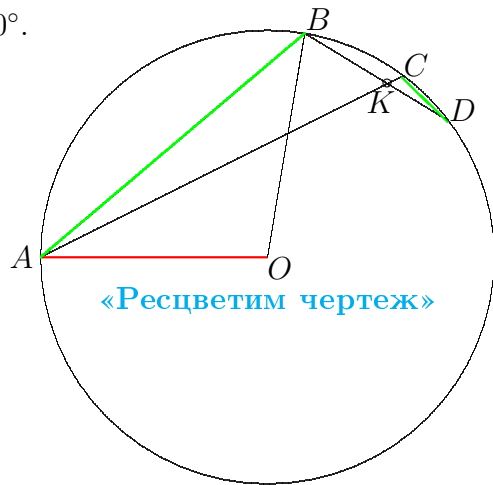
$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

«Переместим» хорду CD так, чтобы включить «**зеленые отрезки**» в треугольник.



$$\frac{1}{2}(\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \sphericalangle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

«Переместим» хорду CD так, чтобы включить «**зеленые отрезки**» в треугольник.

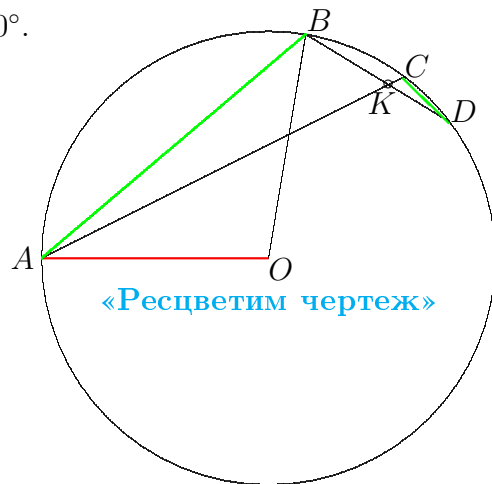


Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

«Переместим» хорду CD так, чтобы включить «**зеленые отрезки**» в треугольник.

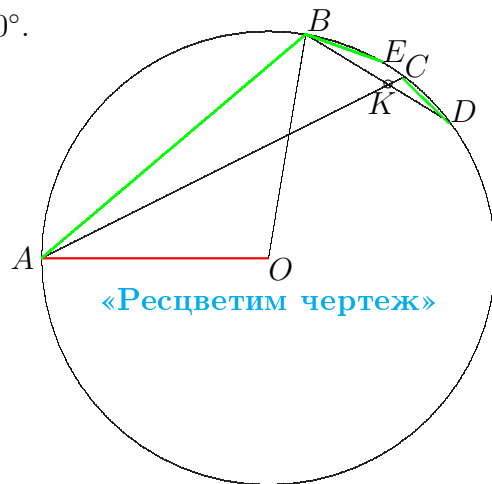


Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

«Переместим» хорду CD так, чтобы включить «**зеленые отрезки**» в треугольник.

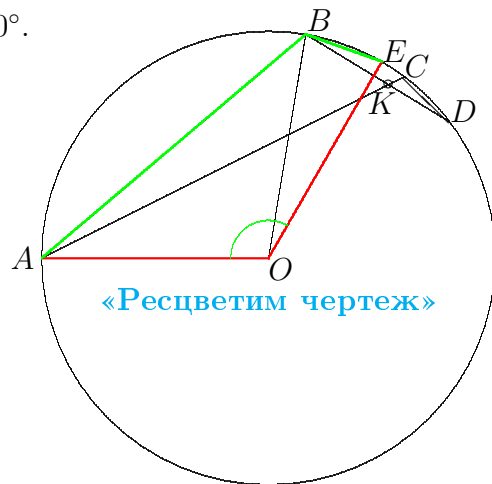


Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

«Переместим» хорду CD так, чтобы включить «**зеленые отрезки**» в треугольник.



$$\frac{1}{2}(\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \sphericalangle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

«Переместим» хорду CD так, чтобы включить «**зеленые отрезки**» в треугольник.

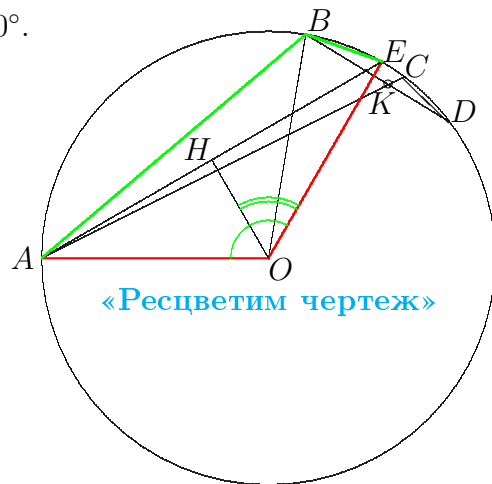


Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

«Переместим» хорду CD так, чтобы включить «**зеленые отрезки**» в треугольник.



$$\frac{1}{2}(\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \sphericalangle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

Радиус R нетрудно найти из $\triangle AOH$:



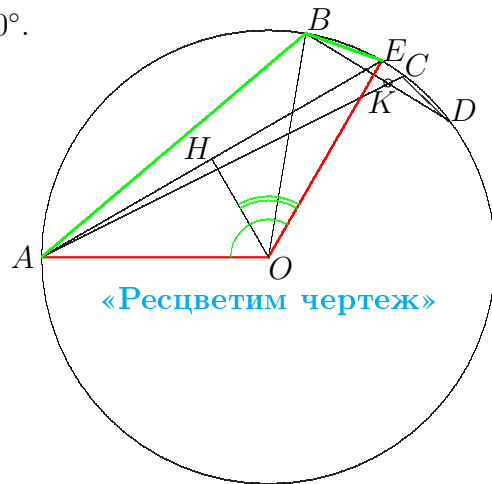
Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

Радиус R нетрудно найти из $\triangle AOH$:

$$R = \frac{AE/2}{\sin(\angle AOE/2)}$$



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

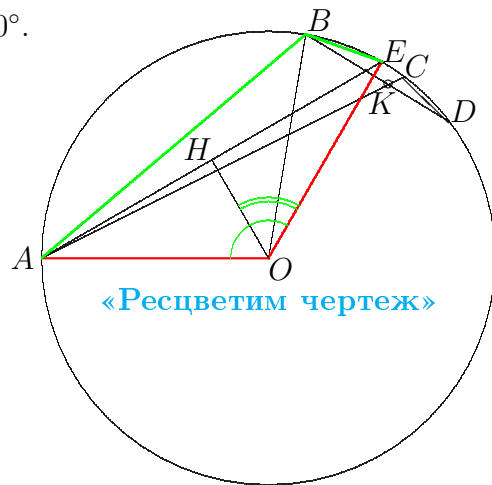
$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

Радиус R нетрудно найти из $\triangle AOH$:

$$R = \frac{AE/2}{\sin(\angle AOE/2)}$$

Применим для нахождения AE **теорему косинусов** к $\triangle ABE$.



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

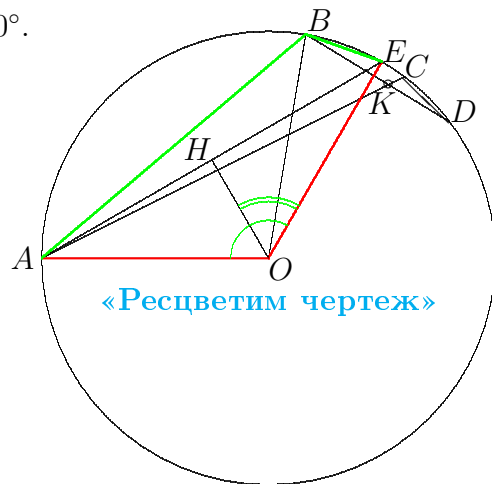
Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

Радиус R нетрудно найти из $\triangle AOH$:

$$R = \frac{AE/2}{\sin(\angle AOE/2)}$$

Применим для нахождения AE **теорему косинусов** к $\triangle ABE$.

$$\angle AOE =$$



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

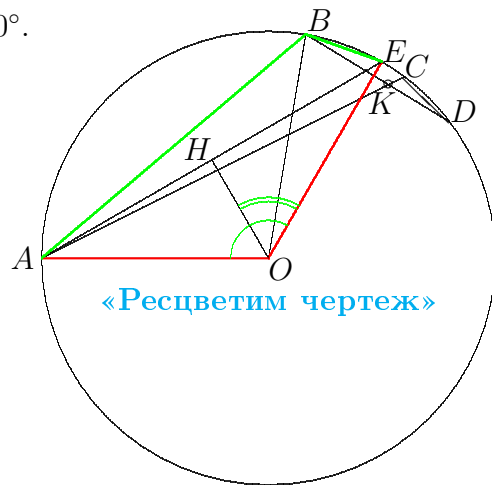
Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

Радиус R нетрудно найти из $\triangle AOH$:

$$R = \frac{AE/2}{\sin(\angle AOE/2)}$$

Применим для нахождения AE **теорему косинусов** к $\triangle ABE$.

$$\angle AOE = \angle AOB + \angle BOE =$$



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

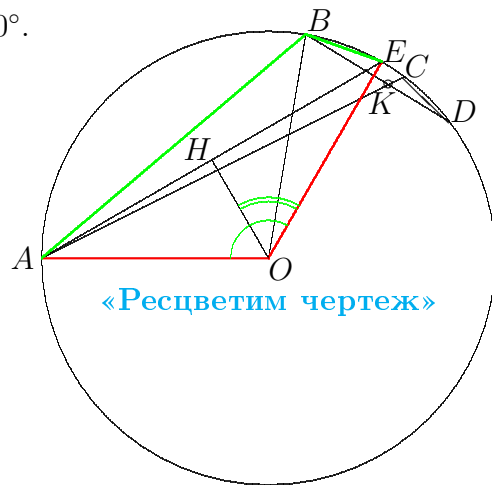
Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

Радиус R нетрудно найти из $\triangle AOH$:

$$R = \frac{AE/2}{\sin(\angle AOE/2)}$$

Применим для нахождения AE **теорему косинусов** к $\triangle ABE$.

$$\angle AOE = \angle AOB + \angle BOE = \angle AOB + \angle COD.$$



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

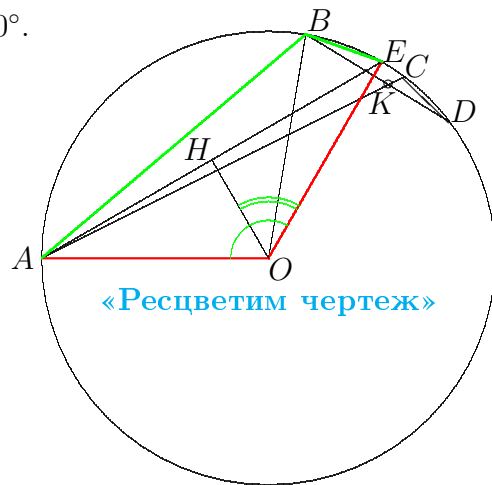
Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

Радиус R нетрудно найти из $\triangle AOH$:

$$R = \frac{AE/2}{\sin(\angle AOE/2)}$$

Применим для нахождения AE **теорему косинусов** к $\triangle ABE$.

$$120^\circ = \angle AOE = \angle AOB + \angle BOE = \angle AOB + \angle COD.$$



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

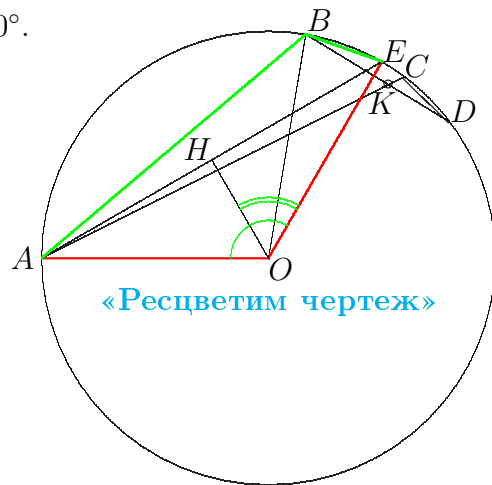
Радиус R нетрудно найти из $\triangle AOH$:

$$R = \frac{AE/2}{\sin(\angle AOE/2)}$$

Применим для нахождения AE **теорему косинусов** к $\triangle ABE$.

$$120^\circ = \angle AOE = \angle AOB + \angle BOE = \angle AOB + \angle COD.$$

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2 AB \cdot BE \cos 120^\circ,$$



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

Радиус R нетрудно найти из $\triangle AOH$:

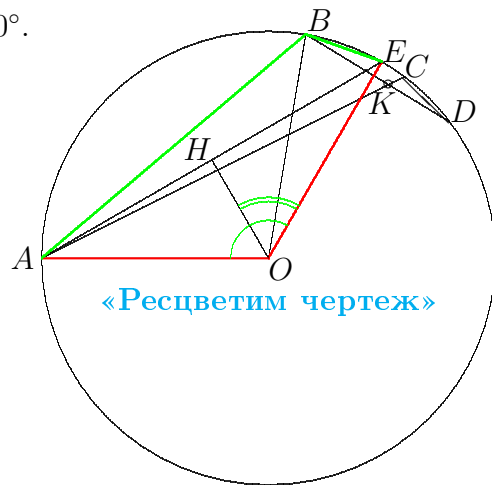
$$R = \frac{AE/2}{\sin(\angle AOE/2)}$$

Применим для нахождения AE **теорему косинусов** к $\triangle ABE$.

$$120^\circ = \angle AOE = \angle AOB + \angle BOE = \angle AOB + \angle COD.$$

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2 AB \cdot BE \cos 120^\circ,$$

$$AE^2 = 11^2 + 2^2 - 2 \cdot 11 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right),$$



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

Радиус R нетрудно найти из $\triangle AOH$:

$$R = \frac{AE/2}{\sin(\angle AOE/2)}$$

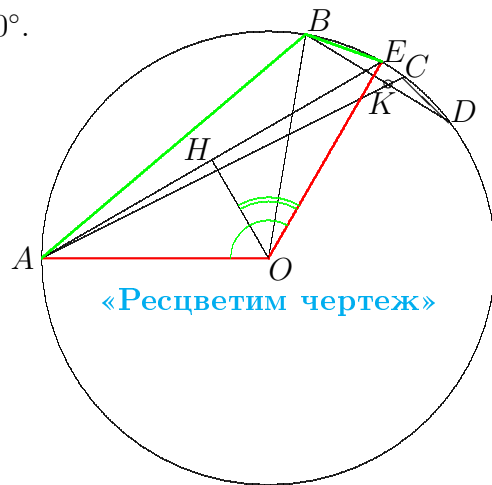
Применим для нахождения AE **теорему косинусов** к $\triangle ABE$.

$$120^\circ = \angle AOE = \angle AOB + \angle BOE = \angle AOB + \angle COD.$$

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2 AB \cdot BE \cos 120^\circ,$$

$$AE^2 = 11^2 + 2^2 - 2 \cdot 11 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right),$$

$$AE^2 = 121 + 4 + 22,$$



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

Радиус R нетрудно найти из $\triangle AOH$:

$$R = \frac{AE/2}{\sin(\angle AOE/2)}$$

Применим для нахождения AE **теорему косинусов** к $\triangle ABE$.

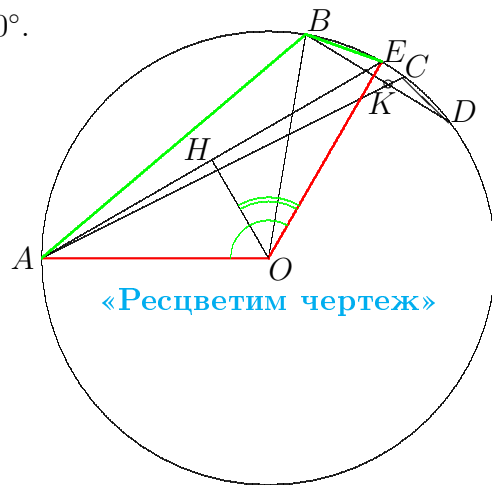
$$120^\circ = \angle AOE = \angle AOB + \angle BOE = \angle AOB + \angle COD.$$

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2 AB \cdot BE \cos 120^\circ,$$

$$AE^2 = 11^2 + 2^2 - 2 \cdot 11 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right),$$

$$AE^2 = 121 + 4 + 22,$$

$$AE^2 = 147.$$



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

Радиус R нетрудно найти из $\triangle AOH$:

$$R = \frac{AE/2}{\sin(\angle AOE/2)} = \sqrt{147} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Применим для нахождения AE **теорему косинусов** к $\triangle ABE$.

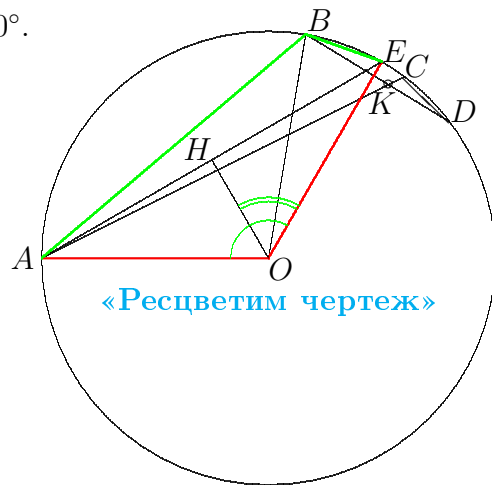
$$120^\circ = \angle AOE = \angle AOB + \angle BOE = \angle AOB + \angle COD.$$

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2 AB \cdot BE \cos 120^\circ,$$

$$AE^2 = 11^2 + 2^2 - 2 \cdot 11 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right),$$

$$AE^2 = 121 + 4 + 22,$$

$$AE^2 = 147.$$



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

Радиус R нетрудно найти из $\triangle AOH$:

$$R = \frac{AE/2}{\sin(\angle AOE/2)} = \sqrt{147} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow R = 7.$$

Применим для нахождения AE **теорему косинусов** к $\triangle ABE$.

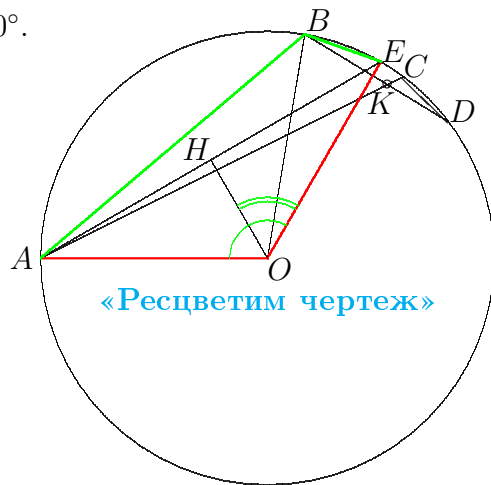
$$120^\circ = \angle AOE = \angle AOB + \angle BOE = \angle AOB + \angle COD.$$

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2 AB \cdot BE \cos 120^\circ,$$

$$AE^2 = 11^2 + 2^2 - 2 \cdot 11 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right),$$

$$AE^2 = 121 + 4 + 22,$$

$$AE^2 = 147.$$



Задача 26. На окружности выбраны последовательно расположенные точки A, B, C, D таким образом, что $AB = 11$, $CD = 2$, и хорды AC и BD пересекаются под углом 60° . Найдите радиус окружности.

$$\frac{1}{2} (\sphericalangle AB + \sphericalangle CD) = \angle DKC = 60^\circ, \quad \sphericalangle AB + \sphericalangle CD = 120^\circ.$$

Выберем E так, чтобы $\sphericalangle CD = \sphericalangle BE$.

Радиус R нетрудно найти из $\triangle AOH$:

$$R = \frac{AE/2}{\sin(\angle AOE/2)} = \sqrt{147} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow R = 7.$$

Применим для нахождения AE **теорему косинусов** к $\triangle ABE$.

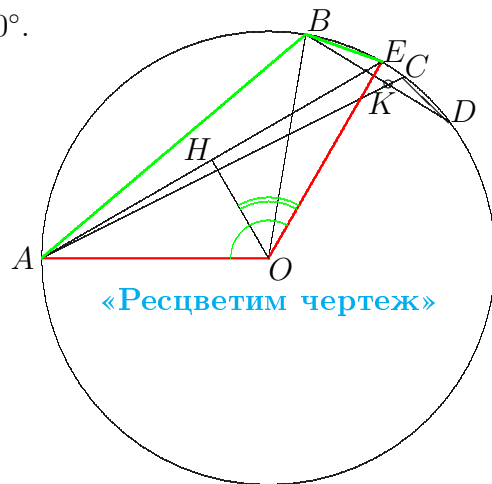
$$120^\circ = \angle AOE = \angle AOB + \angle BOE = \angle AOB + \angle COD.$$

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2 AB \cdot BE \cos 120^\circ,$$

$$AE^2 = 11^2 + 2^2 - 2 \cdot 11 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right),$$

$$AE^2 = 121 + 4 + 22,$$

$$AE^2 = 147.$$



Решение задачи 27.

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ.

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .
Возьмем за единицу длины длину гипотенузы.

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α . Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке).

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической прогрессии имеем $\cos \alpha - \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$.

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической прогрессии имеем $\cos \alpha - \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$.

Поэтому {

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической прогрессии имеем $\cos \alpha - \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$.

Поэтому
$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \cos \alpha - 1 = \sin \alpha, \end{array} \right.$$

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической прогрессии имеем $\cos \alpha - \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$.

Поэтому
$$\begin{cases} 2 \cos \alpha - 1 = \sin \alpha, \\ < \alpha < \end{cases}$$

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической прогрессии имеем $\cos \alpha - \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$.

Поэтому
$$\begin{cases} 2 \cos \alpha - 1 = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \end{cases}$$

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической прогрессии имеем $\cos \alpha - \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$.

Поэтому $\begin{cases} 2 \cos \alpha - 1 = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ При возведении в квадрат обеих частей последнего равенства

получим, учитывая положительность $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$, равносильную систему уравнений и неравенств

$$\left\{ \right.$$

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической прогрессии имеем $\cos \alpha - \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$.

Поэтому $\begin{cases} 2 \cos \alpha - 1 = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ При возведении в квадрат обеих частей последнего равенства

получим, учитывая положительность $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$, равносильную систему уравнений и неравенств

$$\begin{cases} 4 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 1 = 1 - \cos^2 \alpha, \\ \end{cases}$$

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической прогрессии имеем $\cos \alpha - \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$.

Поэтому $\begin{cases} 2 \cos \alpha - 1 = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ При возведении в квадрат обеих частей последнего равенства

получим, учитывая положительность $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$, равносильную систему уравнений и неравенств

$$\begin{cases} 4 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 1 = 1 - \cos^2 \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической прогрессии имеем $\cos \alpha - \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$.

Поэтому $\begin{cases} 2 \cos \alpha - 1 = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ При возведении в квадрат обеих частей последнего равенства

получим, учитывая положительность $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$, равносильную систему уравнений и неравенств

$$\begin{cases} 4 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 1 = 1 - \cos^2 \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}$$

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической прогрессии имеем $\cos \alpha - \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$.

Поэтому $\begin{cases} 2 \cos \alpha - 1 = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ При возведении в квадрат обеих частей последнего равенства

получим, учитывая положительность $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$, равносильную систему уравнений и неравенств

$$\begin{cases} 4 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 1 = 1 - \cos^2 \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha \cdot (5 \cos \alpha - 4) = 0, \end{cases}$$

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической прогрессии имеем $\cos \alpha - \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$.

Поэтому $\begin{cases} 2 \cos \alpha - 1 = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ При возведении в квадрат обеих частей последнего равенства

получим, учитывая положительность $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$, равносильную систему уравнений и неравенств

$$\begin{cases} 4 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 1 = 1 - \cos^2 \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha \cdot (5 \cos \alpha - 4) = 0, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической прогрессии имеем $\cos \alpha - \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$.

Поэтому $\begin{cases} 2 \cos \alpha - 1 = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ При возведении в квадрат обеих частей последнего равенства

получим, учитывая положительность $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$, равносильную систему уравнений и неравенств

$$\begin{cases} 4 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 1 = 1 - \cos^2 \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha \cdot (5 \cos \alpha - 4) = 0, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Таким образом, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

Задача 27. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют арифметическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической прогрессии имеем $\cos \alpha - \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$.

Поэтому $\begin{cases} 2 \cos \alpha - 1 = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \end{cases}$ При возведении в квадрат обеих частей последнего равенства

получим, учитывая положительность $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$, равносильную систему уравнений и неравенств

$$\begin{cases} 4 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 1 = 1 - \cos^2 \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha \cdot (5 \cos \alpha - 4) = 0, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Таким образом, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

Ответ. Искомые острые углы равны $\arccos \frac{4}{5}$ и $\arcsin \frac{4}{5}$.

Решение задачи 28.

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ.

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?*

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.
В каком виде представим ответ?

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах).

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами?

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). *Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами?* Скорость увеличения длины катета AC равна

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. Что надо найти? Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами? Скорость увеличения длины катета AC равна ————— = м/час.

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). *Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами?* Скорость увеличения длины катета AC равна $\frac{16 - 5}{23 - 12} =$ м/час.

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). *Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами?* Скорость увеличения длины катета AC равна $\frac{16 - 5}{23 - 12} = 1$ м/час.

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами? Скорость увели-

чения длины катета AC равна $\frac{16 - 5}{23 - 12} = 1$ м/час. Поэтому длина катета AC в момент времени t равна $AC(t) =$

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами? Скорость увели-

чения длины катета AC равна $\frac{16 - 5}{23 - 12} = 1$ м/час. Поэтому длина катета AC в момент времени t равна $AC(t) = 1 \cdot (t - 7) = t - 7$ м.

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). *Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами?* Скорость увели-

чения длины катета AC равна $\frac{16 - 5}{23 - 12} = 1$ м/час. Поэтому длина катета AC в момент времени t равна $AC(t) = 1 \cdot (t - 7) = t - 7$ м. Двумя способами выразим площадь $\triangle ABC$:

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами? Скорость увели-

чения длины катета AC равна $\frac{16 - 5}{23 - 12} = 1$ м/час. Поэтому длина катета AC в момент времени t равна $AC(t) = 1 \cdot (t - 7) = t - 7$ м. Двумя способами выразим площадь $\triangle ABC$:

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (t - 7) =$$

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами? Скорость увели-

чения длины катета AC равна $\frac{16 - 5}{23 - 12} = 1$ м/час. Поэтому длина катета AC в момент времени t равна $AC(t) = 1 \cdot (t - 7) = t - 7$ м. Двумя способами выразим площадь $\triangle ABC$:

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (t - 7) = \frac{12 + (t - 7) + \sqrt{12^2 + (t - 7)^2}}{2} \cdot 3.$$

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами? Скорость увели-

чения длины катета AC равна $\frac{16 - 5}{23 - 12} = 1$ м/час. Поэтому длина катета AC в момент времени t равна $AC(t) = 1 \cdot (t - 7) = t - 7$ м. Двумя способами выразим площадь $\triangle ABC$:

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (t - 7) = \frac{12 + (t - 7) + \sqrt{12^2 + (t - 7)^2}}{2} \cdot 3.$$

Получаем

$$3t - 33 =$$

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. Что надо найти? Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами? Скорость увели-

чения длины катета AC равна $\frac{16-5}{23-12} = 1$ м/час. Поэтому длина катета AC в момент времени t равна $AC(t) = 1 \cdot (t - 7) = t - 7$ м. Двумя способами выразим площадь $\triangle ABC$:

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (t - 7) = \frac{12 + (t - 7) + \sqrt{12^2 + (t - 7)^2}}{2} \cdot 3.$$

Получаем

$$3t - 33 = \sqrt{193 - 14t + t^2} \Rightarrow$$

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). *Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами?* Скорость увели-

чения длины катета AC равна $\frac{16 - 5}{23 - 12} = 1$ м/час. Поэтому длина катета AC в момент времени t равна $AC(t) = 1 \cdot (t - 7) = t - 7$ м. Двумя способами выразим площадь $\triangle ABC$:

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (t - 7) = \frac{12 + (t - 7) + \sqrt{12^2 + (t - 7)^2}}{2} \cdot 3.$$

Получаем

$$3t - 33 = \sqrt{193 - 14t + t^2} \Rightarrow 9t^2 - 198t + 1089 =$$

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. Что надо найти? Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами? Скорость увели-

чения длины катета AC равна $\frac{16 - 5}{23 - 12} = 1$ м/час. Поэтому длина катета AC в момент времени t равна $AC(t) = 1 \cdot (t - 7) = t - 7$ м. Двумя способами выразим площадь $\triangle ABC$:

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (t - 7) = \frac{12 + (t - 7) + \sqrt{12^2 + (t - 7)^2}}{2} \cdot 3.$$

Получаем

$$3t - 33 = \sqrt{193 - 14t + t^2} \Rightarrow 9t^2 - 198t + 1089 = 193 - 14t + t^2 \Rightarrow$$

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами? Скорость увели-

чения длины катета AC равна $\frac{16 - 5}{23 - 12} = 1$ м/час. Поэтому длина катета AC в момент времени t равна $AC(t) = 1 \cdot (t - 7) = t - 7$ м. Двумя способами выразим площадь $\triangle ABC$:

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (t - 7) = \frac{12 + (t - 7) + \sqrt{12^2 + (t - 7)^2}}{2} \cdot 3.$$

Получаем

$$\begin{aligned} 3t - 33 &= \sqrt{193 - 14t + t^2} \Rightarrow 9t^2 - 198t + 1089 = 193 - 14t + t^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 8t^2 - 184t + 896 = 0 \end{aligned}$$

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. Что надо найти? Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами? Скорость увели-

чения длины катета AC равна $\frac{16 - 5}{23 - 12} = 1$ м/час. Поэтому длина катета AC в момент времени t равна $AC(t) = 1 \cdot (t - 7) = t - 7$ м. Двумя способами выразим площадь $\triangle ABC$:

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (t - 7) = \frac{12 + (t - 7) + \sqrt{12^2 + (t - 7)^2}}{2} \cdot 3.$$

Получаем

$$\begin{aligned} 3t - 33 &= \sqrt{193 - 14t + t^2} \Rightarrow 9t^2 - 198t + 1089 = 193 - 14t + t^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 8t^2 - 184t + 896 = 0 \Rightarrow t^2 - 23t + 112 = 0 \end{aligned}$$

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. *Что надо найти?* Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами? Скорость увели-

чения длины катета AC равна $\frac{16 - 5}{23 - 12} = 1$ м/час. Поэтому длина катета AC в момент времени t равна $AC(t) = 1 \cdot (t - 7) = t - 7$ м. Двумя способами выразим площадь $\triangle ABC$:

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (t - 7) = \frac{12 + (t - 7) + \sqrt{12^2 + (t - 7)^2}}{2} \cdot 3.$$

Получаем

$$\begin{aligned} 3t - 33 &= \sqrt{193 - 14t + t^2} \Rightarrow 9t^2 - 198t + 1089 = 193 - 14t + t^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 8t^2 - 184t + 896 = 0 \Rightarrow t^2 - 23t + 112 = 0 \Rightarrow t \in \{7, 16\}. \end{aligned}$$

Задача 28. В $\triangle ABC$ угол BAC — прямой, катет AB равен 12 м и длина катета AC равномерно увеличивается. В 12 часов пополудни длина AC была равна 5 м, а в 23 часа она стала равной 16 м. Когда радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$, был равен 3 м?

Ответ. Что надо найти? Время.

В каком виде представим ответ? Укажем, в котором часу был нужный радиус.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Пусть t — искомый момент времени (в часах). Составим уравнение. Какую величину выразить разными способами? Скорость увели-

чения длины катета AC равна $\frac{16-5}{23-12} = 1$ м/час. Поэтому длина катета AC в момент времени t равна $AC(t) = 1 \cdot (t - 7) = t - 7$ м. Двумя способами выразим площадь $\triangle ABC$:

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (t - 7) = \frac{12 + (t - 7) + \sqrt{12^2 + (t - 7)^2}}{2} \cdot 3.$$

Получаем

$$\begin{aligned} 3t - 33 &= \sqrt{193 - 14t + t^2} \Rightarrow 9t^2 - 198t + 1089 = 193 - 14t + t^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 8t^2 - 184t + 896 = 0 \Rightarrow t^2 - 23t + 112 = 0 \Rightarrow t \in \{7, 16\}. \end{aligned}$$

Ответ: Радиус вписанной окружности был равен 3 метра в 16 часов дня (7 часов — «посторонний» корень, при этом длина катета была равна 0).

Решение задачи 29.

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ.

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых,

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых,

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника.

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника. Для этого применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника. Для этого применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника. Для этого применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него.

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника. Для этого применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него.

В каком виде представим ответ?

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника. Для этого применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него.

В каком виде представим ответ? Числом (искмое отношение есть число безразмерное).

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника. Для этого применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него.

В каком виде представим ответ? Числом (искмое отношение есть число безразмерное).

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника. Для этого применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него.

В каком виде представим ответ? Числом (искемое отношение есть число безразмерное).

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. За единицу длины возьмем, например, длину стороны шестиугольника.

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника. Для этого применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него.

В каком виде представим ответ? Числом (искмое отношение есть число безразмерное).

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. За единицу длины возьмем, например, длину стороны шестиугольника. Пусть p — искомое отношение, S_1 — площадь круга, вписанного в этот шестиугольник, S_2 — площадь круга, описанного около него, R — радиус описанной окружности, r — радиус вписанной окружности.

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника. Для этого применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него.

В каком виде представим ответ? Числом (искомое отношение есть число безразмерное).

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. За единицу длины возьмем, например, длину стороны шестиугольника. Пусть p — искомое отношение, S_1 — площадь круга, вписанного в этот шестиугольник, S_2 — площадь круга, описанного около него, R — радиус описанной окружности, r — радиус вписанной окружности.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника. Для этого применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него.

В каком виде представим ответ? Числом (искомое отношение есть число безразмерное).

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. За единицу длины возьмем, например, длину стороны шестиугольника. Пусть p — искомое отношение, S_1 — площадь круга, вписанного в этот шестиугольник, S_2 — площадь круга, описанного около него, R — радиус описанной окружности, r — радиус вписанной окружности.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами? В соответствии с **рекомендациями**, проведем радиусы в вершины шестиугольника; ими шестиугольник разбивается на шесть равных равносторонних треугольников со сторонами, равными радиусу, то есть 1.

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника. Для этого применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него.

В каком виде представим ответ? Числом (искоемoe отношение есть число безразмерное).

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. За единицу длины возьмем, например, длину стороны шестиугольника. Пусть p — искомое отношение, S_1 — площадь круга, вписанного в этот шестиугольник, S_2 — площадь круга, описанного около него, R — радиус описанной окружности, r — радиус вписанной окружности.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами? В соответствии с **рекомендациями**, проведем радиусы в вершины шестиугольника; ими шестиугольник разбивается на шесть равных равносторонних треугольников со сторонами, равными радиусу, то есть 1. В частности, $R = 1$.

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника. Для этого применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него.

В каком виде представим ответ? Числом (искоее отношение есть число безразмерное).

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. За единицу длины возьмем, например, длину стороны шестиугольника. Пусть p — искомое отношение, S_1 — площадь круга, вписанного в этот шестиугольник, S_2 — площадь круга, описанного около него, R — радиус описанной окружности, r — радиус вписанной окружности.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами? В соответствии с **рекомендациями**, проведем радиусы в вершины шестиугольника; ими шестиугольник разбивается на шесть равных равносторонних треугольников со сторонами, равными радиусу, то есть 1. В частности, $R = 1$. Поэтому $S_2 =$.

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника. Для этого применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него.

В каком виде представим ответ? Числом (искоее отношение есть число безразмерное).

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. За единицу длины возьмем, например, длину стороны шестиугольника. Пусть p — искомое отношение, S_1 — площадь круга, вписанного в этот шестиугольник, S_2 — площадь круга, описанного около него, R — радиус описанной окружности, r — радиус вписанной окружности.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами? В соответствии с **рекомендациями**, проведем радиусы в вершины шестиугольника; ими шестиугольник разбивается на шесть равных равносторонних треугольников со сторонами, равными радиусу, то есть 1. В частности, $R = 1$. Поэтому $S_2 = \pi \cdot 1^2 = \pi$.

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Ясно, что надо найти, во-первых, отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него, и, во-вторых, отношение длины окружности, вписанной в правильный шестиугольник, к длине окружности, описанной около этого шестиугольника. Для этого применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Отношение площади круга, вписанного в правильный шестиугольник, к площади круга, описанного около него.

В каком виде представим ответ? Числом (искомое отношение есть число безразмерное).

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. За единицу длины возьмем, например, длину стороны шестиугольника. Пусть p — искомое отношение, S_1 — площадь круга, вписанного в этот шестиугольник, S_2 — площадь круга, описанного около него, R — радиус описанной окружности, r — радиус вписанной окружности.

Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами? В соответствии с **рекомендациями**, проведем радиусы в вершины шестиугольника; ими шестиугольник разбивается на шесть равных равносторонних треугольников со сторонами, равными радиусу, то есть 1. В частности, $R = 1$. Поэтому $S_2 = \pi \cdot 1^2 = \pi$. Проводя **рекомендуемые** радиусы в точки касания вписанной окружности со сторонами шестиугольника, получаем, что радиусы вписанной окружности являются высотами рассмотренных выше треугольников, поэтому

$$r = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p =$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} =$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \text{_____}$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} =$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi \left(\sqrt{3}/2\right)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q =$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q = \text{—————}$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q = \frac{2\pi\sqrt{3}/2}{2\pi \cdot 1} =$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q = \frac{2\pi\sqrt{3}/2}{2\pi \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q = \frac{2\pi\sqrt{3}/2}{2\pi \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Последовательность площадей кругов образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем p и первым членом πa^2 , поэтому сумма площадей всех кругов равна

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q = \frac{2\pi\sqrt{3}/2}{2\pi \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Последовательность площадей кругов образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем p и первым членом πa^2 , поэтому сумма площадей всех кругов равна

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q = \frac{2\pi\sqrt{3}/2}{2\pi \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Последовательность площадей кругов образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем p и первым членом πa^2 , поэтому сумма площадей всех кругов равна

$$\frac{\pi a^2}{1 - p} =$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q = \frac{2\pi\sqrt{3}/2}{2\pi \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Последовательность площадей кругов образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем p и первым членом πa^2 , поэтому сумма площадей всех кругов равна

$$\frac{\pi a^2}{1 - p} = 4\pi a^2.$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q = \frac{2\pi\sqrt{3}/2}{2\pi \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Последовательность площадей кругов образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем p и первым членом πa^2 , поэтому сумма площадей всех кругов равна

$$\frac{\pi a^2}{1 - p} = 4\pi a^2.$$

Последовательность длин окружностей образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем q и первым членом $2\pi a$, поэтому сумма длин всех окружностей равна

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q = \frac{2\pi\sqrt{3}/2}{2\pi \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Последовательность площадей кругов образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем p и первым членом πa^2 , поэтому сумма площадей всех кругов равна

$$\frac{\pi a^2}{1 - p} = 4\pi a^2.$$

Последовательность длин окружностей образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем q и первым членом $2\pi a$, поэтому сумма длин всех окружностей равна

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q = \frac{2\pi\sqrt{3}/2}{2\pi \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Последовательность площадей кругов образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем p и первым членом πa^2 , поэтому сумма площадей всех кругов равна

$$\frac{\pi a^2}{1 - p} = 4\pi a^2.$$

Последовательность длин окружностей образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем q и первым членом $2\pi a$, поэтому сумма длин всех окружностей равна

$$\frac{2\pi a}{1 - q} =$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q = \frac{2\pi\sqrt{3}/2}{2\pi \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Последовательность площадей кругов образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем p и первым членом πa^2 , поэтому сумма площадей всех кругов равна

$$\frac{\pi a^2}{1 - p} = 4\pi a^2.$$

Последовательность длин окружностей образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем q и первым членом $2\pi a$, поэтому сумма длин всех окружностей равна

$$\frac{2\pi a}{1 - q} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q = \frac{2\pi\sqrt{3}/2}{2\pi \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Последовательность площадей кругов образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем p и первым членом πa^2 , поэтому сумма площадей всех кругов равна

$$\frac{\pi a^2}{1 - p} = 4\pi a^2.$$

Последовательность длин окружностей образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем q и первым членом $2\pi a$, поэтому сумма длин всех окружностей равна

$$\frac{2\pi a}{1 - q} = \frac{4\pi a}{2 - \sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q = \frac{2\pi\sqrt{3}/2}{2\pi \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Последовательность площадей кругов образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем p и первым членом πa^2 , поэтому сумма площадей всех кругов равна

$$\frac{\pi a^2}{1 - p} = 4\pi a^2.$$

Последовательность длин окружностей образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем q и первым членом $2\pi a$, поэтому сумма длин всех окружностей равна

$$\frac{2\pi a}{1 - q} = \frac{4\pi a}{2 - \sqrt{3}} = \frac{4\pi a (2 + \sqrt{3})}{2^2 - (\sqrt{3})^2} =$$

Задача 29. В правильный шестиугольник со стороной a вписан круг, в этот круг вписан правильный шестиугольник, в который вновь вписан круг, и т.д. Найдите суммы длин всех окружностей и площадей всех кругов.

Ответ. Значит, искомое отношение площадей равно

$$p = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi (\sqrt{3}/2)^2}{\pi \cdot 1^2} = \frac{3}{4}.$$

Аналогично получаем, что отношение q длины вписанной окружности к длине описанной окружности равно

$$q = \frac{2\pi\sqrt{3}/2}{2\pi \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Последовательность площадей кругов образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем p и первым членом πa^2 , поэтому сумма площадей всех кругов равна

$$\frac{\pi a^2}{1 - p} = 4\pi a^2.$$

Последовательность длин окружностей образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем q и первым членом $2\pi a$, поэтому сумма длин всех окружностей равна

$$\frac{2\pi a}{1 - q} = \frac{4\pi a}{2 - \sqrt{3}} = \frac{4\pi a (2 + \sqrt{3})}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = 4\pi a (2 + \sqrt{3}).$$

Решение задачи 30.

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ.

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .
Возьмем за единицу длины длину гипотенузы.

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α . Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке).

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической

прогрессии имеем $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$.

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической

прогрессии имеем $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$.

Поэтому $\left\{ \right.$

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической

прогрессии имеем $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$.

Поэтому $\left\{ \begin{array}{l} \cos^2 \alpha = \sin \alpha, \end{array} \right.$

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической

прогрессии имеем $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$.

Поэтому
$$\begin{cases} \cos^2 \alpha = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической

прогрессии имеем $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$.

Поэтому $\begin{cases} \cos^2 \alpha = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$ Следовательно,

$\left\{ \right.$

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической

прогрессии имеем $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$.

Поэтому $\begin{cases} \cos^2 \alpha = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$ Следовательно,

$$\begin{cases} \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0, \end{cases}$$

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической

прогрессии имеем $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$.

Поэтому $\begin{cases} \cos^2 \alpha = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$ Следовательно,

$$\begin{cases} \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической

прогрессии имеем $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$.

Поэтому $\begin{cases} \cos^2 \alpha = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$ Следовательно,

$$\begin{cases} \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}$$

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической

прогрессии имеем $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$.

Поэтому $\begin{cases} \cos^2 \alpha = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$ Следовательно,

$$\begin{cases} \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, \end{cases}$$

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической

прогрессии имеем $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$.

Поэтому $\begin{cases} \cos^2 \alpha = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$ Следовательно,

$$\begin{cases} \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Задача 30. Длины сторон прямоугольного треугольника образуют геометрическую прогрессию. Найдите острые углы этого треугольника.

Ответ. Пусть меньший из искомых углов равен α .

Возьмем за единицу длины длину гипотенузы. Можно считать, что прогрессия — возрастающая (иначе перенумеруем ее члены в обратном порядке). Тогда по определению арифметической

прогрессии имеем $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$.

Поэтому $\begin{cases} \cos^2 \alpha = \sin \alpha, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$ Следовательно,

$$\begin{cases} \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Ответ. Искомые острые углы равны $\arcsin \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ и $\arccos \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

Решение задачи 31.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. *Что надо найти?*

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. *Что надо найти?* Длины отрезков.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. *Что надо найти?* Длины отрезков.

В каком виде представим ответ?

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. *Что надо найти?* Длины отрезков.

В каком виде представим ответ? Числом единиц длины (конкретный вид единицы измерения не указан).

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. *Что надо найти?* Длины отрезков.

В каком виде представим ответ? Числом единиц длины (конкретный вид единицы измерения не указан). Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. *Что надо найти?* Длины отрезков.

В каком виде представим ответ? Числом единиц длины (конкретный вид единицы измерения не указан). *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Пусть a и b — длины катетов этого треугольника, c — длина его гипотенузы.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. *Что надо найти?* Длины отрезков.

В каком виде представим ответ? Числом единиц длины (конкретный вид единицы измерения не указан). *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Пусть a и b — длины катетов этого треугольника, c — длина его гипотенузы. *Составим систему уравнений. Какую величину вычислить разными способами?*

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. *Что надо найти?* Длины отрезков.

В каком виде представим ответ? Числом единиц длины (конкретный вид единицы измерения не указан). *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Пусть a и b — длины катетов этого треугольника, c — длина его гипотенузы. *Составим систему уравнений. Какую величину вычислить разными способами?* С помощью теоремы Пифагора вычисляется квадрат длины гипотенузы.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. *Что надо найти?* Длины отрезков.

В каком виде представим ответ? Числом единиц длины (конкретный вид единицы измерения не указан). *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Пусть a и b — длины катетов этого треугольника, c — длина его гипотенузы. *Составим систему уравнений. Какую величину вычислить разными способами?* С помощью теоремы Пифагора вычисляется квадрат длины гипотенузы. Для второго уравнения вычислим двумя способами площадь треугольника. Используем для этого формулы $S = pr$ и формулу «половина произведения катетов».

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. *Что надо найти?* Длины отрезков.

В каком виде представим ответ? Числом единиц длины (конкретный вид единицы измерения не указан). *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Пусть a и b — длины катетов этого треугольника, c — длина его гипотенузы. *Составим систему уравнений. Какую величину вычислить разными способами?* С помощью теоремы Пифагора вычисляется квадрат длины гипотенузы. Для второго уравнения вычислим двумя способами площадь треугольника.

Получаем систему отношений $\left\{ \right.$

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. *Что надо найти?* Длины отрезков.

В каком виде представим ответ? Числом единиц длины (конкретный вид единицы измерения не указан). *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Пусть a и b — длины катетов этого треугольника, c — длина его гипотенузы. *Составим систему уравнений. Какую величину вычислить разными способами?* С помощью теоремы Пифагора вычисляется квадрат длины гипотенузы. Для второго уравнения вычислим двумя способами площадь треугольника.

Получаем систему отношений
$$\left\{ \begin{array}{l} a^2 + b^2 = c^2, \end{array} \right.$$

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. *Что надо найти?* Длины отрезков.

В каком виде представим ответ? Числом единиц длины (конкретный вид единицы измерения не указан). *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Пусть a и b — длины катетов этого треугольника, c — длина его гипотенузы. *Составим систему уравнений. Какую величину вычислить разными способами?* С помощью теоремы Пифагора вычисляется квадрат длины гипотенузы. Для второго уравнения вычислим двумя способами площадь треугольника.

Получаем систему отношений
$$\begin{cases} a^2 + b^2 = c^2, \\ \frac{a + b + c}{2} \cdot 1 = \frac{ab}{2}, \end{cases}$$

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. *Что надо найти?* Длины отрезков.

В каком виде представим ответ? Числом единиц длины (конкретный вид единицы измерения не указан). *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Пусть a и b — длины катетов этого треугольника, c — длина его гипотенузы. *Составим систему уравнений. Какую величину вычислить разными способами?* С помощью теоремы Пифагора вычисляется квадрат длины гипотенузы. Для второго уравнения вычислим двумя способами площадь треугольника.

Получаем систему отношений
$$\begin{cases} a^2 + b^2 = c^2, \\ \frac{a + b + c}{2} \cdot 1 = \frac{ab}{2}, \\ \{a, b, c\} \subseteq \mathbb{N} \end{cases}$$

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения:

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$,

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 =$.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a =$.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a :
$$a = \frac{b + c}{b - 1}.$$

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 =$.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$. По условию $b \in \mathbb{N}$, то $b \neq 0$, поэтому при делении обеих частей последнего уравнения на b получаем равносильное (для натуральных решений) уравнение $c(b - 2) - b(b - 2) - 2 = 0$.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$. По условию $b \in \mathbb{N}$, то $b \neq 0$, поэтому при делении обеих частей последнего уравнения на b получаем равносильное (для натуральных решений) уравнение $c(b - 2) - b(b - 2) - 2 = 0$. Таким образом, $(c - b)(b - 2) = 2$.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$. По условию $b \in \mathbb{N}$, то $b \neq 0$, поэтому при делении обеих частей последнего уравнения на b получаем равносильное (для натуральных решений) уравнение $c(b - 2) - b(b - 2) - 2 = 0$. Таким образом, $(c - b)(b - 2) = 2$. Так как 2 — простое число, то оно представляется в виде произведения двух натуральных чисел лишь в одном из двух вариантов: $2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2$.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$. По условию $b \in \mathbb{N}$, то $b \neq 0$, поэтому при делении обеих частей последнего уравнения на b получаем равносильное (для натуральных решений) уравнение $c(b - 2) - b(b - 2) - 2 = 0$. Таким образом, $(c - b)(b - 2) = 2$. Так как 2 — простое число, то оно представляется в виде произведения двух натуральных чисел лишь в одном из двух вариантов: $2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2$. Поэтому либо $\left\{ \right.$

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$. По условию $b \in \mathbb{N}$, то $b \neq 0$, поэтому при делении обеих частей последнего уравнения на b получаем равносильное (для натуральных решений) уравнение $c(b - 2) - b(b - 2) - 2 = 0$. Таким образом, $(c - b)(b - 2) = 2$. Так как 2 — простое число, то оно представляется в виде произведения двух натуральных чисел лишь в одном из двух вариантов: $2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2$. Поэтому либо $\begin{cases} c - b = 2, \end{cases}$

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$. По условию $b \in \mathbb{N}$, то $b \neq 0$, поэтому при делении обеих частей последнего уравнения на b получаем равносильное (для натуральных решений) уравнение $c(b - 2) - b(b - 2) - 2 = 0$. Таким образом, $(c - b)(b - 2) = 2$. Так как 2 — простое число, то оно представляется в виде произведения двух натуральных чисел лишь в одном из двух вариантов: $2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2$. Поэтому либо $\begin{cases} c - b = 2, \\ b - 2 = 1, \end{cases}$

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$. По условию $b \in \mathbb{N}$, то $b \neq 0$, поэтому при делении обеих частей последнего уравнения на b получаем равносильное (для натуральных решений) уравнение $c(b - 2) - b(b - 2) - 2 = 0$. Таким образом, $(c - b)(b - 2) = 2$. Так как 2 — простое число, то оно представляется в виде произведения двух натуральных чисел лишь в одном из двух вариантов: $2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2$. Поэтому либо $\begin{cases} c - b = 2, \\ b - 2 = 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} c - b = 1, \\ b - 2 = 2, \end{cases}$

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$. По условию $b \in \mathbb{N}$, то $b \neq 0$, поэтому при делении обеих частей последнего уравнения на b получаем равносильное (для натуральных решений) уравнение $c(b - 2) - b(b - 2) - 2 = 0$. Таким образом, $(c - b)(b - 2) = 2$. Так как 2 — простое число, то оно представляется в виде произведения двух натуральных чисел лишь в одном из двух вариантов: $2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2$. Поэтому либо $\begin{cases} c - b = 2, \\ b - 2 = 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} c - b = 1, \end{cases}$

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$. По условию $b \in \mathbb{N}$, то $b \neq 0$, поэтому при делении обеих частей последнего уравнения на b получаем равносильное (для натуральных решений) уравнение $c(b - 2) - b(b - 2) - 2 = 0$. Таким образом, $(c - b)(b - 2) = 2$. Так как 2 — простое число, то оно представляется в виде произведения двух натуральных чисел лишь в одном из двух вариантов: $2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2$. Поэтому либо $\begin{cases} c - b = 2, \\ b - 2 = 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} c - b = 1, \\ b - 2 = 2. \end{cases}$

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$. По условию $b \in \mathbb{N}$, то $b \neq 0$, поэтому при делении обеих частей последнего уравнения на b получаем равносильное (для натуральных решений) уравнение $c(b - 2) - b(b - 2) - 2 = 0$. Таким образом, $(c - b)(b - 2) = 2$. Так как 2 — простое число, то оно представляется в виде произведения двух натуральных чисел лишь в одном из двух вариантов: $2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2$. Поэтому либо $\begin{cases} c - b = 2, \\ b - 2 = 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} c - b = 1, \\ b - 2 = 2. \end{cases}$ Получаем, что либо $(a; b; c) =$

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$. По условию $b \in \mathbb{N}$, то $b \neq 0$, поэтому при делении обеих частей последнего уравнения на b получаем равносильное (для натуральных решений) уравнение $c(b - 2) - b(b - 2) - 2 = 0$. Таким образом, $(c - b)(b - 2) = 2$. Так как 2 — простое число, то оно представляется в виде произведения двух натуральных чисел лишь в одном из двух вариантов: $2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2$. Поэтому либо $\begin{cases} c - b = 2, \\ b - 2 = 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} c - b = 1, \\ b - 2 = 2. \end{cases}$ Получаем, что либо $(a; b; c) = (3; 4; 5)$,

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$. По условию $b \in \mathbb{N}$, то $b \neq 0$, поэтому при делении обеих частей последнего уравнения на b получаем равносильное (для натуральных решений) уравнение $c(b - 2) - b(b - 2) - 2 = 0$. Таким образом, $(c - b)(b - 2) = 2$. Так как 2 — простое число, то оно представляется в виде произведения двух натуральных чисел лишь в одном из двух вариантов: $2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2$. Поэтому либо $\begin{cases} c - b = 2, \\ b - 2 = 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} c - b = 1, \\ b - 2 = 2. \end{cases}$ Получаем, что либо $(a; b; c) = (3; 4; 5)$, либо $(a; b; c) =$.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$. По условию $b \in \mathbb{N}$, то $b \neq 0$, поэтому при делении обеих частей последнего уравнения на b получаем равносильное (для натуральных решений) уравнение $c(b - 2) - b(b - 2) - 2 = 0$. Таким образом, $(c - b)(b - 2) = 2$. Так как 2 — простое число, то оно представляется в виде произведения двух натуральных чисел лишь в одном из двух вариантов: $2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2$. Поэтому либо $\begin{cases} c - b = 2, \\ b - 2 = 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} c - b = 1, \\ b - 2 = 2. \end{cases}$ Получаем, что либо $(a; b; c) = (3; 4; 5)$, либо $(a; b; c) = (4; 3; 5)$.

Задача 31. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с целочисленными сторонами, равен 1. Найдите длины сторон этого треугольника.

Ответ. Поскольку нас интересует решение этой системы в натуральных числах, то, в принципе, задачу можно было бы решить перебором всех возможных вариантов. Но очевидных ограничений на число вариантов перебора в данном случае не видно. Наличие большого числа равенств наводит на мысль уменьшить «объем перебора» с помощью условий делимости нацело. Для этого в выражении $a^2 + b^2 = c^2$ можно одну из величин представить в виде произведения: $a^2 = c^2 - b^2$, что дает желаемый вид $a^2 = (c - b)(c + b)$. Из второго уравнения полученной выше системы выразим a : $a = \frac{b + c}{b - 1}$. Получаем уравнение $\left(\frac{b + c}{b - 1}\right)^2 = (c - b)(c + b)$. Нас интересует натуральное ее решение. Поэтому $b + c > 0$, следовательно, на это выражение можно сократить, и после упрощений получаем $(c - b)(b - 1)^2 = b + c$. Раскрывая скобки, после простых преобразований получаем $b(cb - 2c - b^2 + 2b - 2) = 0$. По условию $b \in \mathbb{N}$, то $b \neq 0$, поэтому при делении обеих частей последнего уравнения на b получаем равносильное (для натуральных решений) уравнение $c(b - 2) - b(b - 2) - 2 = 0$. Таким образом, $(c - b)(b - 2) = 2$. Так как 2 — простое число, то оно представляется в виде произведения двух натуральных чисел лишь в одном из двух вариантов: $2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2$. Поэтому либо $\begin{cases} c - b = 2, \\ b - 2 = 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} c - b = 1, \\ b - 2 = 2. \end{cases}$ Получаем, что либо $(a; b; c) = (3; 4; 5)$, либо $(a; b; c) = (4; 3; 5)$.

Ответ: Катеты искомого треугольника равны 3 и 4, гипотенуза — 5.

Решение задачи 32.

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Сначала построим чертёж.

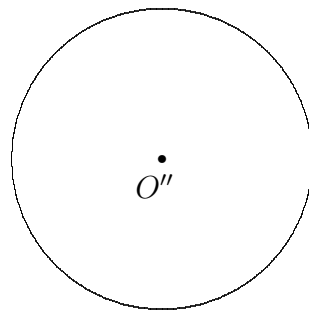
Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Сначала построим чертёж.

Если трапеция вписана в окружность, то

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

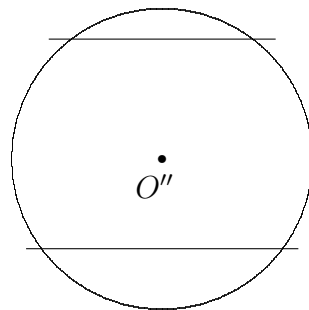
Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

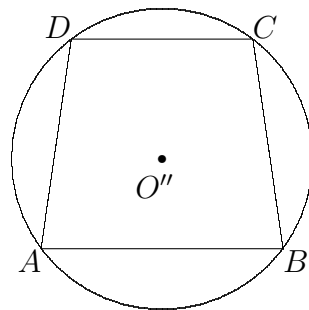
Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

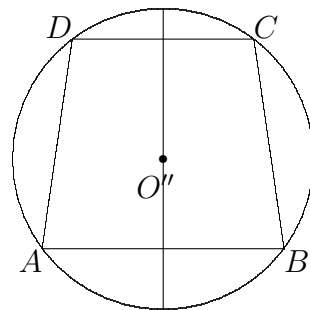
Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

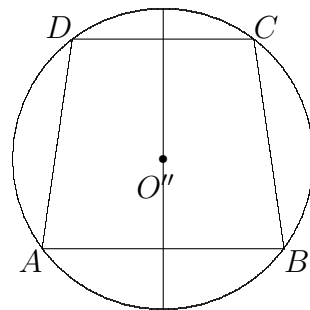
Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

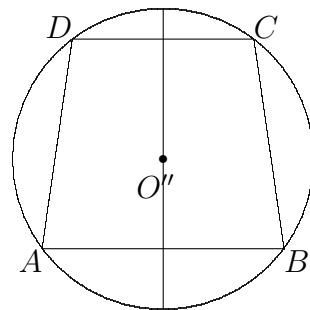
Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

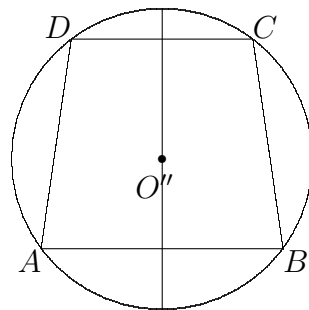
Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

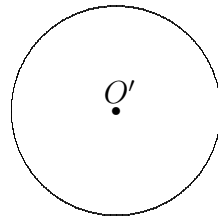
Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

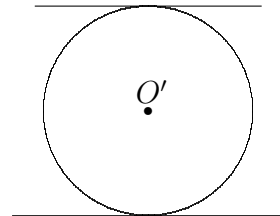
Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то
фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому
трапеция является равнобедренной.
Если окружность вписана в трапецию...

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Сначала построим чертёж.

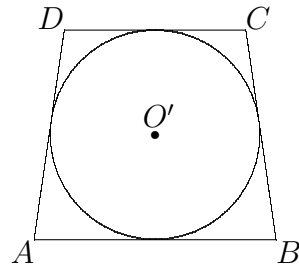


Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.

Если окружность вписана в трапецию...

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

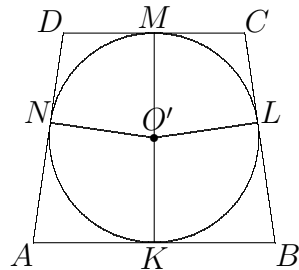
Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.
Если окружность вписана в трапецию...

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

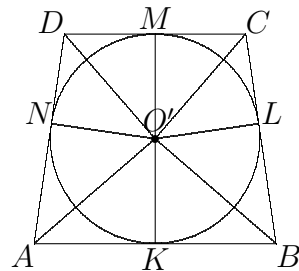
Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.
Если окружность вписана в трапецию...

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

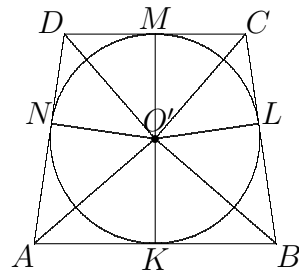
Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.
Если окружность вписана в трапецию...

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

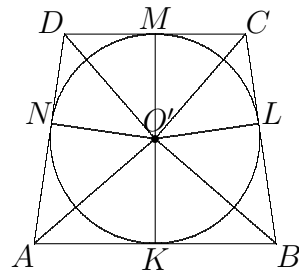
Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.
Если окружность вписана в трапецию, то $\triangle O'NA = \triangle O'KA$,

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

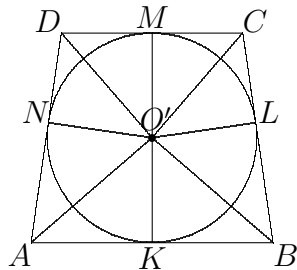
Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.
Если окружность вписана в трапецию, то
 $\triangle O'NA = \triangle O'KA$, $\triangle O'LB = \triangle O'KB$,

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Сначала построим чертёж.

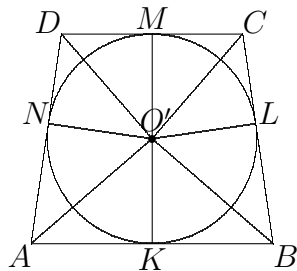


Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.

Если окружность вписана в трапецию, то
 $\triangle O'NA = \triangle O'KA$, $\triangle O'LB = \triangle O'KB$, $\triangle O'LC = \triangle O'MC$,

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.

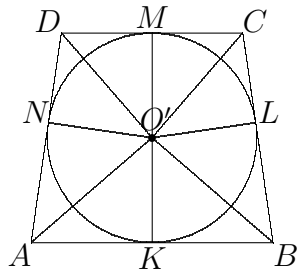
Если окружность вписана в трапецию, то

$$\triangle O'NA = \triangle O'KA, \quad \triangle O'LB = \triangle O'KB, \quad \triangle O'LC = \triangle O'MC, \quad \triangle O'MD = \triangle O'ND,$$

откуда

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Сначала построим чертёж.



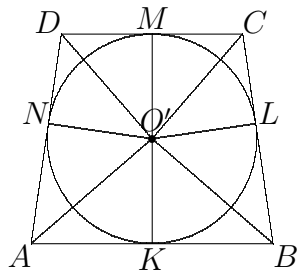
Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.

Если окружность вписана в трапецию, то
 $\triangle O'NA = \triangle O'KA$, $\triangle O'LB = \triangle O'KB$, $\triangle O'LC = \triangle O'MC$, $\triangle O'MD = \triangle O'ND$,
откуда $NA = KA$, $KB = LB$, $LC = MC$, $MD = ND$.

Поэтому

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Сначала построим чертёж.

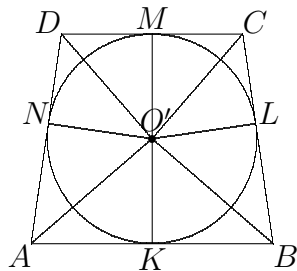


Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.

Если окружность вписана в трапецию, то
 $\triangle O'NA = \triangle O'KA$, $\triangle O'LB = \triangle O'KB$, $\triangle O'LC = \triangle O'MC$, $\triangle O'MD = \triangle O'ND$,
откуда $NA = KA$, $KB = LB$, $LC = MC$, $MD = ND$.
Поэтому $AB + CD =$

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Сначала построим чертёж.

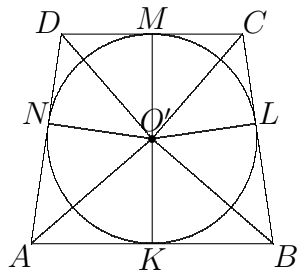


Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.

Если окружность вписана в трапецию, то
 $\triangle O'NA = \triangle O'KA$, $\triangle O'LB = \triangle O'KB$, $\triangle O'LC = \triangle O'MC$, $\triangle O'MD = \triangle O'ND$,
откуда $NA = KA$, $KB = LB$, $LC = MC$, $MD = ND$.
Поэтому $AB + CD = AK + KB + MC + MD =$

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Сначала построим чертёж.

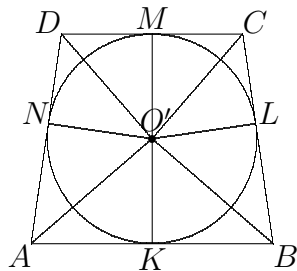


Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.

Если окружность вписана в трапецию, то
 $\triangle O'NA = \triangle O'KA$, $\triangle O'LB = \triangle O'KB$, $\triangle O'LC = \triangle O'MC$, $\triangle O'MD = \triangle O'ND$,
откуда $NA = KA$, $KB = LB$, $LC = MC$, $MD = ND$.
Поэтому $AB + CD = AK + KB + MC + MD = NA + LB + LC + ND =$

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.

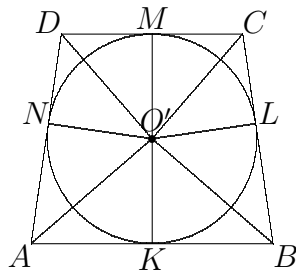
Если окружность вписана в трапецию, то

$\triangle O'NA = \triangle O'KA$, $\triangle O'LB = \triangle O'KB$, $\triangle O'LC = \triangle O'MC$, $\triangle O'MD = \triangle O'ND$,
откуда $NA = KA$, $KB = LB$, $LC = MC$, $MD = ND$.

Поэтому $AB + CD = AK + KB + MC + MD = NA + LB + LC + ND = AD + BC$.

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.

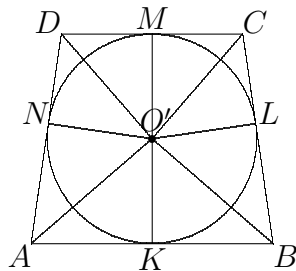
Если окружность вписана в трапецию, то

$\triangle O'NA = \triangle O'KA$, $\triangle O'LB = \triangle O'KB$, $\triangle O'LC = \triangle O'MC$, $\triangle O'MD = \triangle O'ND$,
откуда $NA = KA$, $KB = LB$, $LC = MC$, $MD = ND$.

Поэтому $AB + CD = AK + KB + MC + MD = NA + LB + LC + ND = AD + BC$,
т.е. сумма длин оснований равна сумме длин боковых сторон.

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Сначала построим чертёж.



Если трапеция вписана в окружность, то фигура симметрична относительно «вертикального диаметра», поэтому трапеция является равнобедренной.

Если окружность вписана в трапецию, то
 $\triangle O'NA = \triangle O'KA$, $\triangle O'LB = \triangle O'KB$, $\triangle O'LC = \triangle O'MC$, $\triangle O'MD = \triangle O'ND$,
откуда $NA = KA$, $KB = LB$, $LC = MC$, $MD = ND$.
Поэтому $AB + CD = AK + KB + MC + MD = NA + LB + LC + ND = AD + BC$,
т.е. *сумма длин оснований равна сумме длин боковых сторон.*

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Условие существования окружности, описанной около трапеции (её равнобедренность) проще, чем условие существования вписанной окружности (совпадение суммы длин оснований и суммы длин боковых сторон).

Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Условие существования окружности, описанной около трапеции (её равнобедренность) проще, чем условие существования вписанной окружности (совпадение суммы длин оснований и суммы длин боковых сторон).

Поэтому начнём со вписанной окружности.

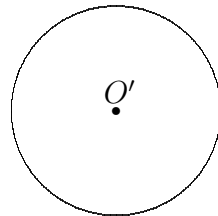
Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Условие существования окружности, описанной около трапеции (её равнобедренность) проще, чем условие существования вписанной окружности (совпадение суммы длин оснований и суммы длин боковых сторон).

Поэтому начнём со вписанной окружности.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

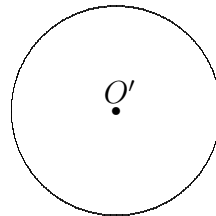
Ответ.

Сначала построим чертёж.

Условие существования окружности, описанной около трапеции (её равнобедренность) проще, чем условие существования вписанной окружности (совпадение суммы длин оснований и суммы длин боковых сторон).

Поэтому начнём со вписанной окружности.

Учтём равнобедренность трапеции.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

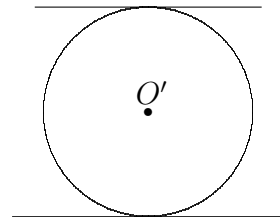
Ответ.

Сначала построим чертёж.

Условие существования окружности, описанной около трапеции (её равнобедренность) проще, чем условие существования вписанной окружности (совпадение суммы длин оснований и суммы длин боковых сторон).

Поэтому начнём со вписанной окружности.

Учтём равнобедренность трапеции.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

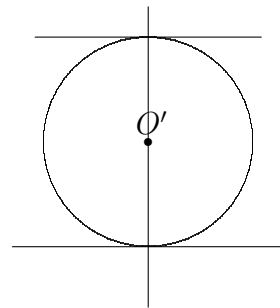
Ответ.

Сначала построим чертёж.

Условие существования окружности, описанной около трапеции (её равнобедренность) проще, чем условие существования вписанной окружности (совпадение суммы длин оснований и суммы длин боковых сторон).

Поэтому начнём со вписанной окружности.

Учтём равнобедренность трапеции.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

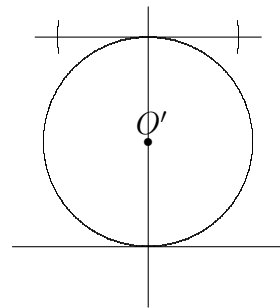
Ответ.

Сначала построим чертёж.

Условие существования окружности, описанной около трапеции (её равнобедренность) проще, чем условие существования вписанной окружности (совпадение суммы длин оснований и суммы длин боковых сторон).

Поэтому начнём со вписанной окружности.

Учтём равнобедренность трапеции.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

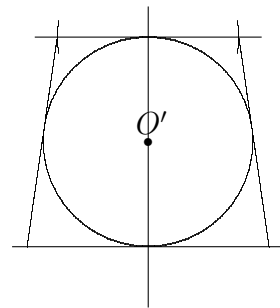
Ответ.

Сначала построим чертёж.

Условие существования окружности, описанной около трапеции (её равнобедренность) проще, чем условие существования вписанной окружности (совпадение суммы длин оснований и суммы длин боковых сторон).

Поэтому начнём со вписанной окружности.

Учтём равнобедренность трапеции.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

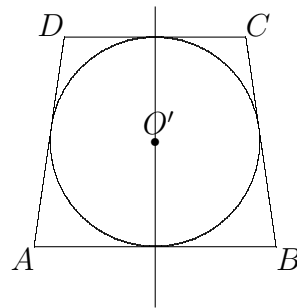
Ответ.

Сначала построим чертёж.

Условие существования окружности, описанной около трапеции (её равнобедренность) проще, чем условие существования вписанной окружности (совпадение суммы длин оснований и суммы длин боковых сторон).

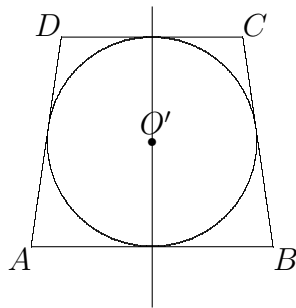
Поэтому начнём со вписанной окружности.

Учтём равнобедренность трапеции.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Сначала построим чертёж.
Построим описанную окружность. Для этого надо найти...

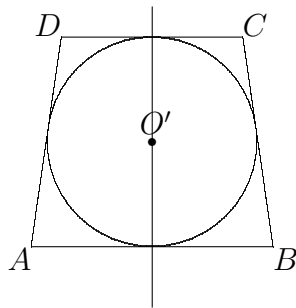


Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Построим описанную окружность. Для этого надо найти её центр и радиус.

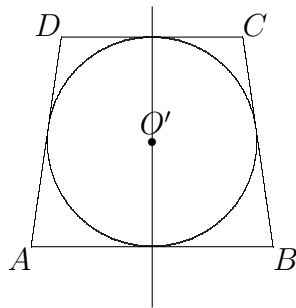


Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Построим описанную окружность. Для этого надо найти её центр и радиус. Её центр равноудалён от вершин трапеции.



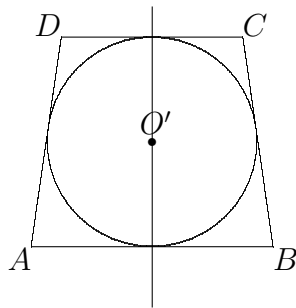
Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Построим описанную окружность. Для этого надо найти её центр и радиус. Её центр равноудалён от вершин трапеции.

Значит, он находится на пересечении серединных перпендикуляров ко всем сторонам трапеции.



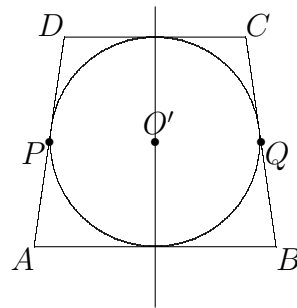
Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Построим описанную окружность. Для этого надо найти её центр и радиус. Её центр равноудалён от вершин трапеции.

Значит, он находится на пересечении серединных перпендикуляров ко всем сторонам трапеции.



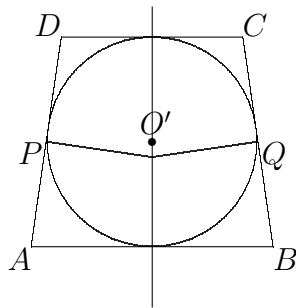
Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Построим описанную окружность. Для этого надо найти её центр и радиус. Её центр равноудалён от вершин трапеции.

Значит, он находится на пересечении серединных перпендикуляров ко всем сторонам трапеции.



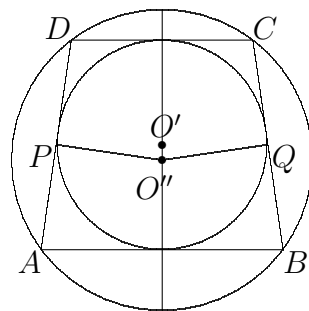
Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Построим описанную окружность. Для этого надо найти её центр и радиус. Её центр равноудалён от вершин трапеции.

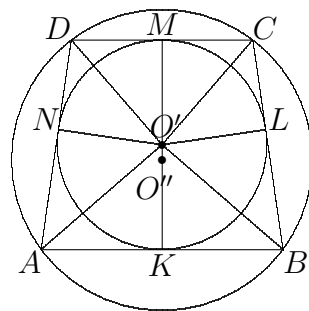
Значит, он находится на пересечении серединных перпендикуляров ко всем сторонам трапеции.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

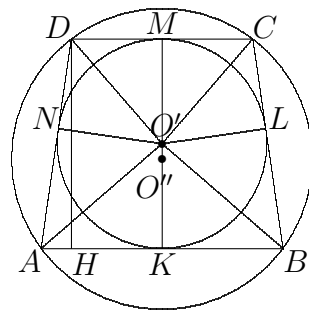
Сначала проведем **дополнительные построения**.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

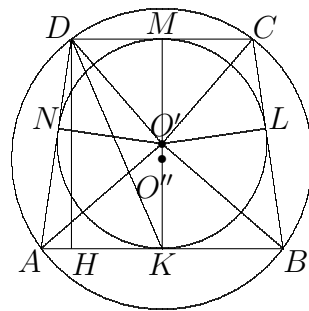
Сначала проведем **дополнительные построения**.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

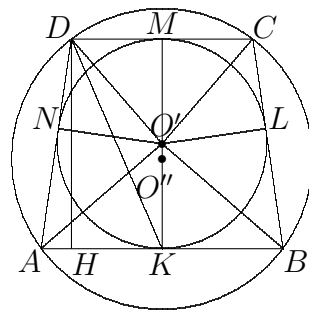
Сначала проведем **дополнительные построения**.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала проведем **дополнительные построения**.

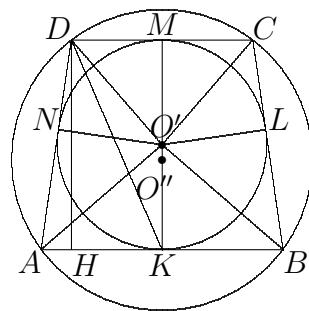


Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала проведем **дополнительные построения**.

В четырехугольник $ABCD$ можно вписать окружность,

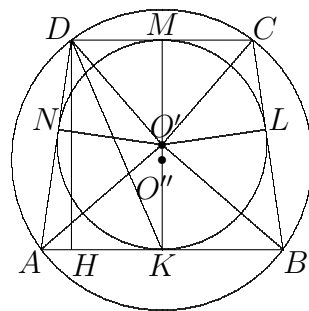


Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала проведем **дополнительные построения**.

В четырехугольник $ABCD$ можно вписать окружность,

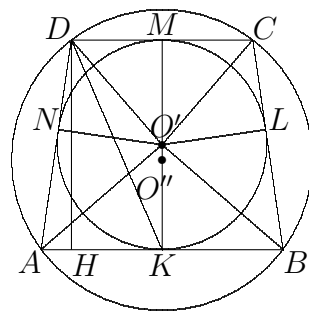


Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала проведем **дополнительные построения**.

В четырехугольник $ABCD$ можно вписать окружность, поэтому $AB + CD = AD + BC$.

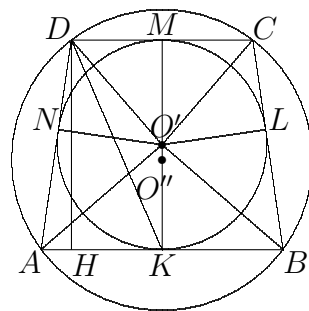


Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала проведем **дополнительные построения**.

В четырехугольник $ABCD$ можно вписать окружность, поэтому $AB + CD = AD + BC$.



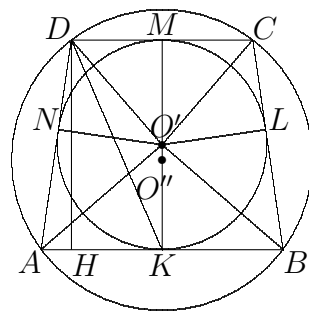
Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Сначала проведем **дополнительные построения**.

В четырехугольник $ABCD$ можно вписать окружность, поэтому $AB + CD = AD + BC$.

Кроме того, в данную трапецию можно вписать окружность, следовательно, она равнобедренная.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

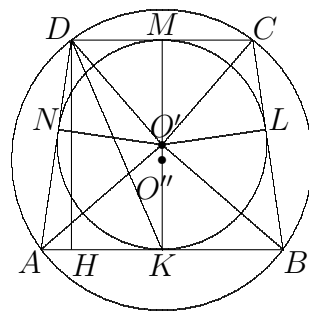
Ответ.

Сначала проведем **дополнительные построения**.

В четырехугольник $ABCD$ можно вписать окружность, поэтому $AB + CD = AD + BC$.

Кроме того, в данную трапецию можно вписать окружность, следовательно, она равнобедренная.

Таким образом, $AD + BC =$



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

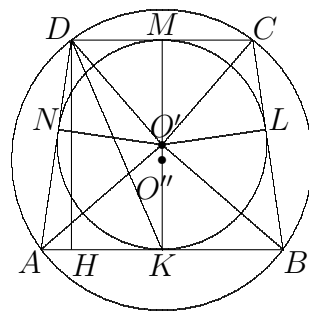
Ответ.

Сначала проведем **дополнительные построения**.

В четырехугольник $ABCD$ можно вписать окружность, поэтому $AB + CD = AD + BC$.

Кроме того, в данную трапецию можно вписать окружность, следовательно, она равнобедренная.

Таким образом, $AD + BC = 2AD =$



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

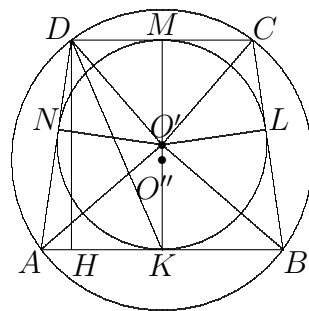
Ответ.

Сначала проведем **дополнительные построения**.

В четырехугольник $ABCD$ можно вписать окружность, поэтому $AB + CD = AD + BC$.

Кроме того, в данную трапецию можно вписать окружность, следовательно, она равнобедренная.

Таким образом, $AD + BC = 2AD = AB + CD =$



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

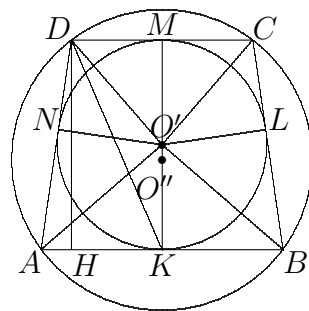
Ответ.

Сначала проведем **дополнительные построения**.

В четырехугольник $ABCD$ можно вписать окружность, поэтому $AB + CD = AD + BC$.

Кроме того, в данную трапецию можно вписать окружность, следовательно, она равнобедренная.

Таким образом, $AD + BC = 2AD = AB + CD = 14$,



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

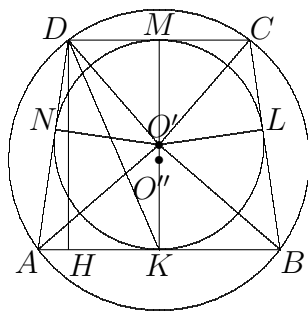
Ответ.

Сначала проведем **дополнительные построения**.

В четырехугольник $ABCD$ можно вписать окружность, поэтому $AB + CD = AD + BC$.

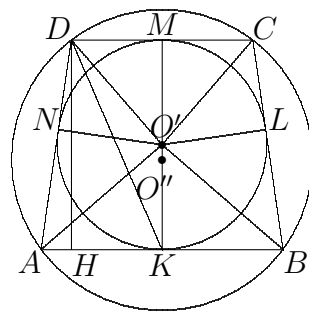
Кроме того, в данную трапецию можно вписать окружность, следовательно, она равнобедренная.

Таким образом, $AD + BC = 2AD = AB + CD = 14$, откуда $AD = BC = 7$.



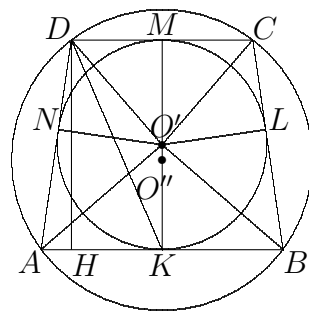
Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Теперь, разобравшись с чертежом, применим **стратегию составления уравнений**.



Ответ.
Теперь, разобравшись с чертежом, применим **стратегию составления уравнений**.

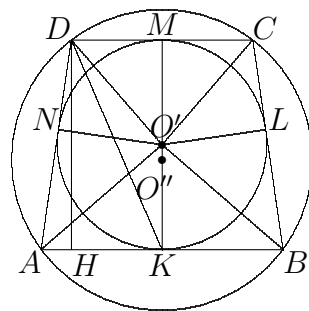
Что надо найти?



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Теперь, разобравшись с чертежом, применим **стратегию составления уравнений**.

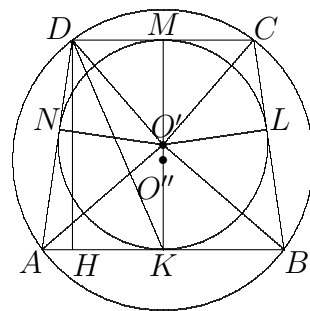
Что надо найти? Расположение центра окружности.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Теперь, разобравшись с чертежом, применим **стратегию составления уравнений**.

*Что надо найти? Расположение центра окружности.
В каком виде представим ответ*

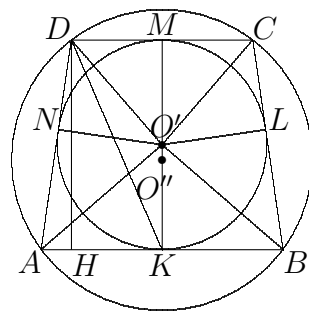


Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Теперь, разобравшись с чертежом, применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Расположение центра окружности.

В каком виде представим ответ Укажем: вне, внутри или на стороне трапеции лежит центр окружности.



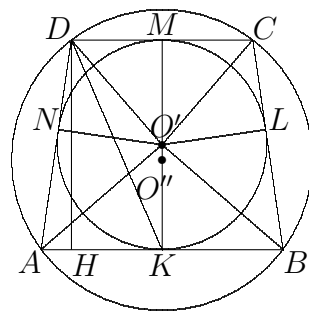
Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
Теперь, разобравшись с чертежом, применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Расположение центра окружности.

В каком виде представим ответ Укажем: вне, внутри или на стороне трапеции лежит центр окружности.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

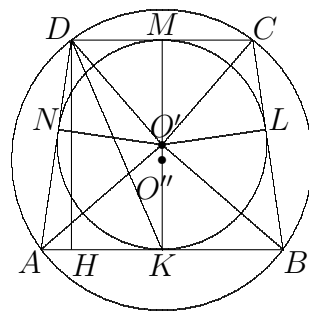
Ответ.

Теперь, разобравшись с чертежом, применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Расположение центра окружности.

В каком виде представим ответ Укажем: вне, внутри или на стороне трапеции лежит центр окружности.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Достаточно, например, выяснить, какой из отрезков больше: AK или KD .



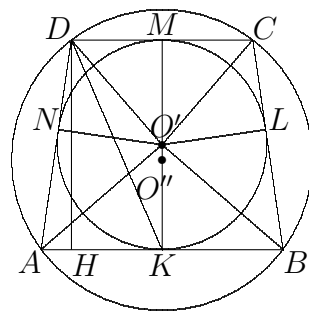
Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ. Теперь, разобравшись с чертежом, применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Расположение центра окружности.

В каком виде представим ответ Укажем: вне, внутри или на стороне трапеции лежит центр окружности.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Достаточно, например, выяснить, какой из отрезков больше: AK или KD . Длина отрезка AK известна: $AK =$.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

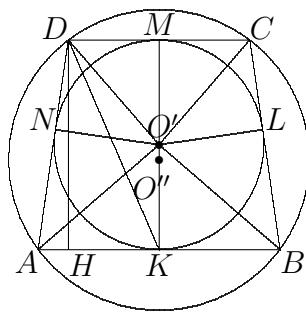
Теперь, разобравшись с чертежом, применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Расположение центра окружности.

В каком виде представим ответ Укажем: вне, внутри или на стороне трапеции лежит центр окружности.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Достаточно, например, выяснить, какой из отрезков больше: AK или KD . Длина

отрезка AK известна: $AK = \frac{AB}{2} =$.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

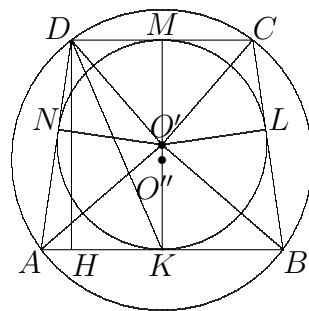
Теперь, разобравшись с чертежом, применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Расположение центра окружности.

В каком виде представим ответ Укажем: вне, внутри или на стороне трапеции лежит центр окружности.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Достаточно, например, выяснить, какой из отрезков больше: AK или KD . Длина

отрезка AK известна: $AK = \frac{AB}{2} = 4$.



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

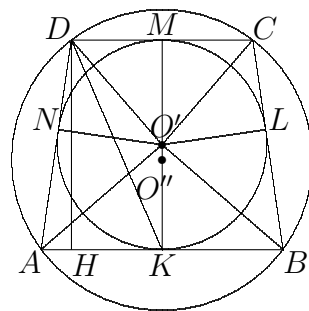
Ответ.

Теперь, разобравшись с чертежом, применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Расположение центра окружности.

В каком виде представим ответ Укажем: вне, внутри или на стороне трапеции лежит центр окружности.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Достаточно, например, выяснить, какой из отрезков больше: AK или KD . Длина отрезка AK известна: $AK = \frac{AB}{2} = 4$. Для того чтобы «включить» KD в хороший треугольник, в соответствии с **рекомендациями**, проведем высоту DH .



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

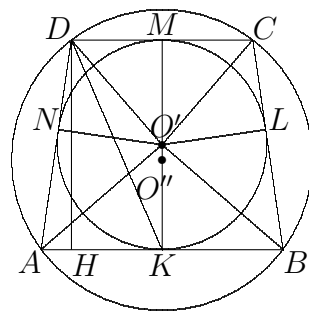
Ответ.

Теперь, разобравшись с чертежом, применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Расположение центра окружности.

В каком виде представим ответ Укажем: вне, внутри или на стороне трапеции лежит центр окружности.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Достаточно, например, выяснить, какой из отрезков больше: AK или KD . Длина отрезка AK известна: $AK = \frac{AB}{2} = 4$. Для того чтобы «включить» KD в хороший треугольник, в соответствии с **рекомендациями**, проведем высоту DH .



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

Теперь, разобравшись с чертежом, применим **стратегию составления уравнений**.

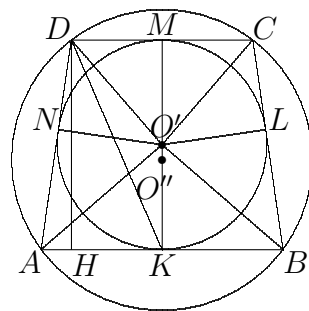
Что надо найти? Расположение центра окружности.

В каком виде представим ответ Укажем: вне, внутри или на стороне трапеции лежит центр окружности.

Сведем к числовым параметрам и введем переменные. Достаточно, например, выяснить, какой из отрезков больше: AK или KD . Длина

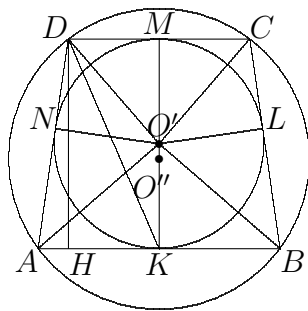
отрезка AK известна: $AK = \frac{AB}{2} = 4$. Для того чтобы «включить»

KD в хороший треугольник, в соответствии с **рекомендациями**, проведем высоту DH . Ясно, что найти KD будет легко, как только мы, например, вычислим DH .



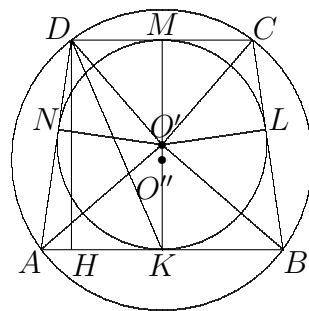
Ответ. «Расцветчивая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD .

«Расцвечивая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD .



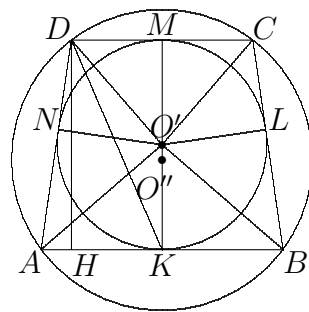
Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
 «Расцветчивая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD . Таким образом, на чертеже «тревожно замигал» отрезок AH .



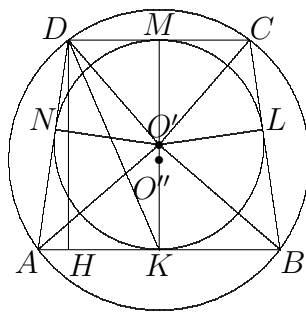
Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
«Расцветившая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD . Таким образом, на чертеже «тревожно замигал» отрезок AH . Он может «позеленеть», например, с помощью «зеленых» отрезков AK и NK .



Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.
«Расцветившая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD . Таким образом, на чертеже «тревожно замигал» отрезок AH . Он может «позеленеть», например, с помощью «зеленых» отрезков AK и HK . В самом деле,
 $HK =$

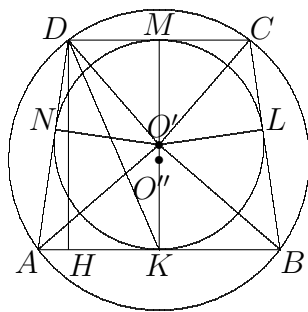


Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

«Расцветившая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD . Таким образом, на чертеже «тревожно замигал» отрезок AH . Он может «позеленеть», например, с помощью «зеленых» отрезков AK и HK . В самом деле,

$$HK = DL =$$

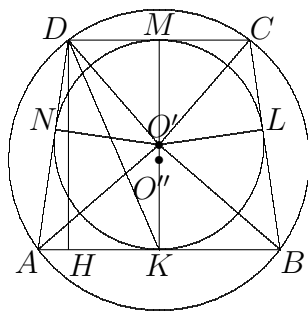


Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

«Расцветившая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD . Таким образом, на чертеже «тревожно замигал» отрезок AH . Он может «позеленеть», например, с помощью «зеленых» отрезков AK и HK . В самом деле,

$$HK = DL = \frac{BC}{2} =$$

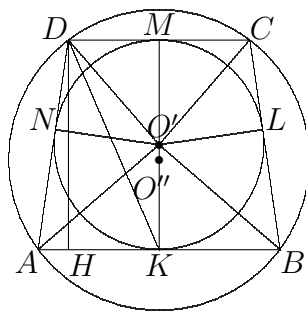


Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

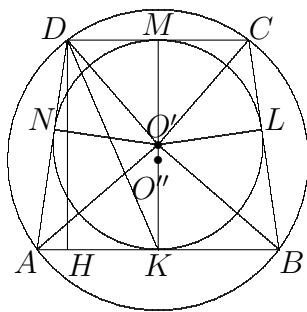
Ответ.

«Расцветившая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD . Таким образом, на чертеже «тревожно замигал» отрезок AH . Он может «позеленеть», например, с помощью «зеленых» отрезков AK и HK . В самом деле,

$$HK = DL = \frac{BC}{2} = 3$$



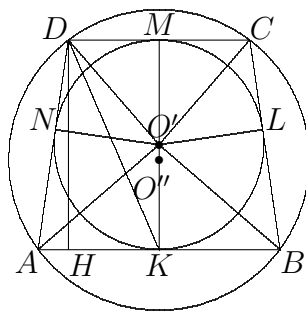
Ответ. «Расцветчивая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD . Таким образом, на чертеже «тревожно замигал» отрезок AH . Он может «позеленеть», например, с помощью «зеленых» отрезков AK и HK . В самом деле, $HK = DL = \frac{BC}{2} = 3$, поэтому $AH =$



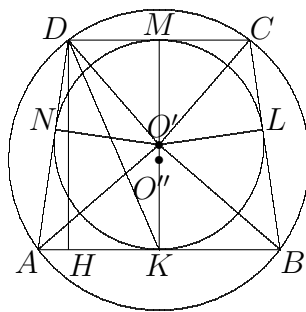
Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

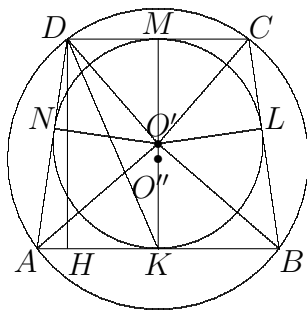
«Расцветившая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD . Таким образом, на чертеже «тревожно замигал» отрезок AH . Он может «позеленеть», например, с помощью «зеленых» отрезков AK и HK . В самом деле, $HK = DL = \frac{BC}{2} = 3$, поэтому $AH = AK - HK =$



Ответ. «Расцветчивая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD . Таким образом, на чертеже «тревожно замигал» отрезок AH . Он может «позеленеть», например, с помощью «зеленых» отрезков AK и HK . В самом деле, $HK = DL = \frac{BC}{2} = 3$, поэтому $AH = AK - HK = 4 - 3 = 1$.



Ответ. «Расцветчивая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD . Таким образом, на чертеже «тревожно замигал» отрезок AH . Он может «позеленеть», например, с помощью «зеленых» отрезков AK и HK . В самом деле, $HK = DL = \frac{BC}{2} = 3$, поэтому $AH = AK - HK = 4 - 3 = 1$. Пора «собирать урожай»:

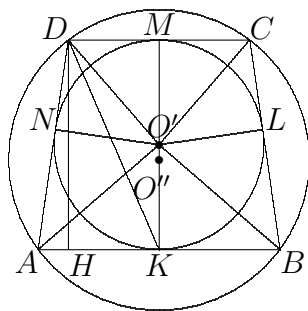
$$DH =$$


Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

«Расцветившая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD . Таким образом, на чертеже «тревожно замигал» отрезок AH . Он может «позеленеть», например, с помощью «зеленых» отрезков AK и HK . В самом деле, $HK = DL = \frac{BC}{2} = 3$, поэтому $AH = AK - HK = 4 - 3 = 1$. Пора «собрать урожай»:

$$DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} =$$

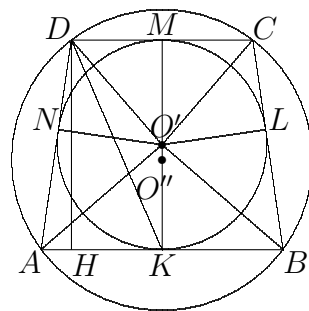


Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

«Расцветившая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD . Таким образом, на чертеже «тревожно замигал» отрезок AH . Он может «позеленеть», например, с помощью «зеленых» отрезков AK и HK . В самом деле, $HK = DL = \frac{BC}{2} = 3$, поэтому $AH = AK - HK = 4 - 3 = 1$. Пора «собирать урожай»:

$$DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \Rightarrow KD =$$

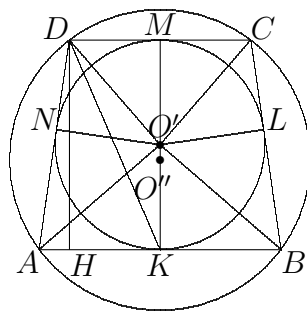


Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

«Расцветившая» рисунок, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD . Таким образом, на чертеже «тревожно замигал» отрезок AH . Он может «позеленеть», например, с помощью «зеленых» отрезков AK и HK . В самом деле, $HK = DL = \frac{BC}{2} = 3$, поэтому $AH = AK - HK = 4 - 3 = 1$. Пора «собирать урожай»:

$$DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \Rightarrow KD = \sqrt{DH^2 + HK^2} = \sqrt{57}.$$



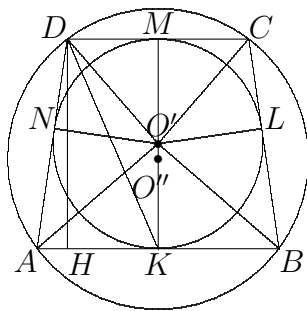
Задача 32. В трапецию с основаниями $AB = 8$ и $CD = 6$ можно вписать и около нее можно описать окружность. Определите, где (внутри, извне или на стороне) находится центр окружности, описанной около трапеции.

Ответ.

«**Расцвечивая» рисунок**, замечаем, что «красный» отрезок DH входит в прямоугольный треугольник DHA с «зеленой» гипотенузой AD . Таким образом, на чертеже «тревожно замигал» отрезок AH . Он может «позеленеть», например, с помощью «зеленых» отрезков AK и HK . В самом деле, $HK = DL = \frac{BC}{2} = 3$, поэтому $AH = AK - HK = 4 - 3 = 1$. Пора «собирать урожай»:

$$DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \Rightarrow KD = \sqrt{DH^2 + HK^2} = \sqrt{57}.$$

Следовательно, $KD > KA$, поэтому центр описанной окружности находится *внутри* трапеции.



Решение задачи 33.

Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

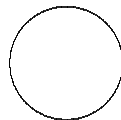
Ответ.
Начнём с построения...

Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Начнём с построения окружности.

Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Начнём с построения окружности.

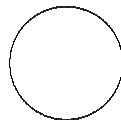


Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

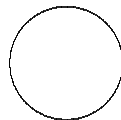
Начнём с построения окружности.

Теперь построим две касательные:



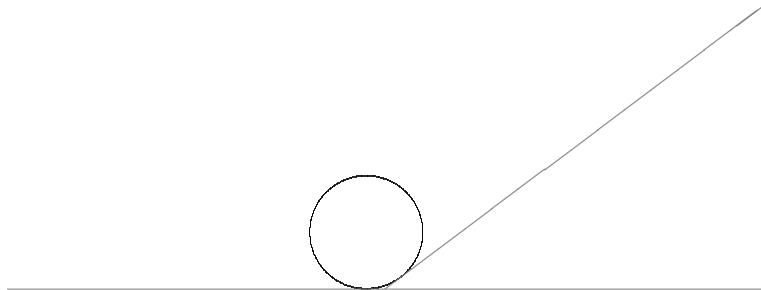
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Начнём с построения окружности.
Теперь построим две касательные:
например, катет и медиану (первый вариант).



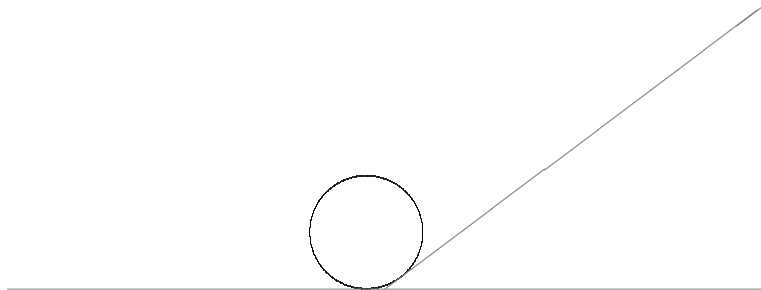
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Начнём с построения окружности.
Теперь построим две касательные:
например, катет и медиану (первый вариант).



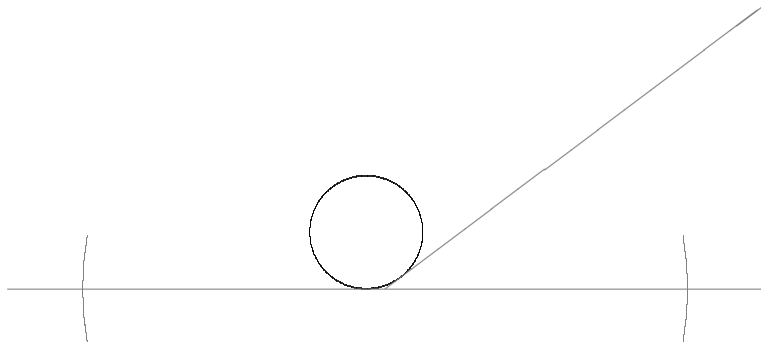
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Построим подобный треугольник, подобный исходному.



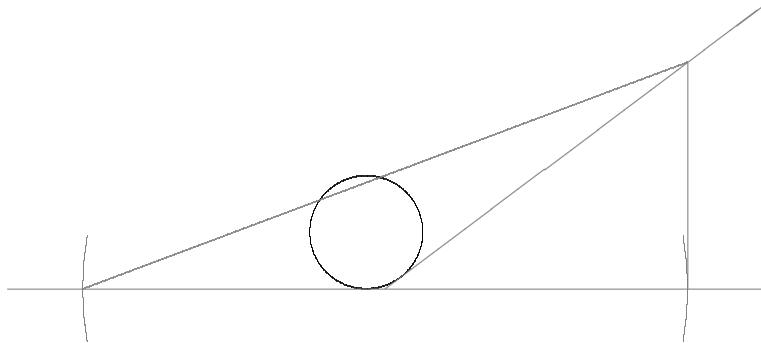
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Построим подобный треугольник, подобный исходному.



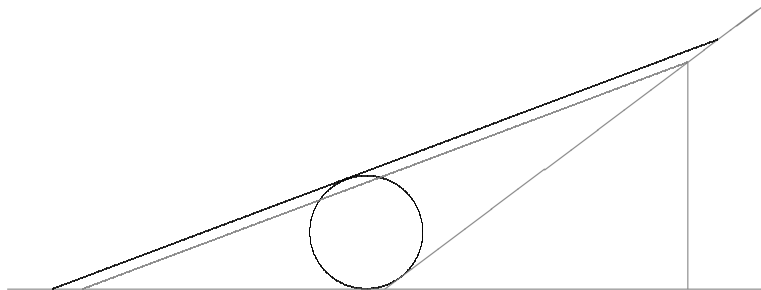
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Построим подобный треугольник, подобный исходному.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Построим подобный треугольник, подобный исходному.
Проведём искомую гипотенузу, параллельно уже построенной, касающуюся окружности.



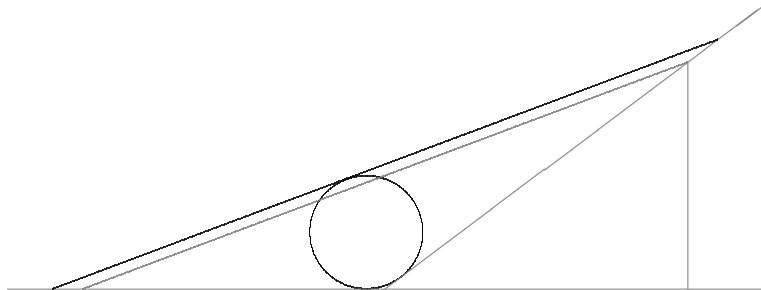
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Построим подобный треугольник, подобный исходному.

Проведём искомую гипотенузу, параллельно уже построенной, касающуюся окружности.

Осталось завершить построения.



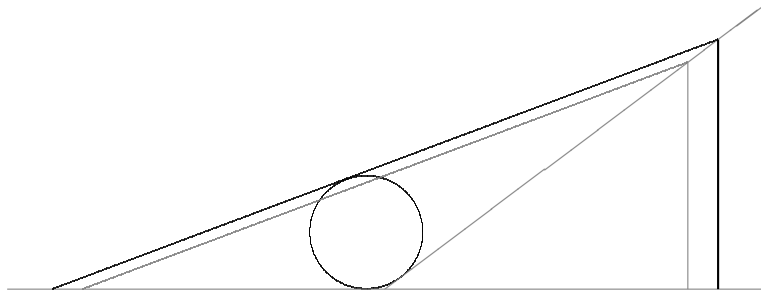
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Построим подобный треугольник, подобный исходному.

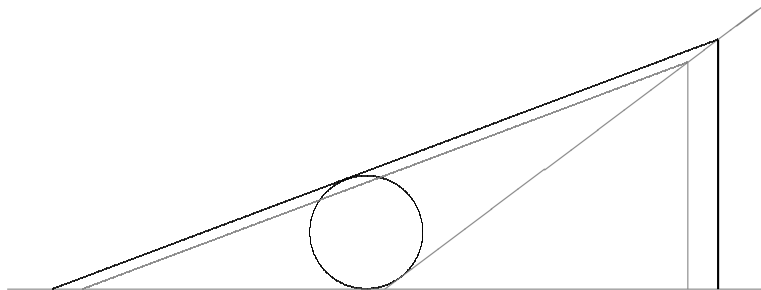
Проведём искомую гипотенузу, параллельно уже построенной, касающуюся окружности.

Осталось завершить построения.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

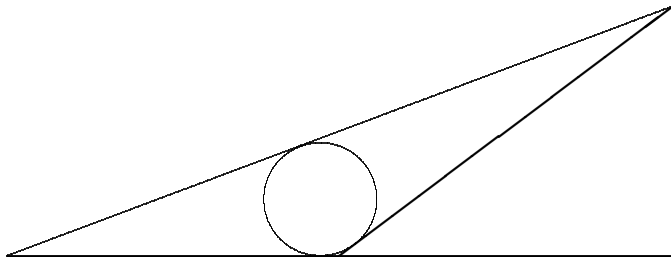
Ответ.
Наконец, удалим (например, ластиком), промежуточные построения.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Наконец, удалим (например, ластиком), промежуточные построения.

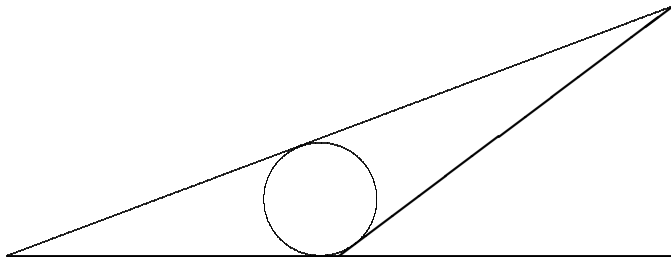


Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Наконец, удалим (например, ластиком), промежуточные построения.

Осталось ввести обозначения.

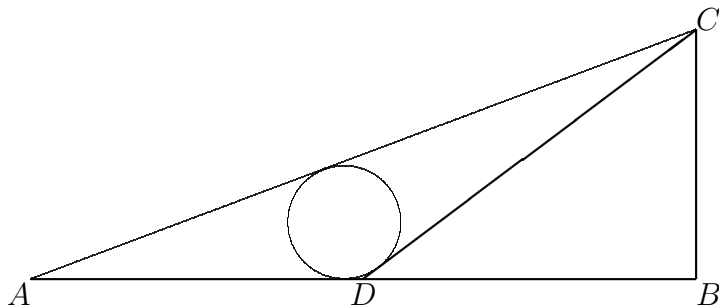


Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Наконец, удалим (например, ластиком), промежуточные построения.

Осталось ввести обозначения.

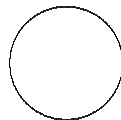


Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

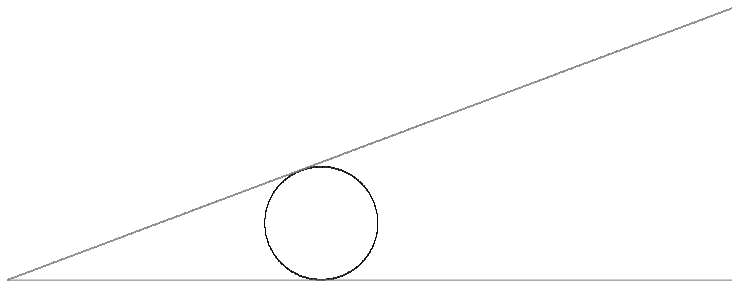
Второй вариант: после построения окружности построим две другие касательные:

катет и гипотенузу.



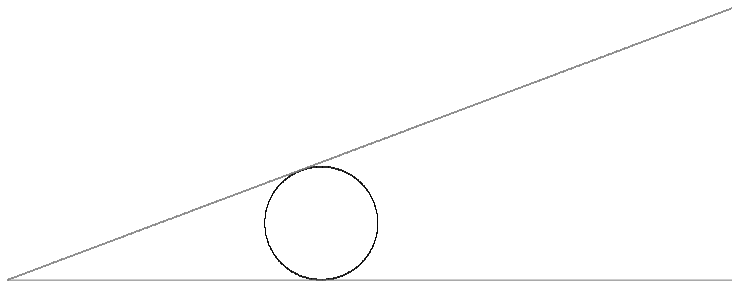
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Второй вариант: после построения окружности построим две другие касательные:
катет и гипотенузу.



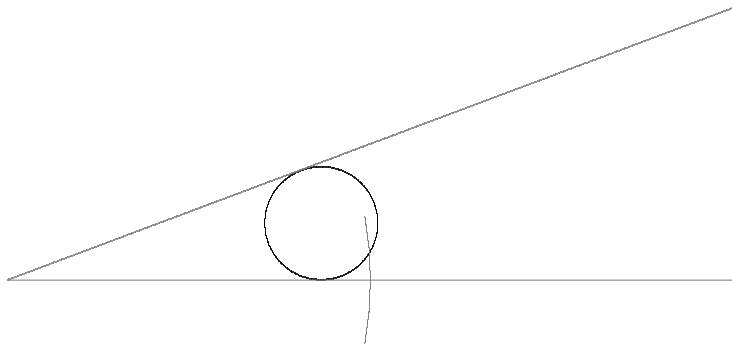
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Теперь построим прямоугольный треугольник, подобный требуемому, и медиану в нём.



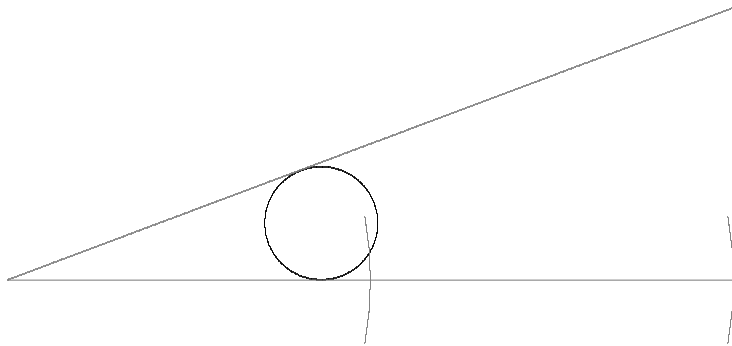
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Теперь построим прямоугольный треугольник, подобный требуемому, и медиану в нём.



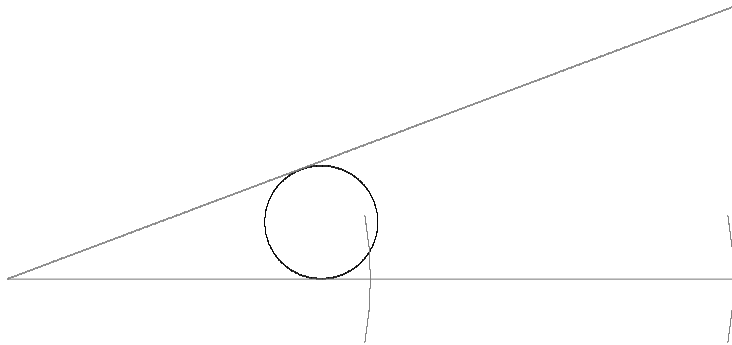
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Теперь построим прямоугольный треугольник, подобный требуемому, и медиану в нём.



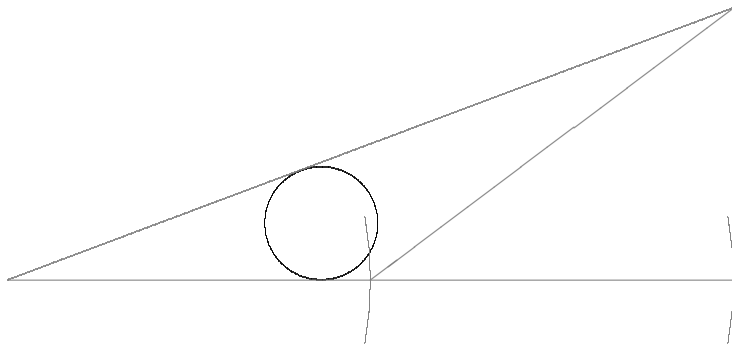
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Теперь построим прямоугольный треугольник, подобный требуемому, и медиану в нём.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Теперь построим прямоугольный треугольник, подобный требуемому, и медиану в нём.

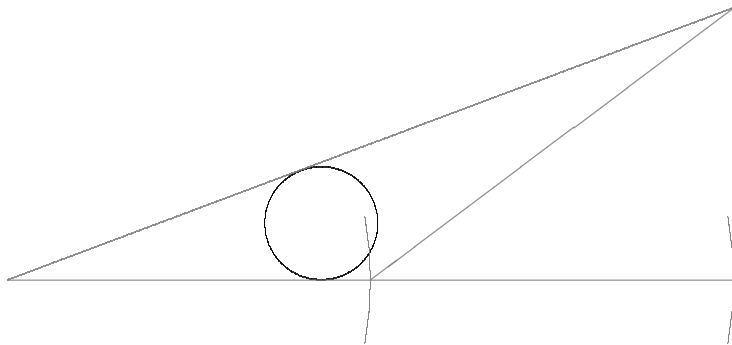


Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Теперь построим прямоугольный треугольник, подобный требуемому, и медиану в нём.

Проведём искомую медиану, как касательную, параллельную уже построенной медиане.

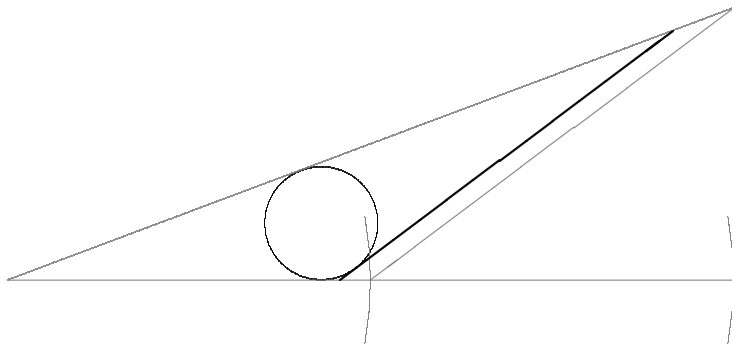


Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Теперь построим прямоугольный треугольник, подобный требуемому, и медиану в нём.

Проведём искомую медиану, как касательную, параллельную уже построенной медиане.



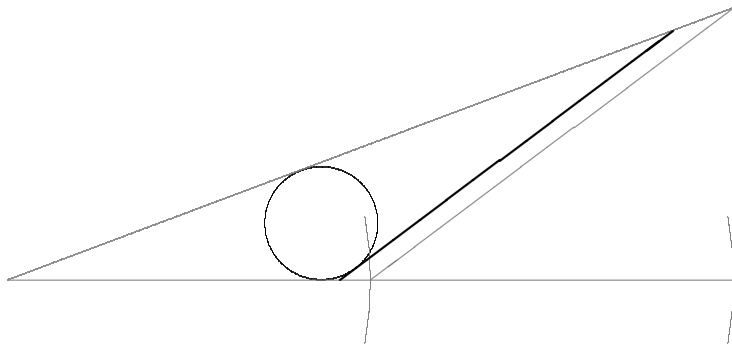
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Теперь построим прямоугольный треугольник, подобный требуемому, и медиану в нём.

Проведём искомую медиану, как касательную, параллельную уже построенной медиане.

Завершим построения.



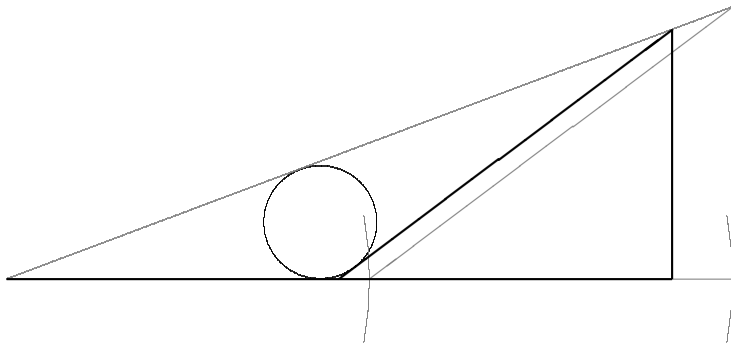
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Теперь построим прямоугольный треугольник, подобный требуемому, и медиану в нём.

Проведём искомую медиану, как касательную, параллельную уже построенной медиане.

Завершим построения.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

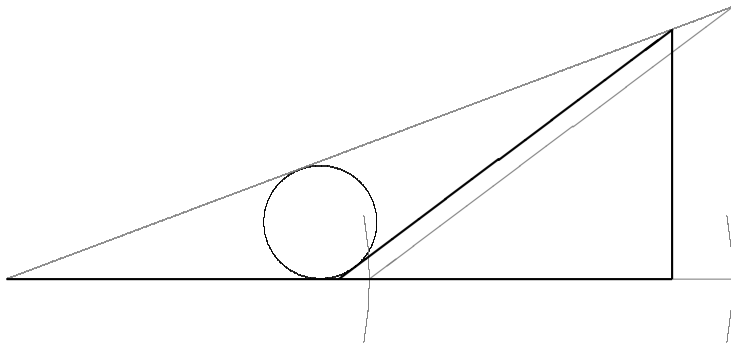
Ответ.

Теперь построим прямоугольный треугольник, подобный требуемому, и медиану в нём.

Проведём искомую медиану, как касательную, параллельную уже построенной медиане.

Завершим построения.

Наконец, воспользуемся ластиком.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

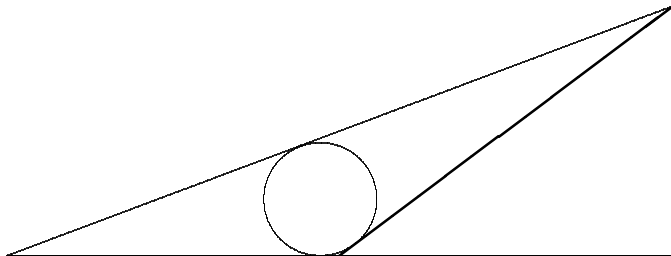
Ответ.

Теперь построим прямоугольный треугольник, подобный требуемому, и медиану в нём.

Проведём искомую медиану, как касательную, параллельную уже построенной медиане.

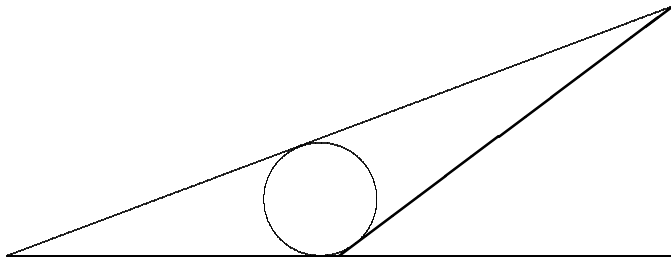
Завершим построения.

Наконец, воспользуемся ластиком.



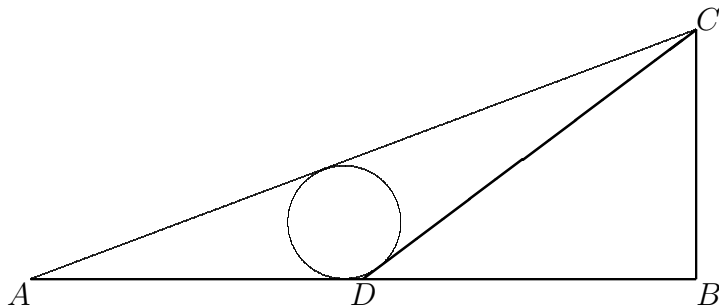
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин



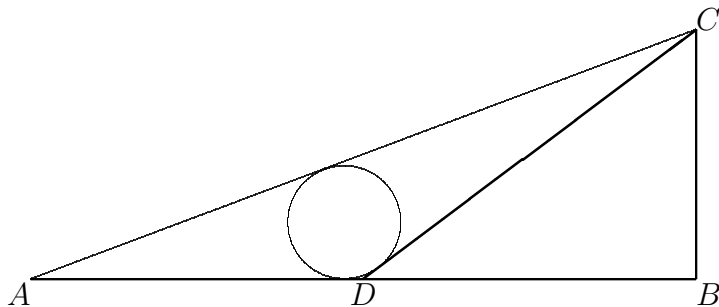
Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

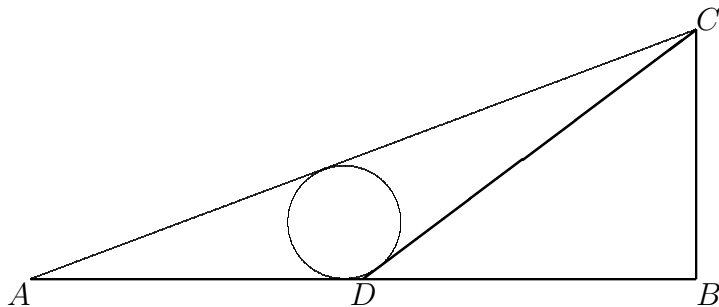
Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин и построить окружность, вписанную в $\triangle BCD$.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин и построить окружность, вписанную в $\triangle BCD$.

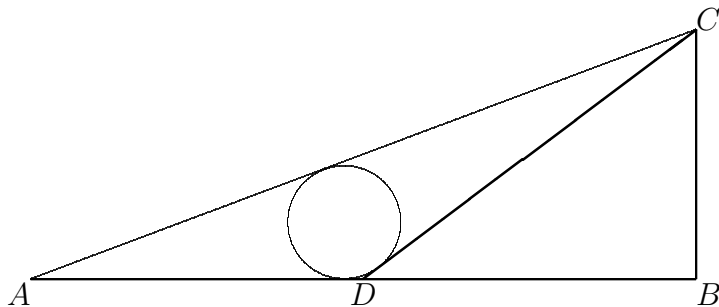
Центр вписанной окружности совпадает с точкой пересечения



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин и построить окружность, вписанную в $\triangle BCD$.

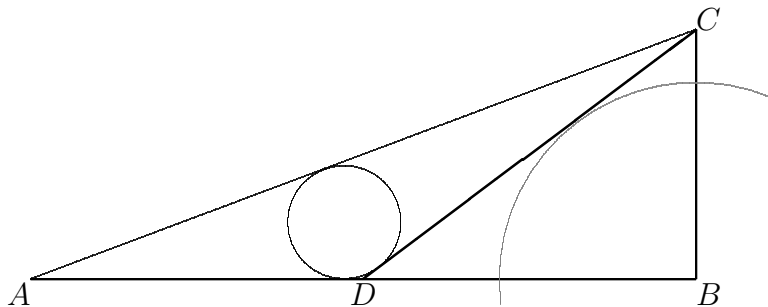
Центр вписанной окружности совпадает с точкой пересечения биссектрис.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин и построить окружность, вписанную в $\triangle BCD$.

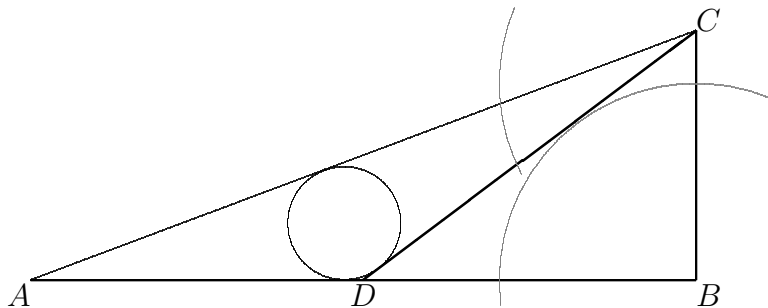
Центр вписанной окружности совпадает с точкой пересечения биссектрис.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин и построить окружность, вписанную в $\triangle BCD$.

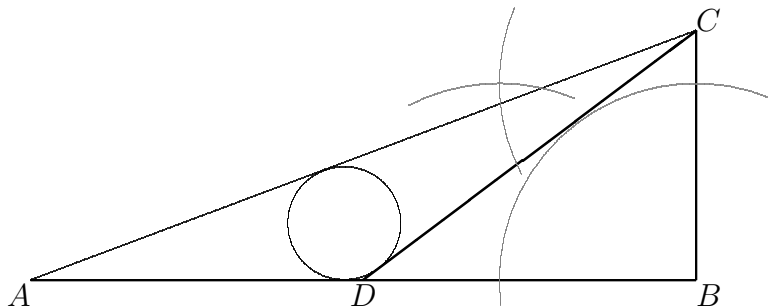
Центр вписанной окружности совпадает с точкой пересечения биссектрис.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин и построить окружность, вписанную в $\triangle BCD$.

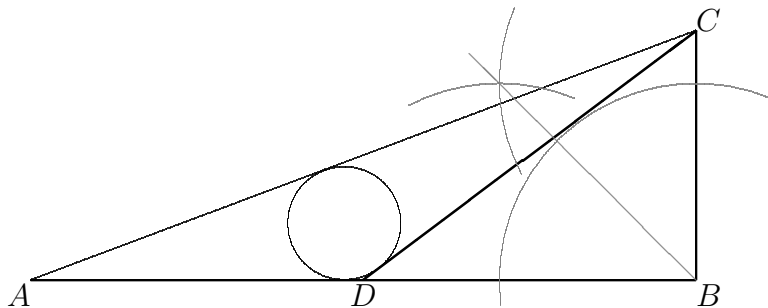
Центр вписанной окружности совпадает с точкой пересечения биссектрис.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин и построить окружность, вписанную в $\triangle BCD$.

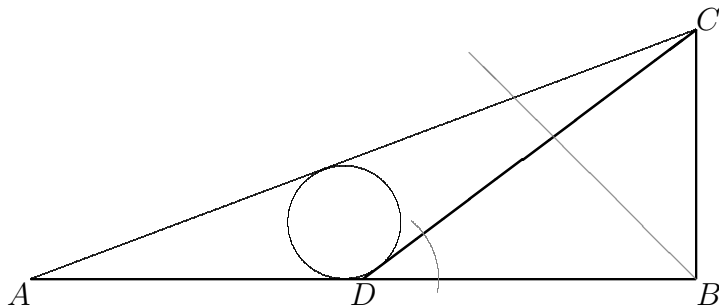
Центр вписанной окружности совпадает с точкой пересечения биссектрис.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин и построить окружность, вписанную в $\triangle BCD$.

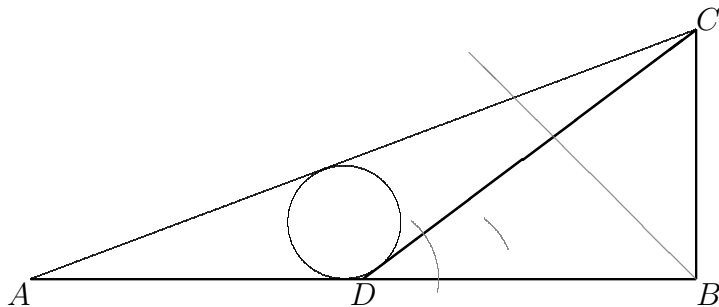
Центр вписанной окружности совпадает с точкой пересечения биссектрис.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин и построить окружность, вписанную в $\triangle BCD$.

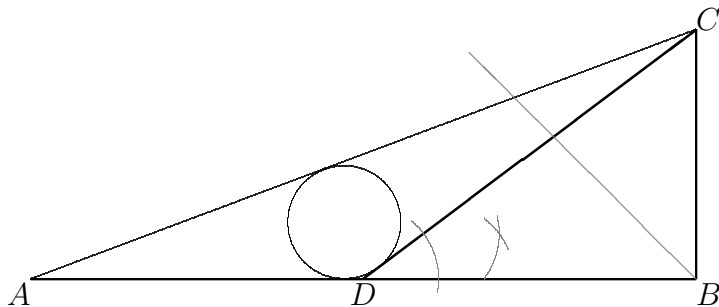
Центр вписанной окружности совпадает с точкой пересечения биссектрис.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин и построить окружность, вписанную в $\triangle BCD$.

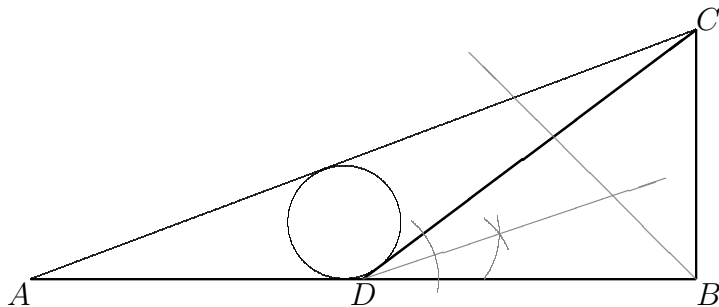
Центр вписанной окружности совпадает с точкой пересечения биссектрис.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин и построить окружность, вписанную в $\triangle BCD$.

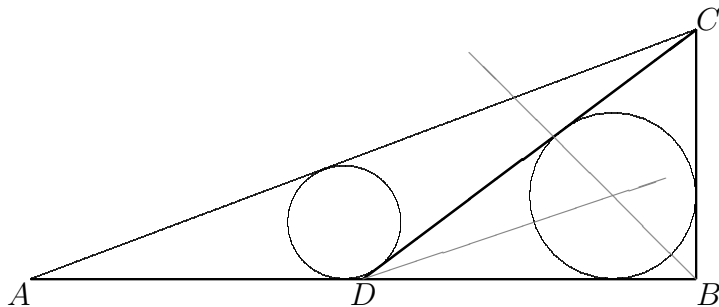
Центр вписанной окружности совпадает с точкой пересечения биссектрис.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин и построить окружность, вписанную в $\triangle BCD$.

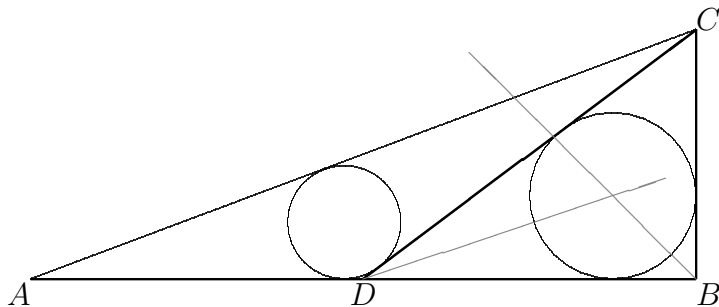
Центр вписанной окружности совпадает с точкой пересечения биссектрис.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.
Осталось ввести обозначения вершин и построить окружность, вписанную в $\triangle BCD$.

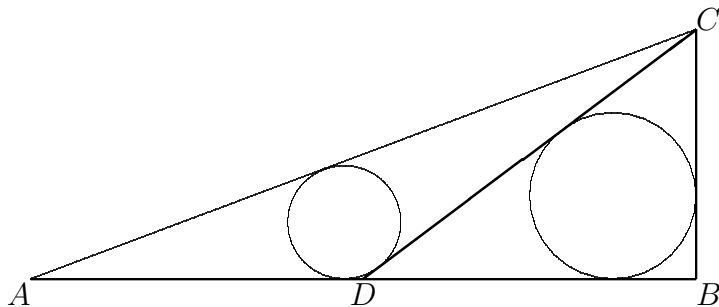
Центр вписанной окружности совпадает с точкой пересечения биссектрис.
Уберём всё лишнее.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

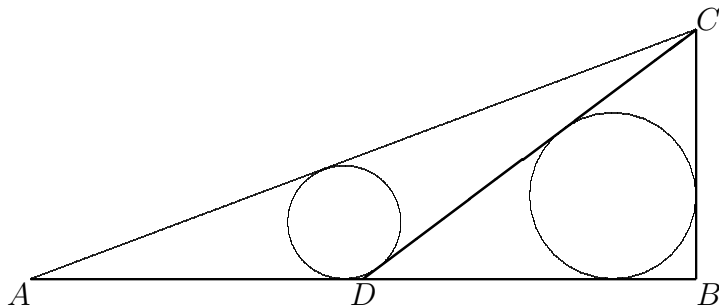


Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

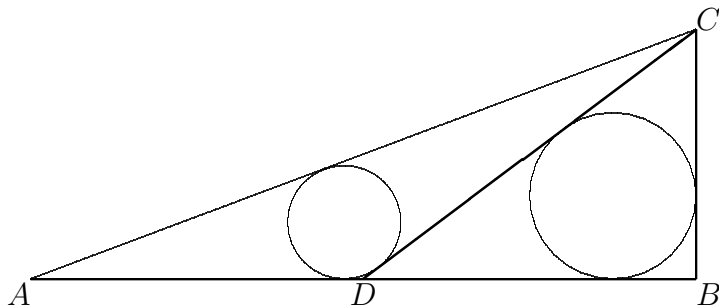
Отношение радиусов.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

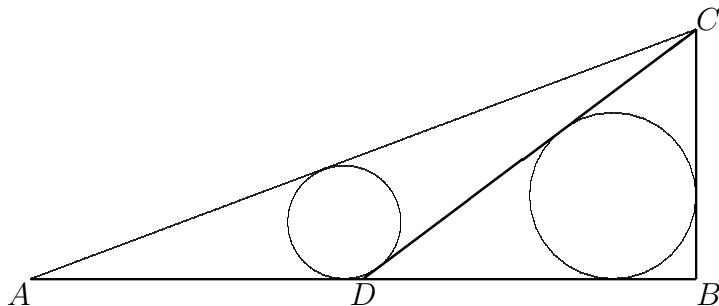
Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

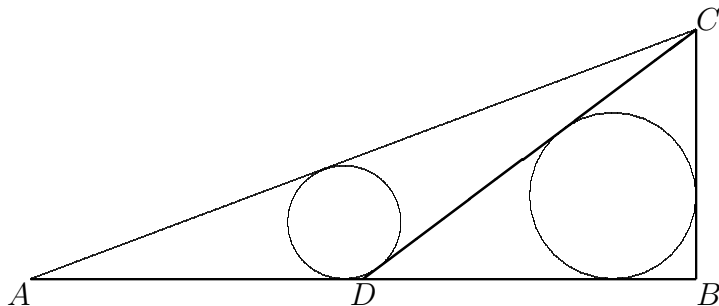
Что надо найти?

Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

Введём переменные.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

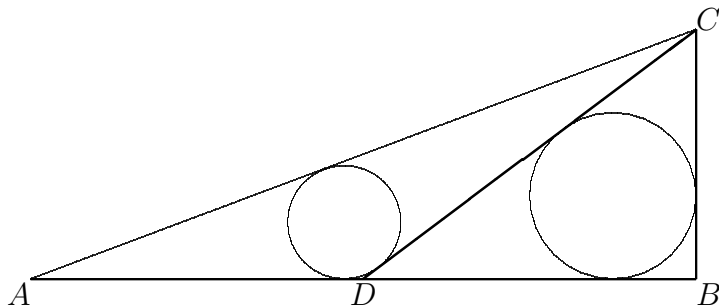
Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

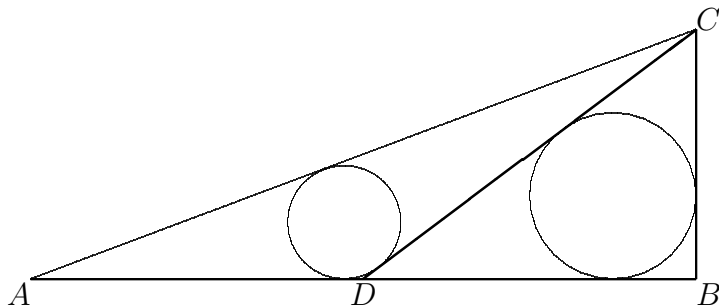
В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

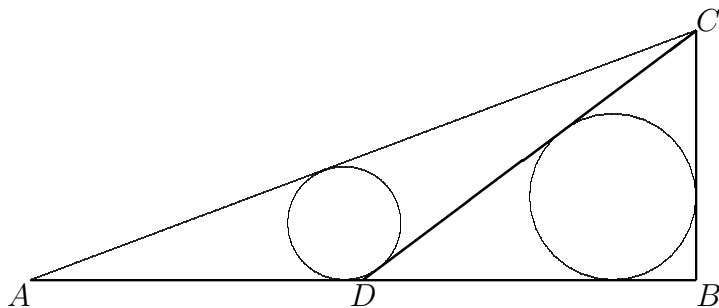
В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD =$



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

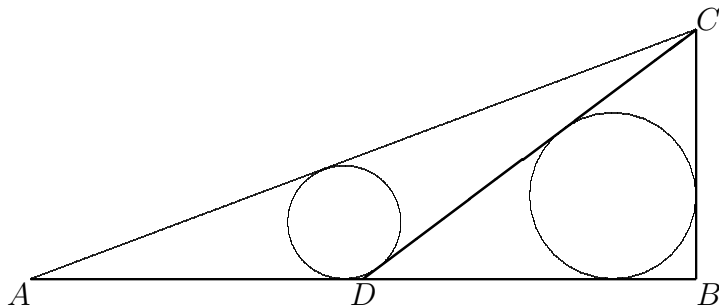
В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$,



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

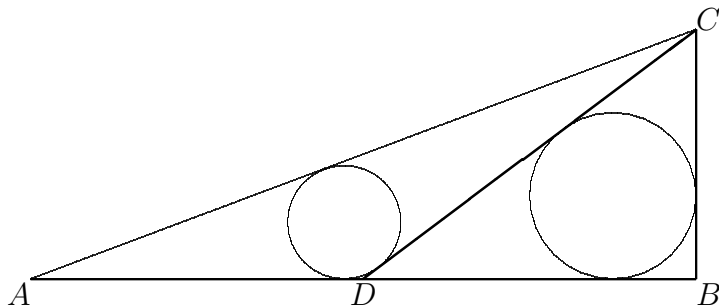
В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$, $AB =$



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

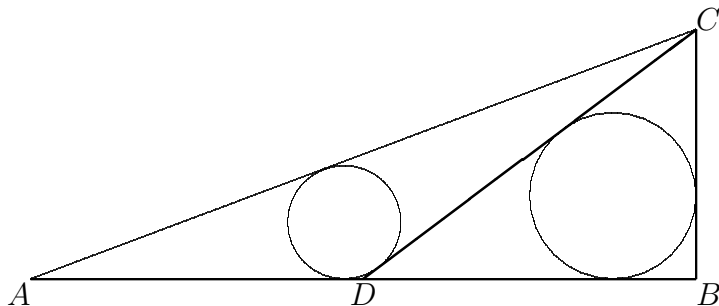
В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$, $AB = 8a$,



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

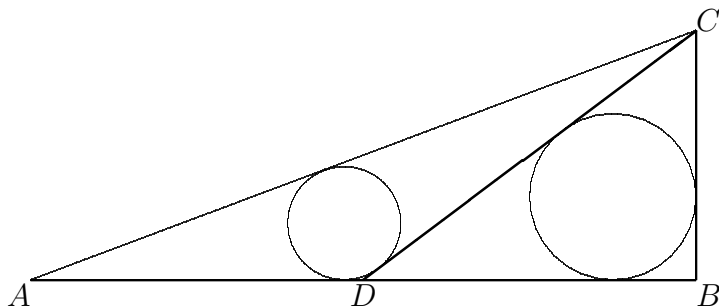
Дробью вида $a : b$.

Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$, $AB = 8a$,

$DC =$



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

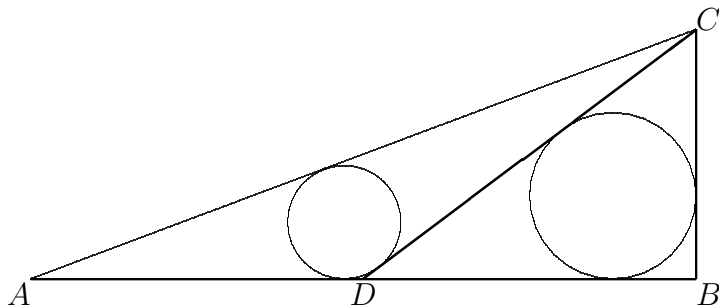
Дробью вида $a : b$.

Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$, $AB = 8a$,

$DC = 5a$,



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

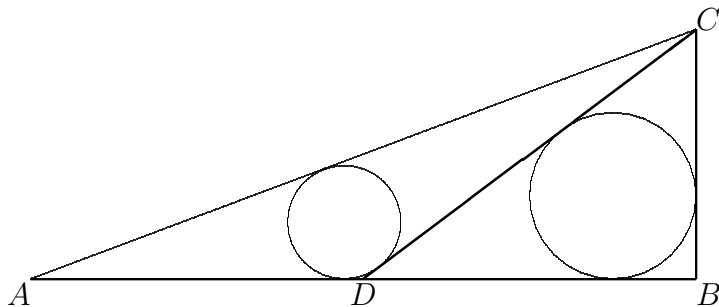
Дробью вида $a : b$.

Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$, $AB = 8a$,

$DC = 5a$, $AC =$



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

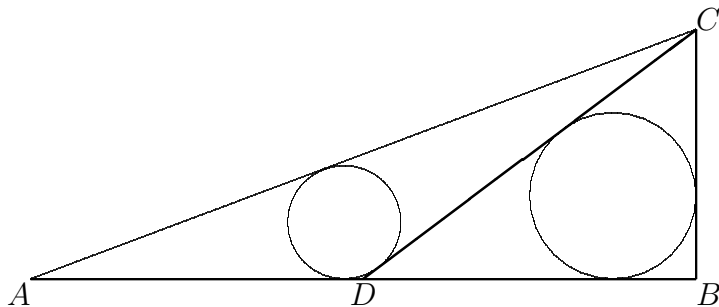
Дробью вида $a : b$.

Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$, $AB = 8a$,

$DC = 5a$, $AC = a\sqrt{73}$,



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

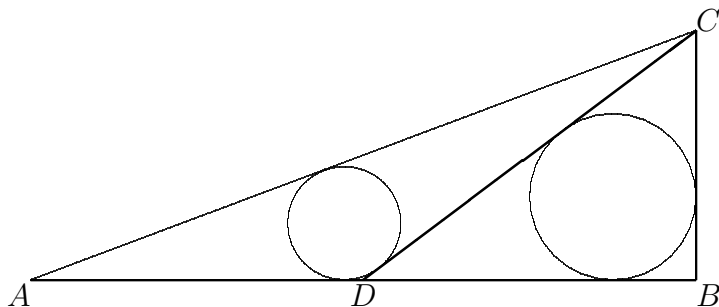
Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$, $AB = 8a$,

$DC = 5a$, $AC = a\sqrt{73}$,

$S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ACD} =$



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

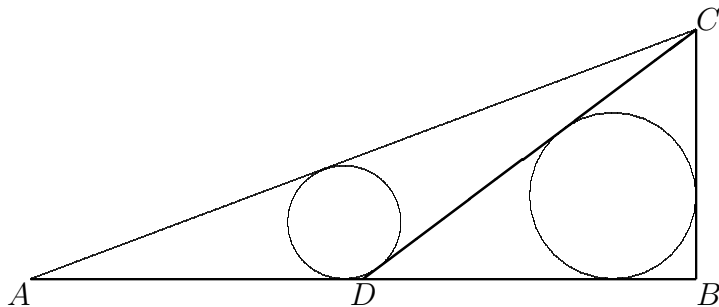
Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$, $AB = 8a$,

$DC = 5a$, $AC = a\sqrt{73}$,

$S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ACD} = 12a^2$.



Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

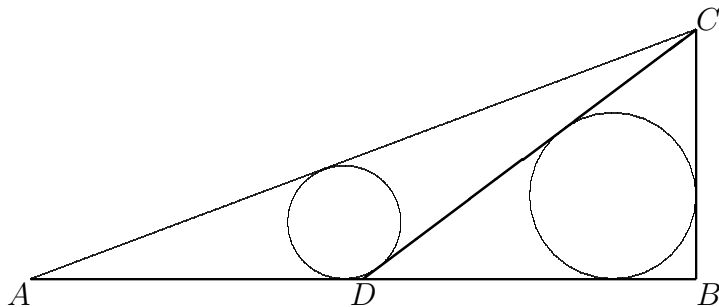
Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$, $AB = 8a$,

$DC = 5a$, $AC = a\sqrt{73}$,

$S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ACD} = 12a^2$.



Воспользуемся формулой, выражающей площадь треугольника через полупериметр и радиус вписанной окружности: $S =$

Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

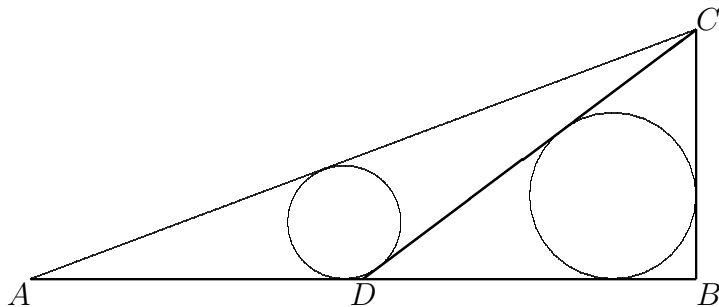
Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$, $AB = 8a$,

$DC = 5a$, $AC = a\sqrt{73}$,

$S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ACD} = 12a^2$.



Воспользуемся формулой, выражающей площадь треугольника через полупериметр и радиус вписанной окружности: $S = pr$.

Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

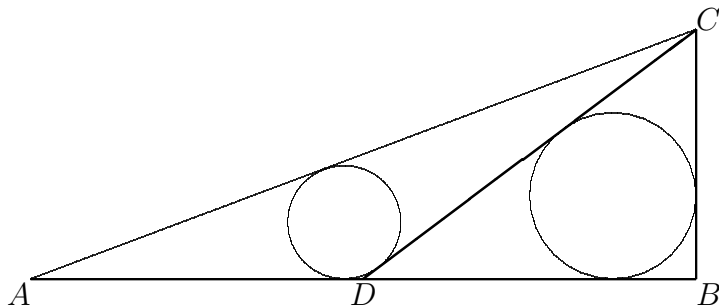
Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$, $AB = 8a$,

$DC = 5a$, $AC = a\sqrt{73}$,

$S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ACD} = 12a^2$.



Воспользуемся формулой, выражающей площадь треугольника через полупериметр и радиус вписанной окружности: $S = pr$.

$\lambda =$

Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

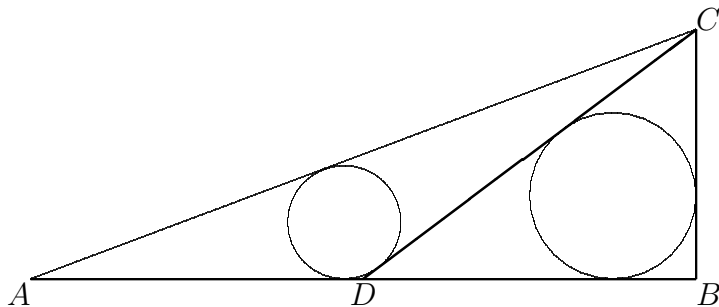
Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$, $AB = 8a$,

$DC = 5a$, $AC = a\sqrt{73}$,

$S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ACD} = 12a^2$.



Воспользуемся формулой, выражающей площадь треугольника через полупериметр и радиус вписанной окружности: $S = pr$.

$$\lambda = \frac{12a^2 / ((3a + 4a + 5a)/2)}{12a^2 / ((3a + 8a + a\sqrt{73})/2)} =$$

Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

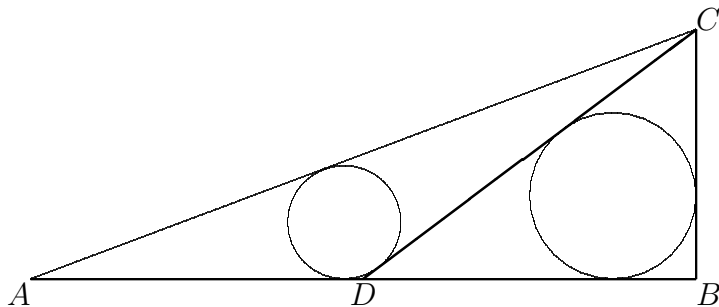
Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$, $AB = 8a$,

$DC = 5a$, $AC = a\sqrt{73}$,

$S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ACD} = 12a^2$.



Воспользуемся формулой, выражающей площадь треугольника через полупериметр и радиус вписанной окружности: $S = pr$.

$$\lambda = \frac{12a^2 / ((3a + 4a + 5a)/2)}{12a^2 / ((3a + 8a + a\sqrt{73})/2)} = \frac{11 + \sqrt{73}}{12} \approx$$

Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Что надо найти?

Отношение радиусов.

В каком виде представим ответ?

Дробью вида $a : b$.

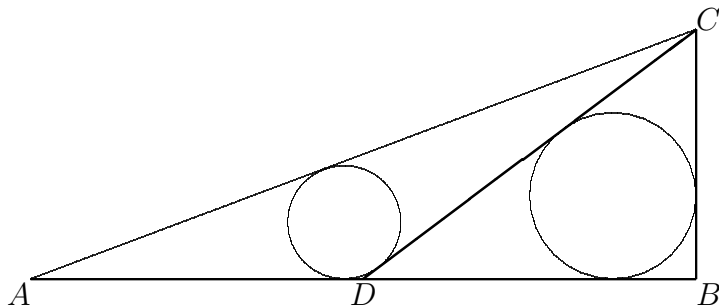
Введём переменные.

Пусть λ — искомое отношение,

$BC = 3a$. Тогда $BD = 4a$, $AB = 8a$,

$DC = 5a$, $AC = a\sqrt{73}$,

$S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ACD} = 12a^2$.



Воспользуемся формулой, выражающей площадь треугольника через полупериметр и радиус вписанной окружности: $S = pr$.

$$\lambda = \frac{12a^2 / ((3a + 4a + 5a)/2)}{12a^2 / ((3a + 8a + a\sqrt{73})/2)} = \frac{11 + \sqrt{73}}{12} \approx 1,62867.$$

Задача 33. В прямоугольном треугольнике проведена медиана катета, противолежащего острому углу величиной $\arctg \frac{8}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники, на которые данная медиана разделила исходный треугольник.

Ответ.

Решение задачи 34.

Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Начнем построение с

Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Начнем построение с окружности.

Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

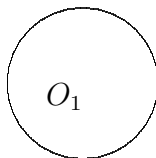
а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Начнем построение с окружности.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

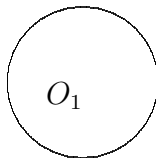
б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Начнем построение с окружности.

У окружностей будет общая касательная, которая будет перпендикулярна радиусам, проведённым в точку касания.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

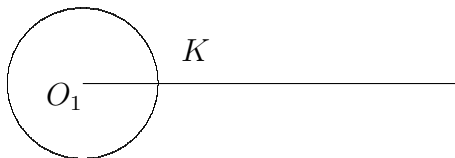
б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Начнем построение с окружности.

У окружностей будет общая касательная, которая будет перпендикулярна радиусам, проведённым в точку касания.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

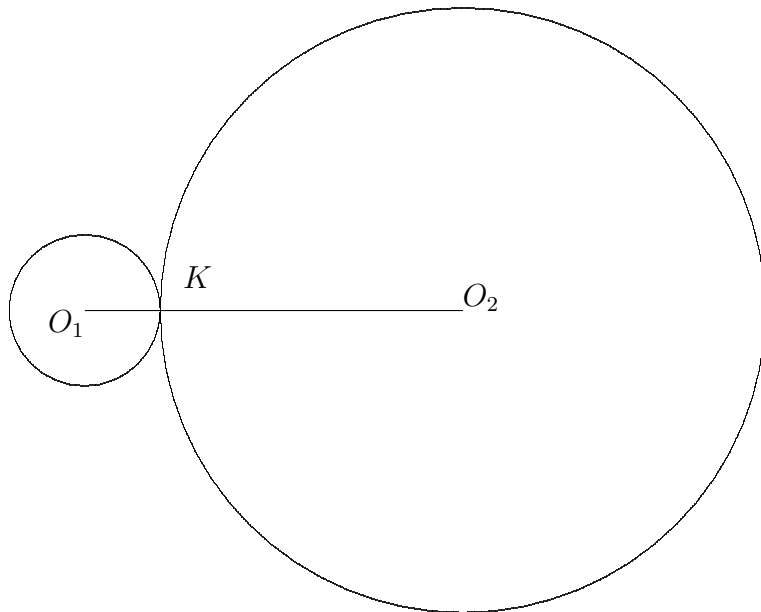
б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Начнем построение с окружности.

У окружностей будет общая касательная, которая будет перпендикулярна радиусам, проведённым в точку касания.



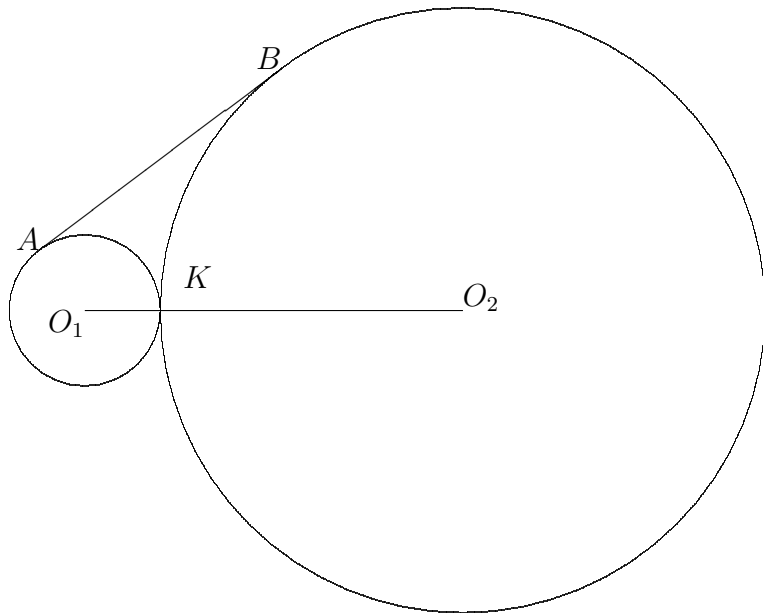
Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Сначала построим чертёж.



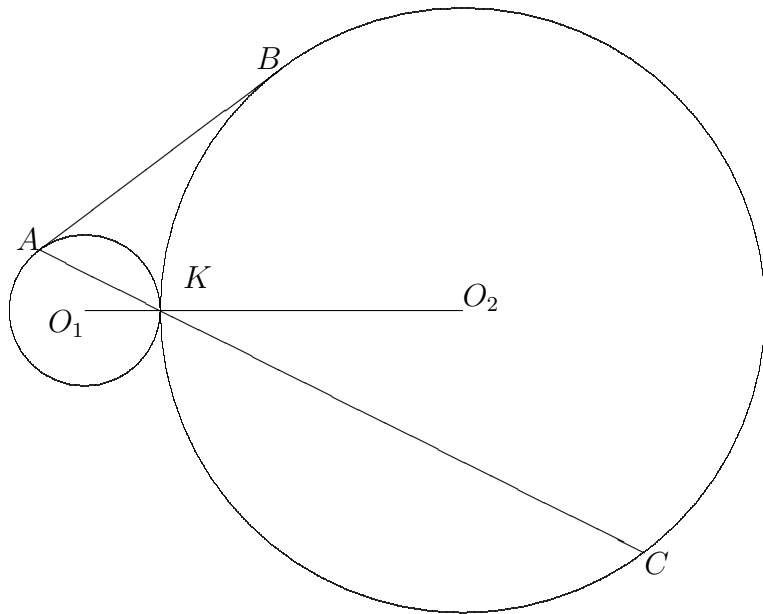
Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Сначала построим чертёж.



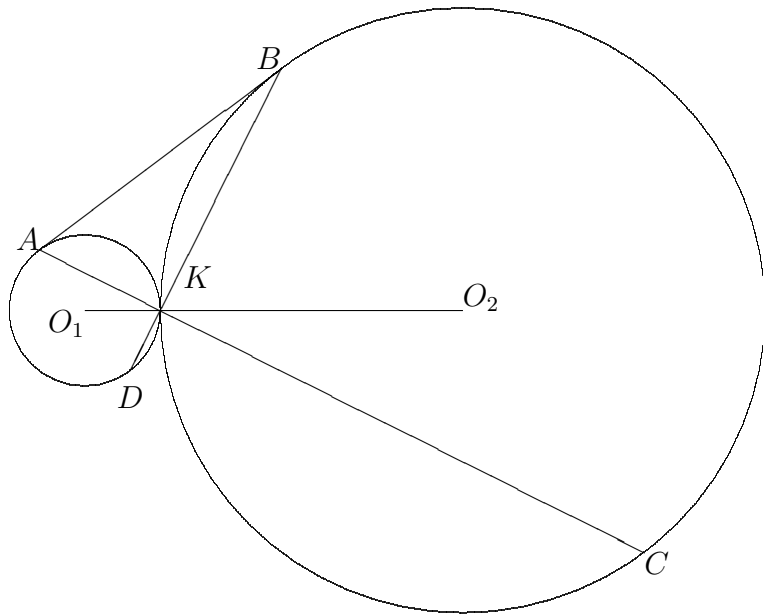
Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Сначала построим чертёж.



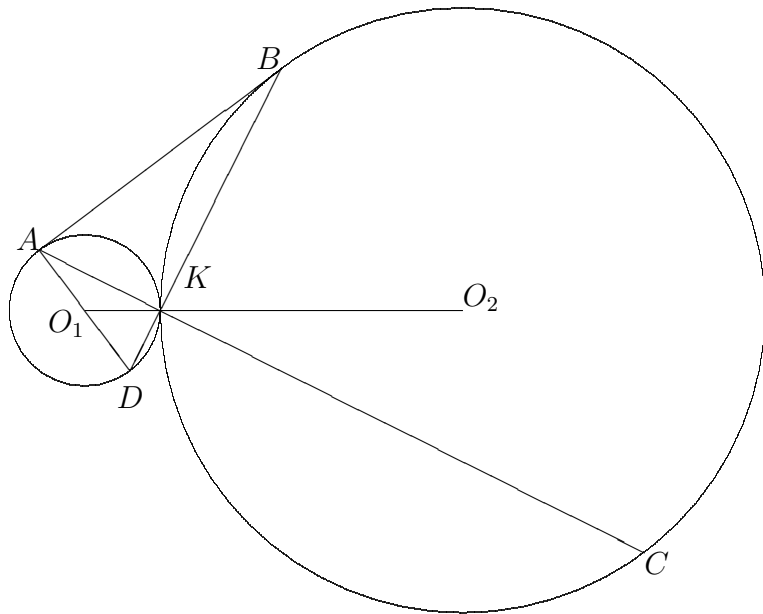
Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Сначала построим чертёж.



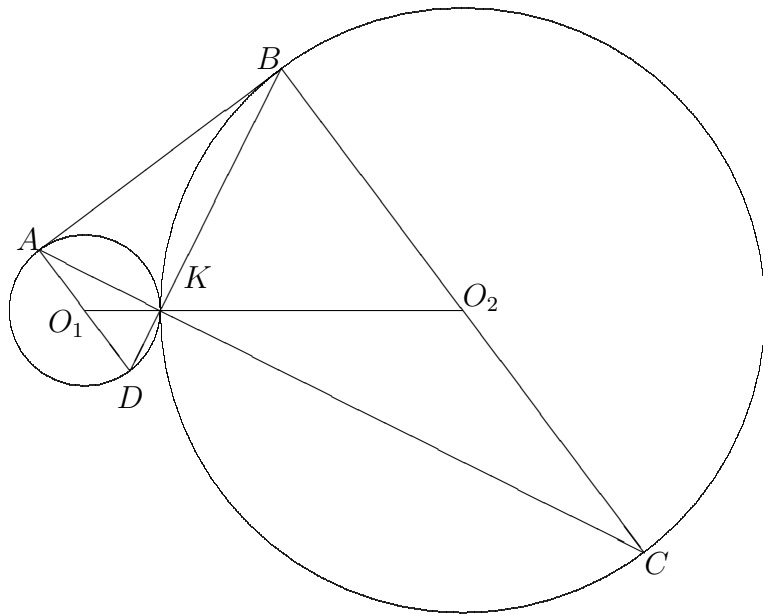
Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Сначала построим чертёж.



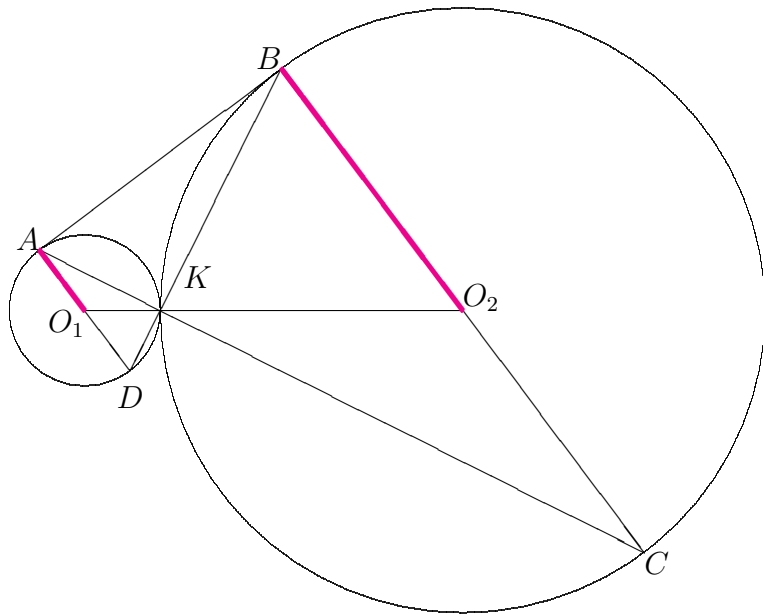
Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Похоже, что AD и BC проходят через центры окружностей.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

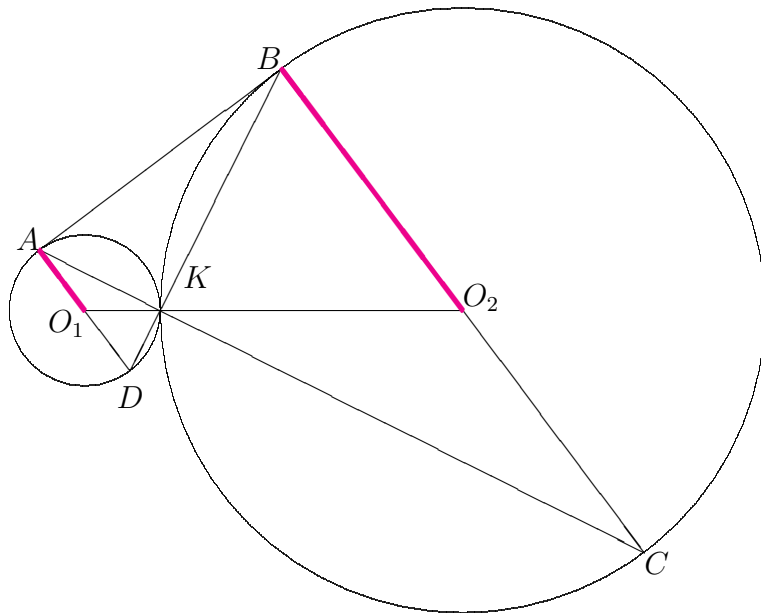
а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Похоже, что AD и BC проходят через центры окружностей.

Попробуем это доказать.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

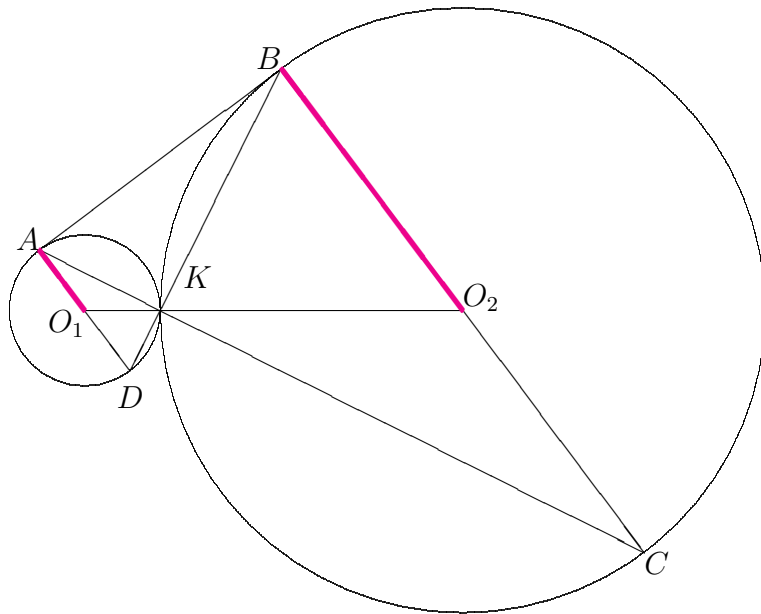
а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Похоже, что AD и BC проходят через центры окружностей.

Как это доказать?



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

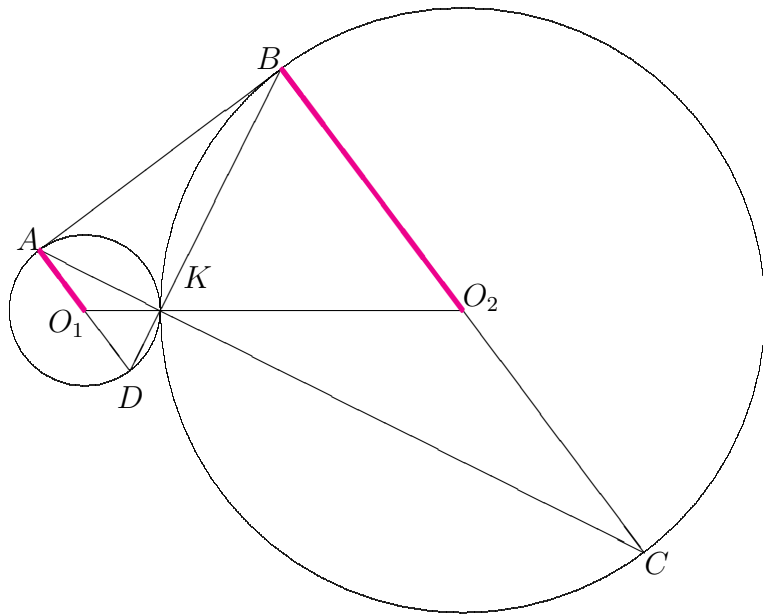
б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Похоже, что AD и BC проходят через центры окружностей.

Как это доказать?

Например, достаточно проверить, что $\angle AO_1D$ и $\angle BO_2C$ — развернутые углы.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

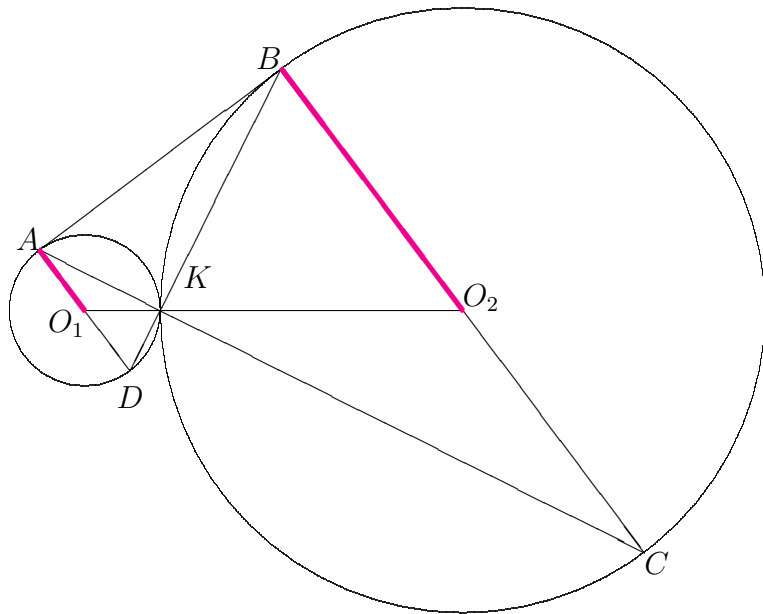
Ответ.

Похоже, что AD и BC проходят через центры окружностей.

Как это доказать?

Например, достаточно проверить, что $\angle AO_1D$ и $\angle BO_2C$ — развернутые углы.

Это центральные углы в окружностях.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

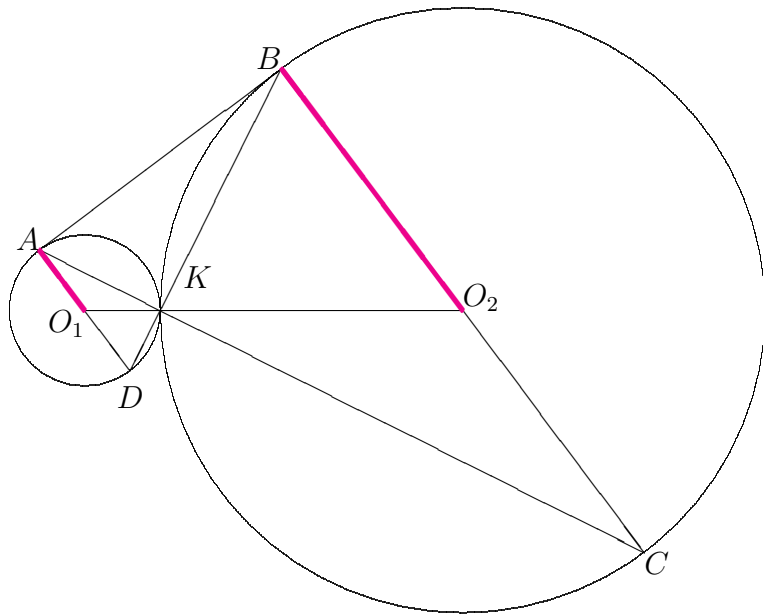
Ответ.

Похоже, что AD и BC проходят через центры окружностей.

Как это доказать?

Например, достаточно проверить, что $\angle AO_1D$ и $\angle BO_2C$ — развернутые углы.

Это центральные углы в окружностях. Поэтому осталось убедиться в том, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.



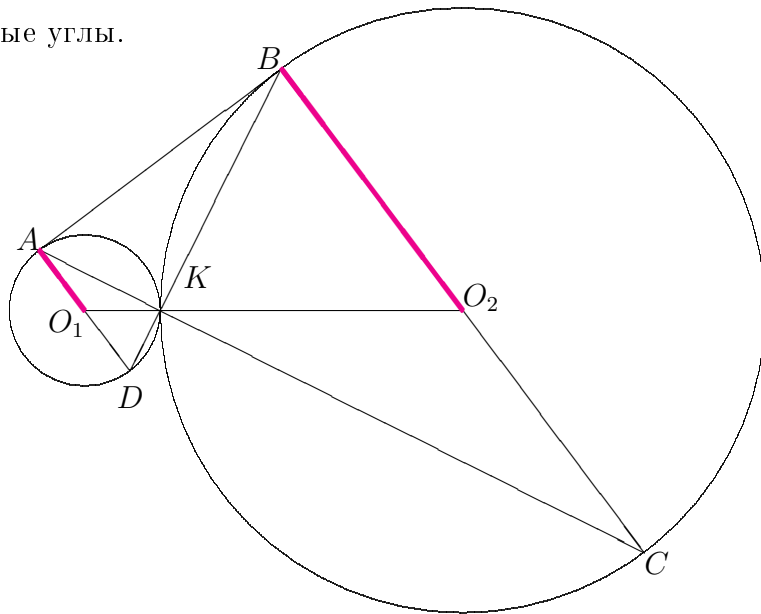
Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

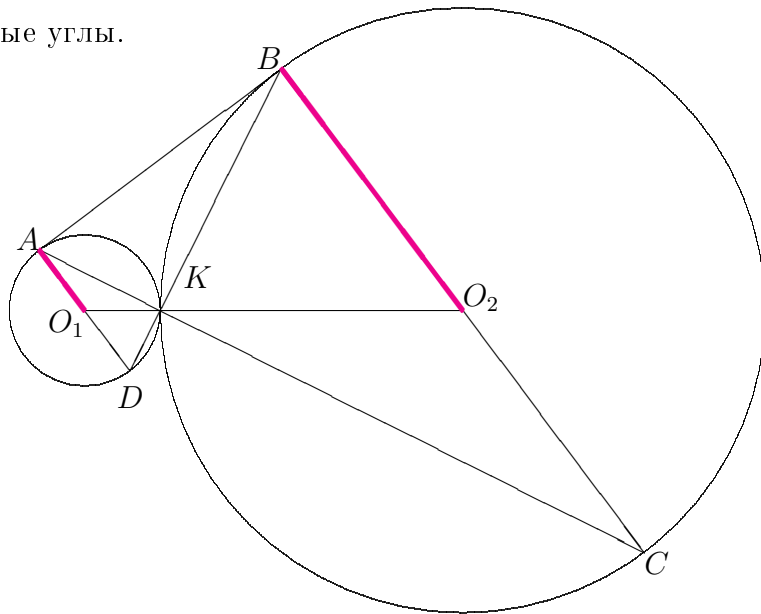
а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Как доказать, что угол — прямой?



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

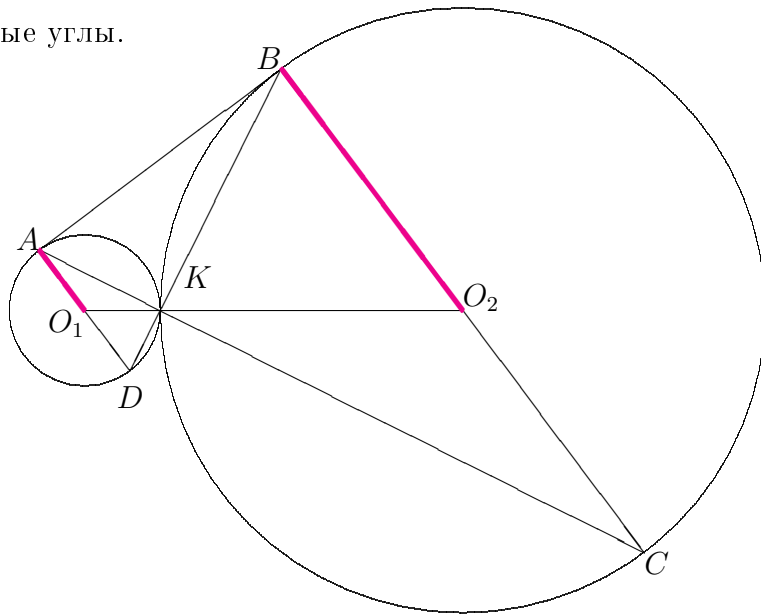
б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Как доказать, что угол — прямой?

Обычно применяется 3 геометрических способа:



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

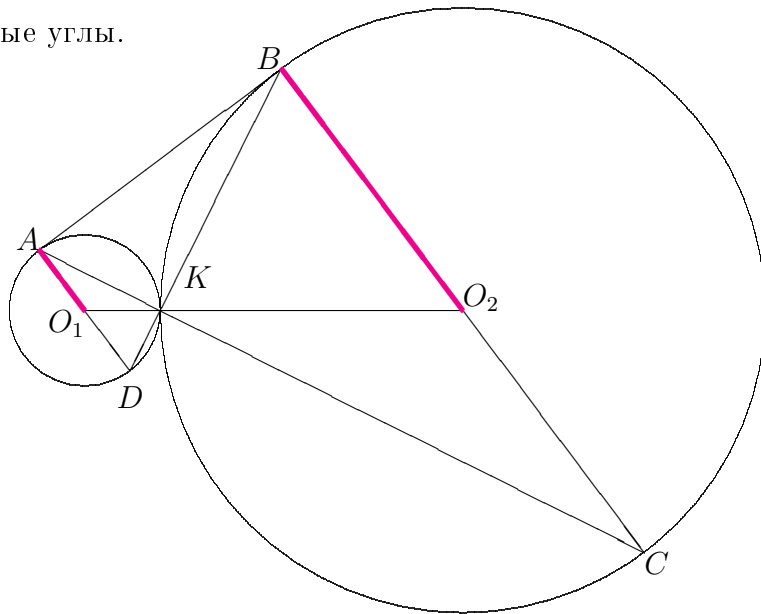
Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Как доказать, что угол — прямой?

Обычно применяется 3 геометрических способа:

1) доказать, что этот угол равен углу, про который известно, что он прямой;



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

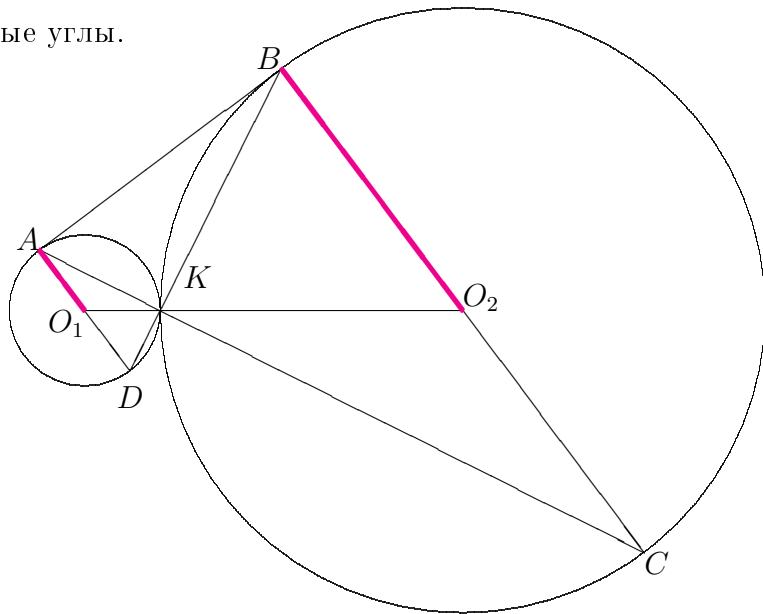
Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Как доказать, что угол — прямой?

Обычно применяется 3 геометрических способа:

- 1) доказать, что этот угол равен углу, про который известно, что он прямой;
- 2) показать, что он в 2 раза меньше развёрнутого;



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

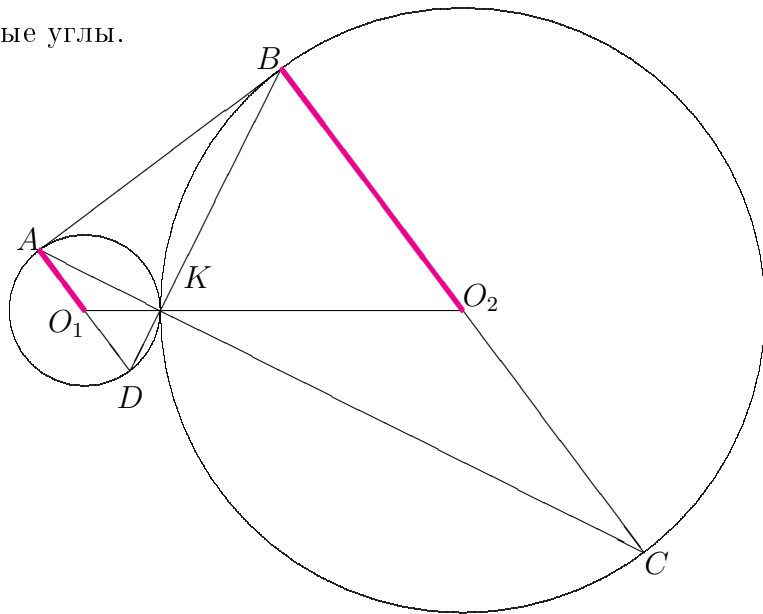
Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Как доказать, что угол — прямой?

Обычно применяется 3 геометрических способа:

- 1) доказать, что этот угол равен углу, про который известно, что он прямой;
- 2) показать, что он в 2 раза меньше развёрнутого;
- 3) разложить его в сумму углов, и показать, что эта сумма равна $\pi/2$.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Как доказать, что угол — прямой?

Обычно применяется 3 геометрических способа:

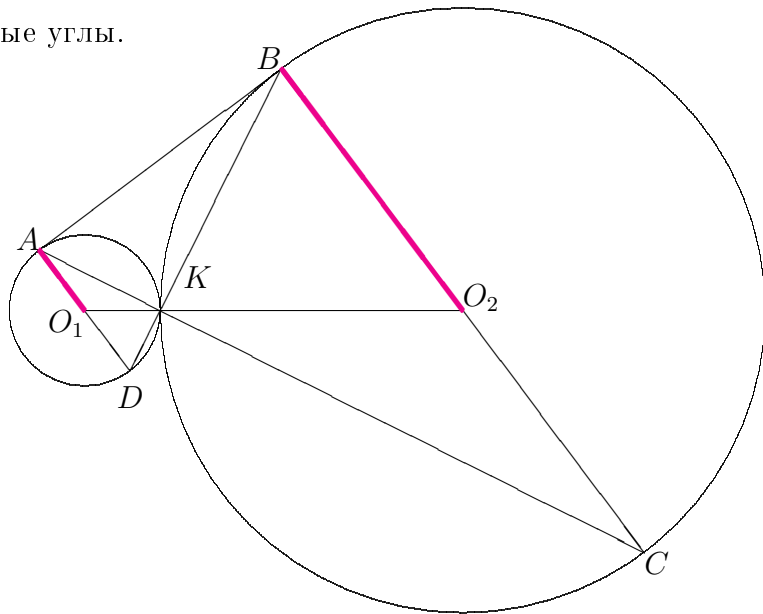
1) доказать, что этот угол равен углу,

про который известно, что он прямой;

2) показать, что он в 2 раза меньше развёрнутого;

3) разложить его в сумму углов, и показать, что эта сумма равна $\pi/2$.

Применим способ



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Как доказать, что угол — прямой?

Обычно применяется 3 геометрических способа:

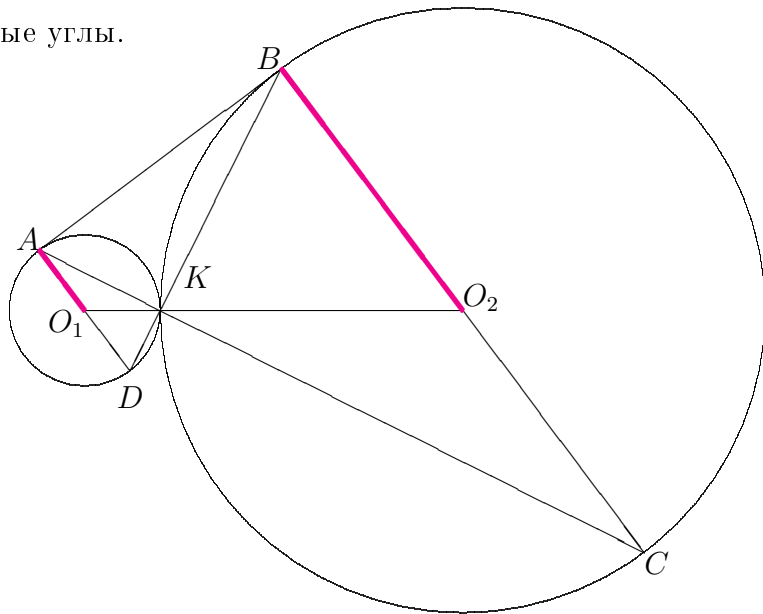
1) доказать, что этот угол равен углу,

про который известно, что он прямой;

2) показать, что он в 2 раза меньше развёрнутого;

3) разложить его в сумму углов, и показать, что эта сумма равна $\pi/2$.

Применим способ 3.



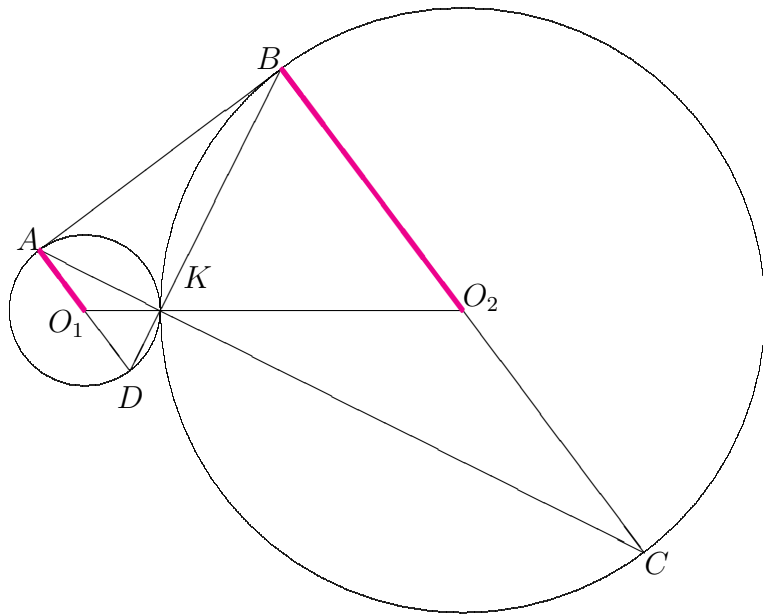
Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

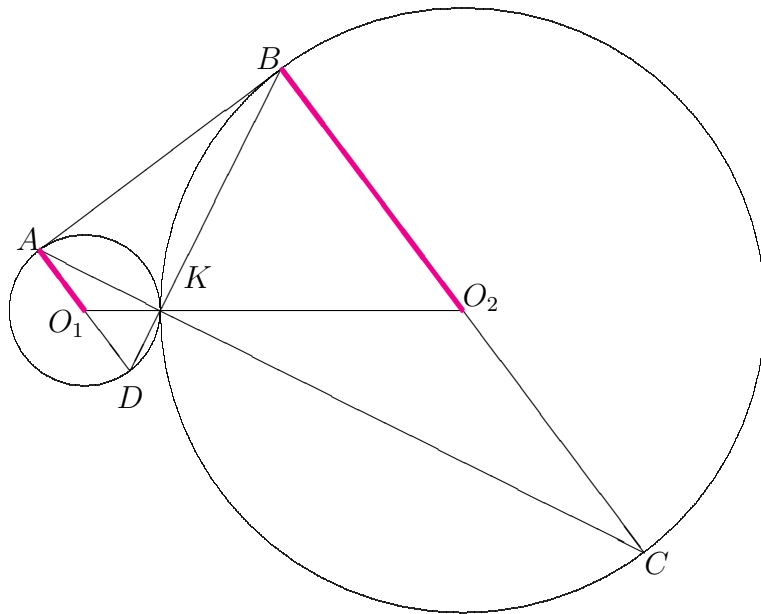
б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

$\angle AO_1O_2 =$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

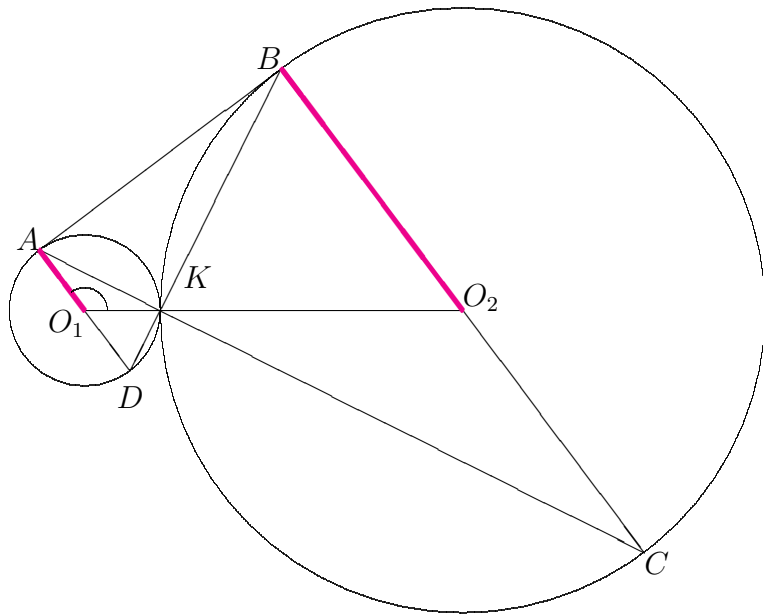
б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

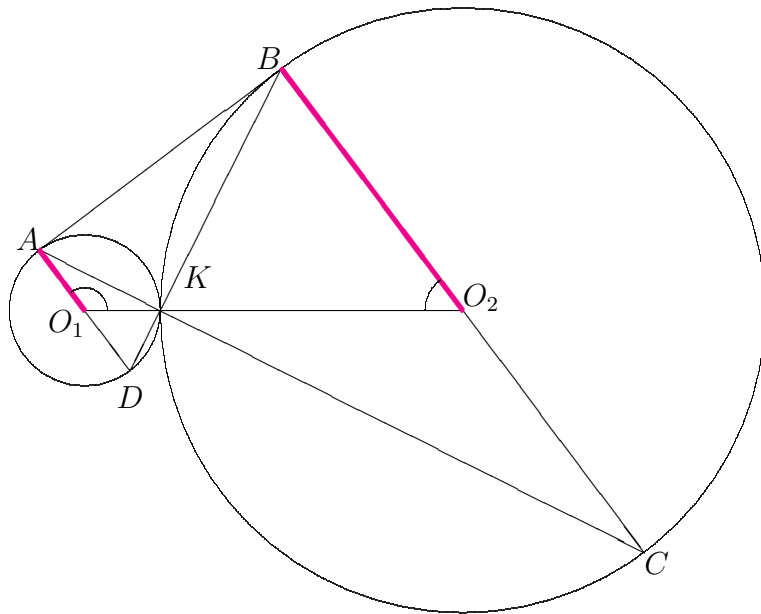
$\angle AO_1O_2 =$



а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

Ответ.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

$$\angle AO_1O_2 =$$


Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

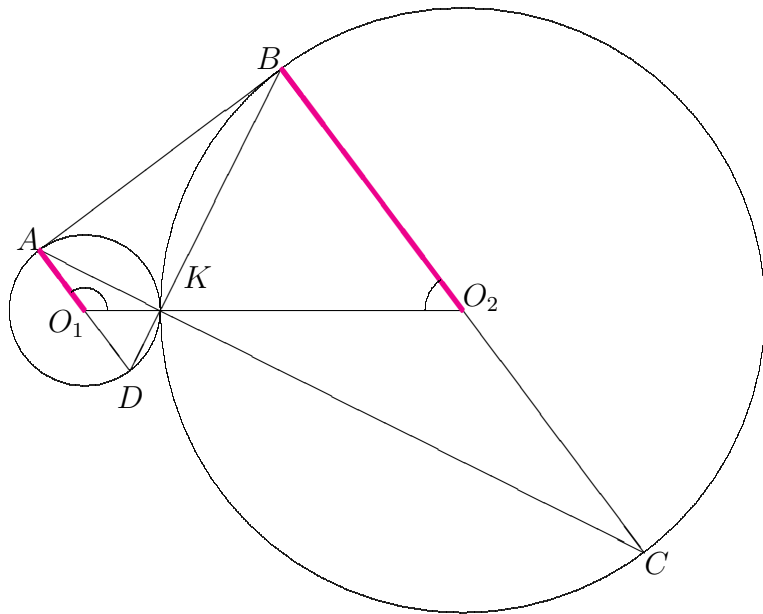
б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

$\angle AO_1O_2 = \pi - \angle BO_2O_1$.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

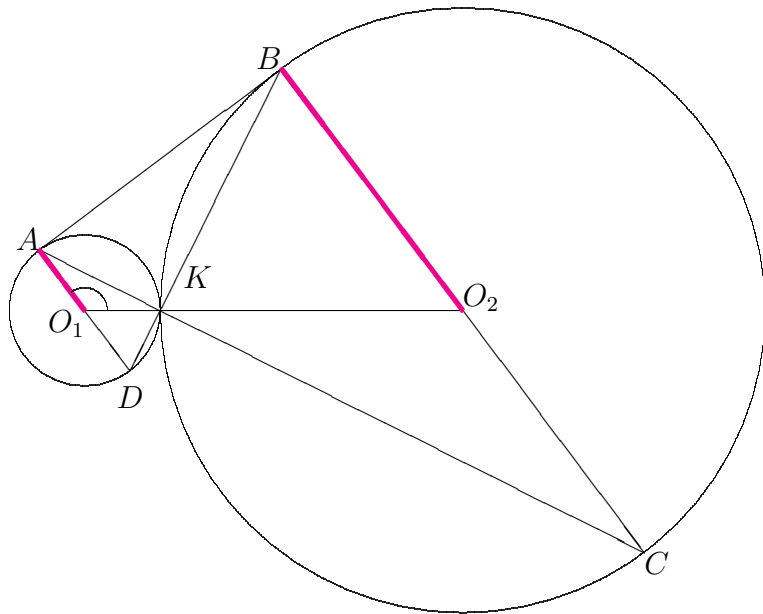
Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

$\angle AO_1O_2 = \pi - \angle BO_2O_1$.

$\angle O_1KA = \angle O_1AK =$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

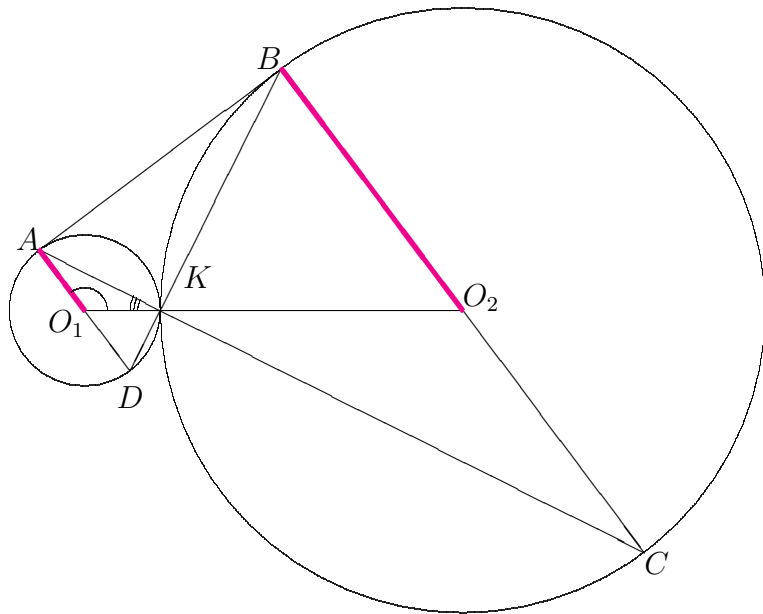
Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

$\angle AO_1O_2 = \pi - \angle BO_2O_1$.

$\angle O_1KA = \angle O_1AK =$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

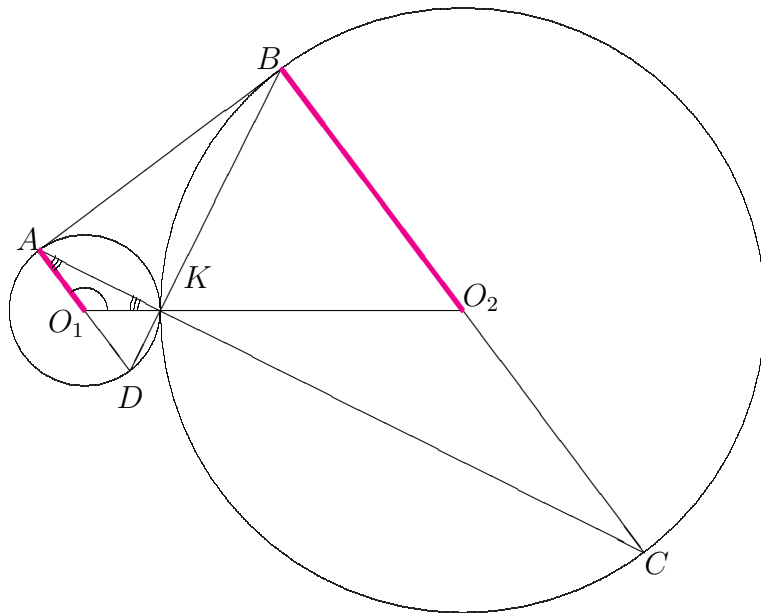
Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

$\angle AO_1O_2 = \pi - \angle BO_2O_1$.

$\angle O_1KA = \angle O_1AK =$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

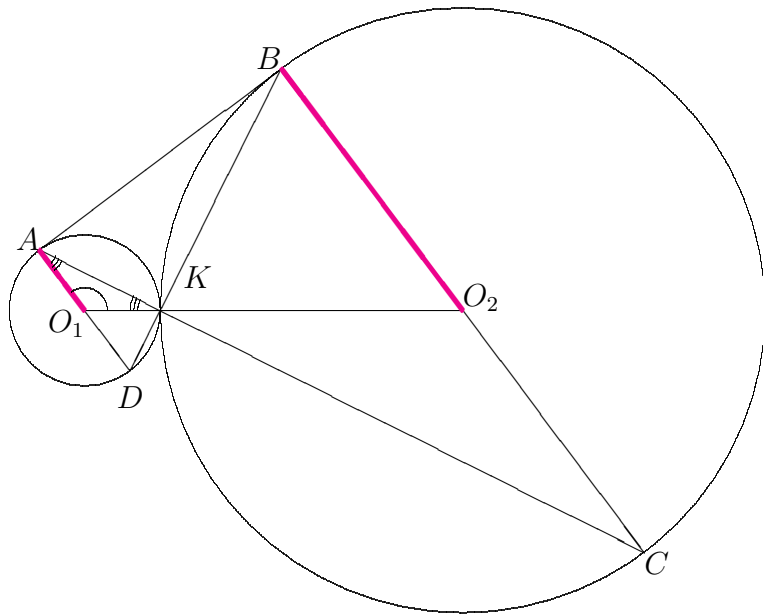
Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

$\angle AO_1O_2 = \pi - \angle BO_2O_1$.

$\angle O_1KA = \angle O_1AK = \frac{1}{2}(\pi - \angle AO_1O_2)$.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

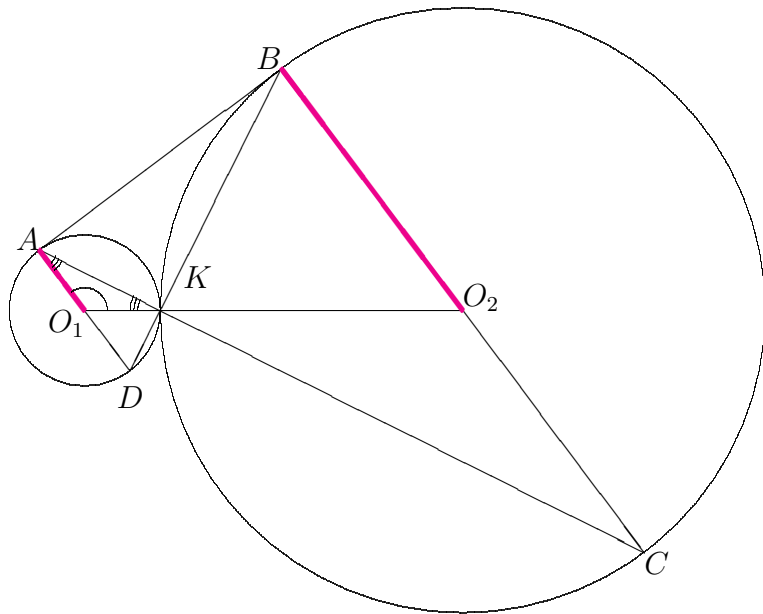
Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

$$\angle AO_1O_2 = \pi - \angle BO_2O_1.$$

$$\angle O_1KA = \angle O_1AK = \frac{1}{2}(\pi - \angle AO_1O_2).$$

$$\angle O_1KA = \frac{1}{2}\angle BO_2O_1.$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

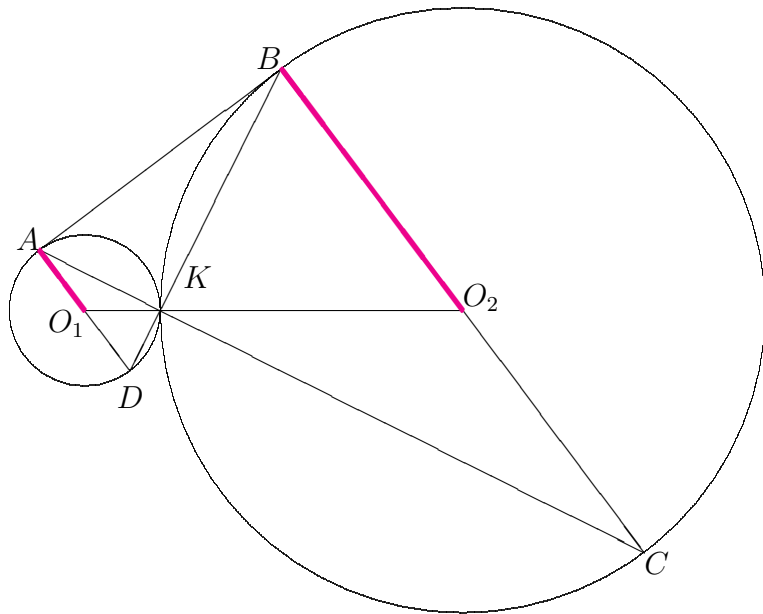
Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

$\angle AO_1O_2 = \pi - \angle BO_2O_1$.

$\angle O_1KA = \angle O_1AK = \frac{1}{2}(\pi - \angle AO_1O_2)$.

$\angle O_1KA = \frac{1}{2}\angle BO_2O_1$.

$\angle O_1KD = \angle O_2KB = \angle O_2BK =$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

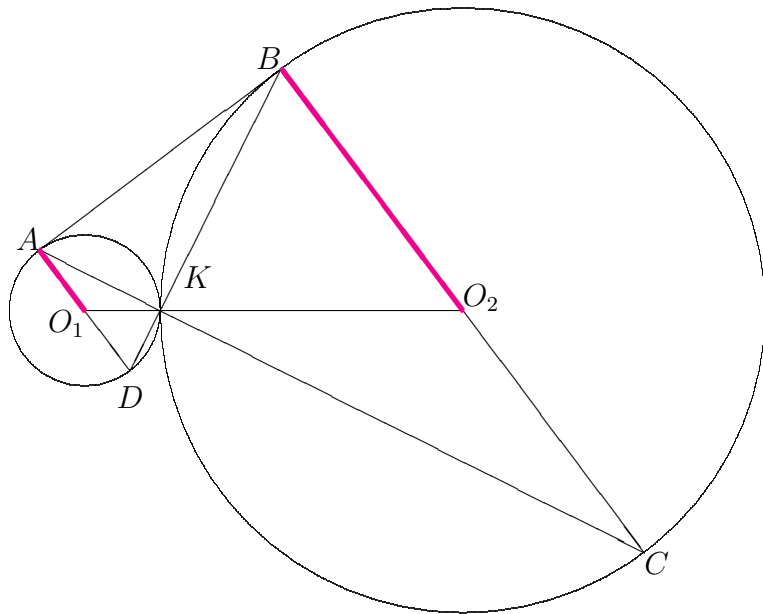
Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

$$\angle AO_1O_2 = \pi - \angle BO_2O_1.$$

$$\angle O_1KA = \angle O_1AK = \frac{1}{2}(\pi - \angle AO_1O_2).$$

$$\angle O_1KA = \frac{1}{2}\angle BO_2O_1.$$

$$\begin{aligned} \angle O_1KD &= \angle O_2KB = \angle O_2BK = \\ &= \frac{1}{2}(\pi - \angle BO_2K). \end{aligned}$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

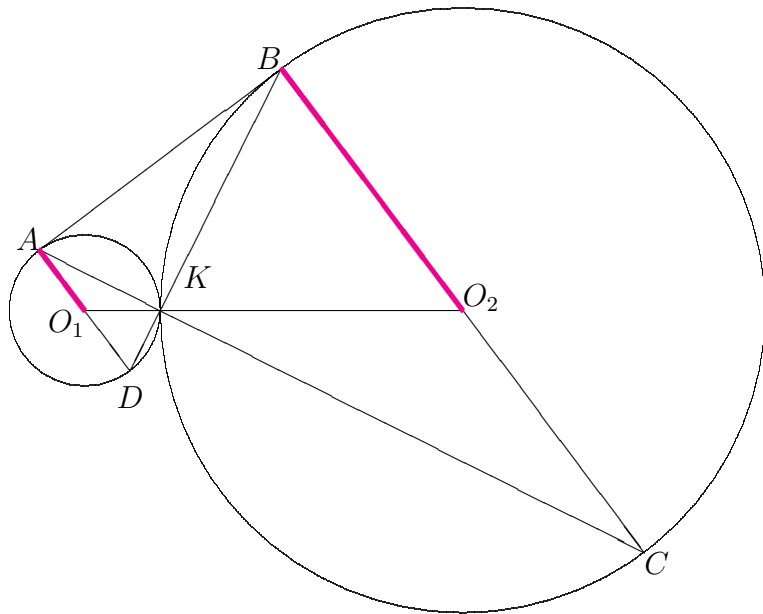
$$\angle AO_1O_2 = \pi - \angle BO_2O_1.$$

$$\angle O_1KA = \angle O_1AK = \frac{1}{2}(\pi - \angle AO_1O_2).$$

$$\angle O_1KA = \frac{1}{2}\angle BO_2O_1.$$

$$\angle O_1KD = \angle O_2KB = \angle O_2BK = \frac{1}{2}(\pi - \angle BO_2K).$$

$$\angle AKD = \angle O_1KA + \angle O_1KD =$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

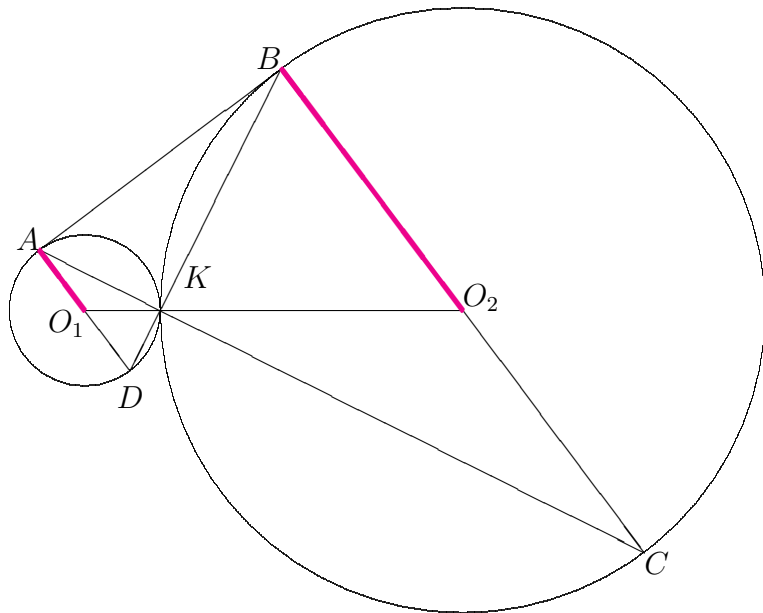
$$\angle AO_1O_2 = \pi - \angle BO_2O_1.$$

$$\angle O_1KA = \angle O_1AK = \frac{1}{2}(\pi - \angle AO_1O_2).$$

$$\angle O_1KA = \frac{1}{2}\angle BO_2O_1.$$

$$\angle O_1KD = \angle O_2KB = \angle O_2BK = \frac{1}{2}(\pi - \angle BO_2K).$$

$$\angle AKD = \angle O_1KA + \angle O_1KD = \frac{1}{2}\angle BO_2O_1 + \frac{1}{2}(\pi - \angle BO_2K) =$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

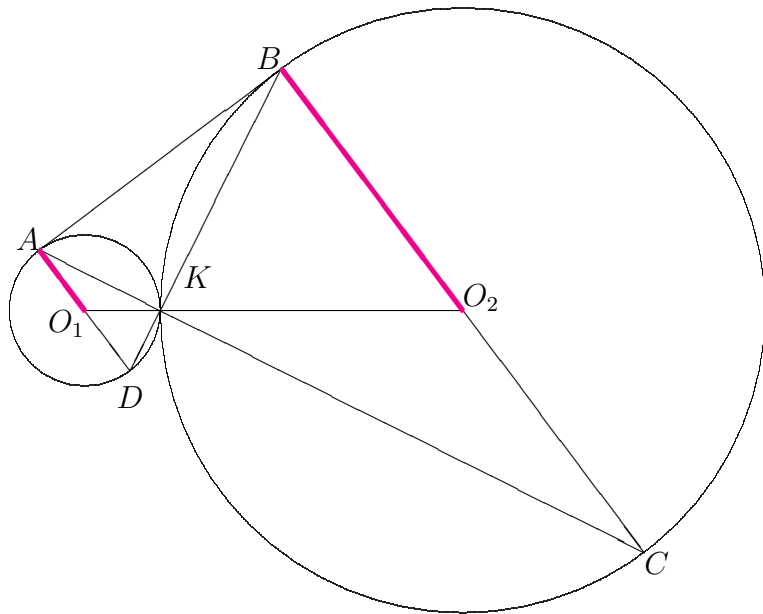
$$\angle AO_1O_2 = \pi - \angle BO_2O_1.$$

$$\angle O_1KA = \angle O_1AK = \frac{1}{2}(\pi - \angle AO_1O_2).$$

$$\angle O_1KA = \frac{1}{2}\angle BO_2O_1.$$

$$\begin{aligned} \angle O_1KD &= \angle O_2KB = \angle O_2BK = \\ &= \frac{1}{2}(\pi - \angle BO_2K). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle AKD &= \angle O_1KA + \angle O_1KD = \\ &= \frac{1}{2}\angle BO_2O_1 + \frac{1}{2}(\pi - \angle BO_2K) = \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

$$\angle AO_1O_2 = \pi - \angle BO_2O_1.$$

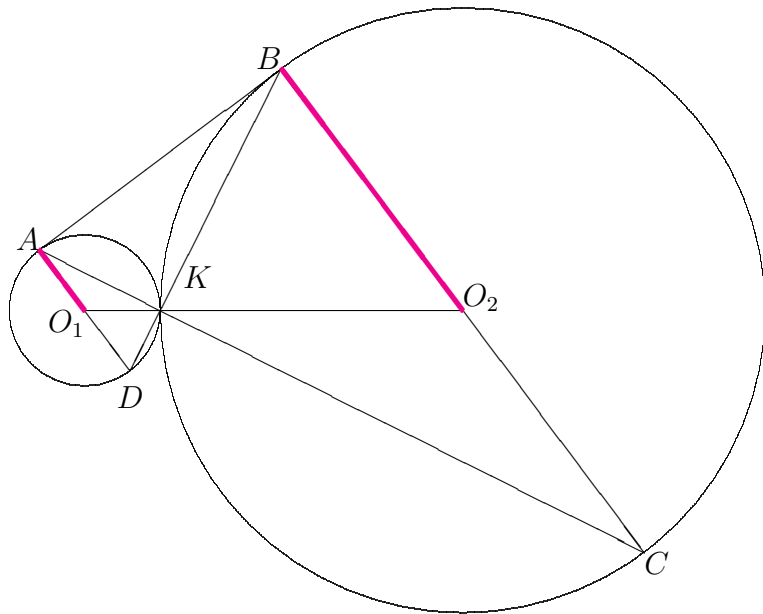
$$\angle O_1KA = \angle O_1AK = \frac{1}{2}(\pi - \angle AO_1O_2).$$

$$\angle O_1KA = \frac{1}{2}\angle BO_2O_1.$$

$$\begin{aligned} \angle O_1KD &= \angle O_2KB = \angle O_2BK = \\ &= \frac{1}{2}(\pi - \angle BO_2K). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle AKD &= \angle O_1KA + \angle O_1KD = \\ &= \frac{1}{2}\angle BO_2O_1 + \frac{1}{2}(\pi - \angle BO_2K) = \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

Аналогично получаем, что $\angle BKC = \frac{\pi}{2}$.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

$$\angle AO_1O_2 = \pi - \angle BO_2O_1.$$

$$\angle O_1KA = \angle O_1AK = \frac{1}{2}(\pi - \angle AO_1O_2).$$

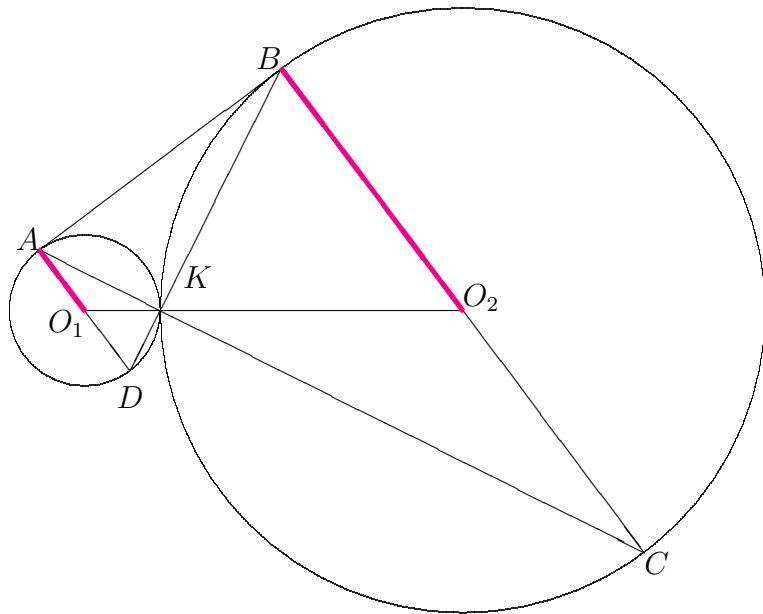
$$\angle O_1KA = \frac{1}{2}\angle BO_2O_1.$$

$$\begin{aligned} \angle O_1KD &= \angle O_2KB = \angle O_2BK = \\ &= \frac{1}{2}(\pi - \angle BO_2K). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle AKD &= \angle O_1KA + \angle O_1KD = \\ &= \frac{1}{2}\angle BO_2O_1 + \frac{1}{2}(\pi - \angle BO_2K) = \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

Аналогично получаем, что $\angle BKC = \frac{\pi}{2}$.

Значит, AD и BC проходят через центры окружностей.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Докажем, что $\angle AKD$ и $\angle BKC$ — прямые углы.

Покажем, что $\angle O_1KA + \angle O_1KD = \pi/2$.

$$\angle AO_1O_2 = \pi - \angle BO_2O_1.$$

$$\angle O_1KA = \angle O_1AK = \frac{1}{2}(\pi - \angle AO_1O_2).$$

$$\angle O_1KA = \frac{1}{2}\angle BO_2O_1.$$

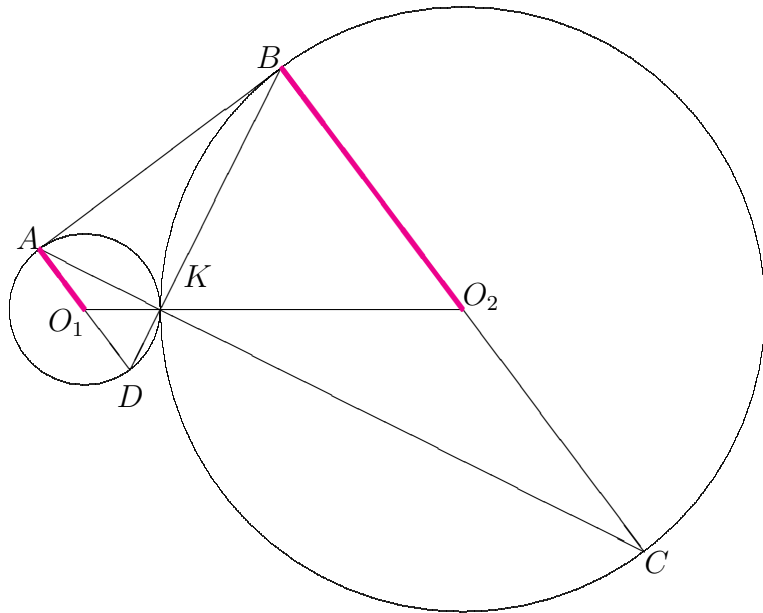
$$\begin{aligned} \angle O_1KD &= \angle O_2KB = \angle O_2BK = \\ &= \frac{1}{2}(\pi - \angle BO_2K). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle AKD &= \angle O_1KA + \angle O_1KD = \\ &= \frac{1}{2}\angle BO_2O_1 + \frac{1}{2}(\pi - \angle BO_2K) = \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

Аналогично получаем, что $\angle BKC = \frac{\pi}{2}$.

Значит, AD и BC проходят через центры окружностей.

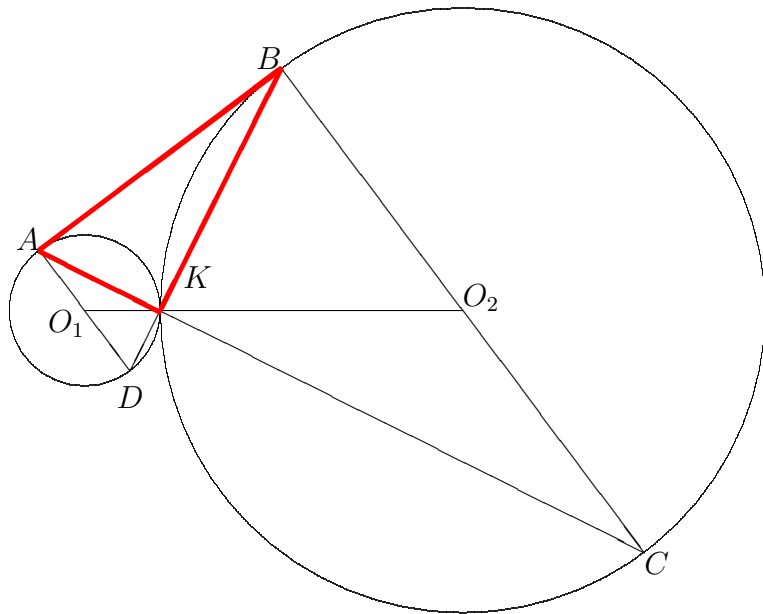
Поэтому они параллельны, т.к. обе перпендикулярны к AB .



а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

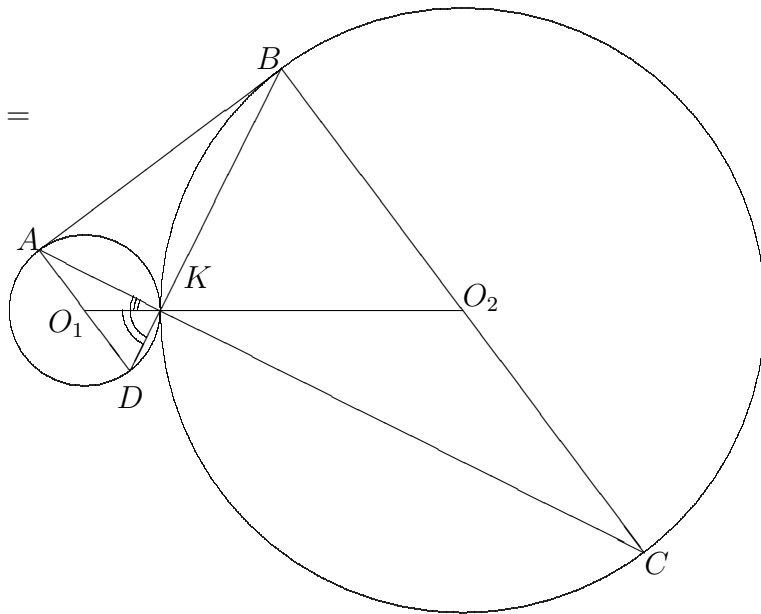
а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

Выше мы уже доказали, что

$$= \angle O_1KA + \angle O_1KD =$$


Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

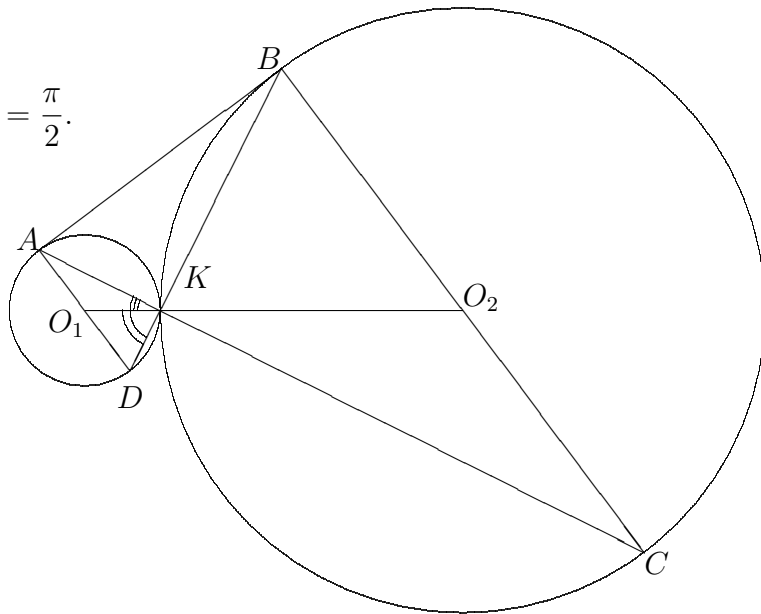
а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

Выше мы уже доказали, что

$$= \angle O_1KA + \angle O_1KD = \frac{\pi}{2}.$$


Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

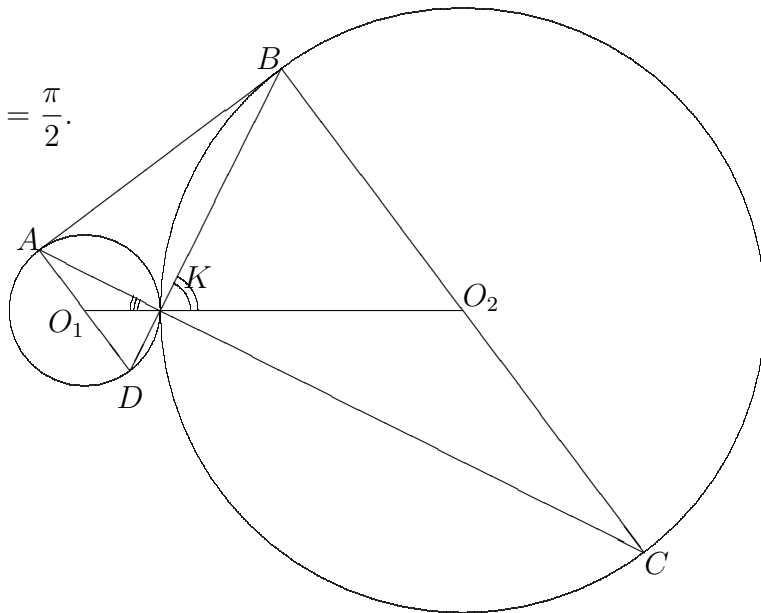
б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

Выше мы уже доказали, что

$$\angle O_1KA + \angle O_2KB = \angle O_1KA + \angle O_1KD = \frac{\pi}{2}.$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

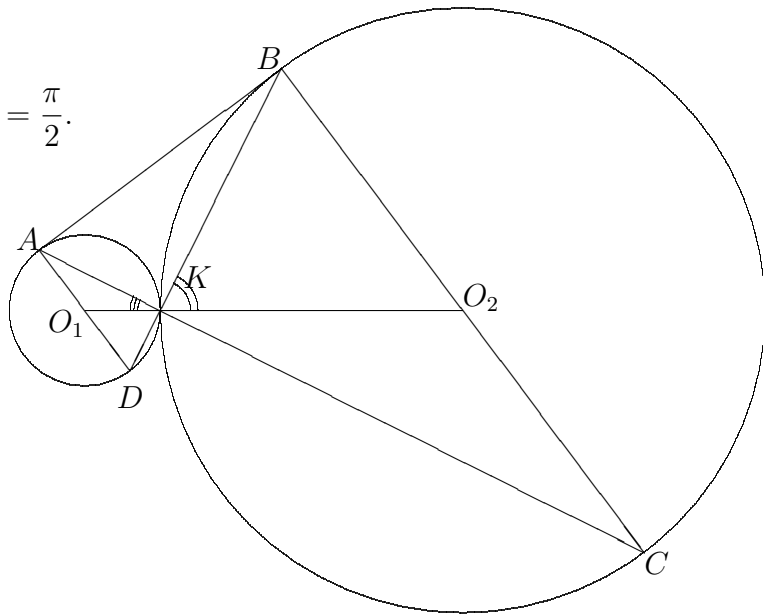
Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

Выше мы уже доказали, что $\angle O_1KA + \angle O_2KB = \angle O_1KA + \angle O_1KD = \frac{\pi}{2}$.

Значит,

$\angle AKB =$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

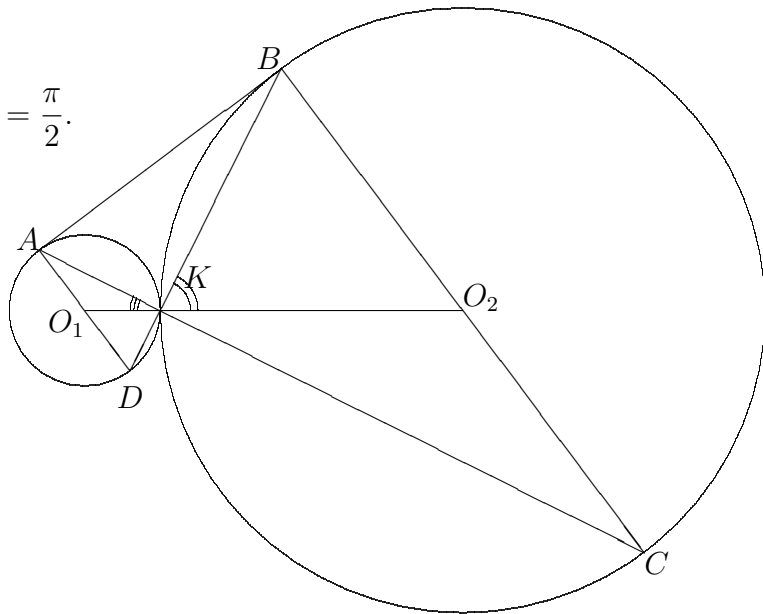
Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

Выше мы уже доказали, что $\angle O_1KA + \angle O_2KB = \angle O_1KA + \angle O_1KD = \frac{\pi}{2}$.

Значит,

$$\angle AKB = \pi - (\angle O_1KA + \angle O_2KB) =$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

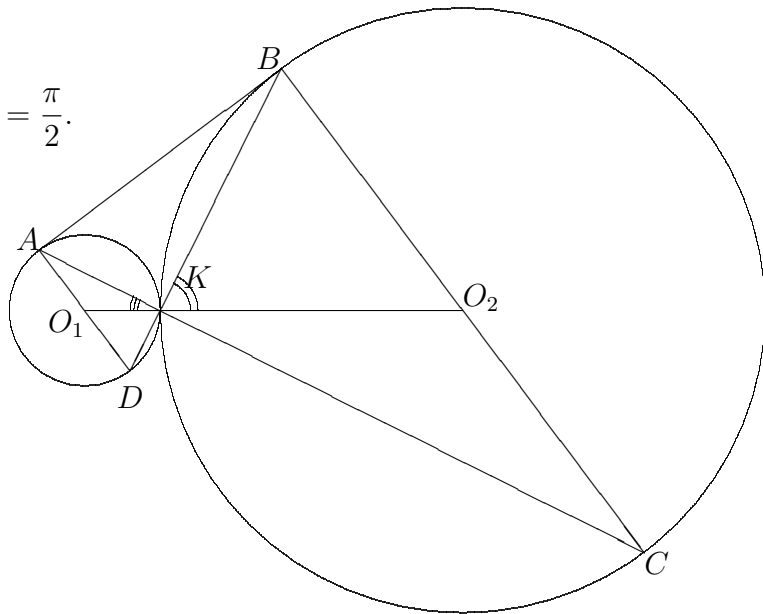
Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

Выше мы уже доказали, что $\angle O_1KA + \angle O_2KB = \angle O_1KA + \angle O_1KD = \frac{\pi}{2}$.

Значит,

$$\angle AKB = \pi - (\angle O_1KA + \angle O_2KB) = \frac{\pi}{2}.$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

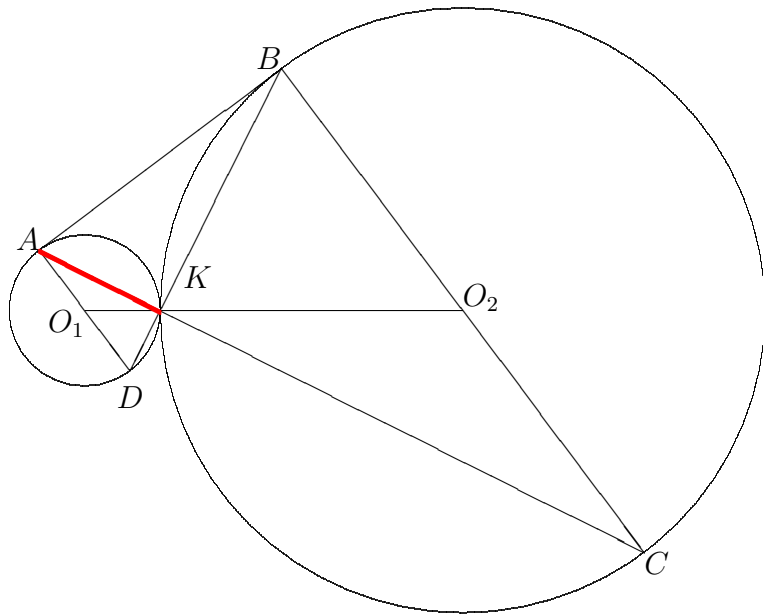
б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

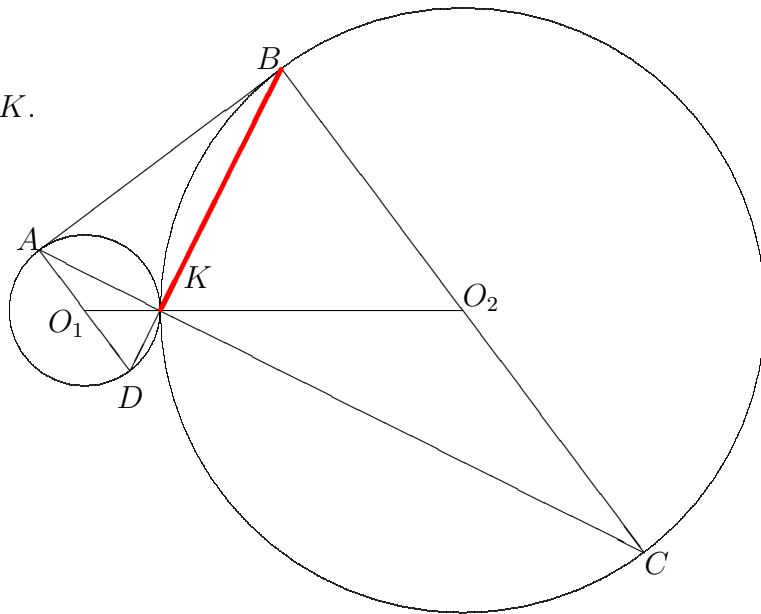
Осталось найти длины катетов AK



б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

Осталось найти длины катетов AK и BK .



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

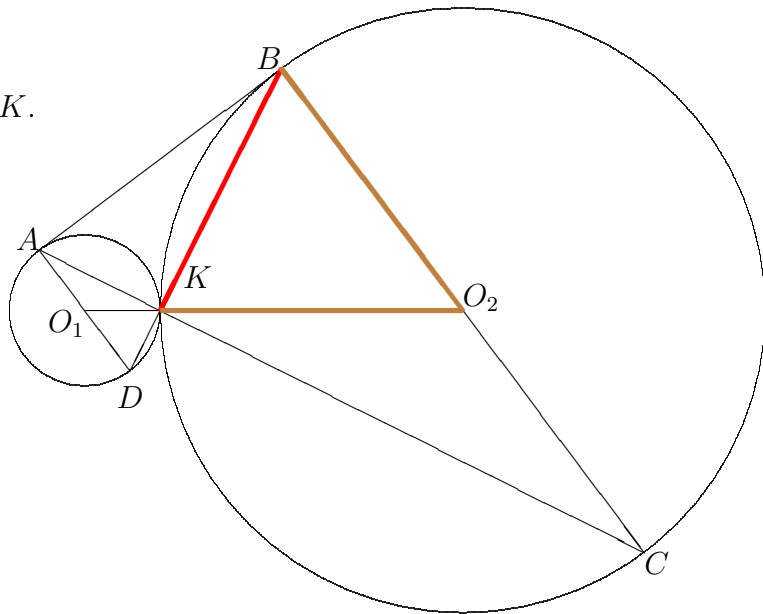
б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

Осталось найти длины катетов AK и BK .



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

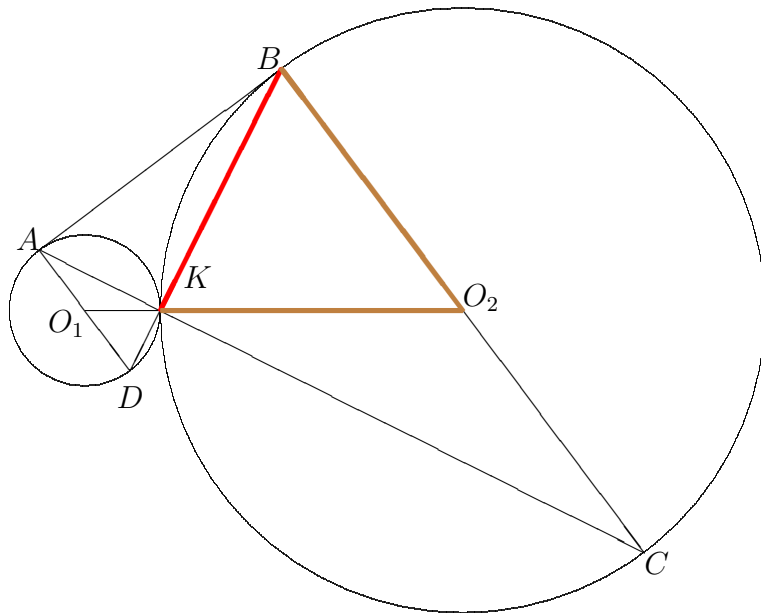
б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

По **теореме косинусов...**



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

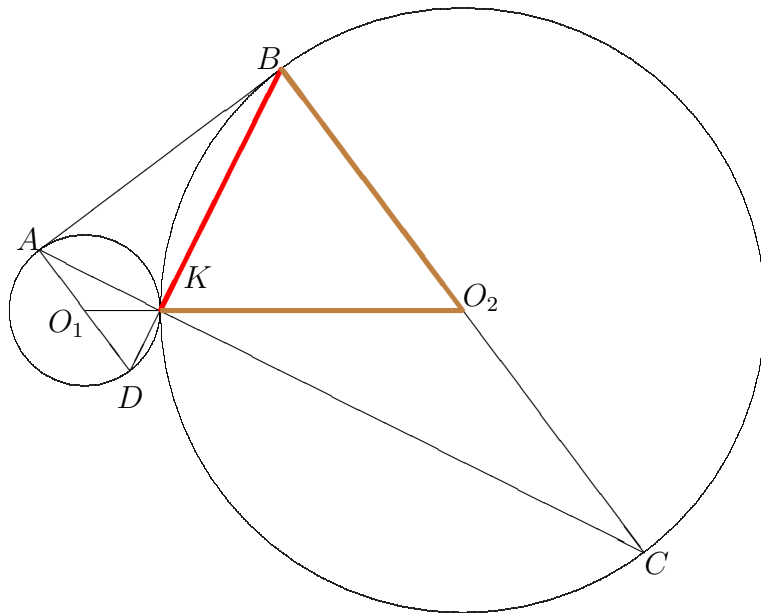
Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$BK^2 =$

По **теореме косинусов...**



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

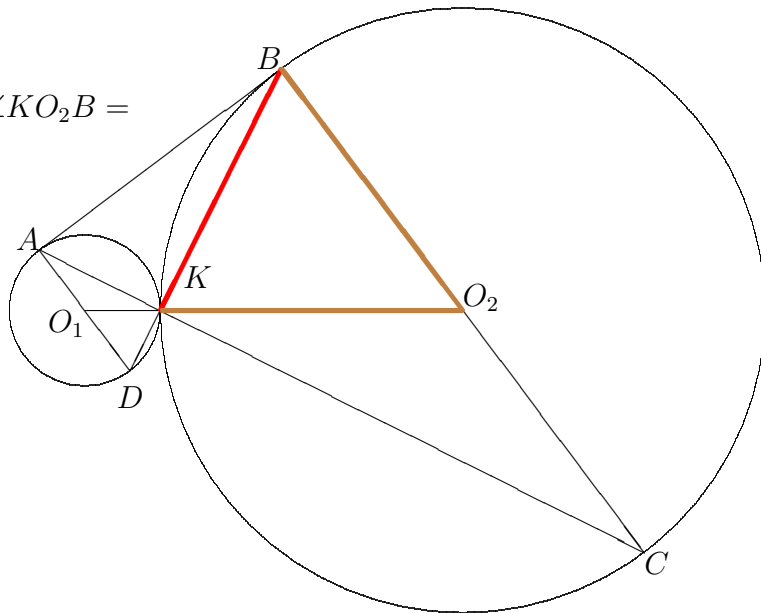
Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

По **теореме косинусов...**



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

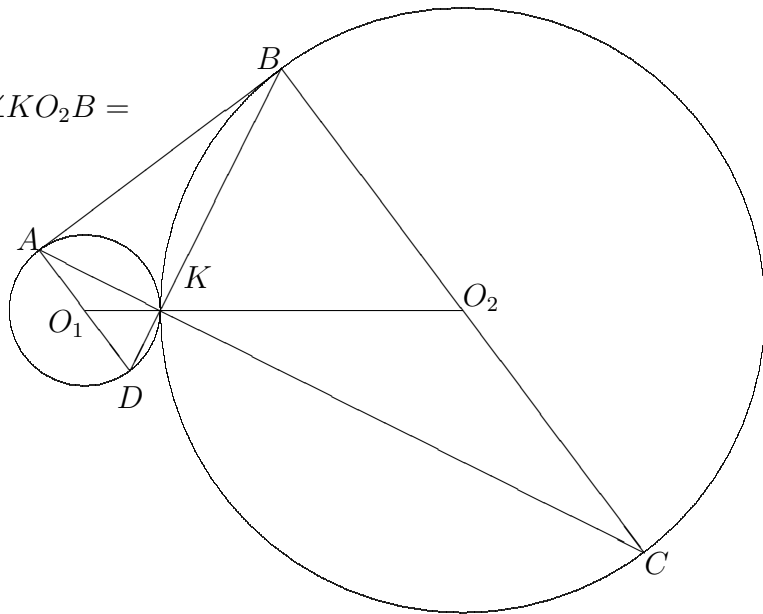
б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$\begin{aligned} BK^2 &= O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B = \\ &= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B = \end{aligned}$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

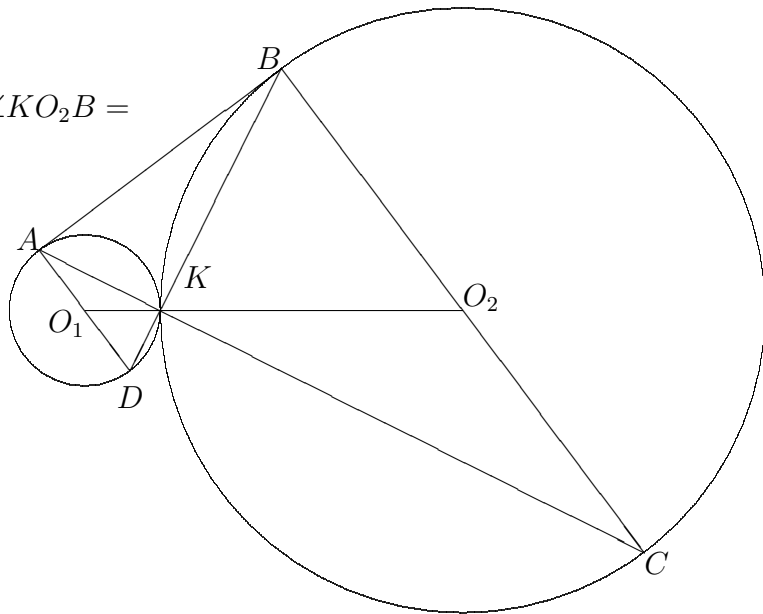
Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$\begin{aligned} BK^2 &= O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B = \\ &= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B = \end{aligned}$$

Нетрудно включить $\angle KO_2B$ в «**хороший треугольник**» с помощью одного из **рекомендуемых построений**.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

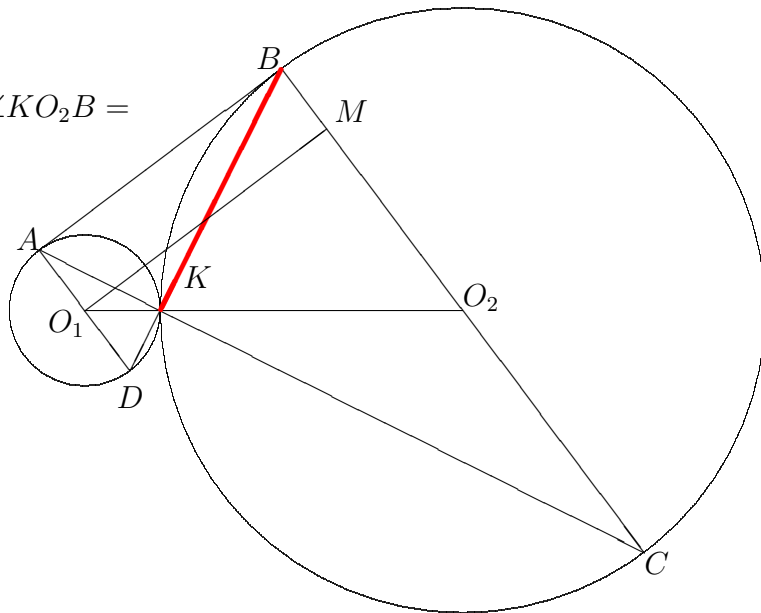
Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B = \\ = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

Нетрудно включить $\angle KO_2B$ в «**хороший треугольник**» с помощью одного из **рекомендуемых построений**.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

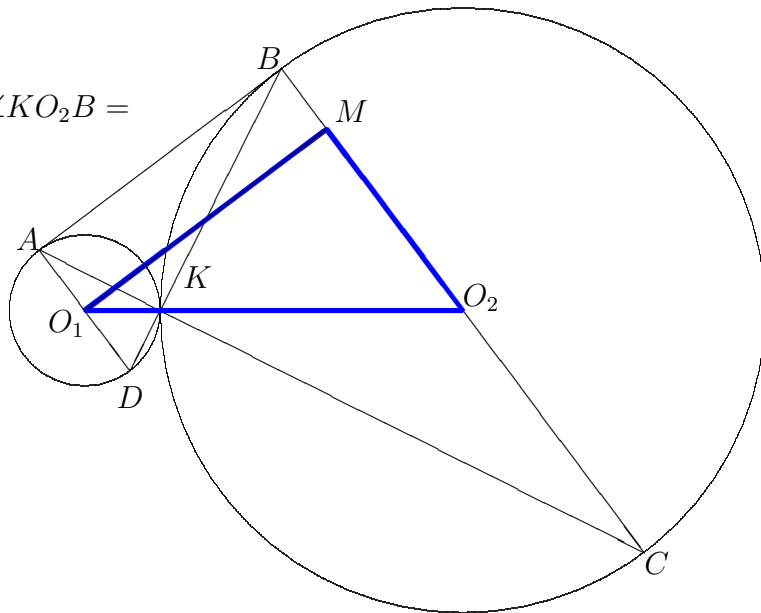
Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$\begin{aligned} BK^2 &= O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B = \\ &= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B = \end{aligned}$$

Нетрудно включить $\angle KO_2B$ в «**хороший треугольник**» с помощью одного из **рекомендуемых построений**.



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

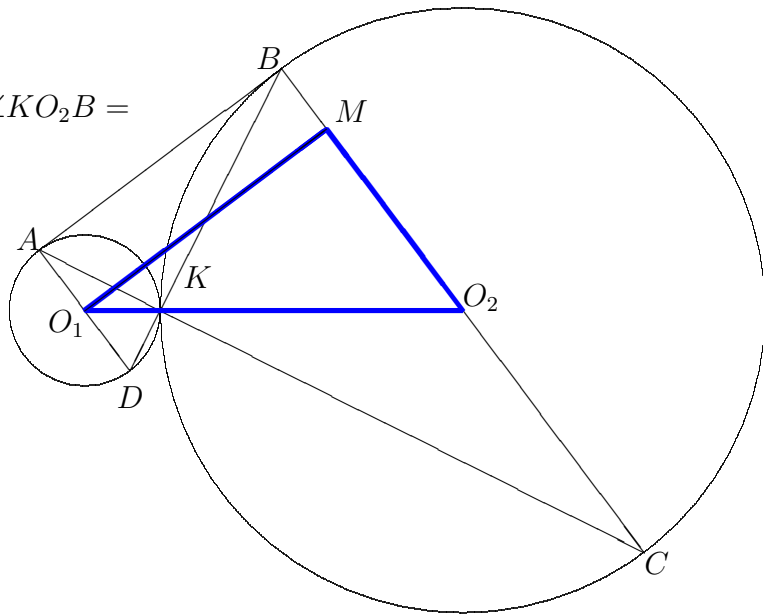
б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$\begin{aligned} BK^2 &= O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B = \\ &= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B = \\ &= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} = \end{aligned}$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

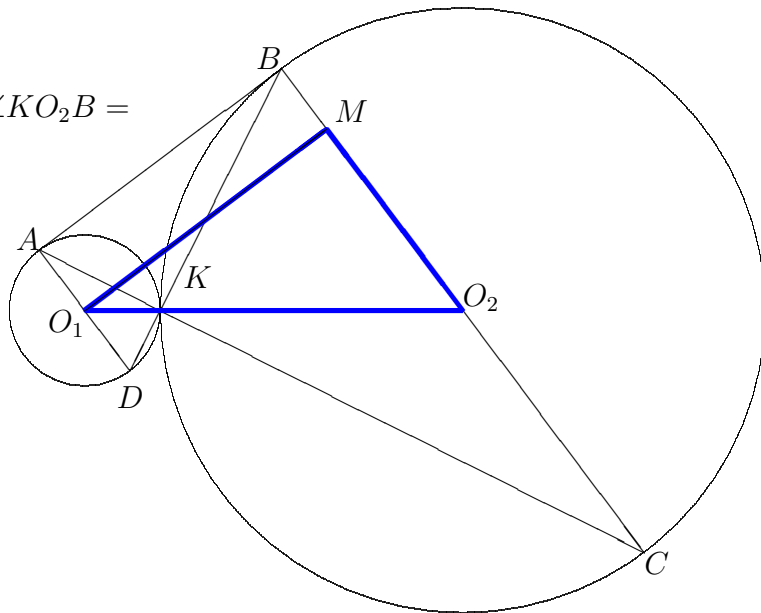
$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

$$= 32 - 32 \frac{4-1}{4+1} =$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

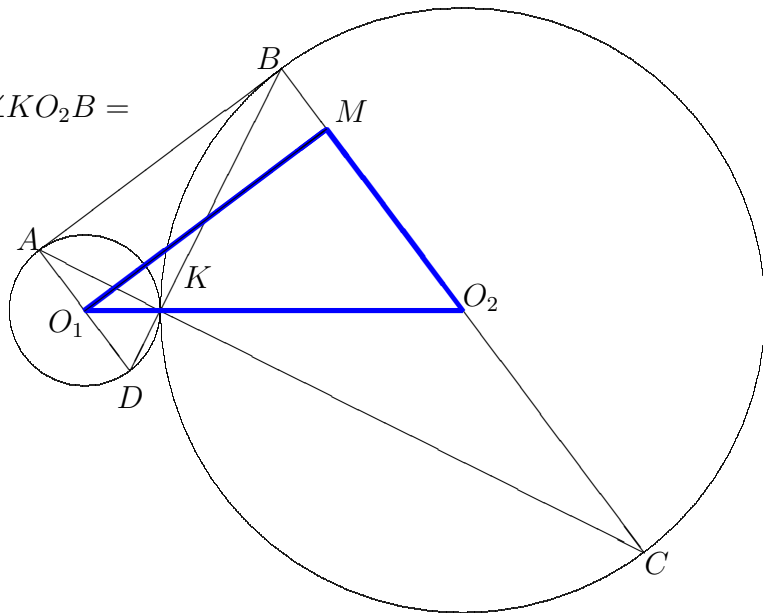
$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2O_1 - 1}{4 + 1} = \frac{64}{5}.$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

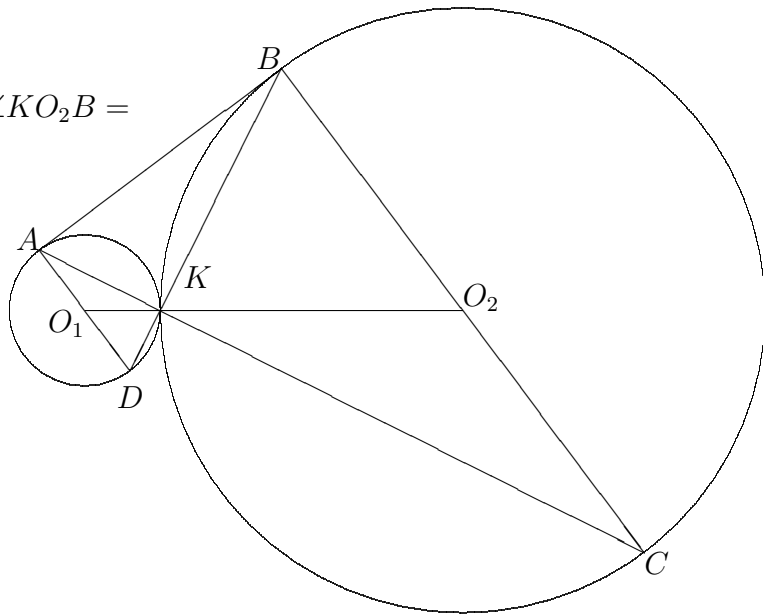
$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

$$= 32 - 32 \frac{4-1}{4+1} = \frac{64}{5}.$$

$$AK =$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

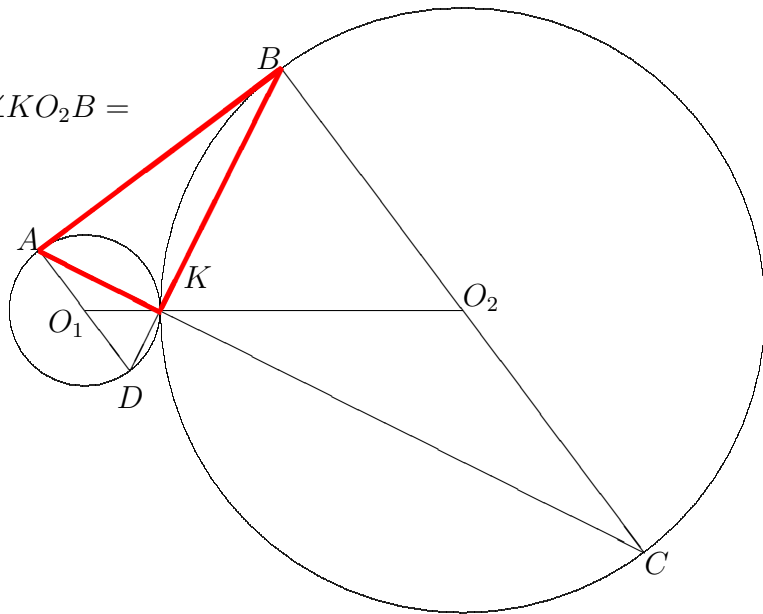
$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

$$= 32 - 32 \frac{4-1}{4+1} = \frac{64}{5}.$$

$$AK =$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

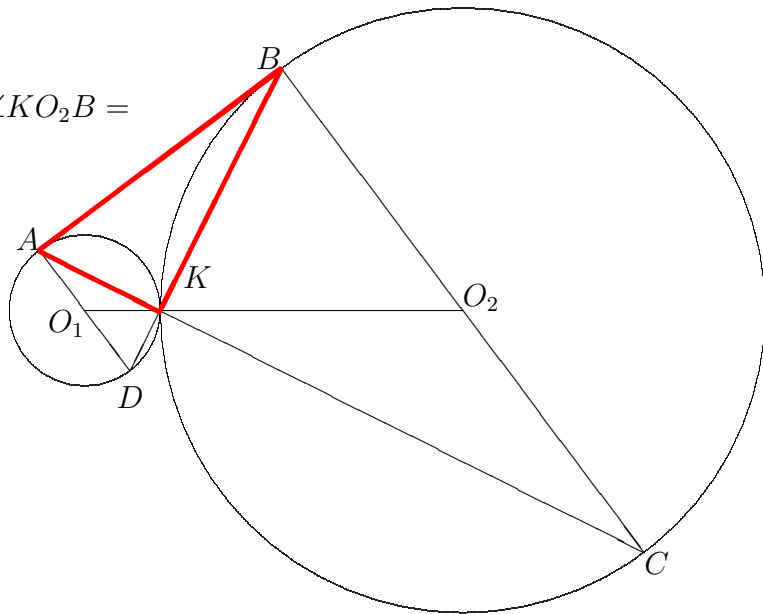
$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

$$= 32 - 32 \frac{4-1}{4+1} = \frac{64}{5}.$$

$$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} =$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

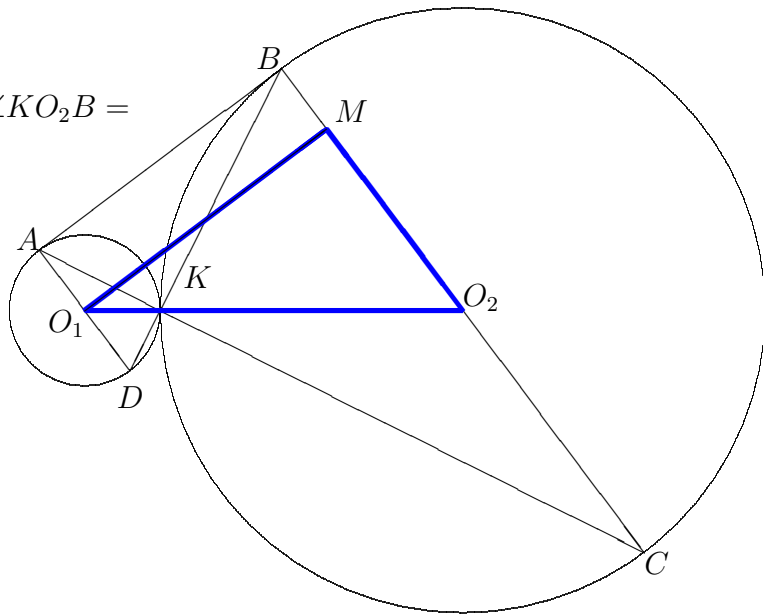
$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

$$= 32 - 32 \frac{4-1}{4+1} = \frac{64}{5}.$$

$$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} =$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

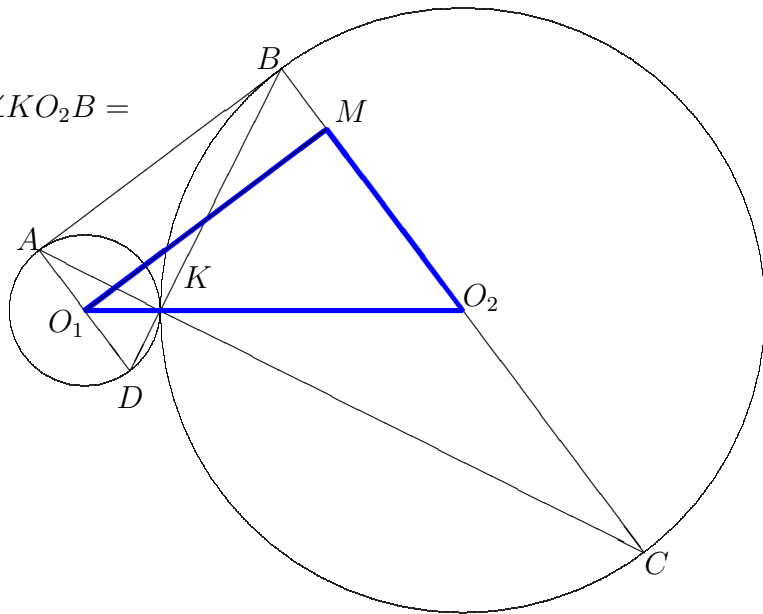
$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

$$= 32 - 32 \frac{4-1}{4+1} = \frac{64}{5}.$$

$$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1M^2 - BK^2} =$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

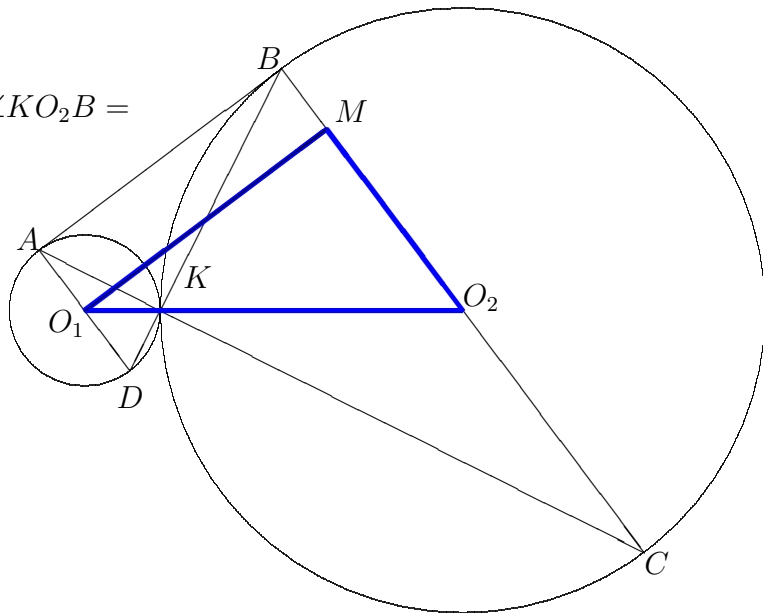
$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

$$= 32 - 32 \frac{4-1}{4+1} = \frac{64}{5}.$$

$$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1O_2^2 - O_2M^2 - BK^2} =$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

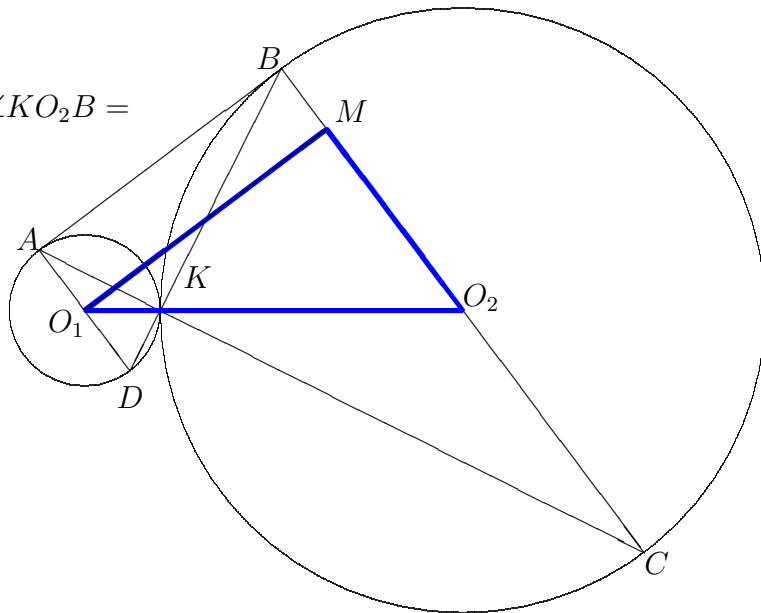
$$= 32 - 32 \frac{4-1}{4+1} = \frac{64}{5}.$$

$$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1O_2^2 - O_2M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{(4+1)^2 - (4-1)^2 - \frac{64}{5}} =$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

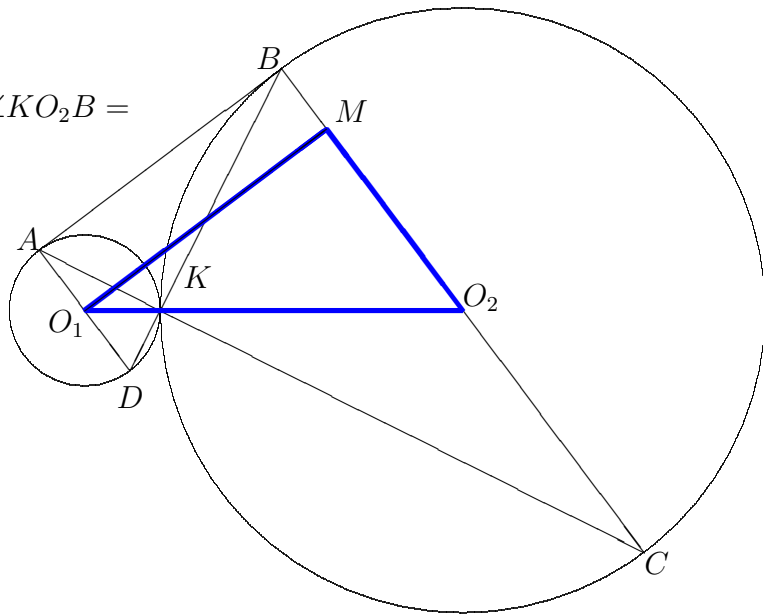
$$= 32 - 32 \frac{4-1}{4+1} = \frac{64}{5}.$$

$$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1O_2^2 - O_2M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{(4+1)^2 - (4-1)^2 - \frac{64}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

$$= 32 - 32 \frac{4-1}{4+1} = \frac{64}{5}.$$

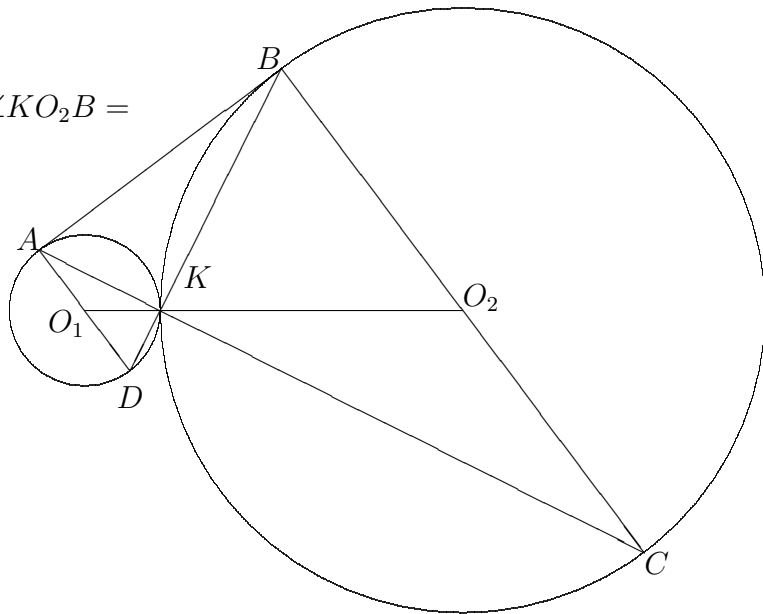
$$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1O_2^2 - O_2M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{(4+1)^2 - (4-1)^2 - \frac{64}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

$$S_{\triangle AKB} =$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

$$= 32 - 32 \frac{4-1}{4+1} = \frac{64}{5}.$$

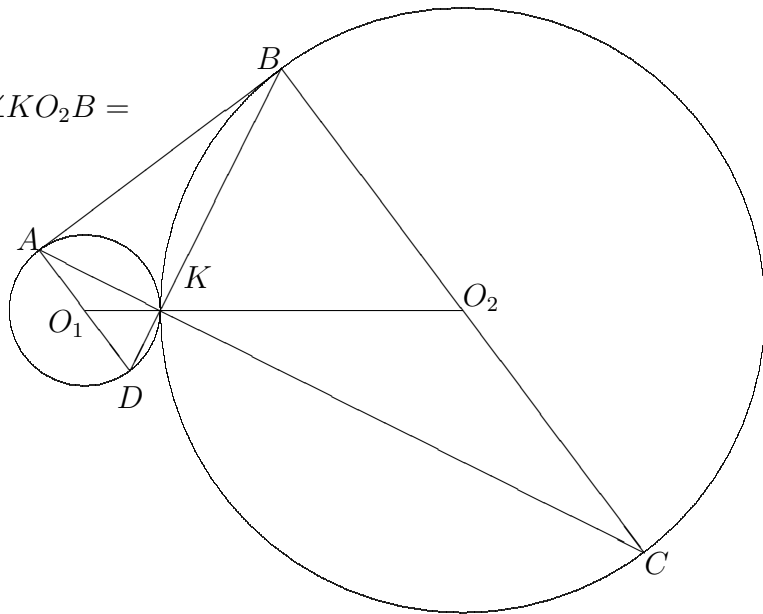
$$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1O_2^2 - O_2M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{(4+1)^2 - (4-1)^2 - \frac{64}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

$$S_{\triangle AKB} = \frac{AK \cdot BK}{2} =$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

$$= 32 - 32 \frac{4-1}{4+1} = \frac{64}{5}.$$

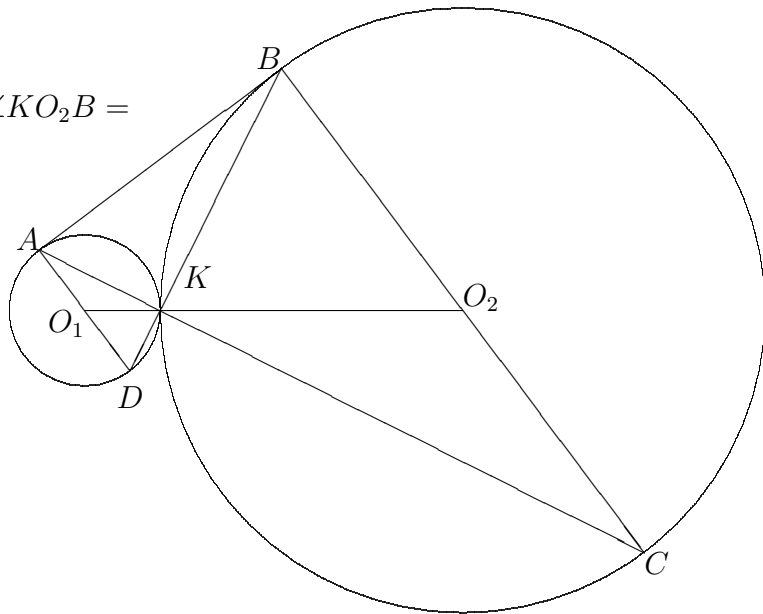
$$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1O_2^2 - O_2M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{(4+1)^2 - (4-1)^2 - \frac{64}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

$$S_{\triangle AKB} = \frac{AK \cdot BK}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{\sqrt{5}} \cdot \frac{4}{\sqrt{5}} =$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

$$= 32 - 32 \frac{4-1}{4+1} = \frac{64}{5}.$$

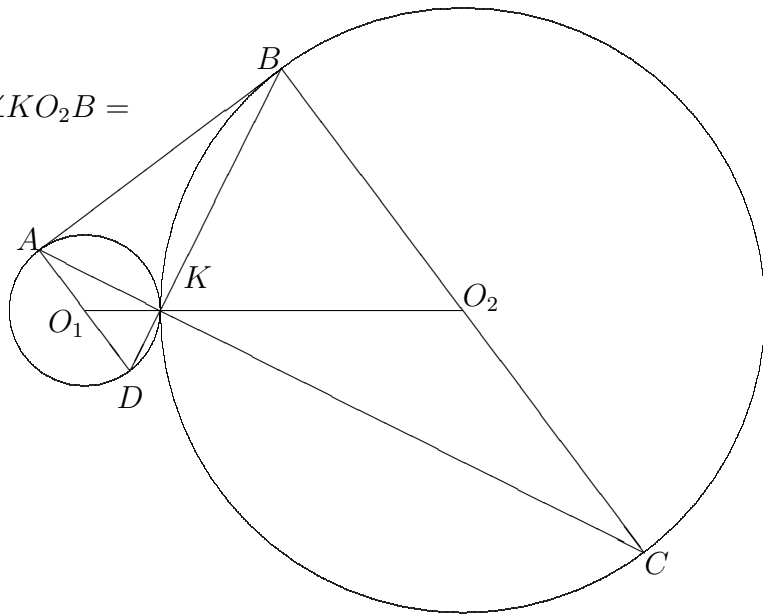
$$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1O_2^2 - O_2M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{(4+1)^2 - (4-1)^2 - \frac{64}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

$$S_{\triangle AKB} = \frac{AK \cdot BK}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{\sqrt{5}} \cdot \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{16}{5}.$$



Задача 34. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Ответ.

Осталось найти площадь $\triangle AKB$.

$\triangle AKB$ прямоугольный.

$$BK^2 = O_2K^2 + O_2B^2 - 2O_2K \cdot O_2B \cos \angle KO_2B =$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos \angle KO_2B =$$

$$= 32 - 32 \frac{O_2M}{O_2O_1} =$$

$$= 32 - 32 \frac{4-1}{4+1} = \frac{64}{5}.$$

$$AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} =$$

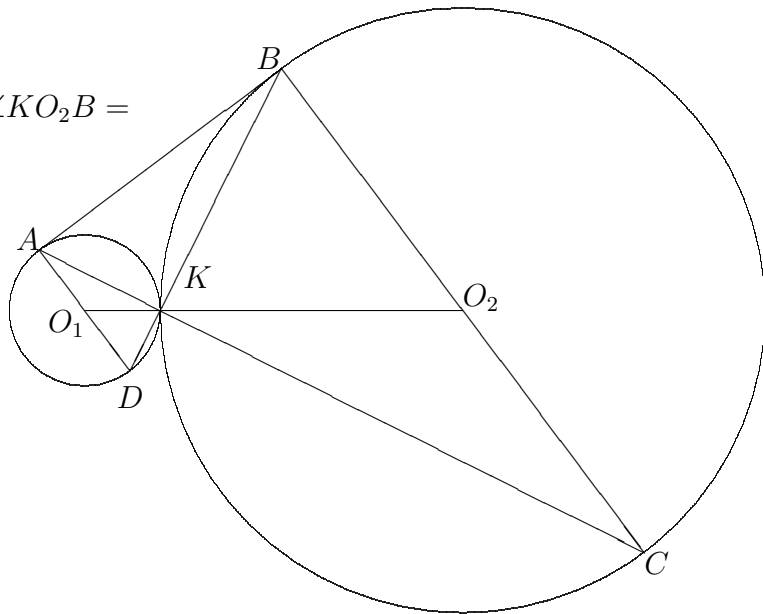
$$= \sqrt{O_1M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{O_1O_2^2 - O_2M^2 - BK^2} =$$

$$= \sqrt{(4+1)^2 - (4-1)^2 - \frac{64}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

$$S_{\triangle AKB} = \frac{AK \cdot BK}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{\sqrt{5}} \cdot \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{16}{5}.$$

Задача, наконец, решена!



Решение задачи 35.

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

Построение чертежа начнём...

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

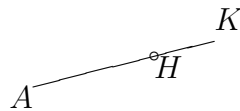
Построение чертежа начнём с центра основания и проходящей через него медианы (равной высоте и биссектрисе).

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

Построение чертежа начнём с центра основания и проходящей через него медианы (равной высоте и биссектрисе).

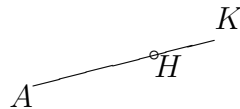
Точка H пересечения медиан (т.е. центр основания) делит каждую из них в отношении $2 : 1$, отсчитывая от вершины.



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

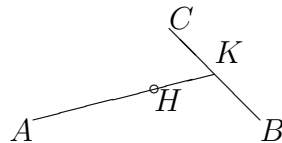
AK — это медиана, т.е. K — это середина стороны BC . Поэтому можно построить BC .



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

AK — это медиана, т.е. K — это середина стороны BC . Поэтому можно построить BC .

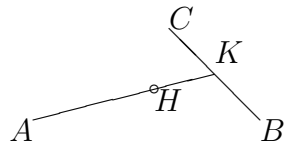


Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

AK — это медиана, т.е. K — это середина стороны BC . Поэтому можно построить BC .

Теперь построим оставшиеся рёбра основания.

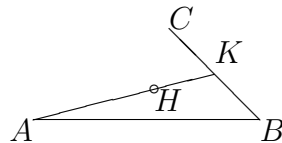


Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

AK — это медиана, т.е. K — это середина стороны BC . Поэтому можно построить BC .

Теперь построим оставшиеся рёбра основания.

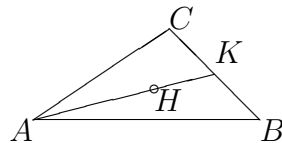


Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

AK — это медиана, т.е. K — это середина стороны BC . Поэтому можно построить BC .

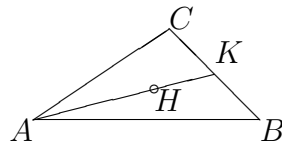
Теперь построим оставшиеся рёбра основания.



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

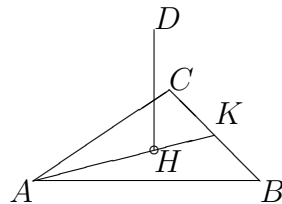
Построим вершину D пирамиды (можно это было сделать сразу, как только была изображена H).



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

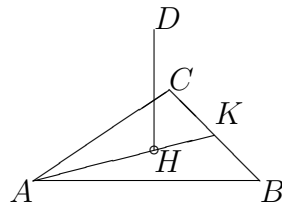
Построим вершину D пирамиды (можно это было сделать сразу, как только была изображена H).



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

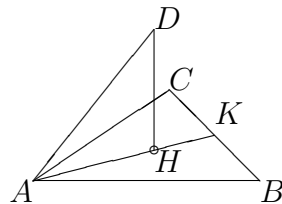
Завершим построение пирамиды.



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

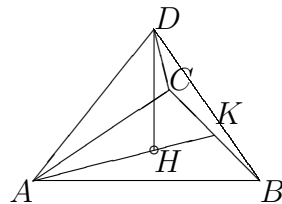
Завершим построение пирамиды.



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

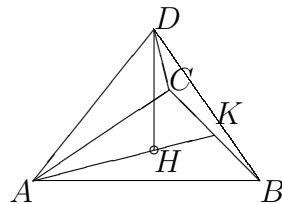
Завершим построение пирамиды.



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

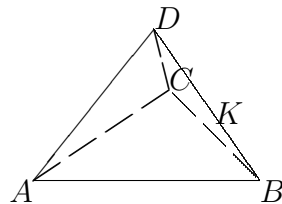
С помощью ластика сделаем пунктирными «невидимые линии».



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

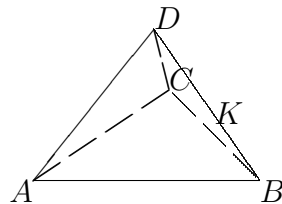
С помощью ластика сделаем пунктирными «невидимые линии».



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

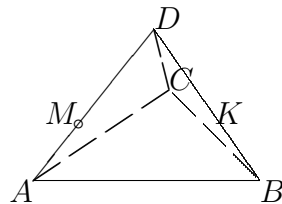
Осталось построить рассматриваемое сечение.



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

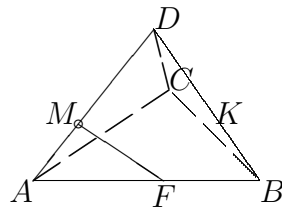
Осталось построить рассматриваемое сечение.



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

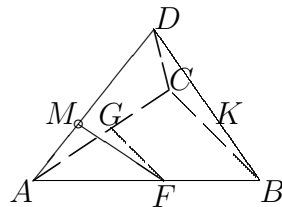
Осталось построить рассматриваемое сечение.



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

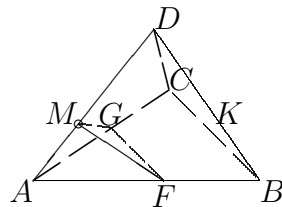
Осталось построить рассматриваемое сечение.



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

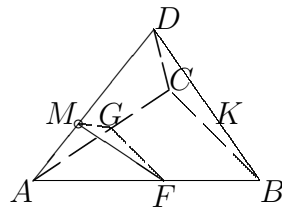
Осталось построить рассматриваемое сечение.



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

Площадь $\triangle MFG$, видимо, проще всего вычислить с помощью длин его сторон.

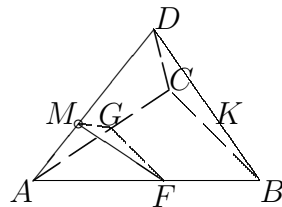


Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

Площадь $\triangle MFG$, видимо, проще всего вычислить с помощью длин его сторон.

Поэтому изобразим сечения граней ADB

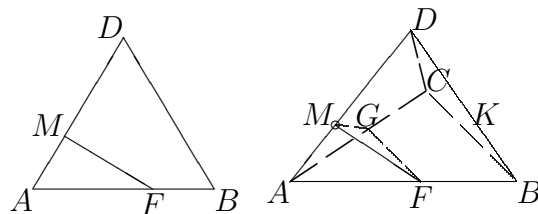


Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

Площадь $\triangle MFG$, видимо, проще всего вычислить с помощью длин его сторон.

Поэтому изобразим сечения граней ADB

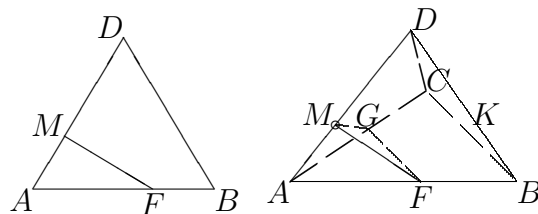


Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

Площадь $\triangle MFG$, видимо, проще всего вычислить с помощью длин его сторон.

Поэтому изобразим сечения граней ADB и ABC .

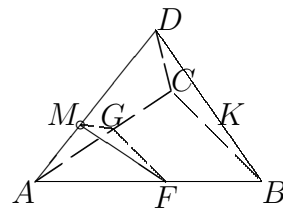
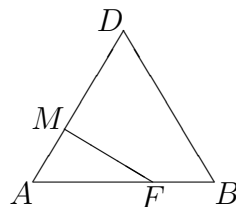
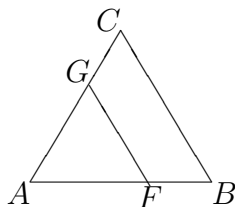


Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

Площадь $\triangle MFG$, видимо, проще всего вычислить с помощью длин его сторон.

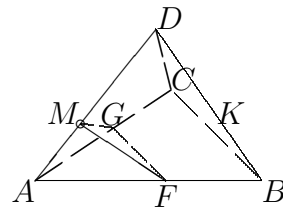
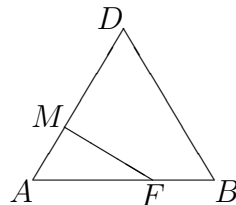
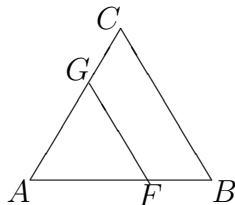
Поэтому изобразим сечения граней ADB и ABC .



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

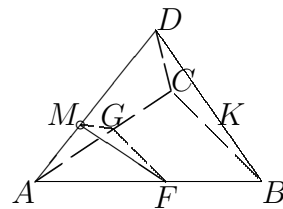
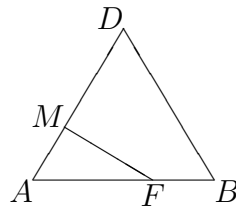
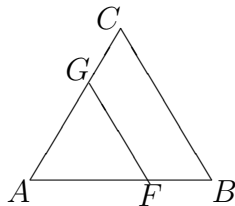
$MD =$



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

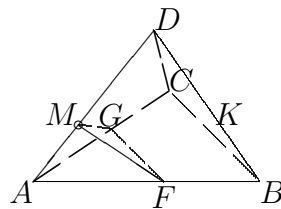
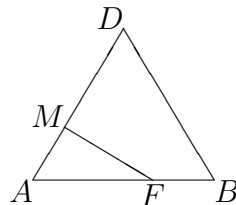
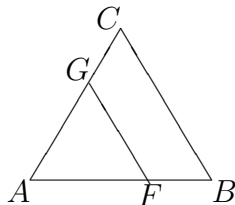
$$MD = \frac{1}{1+2} \cdot 2\sqrt{2} =$$



Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

$$MD = \frac{1}{1+2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}.$$

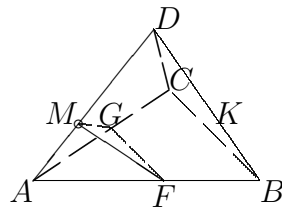
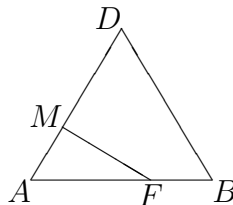
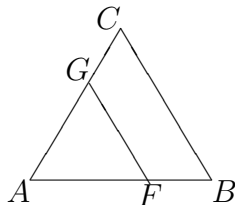


Из прямоугольного $\triangle DMK$ с углом $ADB = \frac{\pi}{3}$ получаем $MK = MN =$

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

$$MD = \frac{1}{1+2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}.$$

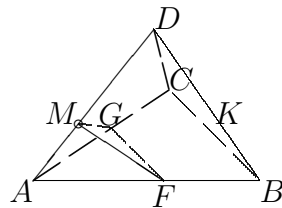
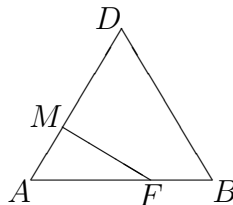
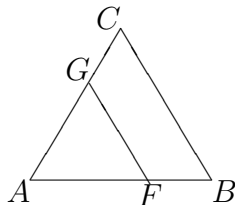


Из прямоугольного $\triangle DMK$ с углом $ADB = \frac{\pi}{3}$ получаем $MK = MN = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} =$

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

$$MD = \frac{1}{1+2} \cdot 3\sqrt{2} = \sqrt{2}.$$

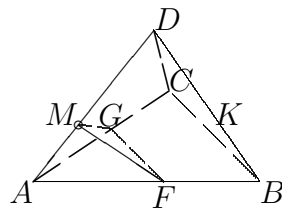
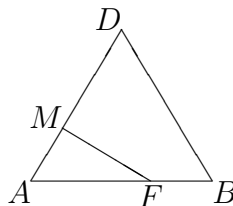
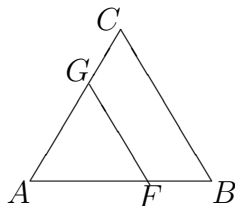


Из прямоугольного $\triangle DMK$ с углом $ADB = \frac{\pi}{3}$ получаем $MK = MN = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$.

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

$$MD = \frac{1}{1+2} \cdot 3\sqrt{2} = \sqrt{2}.$$



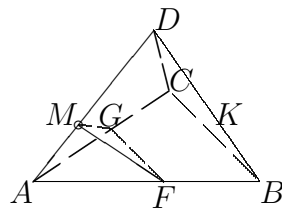
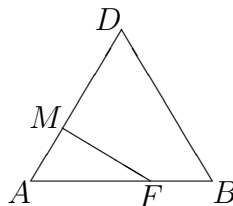
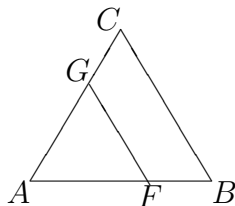
Из прямоугольного $\triangle DMK$ с углом $ADB = \frac{\pi}{3}$ получаем $MK = MN = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$.

Далее, $DK = DN = KN = 2 \cdot MD =$

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

$$MD = \frac{1}{1+2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}.$$



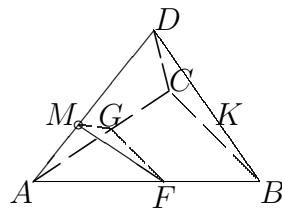
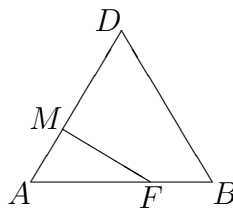
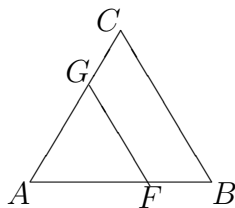
Из прямоугольного $\triangle DMK$ с углом $ADB = \frac{\pi}{3}$ получаем $MK = MN = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$.

Далее, $DK = DN = KN = 2 \cdot MD = 2\sqrt{2}$.

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.

$$MD = \frac{1}{1+2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}.$$



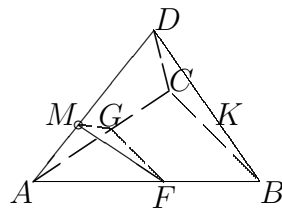
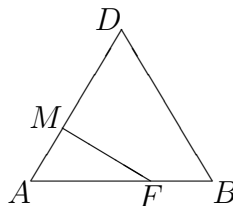
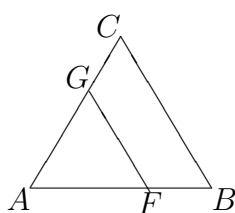
Из прямоугольного $\triangle DMK$ с углом $ADB = \frac{\pi}{3}$ получаем $MK = MN = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$.

Далее, $DK = DN = KN = 2 \cdot MD = 2\sqrt{2}$.

Проведя в равнобедренном $\triangle DKN$ высоту, находим ее длину из соответствующего прямоугольного треугольника:

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.
 $MD = \frac{1}{1+2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}.$



Из прямоугольного $\triangle DMK$ с углом $ADB = \frac{\pi}{3}$ получаем $MK = MN = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$.

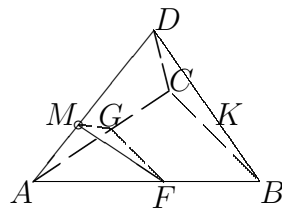
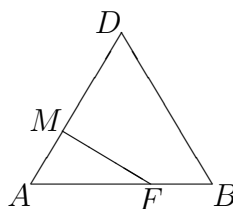
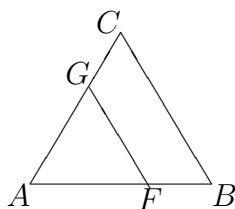
Далее, $DK = DN = KN = 2 \cdot MD = 2\sqrt{2}$.

Проведя в равнобедренном $\triangle DKN$ высоту, находим ее длину из соответствующего прямоугольного треугольника:

$$\sqrt{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2} =$$

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.
 $MD = \frac{1}{1+2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}.$



Из прямоугольного $\triangle DMK$ с углом $ADB = \frac{\pi}{3}$ получаем $MK = MN = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$.

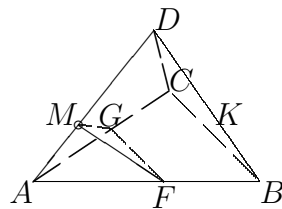
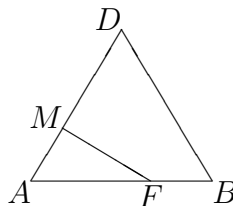
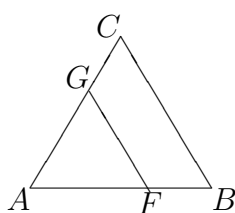
Далее, $DK = DN = KN = 2 \cdot MD = 2\sqrt{2}$.

Проведя в равнобедренном $\triangle DKN$ высоту, находим ее длину из соответствующего прямоугольного треугольника:

$$\sqrt{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2} = 2.$$

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.
 $MD = \frac{1}{1+2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}.$



Из прямоугольного $\triangle DMK$ с углом $ADB = \frac{\pi}{3}$ получаем $MK = MN = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$.

Далее, $DK = DN = KN = 2 \cdot MD = 2\sqrt{2}$.

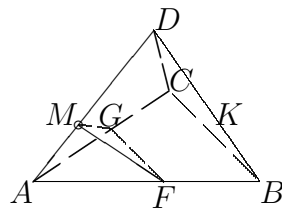
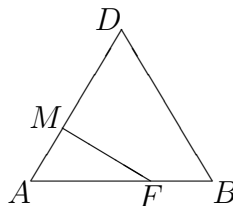
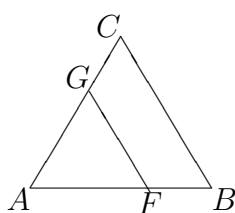
Проведя в равнобедренном $\triangle DKN$ высоту, находим ее длину из соответствующего прямоугольного треугольника:

$$\sqrt{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2} = 2.$$

Поэтому получаем $S_{\triangle MKN} =$

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.
 $MD = \frac{1}{1+2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}.$



Из прямоугольного $\triangle DMK$ с углом $ADB = \frac{\pi}{3}$ получаем $MK = MN = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$.

Далее, $DK = DN = KN = 2 \cdot MD = 2\sqrt{2}$.

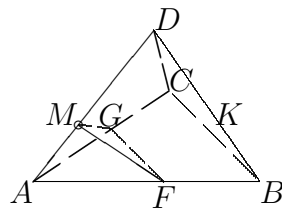
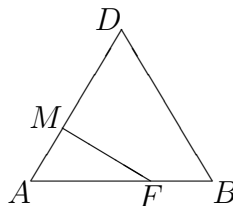
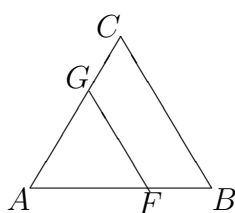
Проведя в равнобедренном $\triangle DKN$ высоту, находим ее длину из соответствующего прямоугольного треугольника:

$$\sqrt{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2} = 2.$$

Поэтому получаем $S_{\triangle MKN} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} =$

Задача 35. Все ребра тетраэдра $ABCD$ имеют длину $3\sqrt{2}$. На ребре AD выбрана точка M так, что $AM : MD = 2 : 1$. Найти площадь сечения тетраэдра плоскостью, проведенной через точку M перпендикулярно ребру AD .

Ответ.
 $MD = \frac{1}{1+2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}.$



Из прямоугольного $\triangle DMK$ с углом $ADB = \frac{\pi}{3}$ получаем $MK = MN = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$.

Далее, $DK = DN = KN = 2 \cdot MD = 2\sqrt{2}$.

Проведя в равнобедренном $\triangle DKN$ высоту, находим ее длину из соответствующего прямоугольного треугольника:

$$\sqrt{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2} = 2.$$

Поэтому получаем $S_{\triangle MKN} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

Решение задачи 36.

Задача 36. В четырехугольную пирамиду, все ребра которой равны друг другу, вписан цилиндр, высота которого равна радиусу основания, причем одно из оснований цилиндра лежит на основании пирамиды, а граница второго основания касается остальных граней пирамиды. Найдите отношение объема пирамиды к объему цилиндра.

Задача 36. В четырехугольную пирамиду, все ребра которой равны друг другу, вписан цилиндр, высота которого равна радиусу основания, причем одно из оснований цилиндра лежит на основании пирамиды, а граница второго основания касается остальных граней пирамиды. Найдите отношение объема пирамиды к объему цилиндра.

Ответ. $\frac{(2 + \sqrt{2})^3}{3\pi\sqrt{2}}.$

Решение задачи 37.

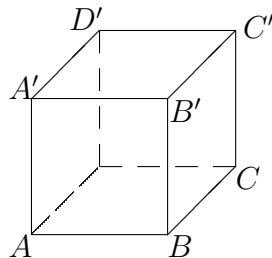
Задача 37. В кубе проведено сечение, пересекающее нижнее основание по диагонали, а верхнее — по серединам смежных ребер. Найдите угол между секущей плоскостью и основанием куба.

Задача 37. В кубе проведено сечение, пересекающее нижнее основание по диагонали, а верхнее — по серединам смежных ребер. Найдите угол между секущей плоскостью и основанием куба.

Ответ.

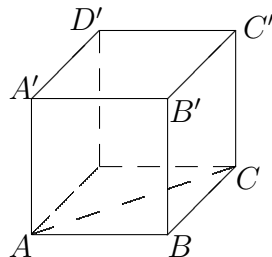
Задача 37. В кубе проведено сечение, пересекающее нижнее основание по диагонали, а верхнее — по серединам смежных ребер. Найдите угол между секущей плоскостью и основанием куба.

Ответ.



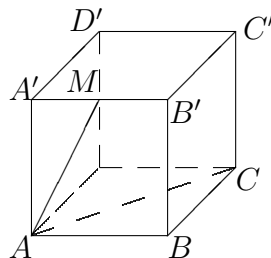
Задача 37. В кубе проведено сечение, пересекающее нижнее основание по диагонали, а верхнее — по серединам смежных ребер. Найдите угол между секущей плоскостью и основанием куба.

Ответ.



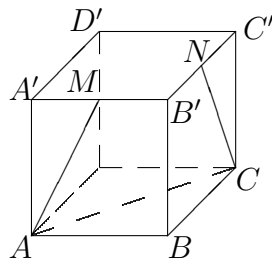
Задача 37. В кубе проведено сечение, пересекающее нижнее основание по диагонали, а верхнее — по серединам смежных ребер. Найдите угол между секущей плоскостью и основанием куба.

Ответ.



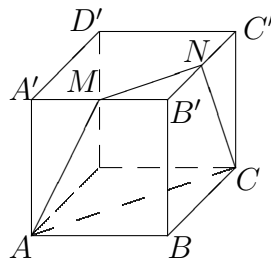
Задача 37. В кубе проведено сечение, пересекающее нижнее основание по диагонали, а верхнее — по серединам смежных ребер. Найдите угол между секущей плоскостью и основанием куба.

Ответ.



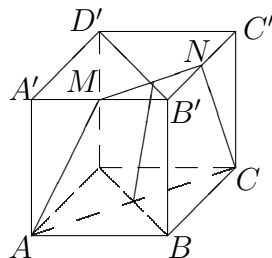
Задача 37. В кубе проведено сечение, пересекающее нижнее основание по диагонали, а верхнее — по серединам смежных ребер. Найдите угол между секущей плоскостью и основанием куба.

Ответ.



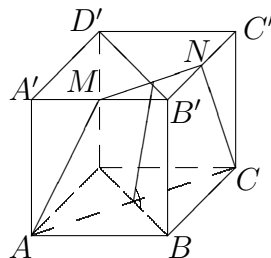
Задача 37. В кубе проведено сечение, пересекающее нижнее основание по диагонали, а верхнее — по серединам смежных ребер. Найдите угол между секущей плоскостью и основанием куба.

Ответ.



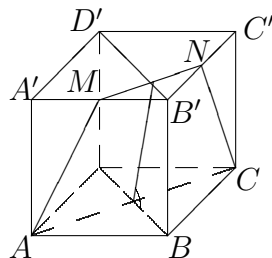
Задача 37. В кубе проведено сечение, пересекающее нижнее основание по диагонали, а верхнее — по серединам смежных ребер. Найдите угол между секущей плоскостью и основанием куба.

Ответ.



Задача 37. В кубе проведено сечение, пересекающее нижнее основание по диагонали, а верхнее — по серединам смежных ребер. Найдите угол между секущей плоскостью и основанием куба.

Ответ.
 $\arcsin \frac{2\sqrt{2}}{3} = \arctg 2\sqrt{2}.$



Решение задачи 38.

Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

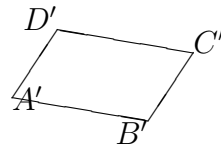
Ответ.

Начнём с построения верхнего основания.

Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

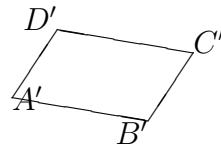
Начнём с построения верхнего основания.



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

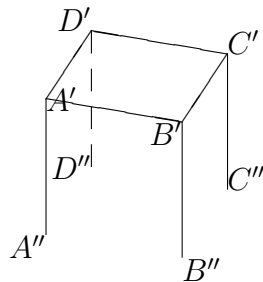
Достроим вписанный куб.



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

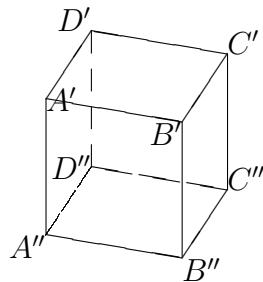
Достроим вписанный куб.



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

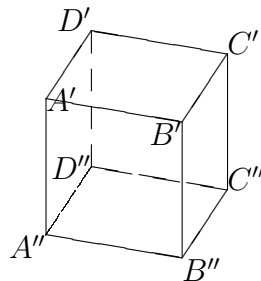
Достроим вписанный куб.



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

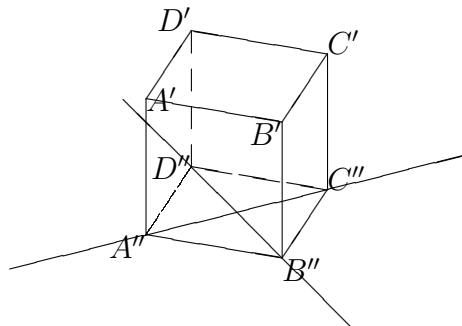
Построим пирамиду.



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

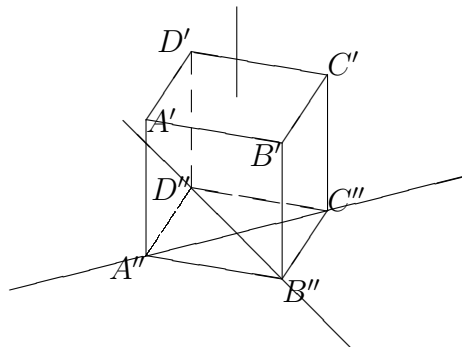
Построим пирамиду.



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

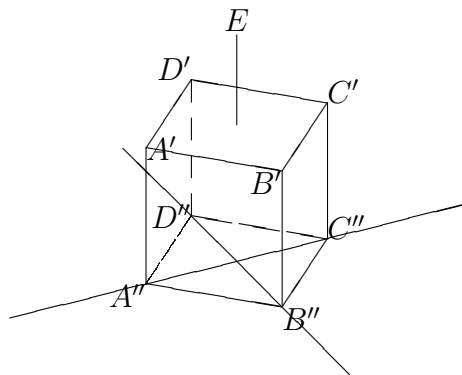
Построим пирамиду.



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

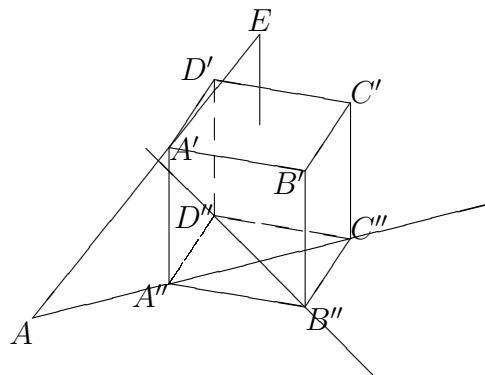
Построим пирамиду.



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

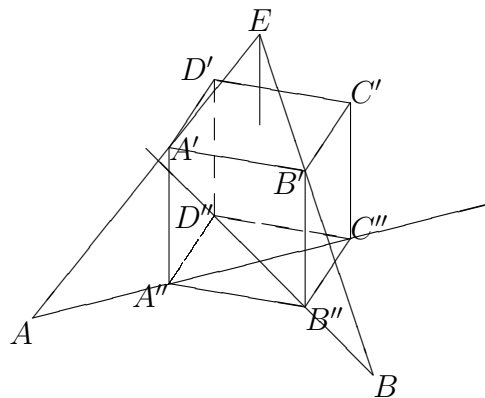
Построим пирамиду.



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

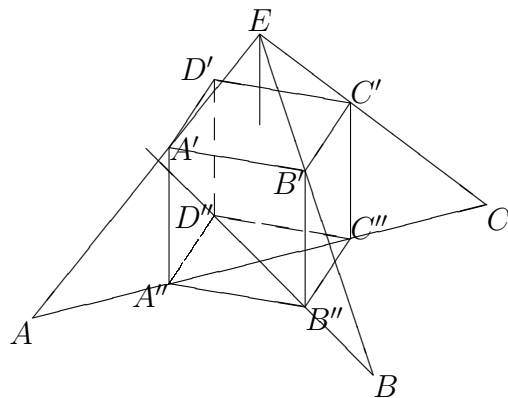
Построим пирамиду.



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

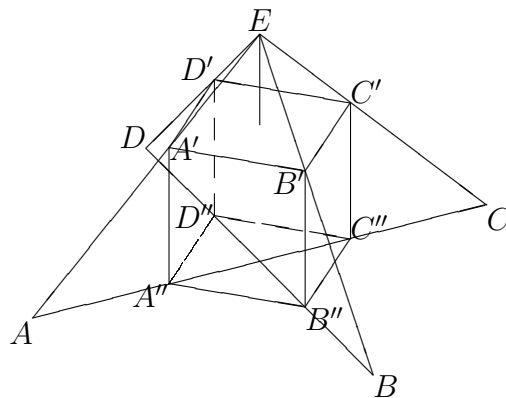
Построим пирамиду.



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

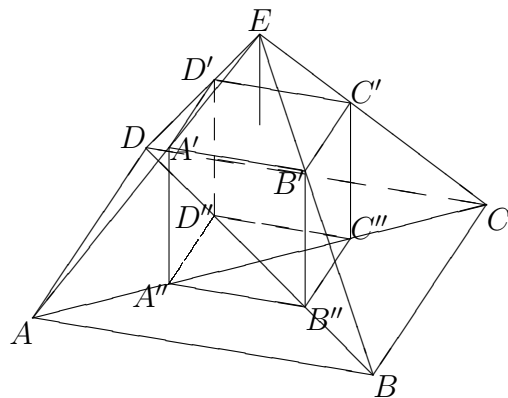
Построим пирамиду.



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

Построим пирамиду.

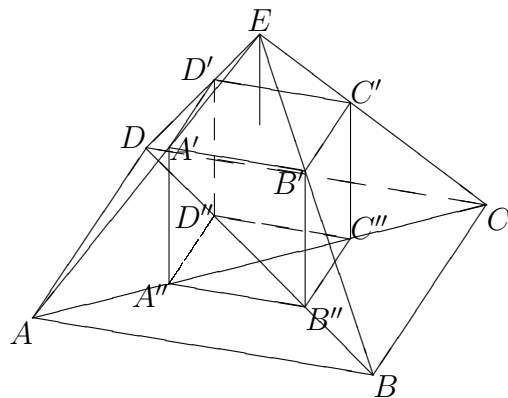


Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

Построим пирамиду.

Уберём лишние линии и «невидимые линии» преобразуем в пунктирные.

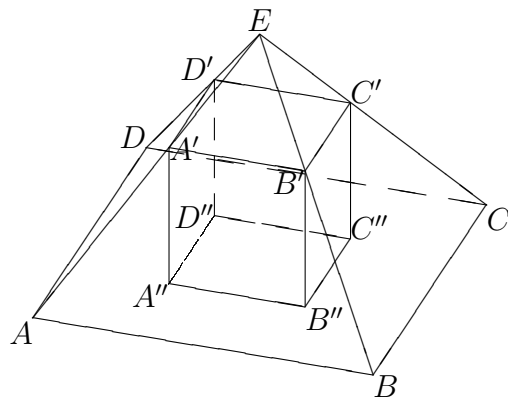


Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

Построим пирамиду.

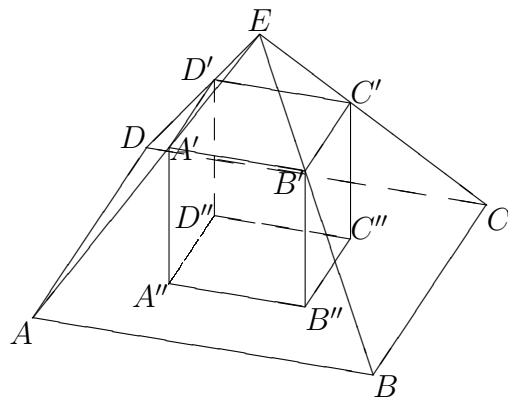
Уберём лишние линии и «невидимые линии» преобразуем в пунктирные.



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

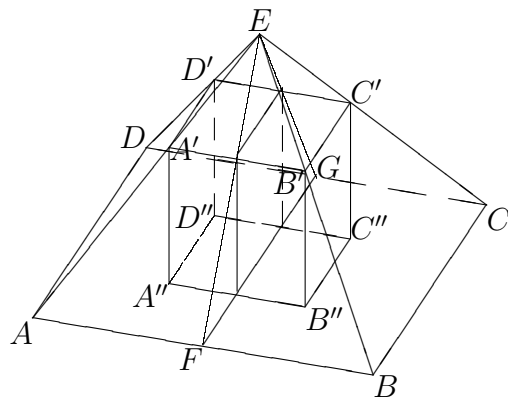
Проведём сечение пирамиды через вершину перпендикулярно ребру AB .



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

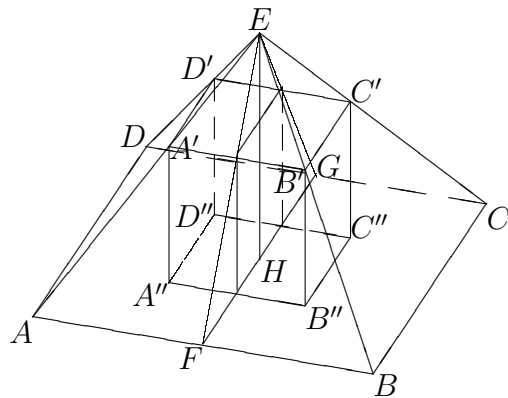
Проведём сечение пирамиды через вершину перпендикулярно ребру AB .



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

Проведём сечение пирамиды через вершину перпендикулярно ребру AB .

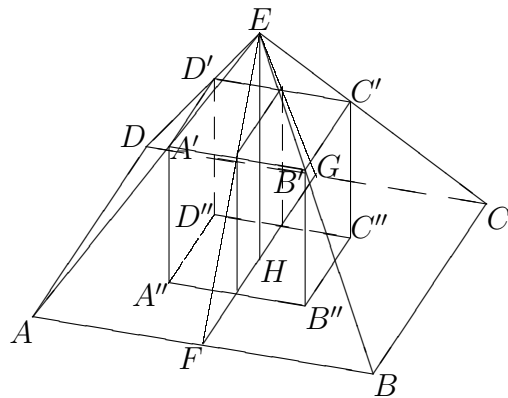


Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

Пусть k — искомое отношение,
 $A''B'' = \dots = x$, $AB = \dots = y$.

$$k = \frac{y^2 \cdot EH/3}{x^3} =$$



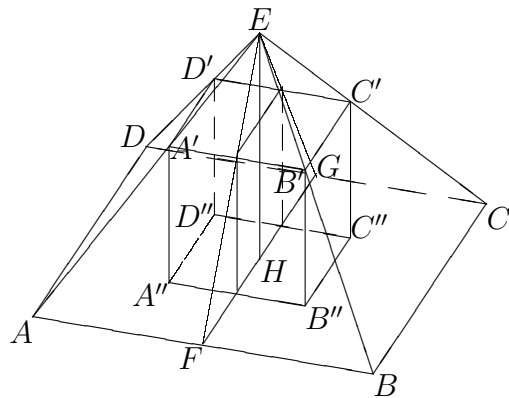
Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

Пусть k — искомое отношение,
 $A''B'' = \dots = x$, $AB = \dots = y$.

$$k = \frac{y^2 \cdot EH/3}{x^3} =$$

$$= \frac{\frac{y^2}{3} \cdot \sqrt{EF^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2}}{x^3} =$$

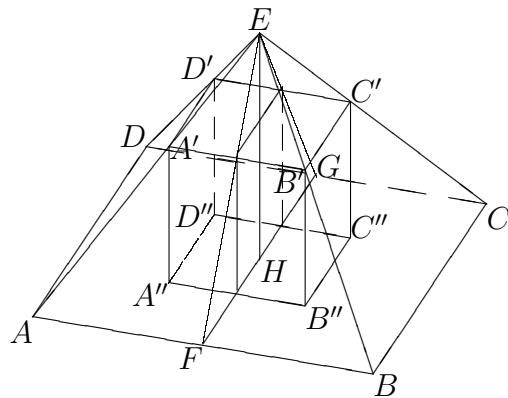


Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

Пусть k — искомое отношение,
 $A''B'' = \dots = x$, $AB = \dots = y$.

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{y^2 \cdot EH/3}{x^3} = \\
 &= \frac{\frac{y^2}{3} \cdot \sqrt{EF^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2}}{x^3} = \\
 &= \frac{\frac{y^2}{3} \cdot \sqrt{\left(\frac{y\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2}}{x^3} =
 \end{aligned}$$



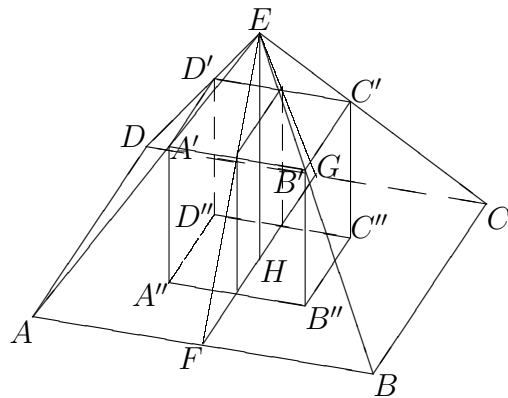
Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

Пусть k — искомое отношение,

$A''B'' = \dots = x, \quad AB = \dots = y.$

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{y^2 \cdot EH/3}{x^3} = \\
 &= \frac{\frac{y^2}{3} \cdot \sqrt{EF^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2}}{x^3} = \\
 &= \frac{\frac{y^2}{3} \cdot \sqrt{\left(\frac{y\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2}}{x^3} = \frac{y^3}{3x^3\sqrt{2}},
 \end{aligned}$$



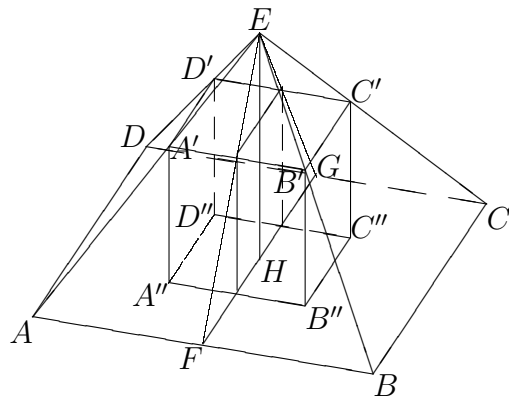
Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

Пусть k — искомое отношение,

$A''B'' = \dots = x, \quad AB = \dots = y.$

$$\begin{cases} k = \frac{y^3}{3\sqrt{2}}x^3, \\ \quad = \frac{EH}{HF} = \end{cases}$$



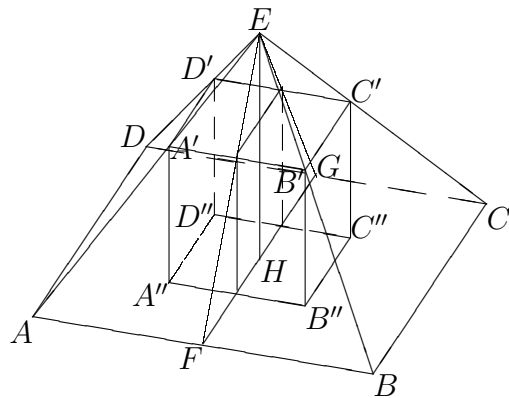
Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

Пусть k — искомое отношение,

$A''B'' = \dots = x, \quad AB = \dots = y.$

$$\begin{cases} k = \frac{y^3}{3\sqrt{2}}x^3, \\ \frac{y/\sqrt{2}}{y/2} = \frac{EH}{HF} = \end{cases}$$



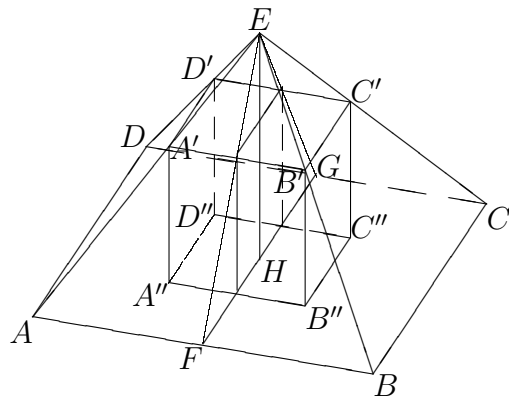
Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

Пусть k — искомое отношение,

$A''B'' = \dots = x, \quad AB = \dots = y.$

$$\begin{cases} k = \frac{y^3}{3\sqrt{2}}x^3, \\ \frac{y/\sqrt{2}}{y/2} = \frac{EH}{HF} = \frac{\frac{y}{\sqrt{2}} - x}{x/2} \Rightarrow \end{cases}$$



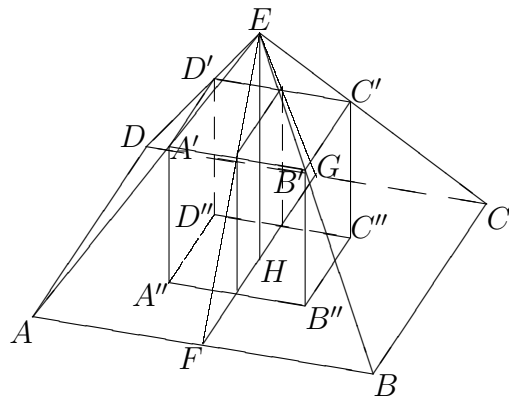
Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

Ответ.

Пусть k — искомое отношение,

$A''B'' = \dots = x, \quad AB = \dots = y.$

$$\begin{cases} k = \frac{y^3}{3\sqrt{2}}x^3, \\ \frac{y/\sqrt{2}}{y/2} = \frac{EH}{HF} = \frac{\frac{y}{\sqrt{2}} - x}{x/2} \Rightarrow x = y - x\sqrt{2} \end{cases}$$



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

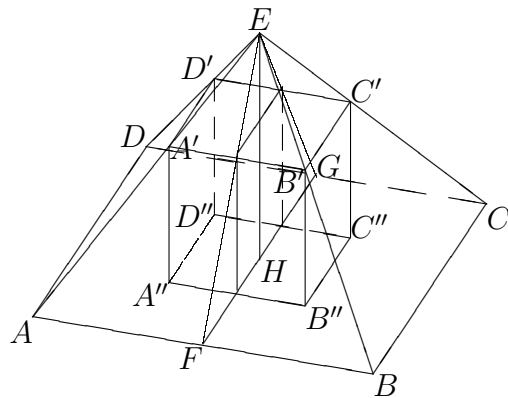
Ответ.

Пусть k — искомое отношение,

$A''B'' = \dots = x, \quad AB = \dots = y.$

$$\begin{cases} k = \frac{y^3}{3\sqrt{2}}x^3, \\ \frac{y/\sqrt{2}}{y/2} = \frac{EH}{HF} = \frac{\frac{y}{\sqrt{2}} - x}{x/2} \Rightarrow x = y - x\sqrt{2} \end{cases}$$

$$k = \frac{x^3(1 + \sqrt{2})^3}{3\sqrt{2}x^3} =$$



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

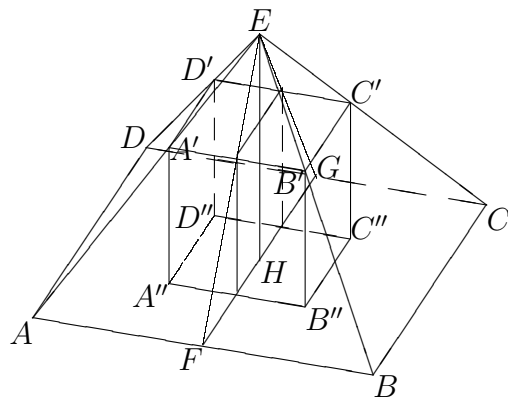
Ответ.

Пусть k — искомое отношение,

$A''B'' = \dots = x, \quad AB = \dots = y.$

$$\begin{cases} k = \frac{y^3}{3\sqrt{2}}x^3, \\ \frac{y/\sqrt{2}}{y/2} = \frac{EH}{HF} = \frac{\frac{y}{\sqrt{2}} - x}{x/2} \Rightarrow x = y - x\sqrt{2} \end{cases}$$

$$k = \frac{x^3(1 + \sqrt{2})^3}{3\sqrt{2}x^3} = \frac{(1 + \sqrt{2})^3}{3\sqrt{2}} =$$



Задача 38. У правильной четырехугольной пирамиды все ребра равны друг другу. Найдите отношение объема пирамиды к объему куба, если нижнее основание куба лежит на основании пирамиды, а верхнее основание куба касается всех четырех граней.

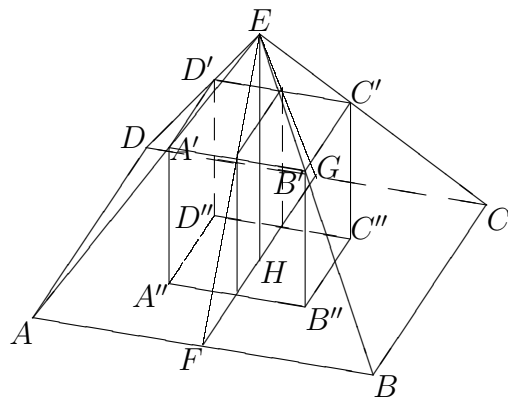
Ответ.

Пусть k — искомое отношение,

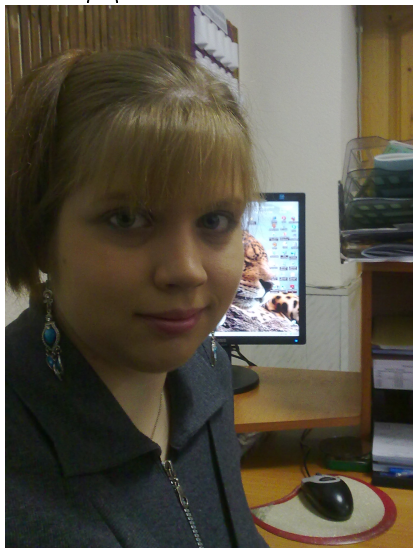
$A''B'' = \dots = x, \quad AB = \dots = y.$

$$\begin{cases} k = \frac{y^3}{3\sqrt{2}}x^3, \\ \frac{y/\sqrt{2}}{y/2} = \frac{EH}{HF} = \frac{\frac{y}{\sqrt{2}} - x}{x/2} \Rightarrow x = y - x\sqrt{2} \end{cases}$$

$$k = \frac{x^3(1+\sqrt{2})^3}{3\sqrt{2}x^3} = \frac{(1+\sqrt{2})^3}{3\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}+10}{6}.$$



Х. Лаборатория интерактивного учебно-методического обеспечения



Евгения
Коростелёва
сотрудник
кафедры ПМ



Артём
Бережной
студент ЭМА-10



Надежда
Круглова
студент ЭМА-10

Х. Лаборатория интерактивного учебно-методического обеспечения



Татьяна
Винокурова
студент ЭМА-10



Мария
Нурисламова
студент ЭМА-10

Х. Лаборатория интерактивного учебно-методического обеспечения



Александр
Погарцев
студент ЭМА-10



Дмитрий
Алтунин
студент ЭМА-10



Андрей
Богданов
студент ЭМА-10

XI. Благодарность

Автор благодарит за помощь
дипломницу Уральского государственного
педагогического университета
(выпуск 2010-11 года)



Марию Александровну Василенко



Спасибо

за

внимание!

е-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: <http://melnikov.k66.ru>, <http://melnikov.web.ur.ru>

[Вернуться к списку презентаций?](#)